FISIKA DASAR I

MIKRAJUDDIN ABDULLAH

PROFESOR FISIKA

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

2016

KATA PENGANTAR

Buku ini berisi materi Fisika Dasar I yang diajarkan di semester pertama tingkat pertama fakultas sains dan teknik di perguruan tinggi negeri maupun swasta. Materi utama mencakup mekanika benda titik dan benda tegar, fluida, fisika termal, dan termodinamika. Materi tentang listrik dan magnet, gelombang, dan fisika modesn akan dibahas di buku Fisika Dasar II.

Penulisan buku ini dimulai tahun 2004 saat penulis kembali dari tugas belajar di Jepang. Penulisan ini dimotivasi oleh ketiadaan buku kuliah fisika dasar yang ditulis oleh dosen dalam negeri selama berpuluh-puluh tahun. Seri Fisika Dasar karya Sutrisno dan Tan Ik Gie sudah tidak memadai lagi untuk kondisi keilmuan terkini. Bentuk awal buku ini berupa diktat kuliah yang dilengkapi secara terus menerus hingga mencapai bentuk seperti ini.

Berbeda dengan buku sejenis, pada buku ini juga dibahas sejumlah fenomena yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari dengan konsep yang sedang dipelajari. Mudah-mudahan dengan pendekatan seperti ini materi kuliah Fisika Dasar menjadi lebih menarik dan mahasiswa menyadari bahwa aplikasi konsep-konsep fifika dijumpai mulai dari fenomena sederhana yang ada di sekitar kita hingga peralatan teknologi canggih.

Dibandingkan dengan buku sejenis, dalam buku ini beberapa topik dibahas dengan tingkat kesulitan lebih tinggi. Hal ini dilakukan mengingat materi pelajaran fisika di skeolah menengah di Indonesia cukup tinggi. Jika materi dalam buku fisika dasar memiliki kesulitan yang serupa dengan materi

fisika di sekolah menengah maka mahasiswa akan merasa cepat bosan. Karena di sekolah menengah para siswa telah diajarkan materi diferensial, integral, dan vektor maka dalam buku ini banyak dijumpai operasi semacam ini, namun tetap dalam bentuk yang dapat dipahami mahasiswa tingkat satu.

Pada bab akhir juga dikenalkan metode numerik untuk menyelesaikan persoalan fisika yang tidak dapat diselesaikan atau sulit diselesaikan secara analitik. Software yang digunakan hanyalah *Microsoft Excel* yang dijumpai pada semua komputer. Materi ini dikenalkan agar pada mahasiswa sadar bahwa penyelesaian persoalan fisika tidak semata-mata dengan metode analitikseperti yang dipelajari selama ini. Justru banyak persoalan fisika yang harus diselesaikan secara numerik.

Banyak pihak yang telah terlibat secara langsung atau tidak langsung selama penyelesaian buku ini. Untuk itu penulis sampaikan terima kasih yang luar biasa. Terima kasih secara khusus kepada Istri dan anak-anak yang memberikan dukungan tanpa henti.

Kampus Ganesa

Maret 2016

Penulis

DAFTAR ISI

Bab 1

BESARAN DAN SATUAN

Kita semua tentu sudah tahu bahwa mobil Formula 1 bergerak jauh lebih cepat daripada kuda. Tetapi berapa kali lebih cepatkah? Kita tidak dapat menjawab sebelum mendapat informasi kecepatan mobil Formula 1 dan kecepatan lari kuda. Jika diinformasikan bahwa kecepatan mobil F1 adalah 250 km/jam dan kecepatan lari kuda adalah 50 km/jam kita langsung dapat menjawab bahwa mobil Formula 1 bergerak lima kali lebih cepat daripada kuda.

Pada Asian Games ke-16 di Guanzhou, lifter China Li Ping memecahkan dua rekor dunia angkat besi putri 53 kg, yaitu rekor *snatch* dan rekor total angkatan. Ia memecahkah rekor *snatch* lifter Korea Utara, Ri Song Hui, yang dibuat tahun 2002. Ia juga memecahkan rekor angkatan total yang dibuat lifter China lainnya Qiu Hongxia, yang diciptakan tahun 2006. Bagaimana kita bisa tahu bahwa Li Ping telah menciptakan rekor dunia baru? Jawabannya adalah karena beban yang berhasil diangkat para atlit tersebut dicatat nilainya. Rekor dunia *snatch* yang dibuat Ri Song Hui adalah 102 kg. Ketika Li Ping berhasil mengangkat snatch 103 kg maka kita langsung mengatakan bahwa Li Ping menciptakan rekor dunia baru untuk *snatch*. Rekor dunia angkatan total yang dibuat Qiu Hongxia adalah 226 kg. Dan ketika Li Ping berhasil melakukan angkatan total 230 kg maka kita langsung sepakat bahwa Li Ping telah menciptakan rekor dunia baru.

Travis Pastrana menciptakan rekor dunia baru lompat jauh dengan mobil rely menggunakan mobil Subaru. Ia memecahkan rekor sebelumnya yang dibuat tahun 2006. Bagaimana kita bisa simpulkan bahwa Pastrana telah menciptakan rekor dunia baru? Jawabannya karena jarak lompatan sebelumnya dan jarak lompatan Pastrana diukur. Jauh rekor lompatan sebelumnya adalah 171 kaki dan jauh lompatan Pastrana adalah 274 kaki.

Para peneliti di *Helsinki University of Technology*, Finlandia menciptakan rekor dunia baru untuk pencapaian suhu terendah. Bagaimana kita bisa tahu bahwa mereka berhasil membuat rekor dunia baru? Jawabanya karena nilai suhu pada rekor sebelumnya dicatat. Berkat pengukuran nilai suhu yang mereka capai, peneliti dari Finlandia mengetahui bahwa mereka telah menciptakan rekor baru. Rekor sebelumnya untuk pencapaian suhu terendah adalah 0,00000000028 K (280 piko Kelvin (pK)) yang dicapai tahun 1993. Dari hasil percobaan tanpa kenal menyerah selama 9 tahun, para peneliti dari Finlandia berhasil mendingikan logam rhodium hingga suhu 0,0000000001 (100 pK). Percobaan dilakukan melalui tiga tahap pendinginan. Tahap pertama mendinginkan hingga 3 mili kelvin, tahap kedua mendinginkan hingga 50 mikro kelvin, dan tahap ketiga medinginkan hingga piko kelvin hingga tercapai rekor dunia tersebut.

Kecepatan Formula 1 atau kuda, massa yang diangkat lifter, jauh lompatan mobil Pastrana, dan suhu yang dicapai peneliti Finlandia adalah contoh besaran Fisika. Besaran-besaran tersebut baru memiliki makna jika nilainya diberikan. Dengan adanya nilai maka semua orang akan memiliki kesimpulan yang sama. Sebagai contoh, dengan adanya nilai kecepatan mobil Formula 1 sebesar 250 km/jam dan kecepatan kuda 50 km/jam maka semua orang di dunia memiliki kesimpulan yang sama bahwa mobil Formula 1 bergerak lima kali lebih cepat dari kuda. Jika hanya disebutkan bahwa mobil Formula 1 lebih cepat dari kuda maka orang yang berbeda akan memili kesimpulan yang berbeda. Apakah dua kali lebih cepat, tiga kali lebih cepat, sepuluh kali lebih cepat, atau lainnya.

1.1 Besaran Fisika

Dari penjelasan di atas kita jadi tahu bahwa besaran fisika sangat penting. **Besaran fisika** adalah sifat benda atau gejala alam yang dapat diukur. Panjang, massa, lama waktu pertandingan bola, suhu udara, kekerasan benda, kecepatan mobil, terang cahaya, energi yang tersimpan dalam bensin, arus listrik yang mengalir dalam kabel, tegangan listrik PLN, daya listrik lampu ruangan, dan massa jenis air adalah contoh sifat-sifat benda yang dapat dikur. Maka semuanya merupakan besaran fisika.

Jika didaftar, jumlah besaran fisika yang ada saat ini sangat banyak. Namun, dari besaran yang banyak tersebut, ternyata satu besaran dapat diperoleh dari besaran-besaran fisika yang lainya. Contohnya, besaran massa

jenis dapat diperoleh dari besaran massa dan volum. Massa jenis adalah hasil bagi massa dengan volum. Besaran gaya dapat diperoleh dari besaran massa dan percepatan, di mana gaya adalah hasil perkalian massa dan percepatan. Besaran volum dapat diperoleh dari pengukuran tiga besaran panjang (panjang, lebar, dan tinggi).

Karena adanya hubungan antar besaran-besaran tersebut, tentulah ada sekelompok besaran fisika saja yang lebih mendasar dan semua besaran fisika lainnya (yang sangat banyak tersebut) dapat diturunkan dari besaran dalam kelompok tersebut. Kelompok besaran yang mendasar inilah yang harus ditentukan. Kelompok besaran ini selanjutknya dinamakan **besaran pokok**. Berdasarkan sejumlah pertemuan para ahli fisika seluruh dunia, akhirnya ditetapkan tujuh besaran pokok dalam fisika. Tujuh besaran tersebut tampak dalam Tabel 1.1

Tabel 1.1 Tujuh besaran pokok dalam fisika

Besaran Pokok	Penggunaan
Panjang	Mengukur panjang benda
Massa	Mengukur massa atau kandungan materi benda
Waktu	Mengukur selang waktu dua peristiwa atau kejadian
Kuat Arus Listrik	Mengukur arus listrik atau aliran muatan listrik dari satu tempat ke tempat lain
Suhu	Mengukur seberapa panas suatu benda
Intensitas Cahaya	Mengukur seberapa terang cahaya yang jatuh pada benda
Jumlah zat	Mengukur jumlah partikel yang terkandung dalam benda

Mengapa besaran pokok hanya tujuh? Mengapa yang ada di Tabel 1.1 yang ditetapkan sebagai besaran pokok? Penetapan ini didasarkan atas diskusi dan perdebatan yang lama antar ahli fisika terkenal di seluruh dunia. Beberapa alasan pemilihan tersebut di antaranya

a) Tujuh besaran tersebut merupakan jumlah paling sedikit yang masih memungkinkan besaran-besaran lain dapat diturunkan. Jika kurang dari tujuh maka ada besaran lain yang tidak dapat diperoleh dari besaran pokok.

b) Tujuh besaran yang ada dalam Tabel 1.1 dapat diukur dengan ketelitian sangat tinggi. Karena besaran pokok akan menurunkan besaran lain

maka besaran-besaran tersebut harus dapat ditentukan dengan sangat teliti.

c) Besaran massa, pajang, dan waktu telah memiliki sejarah penggunaan yang sangat lama dalam mekanika. Maka dalam penentuan besaran pokok, ketiga besaran tersebut dimasukkan.

Semua besaran fisika selain tujuh besaran pokok dalam Tabel 1.1 dinamakan **besaran turunan**. Semua besaran turunan merupakan kombinasi dari besaran-besaran pokok. Karena jumlah besaran fisika sangat banyak maka boleh dikatakan bahwa hampir semua besaran fisika merupakan besaran turunan. Besaran pokok hanyalah himpunan yang sangat kecil daripada himpunan besar besaran fisika seperti diilustrasikan pada Gambar 1.1.

Gambar 1.1. Ilustrasi cakupan besaran pokok dan sebsaran turunan. Hampir semua besaran fisika adalah besaran turunan karena besaran pokok hanya ada tujuh.

Beberapa contoh besaran turunan yang sudah sering kita dengar atau kita gunakan adalah luas (kombinasi dua buah besaran pokok panjang), massa jenis (kombinasi besaran pokok massa dan besaran turunan volum) sedangkan besaran turunan volum merupakan kombinasi tiga besaran pokok panjang, dan kecepatan merupakan kombinasi besaran pokok panjang dan besaran pokok waktu.

1.2. Pengukuran dan Satuan

Bagaimana para peneliti Finlandia mengatahui bahwa mereka telah mencapai suhu 100 pK? Bagaimana wasit mengetahui bahwa Li Ping telah mengangkat barbell 230 kg? Bagaimana juri mengetahui bahwa Pastrana telah melopmat dengan mobil sepanjang 274 kaki? Pastilah, semuanya diketahui setelah dilakukan pengukuran.

Jadi, nilai besaran-besaran fisika hanya dapat diketahui setelah dilakukan pengukuran. Lalu, apakah pengukuran itu? Apa yang kalian lakukan ketika melakukan pengukuran? Tentu kalian mengambil alat ukur yang sesuai. Kemudian kalian membandingkan nilai yang tertera pada alat ukur dengan besaran fisik benda. Inilah yang dinamakan pengukuran.

Ketika angka nol pada penggaris berimpit dengan ujung kiri buku dan angka 5,5 inchi berimpit dengan ujung kanan buku maka kita simpulkan lebar buku adalah 5,5 inci. Ketika beras ditempatkan di atas neraca dan neraca menunjukkan pembacaan 1,5 kg maka kita simpulkan bahwa massa beras adalah 1,5 kg, Ketika jarum speedometer mobil menunjukkan angka 145 km/jam maka kita simpulkan bahwa laju mobil saat itu adalah 145 km/jam.

Guru meminta tiga siswa mengukur panjang meja. Siswa pertama melaporkan 1,5. Siswa kedua melaporkan 150. Siswa ketiga melaporkan 1.500. Siapakah yang benar? Belum tahu, karena dalam laporan tiga siswa ada informasi yang hilang, yaitu satuan yang digunakan. Kalau siswa pertama melaporkan 1,5 m, siswa kedua melaporkan 150 cm, dan siswa ketiga melaporkan 1.500 mm maka hasil pengukuran mereka bertiga persis sama. Dan orang lain yang tidak ikut mengukur akan memberi kesimpulan yang sama tentang panjang meja.

Tampak bahwa satuan sangat penting dalam fisika. Hasil pengukuran tanpa satuan hanya membingungkan orang. Hasil pengukuran yang disertai satuan akan ditafsirkan sama oleh siapa pun dan di mana pun. *Jika kalian melakukan pengukuran besaran fisika, kalian wajib menyertakan satuan yang sesuai*.

Ketika kaidah ilmiah belum dibangun, masyarakat sebenarnya telah melakukan pengukuran. Namun satuan pengukuran yang mereka gunakan umumnya tidak baku. Mereka menggunakan satuan jengkal, hasta, depa, yang

bisa berbeda antara satu orang dengan orang lainnya. Panjang benda yang kalian ukur dengan jengkal tentu memberikan nilai yang berbeda jika diukur dengan jengkal guru (Gambar 1.2). Untuk meja yang sama, mungkin kalian mendapatkan 10 jengkal, sedangkan guru hanya mendapatkan 8 jengkal. Hasil pengukuran dengan besaran tidak baku tidak dapat digunakan untuk komunikasi antar peneliti, tidak dapat digunakan dalam penelitian ilmiah, dan tidak dapat digunakan dalam pembangunan industri.

Nilai pengukuran akan berguna jika dilakukan dalam satuan baku. *Satuan baku adalah satuan yang diterima secara umum dan terdefinisi dengan pasti nilainya.* Contoh satuan baku untuk pengukuran panjang adalah meter, sentimeter, millimeter, kilometer, kaki, inci, mil, dan sebagainya. Semua orang di dunia memiliki penafsiran yang sama tentang panjang satu meter, satu millimeter, satu inci, satu kaki, dan sebagainya. Apabila dilaporkan panjang benda adalah 1,4 meter maka semua orang akan memiliki kesimpulan yang sama.

Gambar 1.2. Jengkal merupakan alat ukur yang tidak baku (kaskus.us). Orang berbeda memiliki panjang jengkal berbeda sehingga hasil pengukuran yang dilaporkan berbeda.

1.3 Satuan Sistem Internasional

Tampak dari Gambar 1.3 bahwa satuan panjang yang baku juga bermacam-macam. Ukuran ketinggian jelajah peawat biasanya menggunakan satuan kaki. Ukuran layar TV atau komputer biasanya menggunakan satuan inci. Ketinggian bangunan ada yang menggunakan satuan meter ada yang menggunakan satuan kaki. Satuan kaki, inci, dan meter adalah satuan panjang yang baku karena berapa panjangnya telah terdefinisi dengan jelas. Namun tidak semua orang akrab dengan bermacam-macam satuan baku tersebut. Kita di Indonesia lebih mudah menggunakan satuan meter daripada kaki dan inci. Negara lain mungkin lebih sering menggunakan satuan kaki atau inci.

Untuk menyeragamkan penggunaan satuan di seluruh dunia, pada Konferensi Umum Berat dan Pengukuran ke-14 tahun 1971 ditetapkan satuan

internasional untuk tujuh besaran pokok. Satuan tersebut selanjutnya dinamakan satuan **SI** (*Le Systeme Internationale*). Satuan SI untuk tujuh besaran pokok tampak pada Tabel 1.2.

Cabang fisika yang paling awal berkembang adalah mekanika. Di dalam mekanika, besaran fisika yang digunakan hanayalah panjang, massa, dan waktu. Satuan SI untuk ketiga besaran terebut adalah meter, kilogram, dan sekon. Kelompok tiga satuan ini diberi nama khusus yaiu satuan MKS (M = meter, K = kilogram, dan S = second).

Satuan lain yang digunanakan untuk tiga besaran dalam mekanika adalah centimeter untuk panjang, gram untuk massa, dan second untuk waktu. Ketiga satuan tersebut juga diberi naka khusus yaitu satuan CGS (C = centimeter, G = gram, dan S = second). Kaitan antara satuan MKS dan CGS sangat mudah, yaitu 1 meter = 100 centimeter dan 1 kilogram = 1 000 gram.

Gambar 1.3. Pesawat Garuda ini sedang terbang pada ketinggian 35.000 kaki diukur dari permukaan laut. Berapa meterkah ketinggian pesawat Garuda? Layar TV LCD memiliki ukuran 42 inci. Berapa meterkah ukuran layar tersebut? Burj Dubai ini merupakan salah satu banguan tertinggi di dunia saat ini dengan ketinggian 555,3 meter. (arsipberita.com, sam42inchplasma.lcdtvsbestprices.com, overseaspropertymall.com)

1.4 Penetapan Nilai Satuan SI untuk Besaran Pokok

Setelah para ahli menetapkan satuan SI untuk besaran-besaran pokok, yang harus dilakukan selanjutnya adalah menentukan nilai untuk tiap satuan tersebut. Berapa nilai satu kilogram tersebut? Berapa panjangkah satu meter? Berapa lamakah satu sekon? Penetapan ini pun ditentukan dalam Konferensi Umum Berat dan Ukuran para ahli seluruh dunia. Khusus untuk satuan massa, panjang, dan waktu, nilai satuan yang telah ditetapkan hingga saat ini sebagai berikut.

Tabel 1.2 Satuan SI untuk besaran pokok

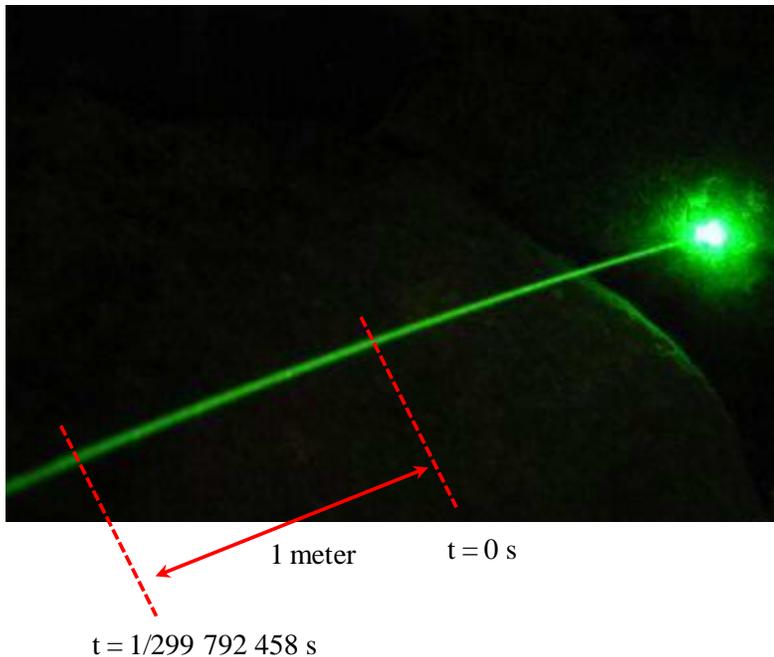
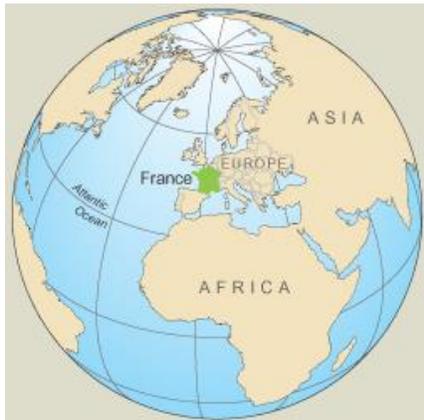
Besaran Pokok	Satuan SI	Singkatan
Panjang	meter	m
Massa	kilogram	kg
Waktu	sekon	s
Kuat arus listrik	ampere	A
Suhu	kelvin	K
Intensitas cahaya	kandela	Cd
Jumlah zat	mol	mol

Satuan Panjang

Mula-mula satu meter didefinisikan berdasarkan keliling bumi. Ditetapkan bahwa keliling garis bujur bumi yang melalui kota Paris, Prancis ditetapkan memiliki panjang 40.000.000 m (Gambar 1.4 kiri atas). Jadi panjang satu meter sama dengan 1/40.000.000 keliling garis bujur bumi yang melalui kota Paris. Definisi ini menjadi tidak memadai ketika perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi menuntut pengukuran yang makin akurat. Tidak mungkin pengukuran yang akurat diperoleh dari satuan standar yang tidak akurat.

Pada akhir abad ke-19, panjang satu meter didefinisikan ulang. Panjang satu meter ditetapkan sama dengan jarak dua goresan pada batang campuran logam platina dan iridium yang tersimpan di *International Bureau of Weight and Measures* di kota Sevres, Prancis (Gambar 1.4 kanan atas). Logam tersebut disimpan pada kondisi yang dikontrol secara ketat utuk menghindari perubahan dimensi akibat perubahan kondisi lingkungan seperti suhu,

kelembaban udara, tekanan udara, intensitas cahaya, reaksi kimia, dan sebagainya.

Setelah laju cahaya dapat diukur dengan sangat teliti, pada Konferensi Umum Tentang Berat dan Pengukuran ke -17 tahun 1983, panjang satu meter didefinisikan ulang sebagai jarak tempuh cahaya dalam ruang hampa selama 1/299.792.458 sekon (Gambar 1.4 bawah). Ini berarti pula bahwa selama satu sekon cahaya merambat dalam ruang hampa sepanjang 299.792.458 meter.

Gambar 1.4 (kiri atas) Mula-mula keliling garis bujur bumi yang melalui kota Paris ditentukan sama dengan 40.000.000 meter. Jadi satu meter sama dengan 1/40.000.000 keliling garis bujur yang melewati kota Paris tersebut. Definisi ini digunakan hingga akhir abad ke-19. (kanan atas) Jarak dua goresan pada balok logam campuran dari

platina dan iridium yang tersimpan di *International Bureau of Weight and Measures*. Definisi ini digunakan hingga tahun 1983. (bawah) Jarak tempuh cahaya dalam vakum selama 1/299.792.458 s ditetapkan sebagai panjang satu meter. Definisi ini digunakan sejak 1983 hingga saat ini. (umbc.edu)

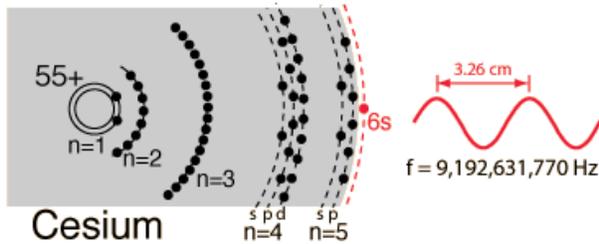
Satuan Massa

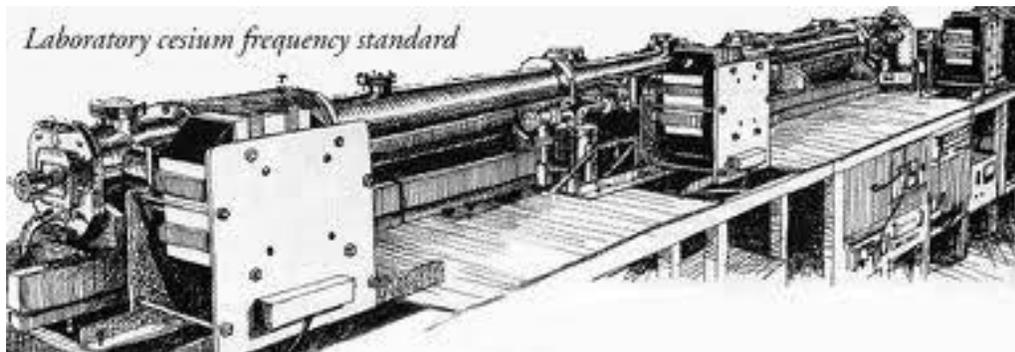
Masa standar satu kilogram adalah massa silinder logam yang terbuat dari campuran logam platina dan iridium. Massa standar ini disimpan dalam kondisi yang dikontrol secara ketat di *International Bureau of Weights and Measures* di kota Sevres, Prancis. Sejak awal penetapan hingga saat ini, definisi massa standar tidak pernah berubah.

Beberapa negara membuat duplikat massa standar tersebut dan menyimpannya di lembaga pengukuran masing-masing. Gambar 1.5 adalah duplikat massa 1 kg standar yang disimpan di *National Institute of Standard and Technology* (NIST), Amerika Serikat.

Gambar 1.5. Duplikat massa standar yang disimpan di *National Institute of Standard and Technology* (NIST), Amerika Serikat (zelnio.org, museum.nist.gov).

Satuan Waktu

Pada Konferensi Umum tentang Berat dan Pengukuran ke-13 tahun 1967 telah ditetapkan bahwa standar waktu satu detik didasarkan pada frekuensi gelombang yang dipancarkan atom. Atom Cesium dengan nomor atom 133 (Cesium-133) dipilih sebagai atom standar karena frekuensi gelombang yang dipancarkan dapat dihasilkan dengan mudah dan dapat diukur dengan ketelitian sangat tinggi. Cahaya yang dipancarkan atom Cesium-133 berosilasi sebanyak 9.192.631.770 kali dalam satu sekon (Gambar 1.6). Dengan demikian, satu sekon didefinisikan sebagai waktu yang diperlukan oleh gelombang yang dipancarkan atom Cesium-133 untuk berosilasi sebanyak 9.192.631.770 kali.

Gambar 1.6. Atom Cesium-133 memancarkan gelombang dengan frekuensi osilasi sebanyak 9 192 631 770 kali per sekon (en.wikipedia.com).

Untuk memproduksi waktu standar tersebut maka dibuat jam yang didasarkan getaran gelombang yang dipancarkan atom Cesium-133. Jam tersebut dinamakan jam atom. Contoh jam atom pertama tersimpan di NIST, Amerika tampak pada Gambar 1.7. Jam atom menghasilkan ketelitian yang sangat tinggi. Kesalahan yang terjadi kurang dari 1 sekon dalam waktu 30.000 tahun.

Gambar 1.7. Jam atom yang didasarkan atas frekuensi gelombang yang dipancarkan atom Cesium-133. Jam pada foto ini tersimpan di NIST, Amerika Serikat (nist.gov).

Saat ini jam atom dipasang pada satelit-satelit GPS (*global positioning system*). Satelit GPS mengelilingi bumi dan membentuk konstelasi yang terdiri dari 24 atau 32 satelit (Gambar 1.8). Setelit ini terus menerus memancarkan informasi yang berupa waktu dan posisi setiap saat. Waktu yang dipancarkan adalah waktu yang dihasilkan jam atom sehingga memiliki ketelitian yang sangat tinggi. Informasi waktu dan posisi yang dipancarkan sejumlah satelit GPS ditangkap oleh alat GPS yang ada di bumi. Alat GPS yang ada di bumi melakukan perhitungan berdasarkan waktu dan posisi yang dipancarkan oleh minimal tiga satelit GPS. Dari hasil perhitungan tersebut maka dapat diketahui secara akurat di mana posisi alat GPs tersebut.

Gambar 1.8. (atas) konstelasi satelit GPS yang mengitari bumi pada ketinggan 20.200 km dari permukaan bumi (www.extremetech.com). Jumlahnya 32 satelit sehingga setiap alat GPS yang ada di permukaan bumi dapat menangkap minimal sinyal dari tiga satelit. Sinyal yang berasal dari tiga satelit tersebut yang dihitung sehingga dapat diketahui secara akurat di mana lokasi alat GPS tersebut berada. (bawah) Proses penerimaan sinyal satelit oleh alat GPS (techcrunch.com).

Saat ini perangkat GPS menjadi sangat penting dalam kehidupan manusia. Transportasi pesawat udara, kapal laut semuanya mengandalkan GPS untuk mengetahui secara pasti di mana posisi pesawat atau kapal saat itu. Bahkan sistem autopilot pesawat mengandalkan data GPS untuk menentukan jalur yang akan ditempuh pesawat. Ketika memulai proses *takeoff* maka jalur yang akan ditempuh pesawat disimpan dalam komputer di dalam pesawat. Komputer yang nanti akan mengarahkan pesawat mengikuti jalur tersebut. Komputer mengetahui bahwa pesawat telah berada di jalur yang sudah diprogram berdasarkan data GPS yang diterima dari satelit. Sistem autopilot dijalankan ketika pesawat sudah berada pada posisi *cruising* (posisi lintasan tertinggi). Ketika saat *takeoff* atau mendarat maka pilot yang harus mengambil alih kendali pesawat.

Contoh 1.1

Dalam satu menit, berapa kali jumlah osilai gelombang yang dipancarkan atom Cesium-133?

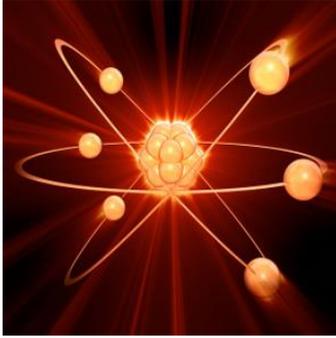
Jawab

Jumlah getaran dalam satu detik = 9.192.631.770 kali. Lama satu menit = 60 detik. Dengan demikian, jumlah getaran dalam satu menit = 60 × 9.192.631.770 = 551.557.906.200 kali.

1.5 Awalan Satuan

Satuan SI juga memperkenalkan kita pada penggunaan awalan dalam penulisan besaran fisis. Penggunaaan awalan tersebut merupakan alternatif penggunaan bilangan pangkat sepuluh. Awalah-awalan yang dibakukan tampak pada Tabel 1.3

Contoh 1.2

Diameter sebuah atom adalah $3{,}2 \times 10^{-10}$ m. Nyatakan diameter tersebut dalam awalan yang terdekat.

$3{,}2 \times 10^{-10}$ m

Jawab

$3{,}2 \times 10^{-10}$ m = $0{,}32 \times 10^{-9}$ m

= 0,32 nm atau $3{,}2 \times 10^{-10}$ m

= 320×10^{-12} m

= 320 pm

Tabel 1.3 Awalan-awalan satuan SI

Awalan	Singkatan	Bentuk Pangkat
atto	a	10^{-18}
femto	f	10^{-15}
piko	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
mikro	μ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
senti	c	10^{-2}
tanpa awalan	-	1
kilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}
exa	E	10^{15}

1.6 Konversi Satuan

Sebuah mobil bergerak dengan kecepatan 72 km/jam. Berapa jarak tempuh mobil selama 40 sekon? Tentu kamu ***tidak bisa*** langsung mengalikan 72×40 = 2 880 km karena satuan waktu dalam kecepatan tidak sama dengan satuan waktu perhitungan. Hasil tersebut salah!! Satuan waktu dalam kecepatan adalah jam sedangkan satuan waktu yang diberikan untuk

menghitung jarak adalah sekon. Perhitungan baru dapat dilakukan jika satuan waktu keduanya disamakan dulu. Bisa sama-sama dalam jam atau sama-sama dalam sekon.

Hal semacam ini sangat sering dijumpai dalam menyelesaikan soal-soal fisika. Kita diberikan besaran-besaran fisis dalam satuan yang bermacam-macam dan besaran-besaran tersebut harus digunakan secara bersamaan dalam perhitungan. Oleh karena itu kemampuan mengkonversi besaran antar satuan yang berbeda harus kalian miliki. Bagaimana teknik konversi tersebut? Mari kita bahas.

Kita kembali ke persoalan mobil di atas. Untuk melakukan perhitungan, kita harus samakan satuan waktu. Kita coba dua cara berikut ini.

Satuan waktu diubah ke sekon.

Kita dapat menulis 72 km/jam = 72 km /1 jam. Karena 1 jam = 3 600 s maka 72 km /1 jam = 72 km/3 600 s = 0,02 km/s. Dengan demikian, jarak tempuh mobil selama 40 s adalah 0,02 km/s × 40 s = 0,8 km.

Satuan waktu diubah ke jam

Karena 1 jam = 3 600 s maka 1 s = (1/3 600) jam. Dengan demikian, 40 s = 40 × (1/3 600) jam = 0,0111 jam. Jarak tempuh mobil menjadi 72 km/jam × 0,0111 jam = 0,8 km.

Contoh 1.3

Satu tahun cahaya adalah jarak yang ditempuh cahaya dalam ruang hampa selama satu tahun. Jika kecepatan cahaya 3×10^8 m/s dan satu tahun sama dengan 365,25 hari, berapakah panjang satu tahun cahaya dinyatakan dalam Mm?

Jawab

Karena satuan waktu dalam kecepatan cahaya dan satuan waktu dalam hari berbeda maka kita perlu melakukan konversi satuan terlebih dahulu agar satuan menjadi sama. Jika menggunakan satuan sekon maka kita ubah 365,25 hari dalam sekon.

365,25 hari = 365,25 × 24 jam = 365,25 × 24 × 3 600 s = $3{,}15576 \times 10^7$ s.

Dengan demikian, jarak tempah cahaya selama satu tahun adalah

$(3 \times 10^8$ m/s$) \times (3{,}15576 \times 10^7$ s$) = 9{,}47 \times 10^{15}$ m

$= (9{,}47 \times 10^9) \times 10^6$ m $= 9{,}47 \times 10^9$ Mm

1.7 Pengukuran

IIlustrasi pada Gambar 1.9 memperlihatkan beberapa peristiwa pengukuran yang sering kita jumpai di lingkungan kita. Pengukuran adalah pekerjaan yang sangat penting untuk mengetahui data secara pasti. Dalam fisika, pengukuran memegang peranan yang teramat penting. Pengukuran adalah kunci kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi. Teori apa pun yang dikembangkan dalam fisika maupun bidang ilmu lain harus dapat dibuktikan dengan pengukuran. Jika teori tidak sesuai dengan hasil pengukuran maka teori tersebut ditolak.

Gambar 1.9 Di puskesmas badan bayi ditimbang untuk mengetahui pertumbuhaannya. Untuk bayi dengan pertumbuhan normal, ada hubungan antara umur dan berat badan bayi. Ini hanya dapat diketahui jika dilakukan pengukuran. Dokter harus memberikan takaran obat yang tepat pada pasien. Ini hanya dapat diketahui dengan mengukur volume obat tersebut. Tukang menentukan lebar pahatan batu untuk meyakini bahwa ukuran yang diinginkan telah tercapai. Ini pun dapat diketahui melalui pengukuran. Perawat menentukan tekanan darah pasien sebelum dilakukan pemeriksaan. Ini juga hanya dapat diperoleh melalui pengukuran (dari berbagai sumber)

Mengingat pentingnya pengukuran dalam fisika dan dalam ilmu dan teknologi secara umum, pada bagian selanjutnya kita membahas secara detail beberapa jenis alat ukur sederhana dan cara penggunaannya. Seperti yang telah dejalskan sebelumnya, pengukuran pada dasarnya adalah membandingkan nilai besaran fisis yang dimiliki benda dengan nilai besaran fisis alat ukur yang sesuai. Jadi dalam setiap pengukuran diperlukan alat ukura yang sesuai. Pengukuran besaran panjang memerlukan alat ukur panjang, pengukuran besaran massa memerlukan alat ukur massa, dan sebagainya.

1.7.1 Pengukuran Panjang

Kita akan membahas beberapa macam alat ukur panjang beserta cara penggunaannya. Alat ukur yang akan kita bahas adalah mistar, jangka sorong, mikrometer sekrup, dan mikroskop. Alat-alat tersebut memberikan ketelitian pengukuran yang berbeda. Yang paling teliti adalah mikrometer sekrup, kemudian diikuti jangka sorong, dan yang kurang teliti adalah mistar.

Gambar 1.10 (atas) Mengukur panjang buku dengan mistar. Ujung kanan buku dan ujung kanan mistar sejajar. Skala pada mistar yang sejajar dengan ujung kiri buku menyatakan panjang buku. (bawah) Mengkur tebal buku dengan mistar. Ujung bawah buku dan ujung bawah mistar sejajar. Skala pada mistar yang sejajar dengan ujung atas buku menyatakan tebal buku.

Mistar

Cara mengukur dengan mistar atau meteran sangat sederhana yaitu: (a) tempatkan satu ujung mistar tepat sejajar dengan salah satu ujung benda yang akan diukur; (b) Baca skala pada mistar yang berimpitan dengan ujung kedua benda. Skala tersebut mengungkapkan panjang benda yang diukur. Gambar 1.10 adalah ilustrasi pengukuran dengan mistar dan Gambar 1.11 adalah contoh pengukuran keliling dengan mistar gulung.

Kita juga mendefinisikan besaran yang dinamakan nilai skala terkecil (NST). NST suatu alat ukur adalah jarak antara dua skala berdekatan pada alat ukur. Gambar 1.12 adalah nilai skala terkecil sejumlah alat ukur. Alat ukur dengan NST sangat kecil merupakan alat yang sangat presisi. Biasanya makin kecil NST alat ukur (makin presisi) maka makin mahal harga alat tesebut. Alat dengan NST kecil juga merupakan alat yang sensitif. Makin kecil NST maka makin sensitif alat tersebut.

Gambar 1.11. Mengukur keliling lingkaran pohon dengan mistar gulung. Mistar gulung sangat berguna untuk mengukur keliling benda karena dapat dililitkan pada benda yang diukur. Mistar gulung merupakan alatan utama para tukang jahit karena sering mengukur keliling bagian badan orang ketika akan menjahit pakaian.

Gambar 1.12 Nilai skala terkecil sejumlah alat ukur. (kiri) adalah neraca analitik digital (www.industrial-needs.com). Berdasarkan skala yang terlihat kita simpulkan bahwa NST adalah 0,00001 g. (kanan atas) gelas ukur dengan NST 1 ml. (kanan bawah) speedometer kendaraan dengan NST 5 mph (untuk skala luar) atau 10 km/h untuk skala dalam.

Jangka Sorong

Mistar yang sering kita pakai memiliki skala terkecil 1 mm. Alat ukur panjang yang lebih teliti adalah jangka sorong. Jangka sorong dapat mengukur hingga ketelitin 0,1 mm. Bahkan, jangka sorong terbaru dapat mengukur hingga ketelitian 0,02 mm. Contoh jangka sorong tampak pada Gambar 1.13.

Cara penggunaan jangka sorong ada yang mudah dan ada yang agak sulit. Jangka sorong jenis lama, seperti pada Gambar 1.13 (kiri atas) memiliki skala goresan pada bagian yang digeser. Skala ini sering disebut skala **nonius** atau **vernier**. Ketika menentukan panjang benda maka dua skala yang harus dibaca sekaligus. Jangka sorong terbaru, yaitu jangka sorong digital (Gamnbar 1.13 bawah) sangat mudah penggunaanya. Panjang benda langsung tertera pada layar.

Gambar 1.13. Sejumlah bentuk jangka sorong. Semua jangka sorong memiliki skala pada batang tetap. Skala ini dikenal dengan skala utama. Bagian yang digeser juga memiliki skala. Skala pada bagian yang digeser bermacam-macam. Ada yang digores langsung pada bagian yang digeser (kiri atas), ada yang berupaka skala jarum (kanan atas), atau skala digital (bawah) (dari berbagai sumber).

Kita akan mempelajari cara membaca jangka sorong jenis lama. Jangka sorong tersebut memiliki skala nonius berupa goresan pada bagian yang digeser. Cara membaca skala jangka sorong terebut sebagai berikut.

1) Amati, berapa nilai terkecil skala nonius (lihat Gambar 1.14).

i. Jika jumlah skala ninius adalah 10 maka nilai terkecil skala tersebut adalah 1 mm/10 = 0,1 mm (Gambar 1.14 atas)
ii. Jika jumlah skala ninius adalah 20 maka nilai terkecil skala tersebut adalah 1 mm/20 = 0,05 mm (Gambar 1.14 tengah)
iii. Jika jumlah skala ninius adalah 50 maka nilai terkecil skala tersebut adalah 1 mm/50 = 0,02 mm (Gambar 1.14 bawah)

2) Amati skala utama yang tepat dilewati skala nol nonius.

i. Pada Gambar 1.14 atas, skala utama yang tepat dilewati adalah 40 mm + 2 mm = 42 mm
ii. Pada Gambar 1.14 tengah, skala utama yang tepat dilewati adalah 5 mm

iii. Pada Gambar 1.14 bawah, skala utama yang tepat dilewati adalah 37 mm

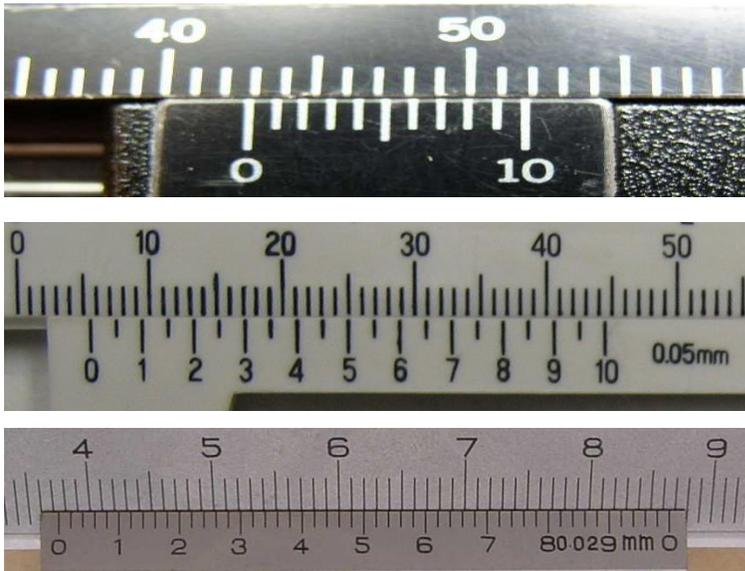
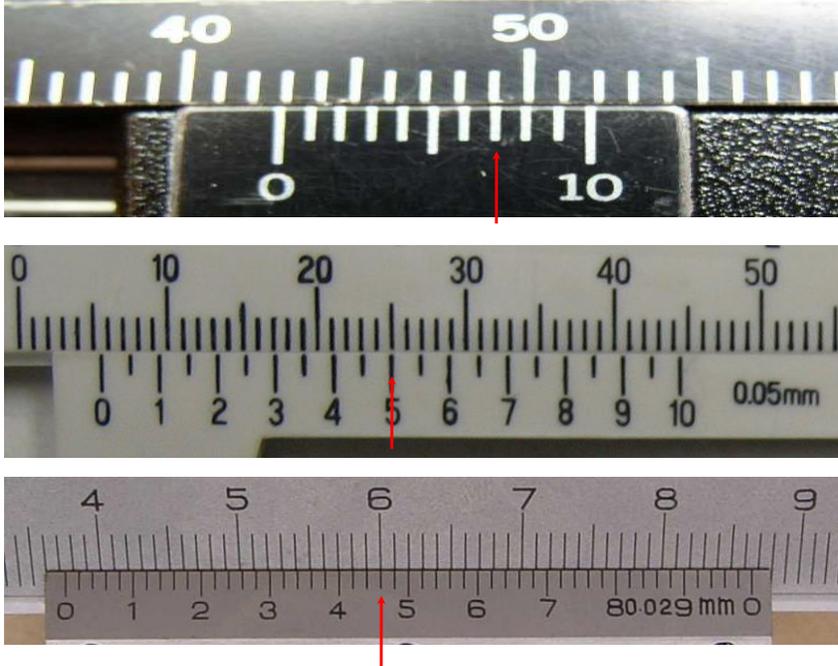
3) Tentukan skala nonius ke berapa yang tepat berimpit dengan skala utama (lihat Gambar 1.15)

i. Pada Gambar 1.15 atas, skala ninius ke-7 berimpit dengan skala utama
ii. Pada Gambar 1.15 tengah, skala ninius ke-10 (angka 5 di skala noniu) berimpit dengan skala utama
iii. Pada Gambar 1.15 bawah, skala ninius ke-23 berimpit dengan skala utama

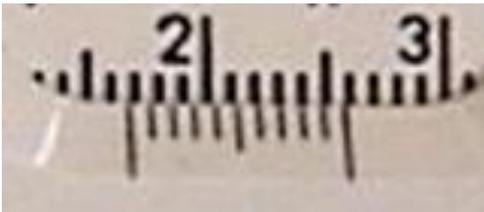
4) Hitung kelebihan panjang yang dinyatakan oleh skala nonius

i. Pada Gambar 1.15 atas, kelebihan panjang adalah 7 × 0,1 mm = 0,7 mm
ii. Pada Gambar 1.15 tengah, kelebihan panjang adalah 10 × 0,05 mm = 0,50 mm
iii. Pada Gambar 1.15 bawah, kelebihan panjang adalah 23 × 0,02 mm = 0,46 mm.

5**) Panjang benda yang diukur adalah panjang yang ditunjukkan skala utama + kelebihan panjang yang ditunjukkan skala nonius.**

i. Pada Gambar 1.15 atas, panjang benda = 42 mm + 0,7 mm = 42,7 mm
ii. Pada Gambar 1.15 tengah, panjang benda = 5 mm + 0,5 mm = 5,50 mm
iii. Pada Gambar 1.15 bawah, panjang benda = 37 mm + 0,46 mm = 37,46 mm.

Gambar 1.15 Bermacam-macam skala pada jangka sorong. (atas) nilai skala terkecil adalah 0,1 mm, (tengah) nilai skala terkecil adalah 0,05 mm, dan (bawah) nilai skala terkecil adalah 0,02 mm (dari berbagai sumber).

Gambar 1.15 Skala nonius yang tepat berimpit dengan skala utama ditunjukkan dengan anak panah (dari berbagai sumber).

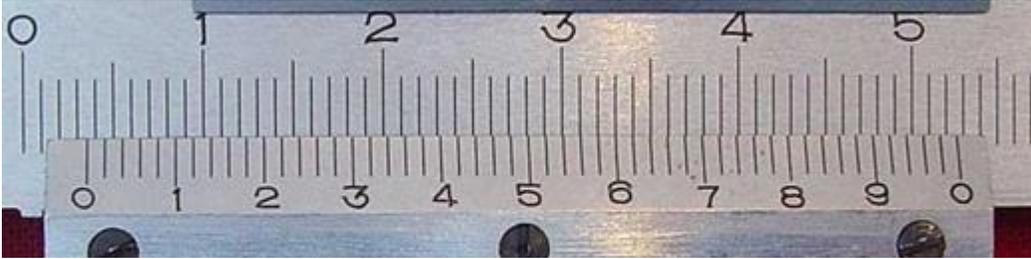
Contoh 1.4

Berdasarkan posisi skala nonius seperti pada Gambar 1.16, berapakah panjang benda yang terukur?

Gambar 1.16 Gambar untuk Contoh 1.4

Jawab

Skala utama yang dilewati skala nol nonius adalah 16 mm. Skala nonius yang berimpit dengan skala utama adalah skala nonius ke-8. Karena jumlah skala nonius pada jangka sorong tersebut sepuluh maka kelebihan panjang yang ditunjukkan skala nonius adalah 8 × 0,1 mm = 0,8 mm. Dengan demikian panjang yang diukur adalah 16 mm + 0,8 mm = **16,8 mm**.

Contoh 1.5

Berdasarkan posisi skala nonius seperti pada Gambar 1.17, berapakah panjang benda yang terukur?

Gambar 1.17 Gambar untuk Contoh 1.5

Jawab

Skala utama yang dilewati skala nol nonius adalah 3 mm. Skala nonius yang berimpit dengan skala utama adalah skala nonius ke-30 (angka 6 pada skala nonius). Karena jumlah skala nonius pada jangka sorong tersebut 50 maka kelebihan panjang yang ditunjukkan skala nonius adalah 30 × 0,02 mm = 0,60 mm. Dengan demikian panjang yang diukur adalah 3 mm + 0,60 mm = **3,60 mm**.

Penggunaan jangka sorong skala jarum dan skala digital lebih mudah. Untuk jangka sorong dengan skala jarum, cara pembacaan sebagai berikut (lihat Gambar 1.18)

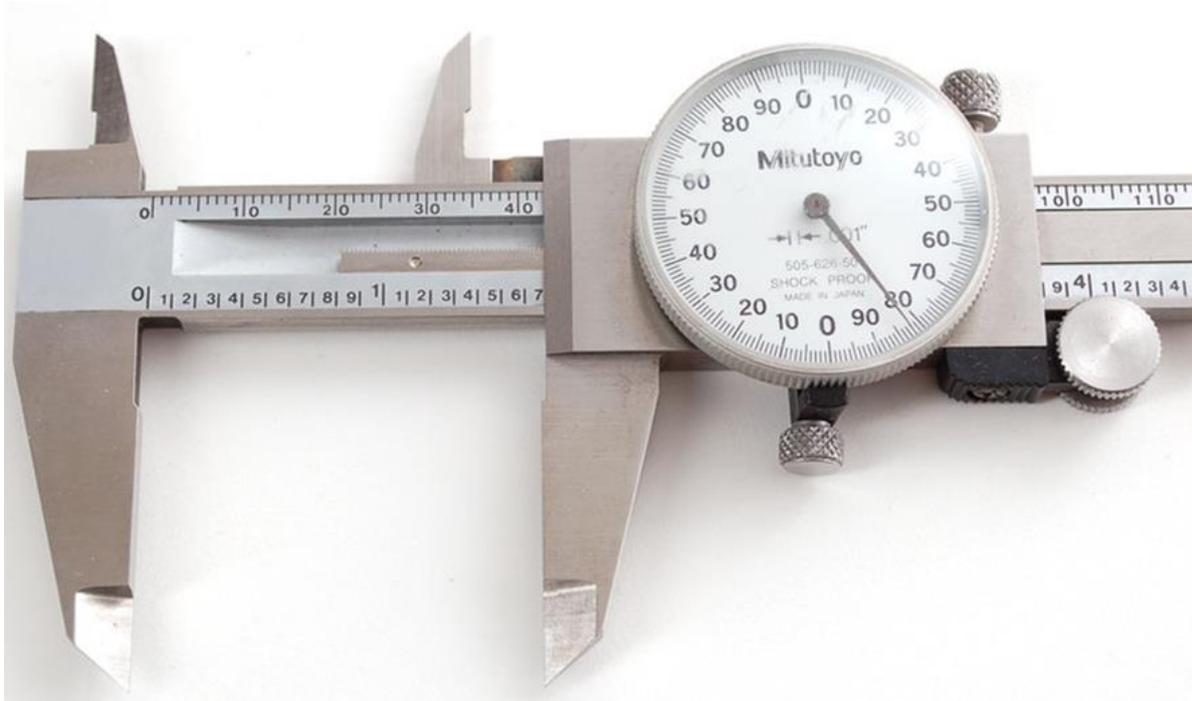
1) Amati skala utama yang tepat dilewati penggeser nonius

2) Amati jumlah skala jarum. Satu lingkaran penuh sama dengan panjang skala terkecil pada gagang utama. Berdasarkan Gambar 1.18, skala terkecil pada gagang utama yang berada di sisi bawah adalah 1 inci. Jumlah skala jarum adalah 100 skala. Dengan demikian, satu skala jarum sama dengan 1 inci/100 = 0,01 inci.

Contoh 1.6

Berapa pembacaan jangka sorong pada Gambar 1.18?

Jawab

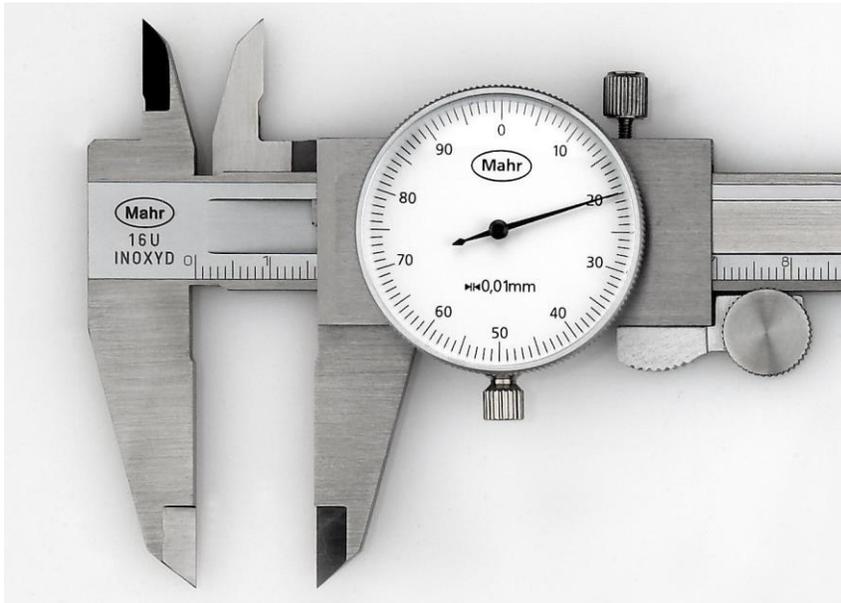
Skala pada gagang utama yang dilewati penggeser nonius adalah 5 inci. Jarum menunjukkan skala 10 nonius. Maka kelebihan panjang menurut skala nonius adalah 10 × 0,01 inci = 0,10 inci. Dengan demikian, panjang yang diukur adalah 5 inci + 0,10 inci = **5,10 inci**.

Gambar 1.18 Contoh janga sorong skala jarum. Skala terkecil pada gagang utama (gagang tetap) adalah 1 inci (learn.adafruit.com).

Contoh 1.7

Berapa pembacaan jangka sorong pada Gambar 1.19 (www.fabricatingandmetalworking.com)?

Jawab

Skala pada gagang utama yang dilewati penggeser nonius adalah 16 mm. Jarum menunjukkan skala 20 nonius. Maka kelebihan panjang menurut skala nonius adalah 20 × 0,01 mm = 0,20 mm. Dengan demikian, panjang yang diukur adalah 16 mm + 0,20 inci = **16,20 mm**.

Jangka sorong digital lebih mudah lagi untuk digunakan. Gambar 1.13 (bawah) adalah contoh jangka sorong digital. Panjang benda langsung diperlihatkan di layar jangka sorong.

Gambar 1.19 Gambar untuk Contoh 1.7

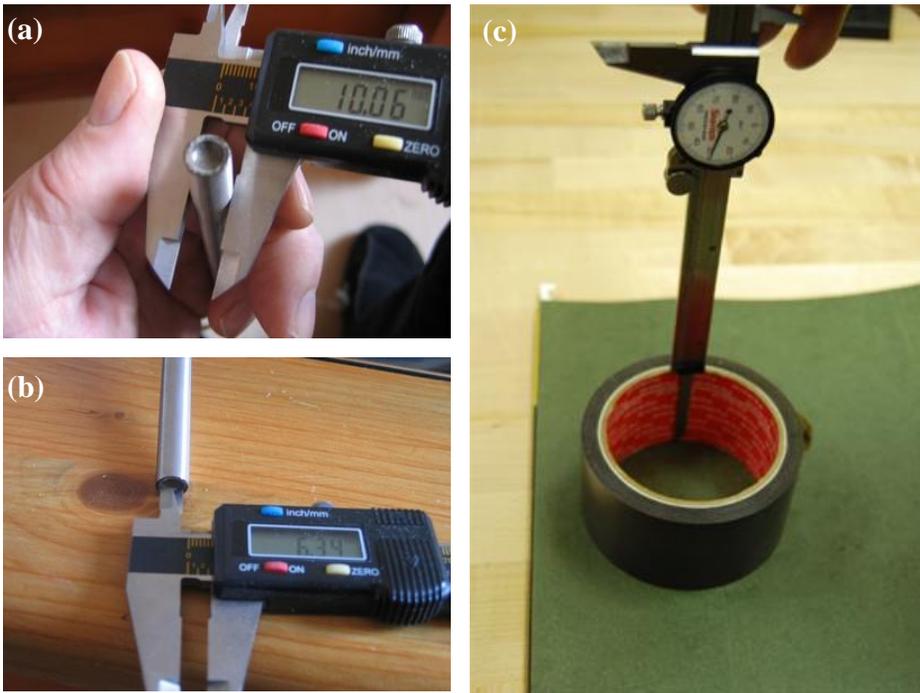
Gambat 1.20 Gambar untuk Contoh 1.8 (en.wikipedia.org)

Contoh 1.8

Berapa panjang benda yang ditunjukkan oleh jangka sorong digital pada Gambar 1.20?

Jawab

Tampak pada sudut kanan atas layar, satuan panjang adalan mm. Dengan demikian, panjang benda yang diukur adalah 25,75 mm.

Jangka sorong dapat digunakan untuk menentukan panjang sisi luar benda, panjang sisi dalam benda, maumpu kedalaman benda. Gambar 1.21 adalah contoh penggunaan jangka sorong untuk tiga macam pengukuran di atas. Ketika gagang nonius digeser, maka di ujung jangka sorong muncul batangan kecil. Panjang batangan tersebut tepat sama dengan bukaan mulut jangka sorong.

Gambar 1.21 Penggunaan jangka sorong untuk mengukur: (a) panjang bagian luar benda, (b) panjang bagian dalam benda, dan (c) kedalaman benda.

Mikrometer

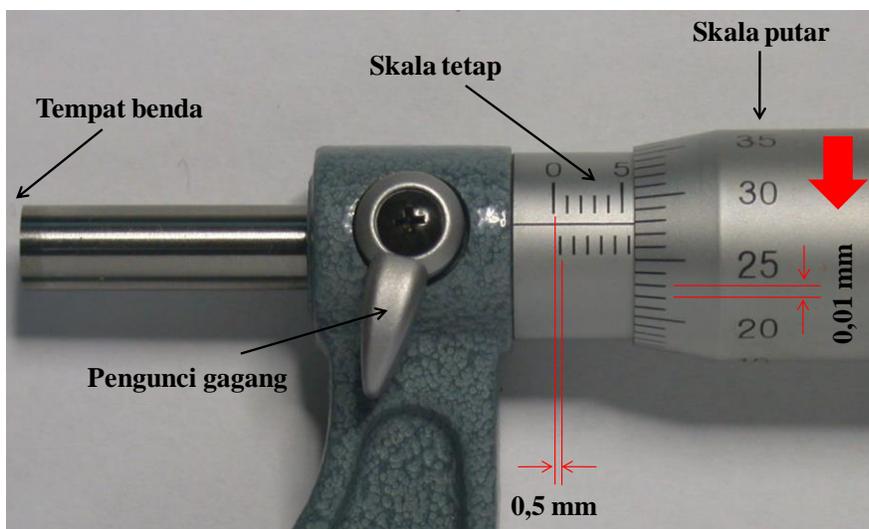
Hasil pengukuran panjang yang lebih teliti lagi dapat diperoleh dengan menggunakan mikrometer. Mikrometer sekrup dapat mengukur hingga ketelitian 0,01 mm. Namun, jangkauan panjang pengukuran yang dapat dilakukan sangat terbatas. Beberepa mikrometer hanya mampu mengukur hingga panjang maksimum sekitar 1 inci. Gambar 1.22 adalah beberapa contoh mikrometer yang digunakan orang. Hasil pengukuran dapat diperoleh dengan membaca dua skala yang ada pada batang mikrometer atau bisa juga dibaca dari jarum penunjuk atau angka digital pada display.

Gambar 1.22. Berbagai macam mikrometer. (atas) mikrometer analog biasa di mana hasil pengukuran semuanya dibaca di gagang dan skala putar (www.mw-import.de). (tengah) mikrometer analog yang memiliki skala nonius dalam bentuk jarum (www.indicatorrepair.com). (bawah) mikrometer digital yang sangat mudah dalam pembacaan (ecatalog.mitutoyo.com). Mikrometer ini memiliki sekrup yang sangat halus. Putaran sekrup satu putaran hanya menggeser gagang kurang dari setengah milimeter. Karena itulah mikrometer ini sering disebut mikrometer sekrup.

Pada bagian ini kita mencoba mempelajari cara membaca panjang pengukuran menggunakan mikrometer sekrup berdasarkan dua skala pada batangan. Seperti diperlihatkan pada Gambar 1.19, skala tetap berada pada batang tetap. Jarak antar skala ini adalah 0,5 mm (jarak antara skala atas dan bawah berdekatan). Di sebelahnya ada skala pada silinder berputar. Jumlah skala ini ada 50 buah. Setiap memutar silinder satu putaran penuh, maka silinder bergeser sejauh 0,5 mm (bergeser dari skala atas ke skala bawah di batang tetap). Dengan demikian, pergeseran satu skala pada silinder putar sama sama dengan panjang 0,5 mm/50 = 0,01 mm. Dengan demikian, mikrometer sanggup mengukur hingga panjang 0,01 mm.

Cara membaca panjang pengukuran dengan mikrometer cukup sederhana.

i. Amati skala tetap yang telah dilewati oleh silinder putar. Pada Gambar 1.23, skala tetap yang dilewati silinder putar adalah 5,5 mm
ii. Amati skala pada silinder putar yang tepat berimpit dengan garis horizontal pada batang tetap. Pada Gambar 1.23 skala ke-28 pada silinder putar berimpit dengan garis horizontal skala tetap.
iii. Pertambahan panjang yang ditunjukkan oleh skala silinder putar adalah $28 \times 0{,}01$ mm = 0,28 mm
iv. Panjang pengukuran = skala tetap yang dilewati + pertambahan panjang pada silinder putar

Berdasarkan Gambar 1.23, panjang pengukuran = 5,5 mm + 0,28 mm = 5,78 mm

Gambar 1.23 Berbagai macam skala pada mikrometer (gambar bersumber dari en.wikipedia.org, lalu dimodifikasi).

Contoh 1.9

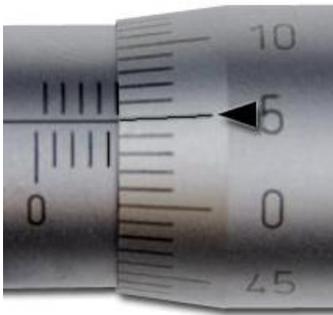
Berapa panjang benda yang diukur degan mikrometer pada Gambar 1.24?

Gambar 1.24 Gambar untuk Contoh 1.9

Jawab

Skala tetap yang dilewati silinder putar adalah skala 18,5 mm. Skala putar yang tepat berimpit dengan garis horizontal pada skala tetap adalah skala ke 40 (sebenranya antara skala ke 40 dan 41, tetapi kita ambil yang ke 40 saja). Pertambahan panjang yang ditunjukkan skala putar adalah 40 × 0,01 = 0,40 mm. Panjang benda adalah 18,5 mm + 0,40 mm = **18,90 mm**.

Contoh 1.10

Berapa panjang benda yang diukur degan mikrometer pada Gambar 1.25?

Gambar 1.25 Gambar untuk Contoh 1.10

Jawab

Skala tetap yang dilewati silinder putar adalah skala 4,5 mm (lihat skala di sisi bawah). Skala putar yang terpat berimpit dengan garis horizontal pada skala tetap adalah skala ke 5. Pertambahan panjang yang ditunjukkan skala putar adalah 5 × 0,01 = 0,05 mm. Panjang benda adalah 4,5 mm + 0,05 mm = **4,55 mm**.

Mikroskop

Mikroskop adalah alat untuk menghasilkan bayangan yang ukurannya jauh lebih besar daripada benda. Ukuran bayangan yang dihasilkan bisa beberapa kali hingga jutaan kali ukuran benda aslinya. Dengan mikroskop maka benda yang sangat kecil menjadi terlihat lebih besar dan benda yang tidak tampak menjadi tampak jelas. Berapa kali mikroskop memperbesar bayangan tergantung pada jenis mikroskop yang digunakan. Mikroskop optik bisa memperbesar bayangan hingga ratusan kali sedangkan mikroskop elektron dapat memperbesar bayangan hingga jutaan kali. Gambar 1.26 adalah contoh mikroskop optik dan mikroskop elektron. Mikroskop optik menggunakan cahaya sebagai pembentuk bayangan benda sedangkan mikroskop elektron menggunakan berkas elektron sebagai pembentuk bayangan benda.

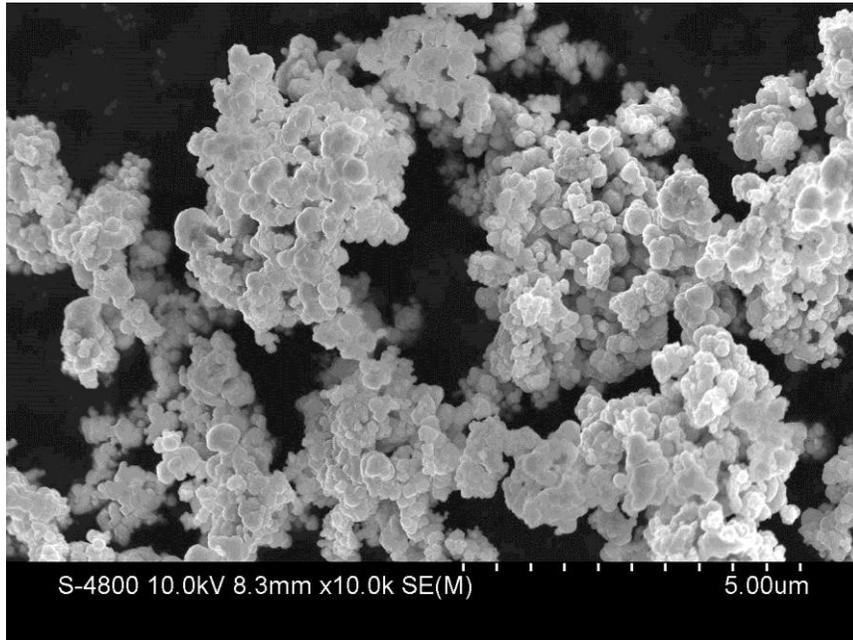
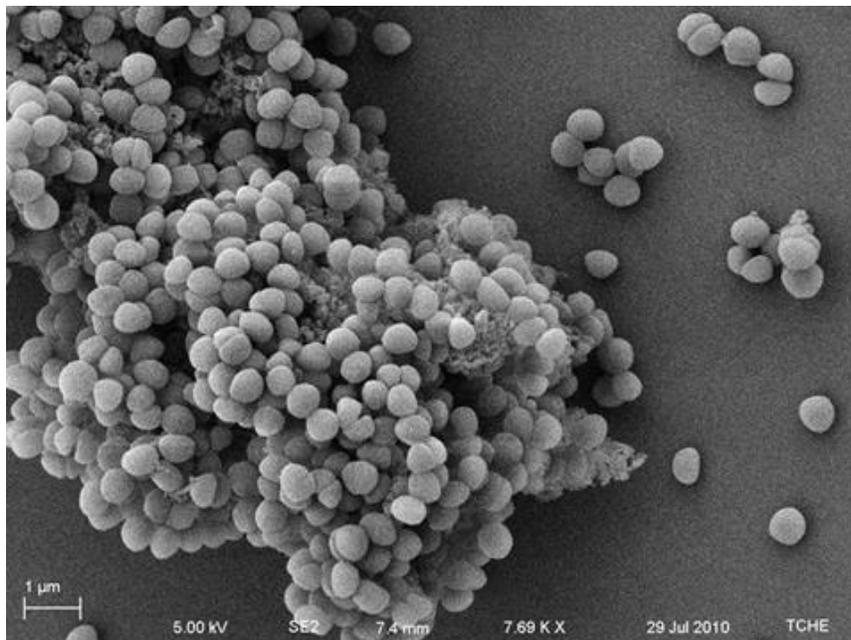
Jelas di sini bahwa dengan menggunakan mikroskop maka kita dapat menentukan ukuran (panjang) benda yang sangat kecil yang tidak sanggup lagi diukur dengan alat ukur konvensional. Saat ini kita sudah dapat mengukur ukuran bakteri, viros, sel darah dan sel-sel tubuh makhluk hidup dengan ketelitian tinggi menggunakan mikroskop.

Bagaimana cara mengetahui ukuran benda dengan mikroskop? Mikroskop terstandardisasi yang dijual di pasaran untuk keperluan laboratorium maupun riset telah dilengkapi dengan skala. Ketika kita amati bayangan benda di layar mikroskop maka skala akan ditampilkan berimpit dengan bayangan benda. Gambar 1.27 adalah contoh tampilan bayangan benda dan skala pada layar mikroskop elektron. Jadi, pada layar mikroskop seolah tampak bayangan benda dan penggaris secara bersamaan. Dengan membandingkan ukuran benda dengan ukuran skala pada layar maka kita dapat simpulkan berapa panjang benda.

Sebagai contoh, perhatikan Gambar 1.28 yang merupakan bayangan bakteri *staphylococcus aureus* yang diambil dengan mikroskop elektron. Skala juga tampak bersamaan dengan bayangan benda yaitu di sudut kiri bawah. Kita melihat satu skala pada layar memiliki panjang 1 μm. Jika kita lihat ukuran virus tampak bahwa diameter bakteri kira-kira sama dengan setengah skala. Dengan demikian, diameter bakteri sekitar 0,5 μm.

1.7.2 Pengukran Massa

Massa benda diukur dengan neraca. Neraca telah dibuat dengan sejumlah ketelitian, bergantung pada fungsi masing-masing. Neraca untuk menimbang sayur di pasar tidak terlalu teliti. Neraca yang sangat teliti biasa dipakai dalam percobaan laboratorium. Di laboratorium orang kadang menimbang benda hingga ketelitin 0,001 g atau lebih teliti lagi. Di sini kita akan membahas beberapa jenis neraca saja.

Gambar 1.26 Contoh mikroskop optik (motic ba210 biological microscope, www.tedpella.com) dan mikroskop elektron (JSM-7100F *Schottky Field Emission Scanning Electron Microscope* dari JEOL, www.jeol.co.jp)

Gambar 1.27 Contoh tampilan bayangan nanopartikel tembaga pada layar mikroskop elektron. Skala juga ditampilkan bersamaan dengan bayangan benda (www.acsmaterial.com).

Gambar 1.28 Bayangan bakteri *staphylococcus aureus* yang diambil dengan mikroskop elektron (www.hospitalmanagement.net). Di sisi kiri bawah ada sakala yang panjangnya 1 μm. Dengan membandingkan panjang skala ini dengan diameter bakteri maka diameter bakteri dapat ditentukan.

Neraca Dua Lengan

Prinsip kerja neraca ini adalah membandingkan berat benda yang akan diukur dengan berat anak timbangan. Gambar 1.29 adalah contoh neraca dua lengan.

Gambar 1.29 Contoh neraca dua lengan. Penggunaan neraca ini adalah menyeimbangkan dua lengan. Satu lengan besisi benda yang diukur dan lengan yang lain berisi anak-anak timbang. Saat dua lengan dalam keadaan setimbang maka massa benda sama dengan jumlah massa anak timbangan di lengan sebelahnya (www.flickr.com).

Saat pengukuran dilakukan, benda yang akan dikur ditempatkan di piringan satu sisi. Sejumlah anak timbangan dimasukkan ke piringan yang lainnya sehingga lengan neraca dalam keadaan seimbang. Jika keseimbangan sudah tercapai maka massa benda sama dengan jumlah massa anak timbangan yang dipasang. Ketelitian neraca ini bergantung pada massa anak timbangan terkecil.

Contoh 1.11

Pada saat pengukuran massa benda dengan neraca dua lengan, keseimbangan tercapai ketika satu lengan menampung anak timbangan 100 g, 25 g, dan 5 g. Berapakah massa benda yang diukur?

Jawab

Massa benda sama dengan jumlah mass anak timbangan yang ditempetkan di satu lengan neraca. Jadi massa benda adalah 100 g + 25 g + 5 g =**125 g**.

Neraca Langkah

Neraca langkah atau neraca *Buchart* memiliki cara kerja yang juga sederhana. Neraca ini terdiri dari sebuah wadah tempat meletakkan benda yang akan diukur dan skala yang berupa lengkungan seperempat lingkaran dengan psosisi vertical. Skala nol berada pada ujung bawah. Gambar 1.30 adalah contoh neraca ini. Jika tidak ada beban maka skala menunjukkan angka nol. Jika ditempatkan benda di atas wadah maka skala bergeser ke atas. Neraca ini umum digunakan di kantor pos. Namun, pengukuran dengan neraca ini tidak terlalu teliti.

Gambar 1.30. Contoh neraca Buchart (education.scichem.com).

Necara Ohaus

Neraca Ohaus serupa dengan neraca dua lengan. Namun, timbangan sudah terpasang pada neraca. Penentuan massa benda hanya dilakukan

dengan menggeser sejumlah anak timbangan yang telah berada pada lengan neraca. Gambar 1.31 adalah contoh neraca Ohaus. Massa benda yang ditimbang sama dengan jumlah massa anak timbangan yang digeser pada lengan. Ketelitian pengukuran ditentukan oleh massa anak timbangan terkecil.

Gambar 1.31 Contoh neraca Ohaus. Prinsip kerja neraca Ouahus serupa dengan neraca dua lengan. Namun, pada neraca Ohaus anak timbangan sudah terpasang pada lengan dan dapat digeser sepanjang lengan. Massa benda yang ditimbang ditentukan oleh angka-angka yang ditempati oleh anak timbangan (www.lightlabsusa.com).

Neraca Elektronik

Neraca elektronik adalah neraca yang sangat mudah penggunaannya. Hasil pengukuran tampak pada angka-angka di layar. Secara otomatis, hasil pengukuran sesuai dengan angka yang tertera pada display tersebut. Neraca ini banyak digunakan dalam laboratorium maupun di pasar swalayan dan hasil pengukurannya sangat teliti. Gambar 1.32 adalah contoh neraca elektronik. Massa terkecil yang dapat dikur dengan neraca tersebut adalah 0,01 g.

Gambar 1.32. Contoh neraca elektronik. Nilai terkecil yang dapat diukur adalah 0,01 g (www.nevadaweighing.com).

Untuk massa yang sangat kecil seperti massa atom, molekul, atau partikel sub atom seperti elektron atau proton maka kita menggunakan alat yang lebih canggih. Alat tersebut namanya spektrometer massa. Kita akan membahas lebih detail prinsip kerja alat ini saat mempelajari interaksi antara partikel bermuatan dengan medan listrik atau medan magnetik di semester 2. Sebaliknya untuk massa yang sangat besar seperti massa planet dan bintang, yang diukur adalah fenomena gravitasi pada massa tersebut. Karena kekuatan gaya gravitasi bergantung pada massa maka pengaruh gravitasi benda tersebut terhadap benda lain di sekelilingnya dapat dijadikan dasar untuk memprediksi massa benda. Kita akan membahas lebih detail bagian ini dalam bab tentang gravitasi.

1.7.3 Pengukuran Waktu

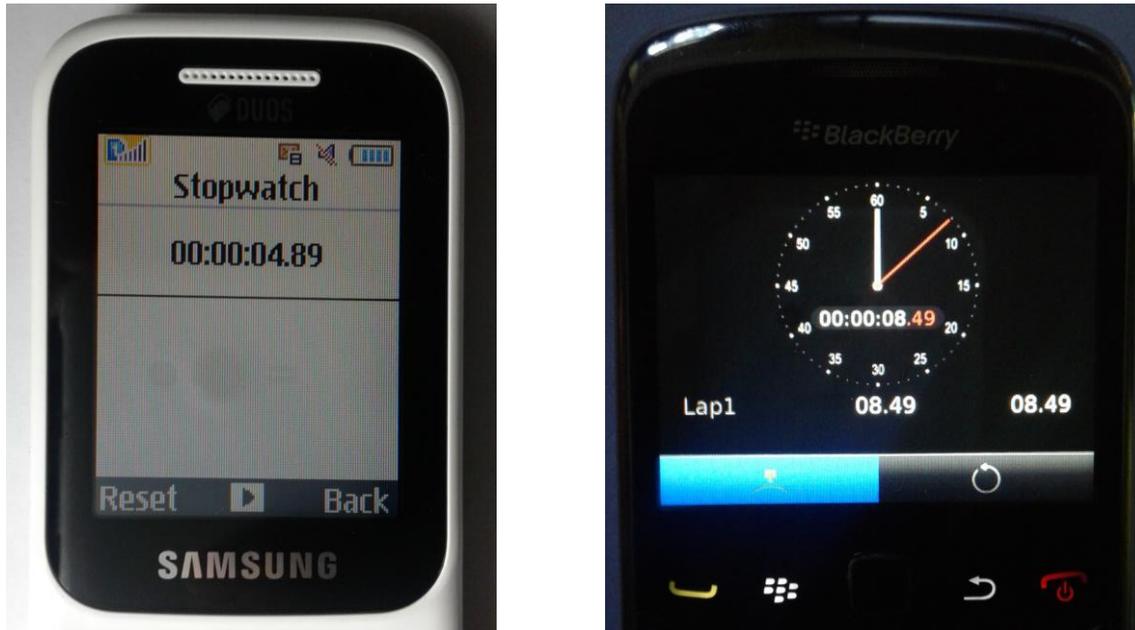
Alat yang bias kita gunakan untuk mengukur waktu adalah arloji, jam dinding, dan stopwatch. Ketelitian sebuah arloji dan jam dinding umumnya satu detik, sedangkan stopwatch bias mencapai ketelitian 0,001 detik. Gambar 1.33 adalah contoh alat ukur waktu tersebut.

Gambar 1.33 Contoh alat ukur waktu: (a) jam tangan (www.overstock.com), (b) stopwatch jarum (www.transair.co.uk), dan (c) stopwatch digital (www.saturnstopwatches.co.uk).

Arloji adalah penunjuk waktu yang terus bertambah tampilan waktunya. Arloji lebih sering digunakan untuk menunjukan waktu pada saat tertentu. Namun, dengan mencatat waktu dua peristiwa masa selang waktu terjadinya dua peristiwa tersebut dapat ditentukan. Selang waktu tersebut adalah selisih waktu yang ditampilkan oleh arloji.

Arloji umumnya memiliki tiga macam jarum. Yang paling pendek adalah jarum jam, yang lebih panjang adalah jarum menit, dan yang paling panjang adalah jarum detik. Jarum menit bergeser satu skala ketika jarum detik bergeser 60 skala. Jarum jam bergeser satu skala ketika jarum menit bergeser 60 skala.

Stopwatch digunakan untuk mencatat lama waktu antara dua peristiwa. Stopwatch memiliki beberapa tombol. Tombol reset digunakan untuk menol-kal tampilan. Tombol start digunakan untuk memulai pencatatan waktu. Tombol stop digunakan untuk menghentikan pencacahan waktu. Tombol start dan stop dapat merupakan satu rombol atau merupakan tombol yang berbeda. Pada Gambar 1.27 tombol tegak merupakan tombol start dan stop. Tombol di sebelah kanan merupakan tombol reset.

Stopwatch yang lebih mudah cara pembacaannya adalah stopwatch digital. Catatan waktu langsung ditunjukkan oleh angka pada layar. Stopwatch digital sangat mudah kita dapatkan. Di mana? Yaitu di handphone kita. Semua handphone dilengkapi dengan stopwatch. Gambar 1.34 adalah contoh stopwatch digital yang ada di HP. Catatan waktu adalah 18,58 detik.

Gambar 1.34 Contoh tampilan stopwatch digital yang ada di HP

Saat ini stopwatch sangat mudah didapatkan. Semua hp pasti memiliki stopwatch. Jadi, dengan adanya hp maka kita dapat mencatat selang waktu dengan mudah. Kita tidak perlu lagi keluar uang untuk membeli stopwatch jika kita sudah memiliki hp.

Jam pasir juga dapat digunakan untuk mencatat selang waktu. Jam ini terdiri dari dua buah wadah yang dihubungkan oleh pipa kecil. Contoh jam pasir tampak pada Gambar 1.35. Material berupa butir-butir seukuran pasir diisi dalam wadah tersebut. Jika mula-mula semua material berisi di wadah atas maka material akan turun perlahan-lahan ke wadah bawah akibat gravitasi. Waktu yang diperlukan material untuk turun seluruhnya sudah tertentu. Ketika kita balik posisi jam maka waktu yang dibutuhkan oleh material turun ke wadah bawah kembali sama.

Jam pasir tidak digunakan untuk mencatat sembarang waktu. Jam pasir sudah dirancang sedemikian rupa sehingga waktu jatuh material sudah tertentu. Jadi, yang dicatat oleh jam ini hanyalah selang waktu yang sudah tertentu. Jam ini lebih sering digunakan dalam perlombaan yang didasarkan atas waktu. Lama waktu yang diberikan, sesuai dengan waktu jatuh pasir dalam jam. Pada saat lomba dimulai, juri memutar posisi jam pasir sehingga semua pasir berada di wadah atas. Ketika semua pasir sudah pindah ke bawah maka perlombaan dihentikan.

Gambar 1.35 Contoh jam pasir (www.polyvore.com). Waktu yang diukur ditentukan oleh berapa lama pasir jatuh ke wadah sebelah bawah. Wadah atas dan bawah dihubungkan oleh lubang kecil yang memungkinkan pasir jatuh sedikit demi sedikit.

Contoh 1.12

Sebuah jam pasir mengandung 0,5 liter butiran yang berbentuk bola. Jari-jari satu butiran adalah 0,3 mm. Berapa jumlah butiran yang harus jatuh tiap detik agar jam pasir tersebut memiliki waktu pengukuran 5 menit? Perlu diingat bahwa material yang berbentuk bola tidak bisa mengisi penuh seluruh ruang yang ditempaati. Akan ada ruang kosong antara butir-butiran tersebut yang tidak dapat dihilangkan. Kita misalkan volume yang diisi material yang berbentuk bola hanya 50% dari volum total ruang.

Jawab

Jari-jari satu butiran adalah r = 0,5 mm = 5×10^{-4} m

Volume satu butiran = v = $(4\pi/3)r^3 = (4\pi/3) \times (5 \times 10^{-4})^3 = 5{,}2\ 10^{-10}$ m^3.

Volume material saja = 50% × 0,5 L = 50% × 5×10^{-4} m^3 = $2{,}5 \times 10^{-4}$ m^3.

Jumlah total butiran $N = \frac{V}{v} = \frac{2{,}5\times 10^{-4}}{5{,}2\times 10^{-10}}$ = $4{,}8 \times 10^5$ butir.

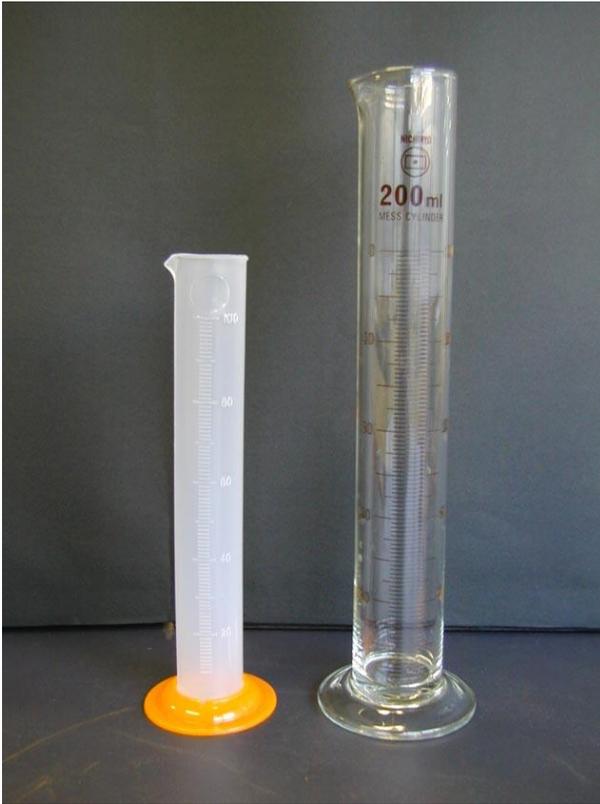
Lama waktu butiran turun, t = 5 menit = 300 detik.

Jumlah butiran yang turun per detik adalah $\frac{N}{t} = \frac{4\times 10^5}{300}$ = 1.333 butir/detik.

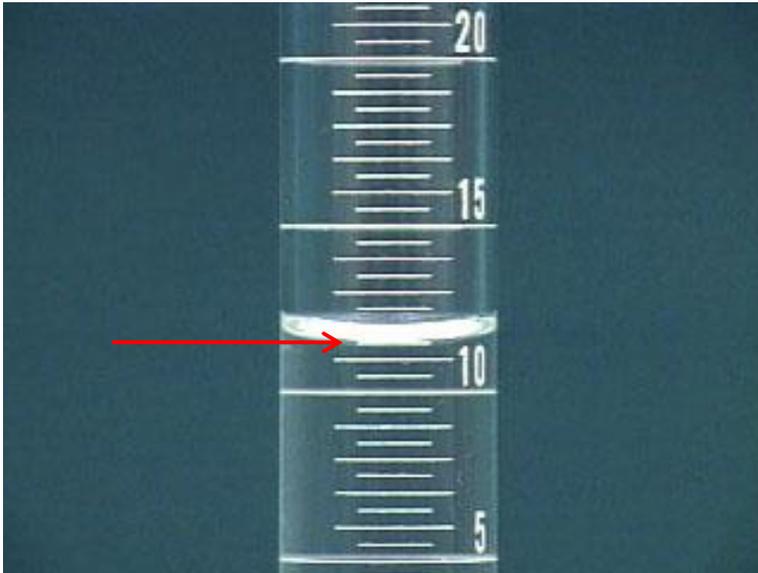
1.7.4 Pengukuran Volum

Jenis pengukuran yang kita bahas di atas adalah pengukuran besaran-besaran pokok. Di fisika, besaran turunan jumlahnya jauh lebih banyak daripada besaran pokok. Tidak mungkin kita membahas semua cara pengukuran besaran-besaran turunan. Kita hanya akan membahas cara pengkuran volum zat padat, cair, dan gas.

Pengukuran volume zat cair

Volume zat cair dapat diukur dengan mudah menggunakan silinder ukur (juga sering disebut gelas ukur). Silinder ukur adalah terbuat dari gelas atau plastic berbentuk tabung yang dilengkapi skala. Contoh silinder ukur tampak paga Gambar 1.36.

Gambar 1.36 Contoh silinder ukur: (kiri) dari bahan plastik dan (kanan) dari bahan gelas

Cara pengukuran volume dengan silinder ukur sangat mudah. Masukkan zat cair di dalamnya, lalu amati skala yang sejajar dengan permukaan zat cair. Pengamatan harus dilakukan sehingga posisi mata berada

dalam garis horizontal dengan lekukan bawah permukaan zat cair. Sebagai contoh, pada Gambar 1.37, volum zat cair dalam silinder ukur adalah 11,5 mL. Satu skala pada silinder tersebut setara dengan 0,5 mL. Lengkungan terbawah permukaan zat cair sejajar dengan skala 11,5.

Gambar 1.37. Posisi permukaan zat cair dalam silnder ukur. Volume zat cair adalah11,5 mL.

Gambar 1.38 Penunjuk volum bahan bakar di SPBU.

Pengukuran volum zat cair yang paling sering kita jumpai adalah saat pengisian bahan bakar di SPBU. Angka yang tertulis di layar SPBU (Gambar 1.38) merupaka jumlah volum bahan bahan (bensir, solar, atau pertamax) yang diisikan ke dalam tangki kendaraan. Alat ukur volum yang terpasang dalam SPBU dapat mengukur volume bahan bakar yang sedang mengalir. Alat semacam ini sering disebut flow meter.

Pengukuran volume zat cair yang lebih teliti dapat dilakukan dengan menggunakan jarum suntik (syringe). Bergantung pada ukuran tabung jarum suntik, kita dapat mengukur volum zat cair hingga ketelitian 0,1 mL atau kurang. Gambar 1.39 adalah contoh jarum suntik. Tabung yang kecil dapat mengukur lebih teliti dari tabung yang besar.

Gambar 1.39 Contoh jarum suntik yang dapat digunakan untuk mengukur volum zat cair

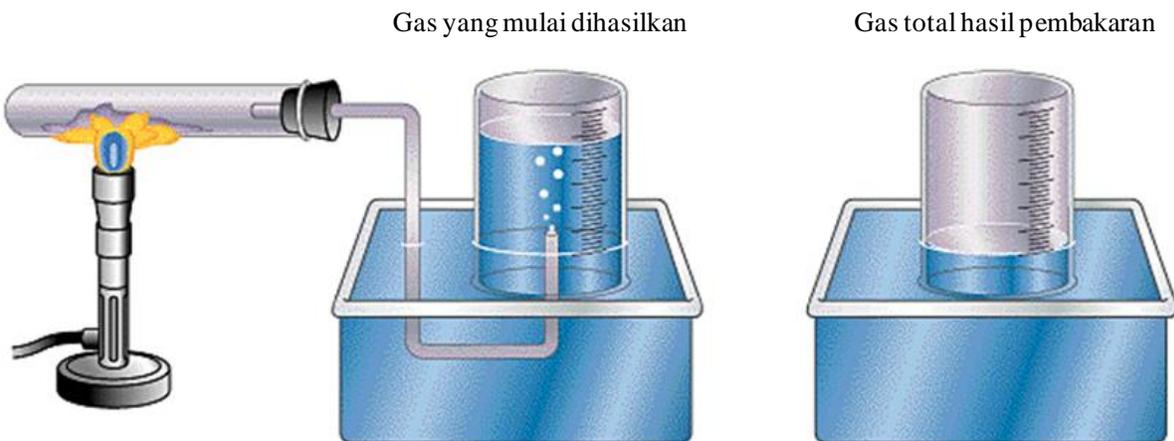
Di rumah sakit, khususnya di ruang ICU, pasien sering diberi obat melalui infuse dengan volume per satuan waktunya sangat teliti. Pemberian tersebut tidak dapat dilakukan dengan menggunakan infuse gantung. Infus diberikan dengan menempatkan obat dalam jarum suntik kemudian didorong perlahan-lahan dengan pompa jarum suntik (syringe pump). Gambar 1.40 adalah contoh pompa jarum suntik untuk menginfus pasien di rumah sakit, khususnya yang berada dalam ruang ICU.

Pengukuran Volum Gas

Gas dalam jumlah sedikit dapat diukur volumenya menggunakan gelas ukur. Prinsipnya adalah karena massa jenis gas lebih kecil dari massa jenis zat cair maka dalam zat cair gas cenderung bergerak ke atas dan menempati ruang paling atas. Jika dalam wadah tertutup yang penuh besisi zat cair diisi gas

maka gas akan menempati posisi teratas dan mendesak zat cair ke bawah. Volume ruang yang tampak kosong di sisi atas merupakan volume gas yang masuk ke dalam wadah.

Gambar 1.41 adalah contoh pengukuran volum gas yang dihasilkan dari proses pembakaran. Mula-mula wahah terbalik berisi air sampai penuh. Ketika gas mulai dihasilkan maka gas menempati ruang teratas dalam wadah terbalik dan mendesak zat cair ke bawah. Hingga di akhir reaksi, jumlah gas yang dihasilkan dapat dibaca dari skala silinder ukur.

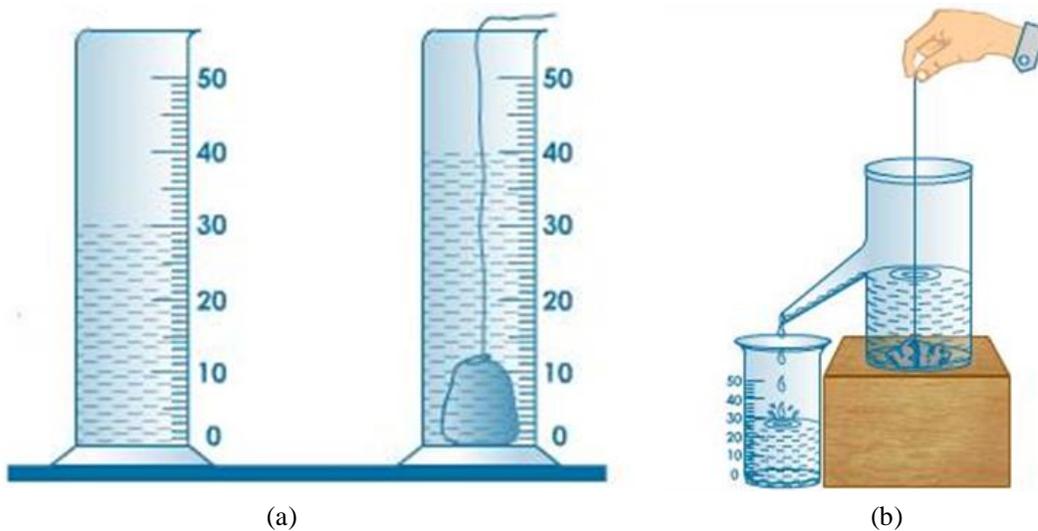
Gambar 1.40 Contoh pompa jarum suntik yang digunakan di rumah sakit (www.aci.health.nsw.gov.au).

Gambar 1.41 Cara mengukur volum gas yang dihasilkan pada reaksi kimia

Pengukuran Volum Zat Padat

Volum zat padat yang bentuknya teratur dapat ditentukan melalui pengukuran panjang bagian-bagiannya. Volum kubus dapat ditentukan dengan mengukur panjang salah satu sisinya, volum balok dapat ditentukan dengan mungukur panjang tiga sisinya, dan volum bola dapat ditentukan dengan mungukur diameternya.

Volum benda padat yang bentuknya tidak teratur dapat ditentukan secara tidak langsung. Salah satunya adalah dengan mengukur volum air yang dipindahkan oleh benda tersebut ketika seluruh bagian benda dicelupkan ke dalam zat cair. Metode pengkuran diilustrasikan dalam Gambar 1.36. Pada Gambar 1.42(a) mula-mula zat cair diisi ke dalam silinder ukur sampai skala tertentu. Zat padat kemudian dimasukkan ke dalam zat cair, lalu dibaca skala yang sejajar permukaan zat cair. Selisih kedua volum tersebut merupakan volum zat padat.

Pada Gambar 1.42(b), zat cair diisikan secara penuh ke dalam wadah bercorong. Di bawah corong ditempatkan silinder ukur yang kosong. Zat padat kemudian dimasukkan ke dalam wadah bercorong. Volum zat cair yang tumpak ke dalam silinder ukur sama dengan volum zat padat yang diukur.

(a) (b)

Gambar 1.42 Contoh pengukuran volum zat padat. (a) menggunakan satu linder ukur. (b) menggunakan wadah bercorong dan silinder ukur.

Contoh 1.13

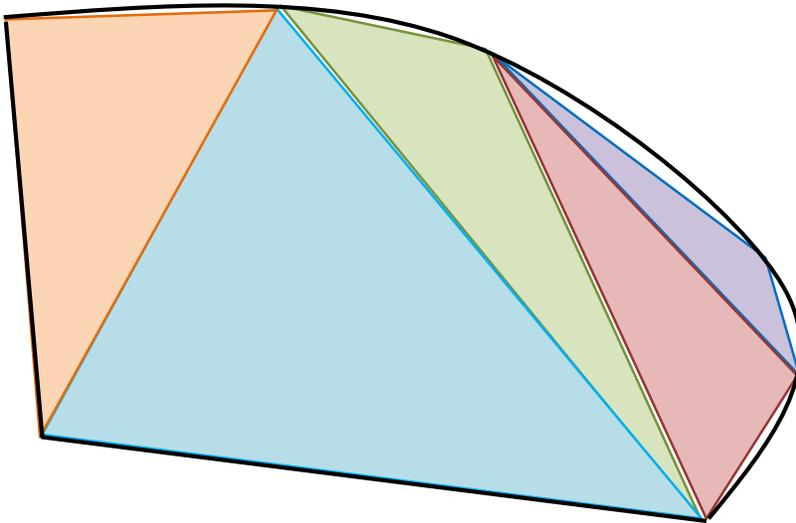
Berapa volum zat padat pada Gambar 1.42(a) dan 1.42(b)?

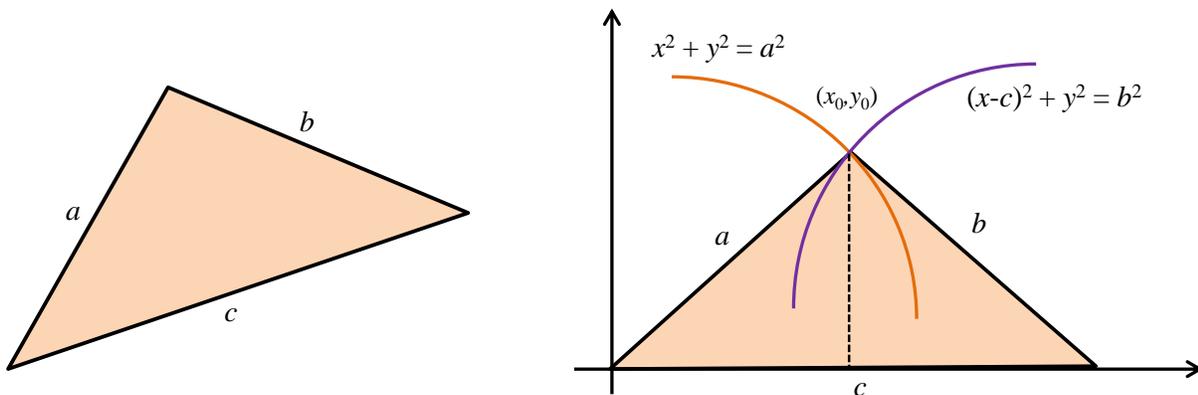
Jawab

Pada Gambar 1.42(a), volume zat cair sebelum memasukkan zat padat ke dalamnya adalah 30 mL. Setelah memasukkan zat padat, permukaan air menunjukkan volum 40 mL. Maka volum zat padat adalah 40- 30 = 10 mL.

Pada Gambar 1.42(b) volum air dalam silinder ukur adalah 30 mL. Maka volum zat padat adalah 30 mL.

1.8 Pengukuran Luas Tanah

Sebelum dilakukan sertifikasi, tanah diukur dulu luasnya. Petugas yang berwenang mengukur luas tanah adalah petugas dati Badan Pertanahan Nasional (BPN). Jika bentuk tanah persegi atau persegi panjang, maka pengukuran sangat mudah dilakukan yaitu hanya mengukur panjang sisi-sisinya. Namun, umunya bentuk tanah tidak persegi atau persegi panjang dan cenderung tidak beraturan. Bahkan kadang ada bagian yang melengkung. Bagaimana menentukan luas tanah yang tidak beraturan tersebut? Ini akan kita bahas.

Gambar 1.44 Tanah yang dibatasi gari hitam dibagi atas sejumlah segitiga. Panjang sisi semua segitiga diukur. Dari panjang sisi maka dapat dihitung luas masing-masing segitiga. Luas tanah sama dengan jumlah luas semua segitiga. Memang akan ada sedikit perbedaan karena tidak mungkin semua segitiga tepat mengisi seluruh daerah tanah, khususnya pada bagian yang melengkung.

Kalau kalian pernah mengamati petugas BPN melakukan pengukuran tanah maka yang dilakukan adalah mengukur jarak beberapa titik yang dibuat di batas tanah. Jumlah titik yang dibuat makin banyak jika bentuk tanah makin tidak beraturan. Metode yang digunakan untuk menentukan luas adalah metode segitiga. Jika panjang tiga sisi segitiga diketahui maka luas segitiga dapat ditentukan dengan mudah. Jadi, yang dilakukan petugas BPN adalah membagi tanah atas sejumlah segitiga kemudian mengukur panjang sisi semua segitiga tersebut (Gambar 1.44). Luas tanah sama dengan jumlah luas semua segitiga. Sekarang mari kita bahas bagaimana menentukan luas segitiga berdasarkan informasi panjang tiga sisinya.

Gambar 1.45 (kiri) Segitiga yang sudah diukur panjang sisi-sisinya dan akan kita tentukan luasnya. (kanan) Segitiga semula ditempatkan pada koordinat dan meletakkan satu sisi segitiga berimpit dengan satu sumbu koordinat. Kita buat lingkaran yang berpusat di pusat koordinat (salah satu titik sudut segitiga) dan berpusat di sudut yang lain yang berada di sumbu *x*.

Gambar 1.45 kiri adalah segitiga yang sudah diukur panjang sisi-sisinya dan akan kita tentukan luasnya. Panjang sisis segitiga tersebut adalah a, b, dan c. Untuk menentukan luas segitiga, kita tempatkan segitiga tersebut pada koordinat dan meletakkan satu sisi segitiga berimpit dengan satu sumbu koordinat. Kita misalkan sisi c berimpit dengansumbu x (Gambar 1.45 kanan). Kemudian buat lingkaran yang berpusat di pusat koordinat (salah satu titik sudut segitiga) dan berpusat di sudut yang lain yang berada di sumbu x. Jari-jari lingkaran persis sama dengan panjang sisi segitiga sehingga kedua lingkaran berpotongan di sudut ketiga segitiga tersebut. Seperti pada Gambar 1.45 kanan, persamaan lingkaran kiri dan lingkaran kanan adalah

$$x^2 + y^2 = a^2 \qquad (1.1)$$

$$(x-c)^2 + y^2 = b^2 \qquad (1.2)$$

Kedua lingkaran pada Gambar 1.45 kanan berpotongan di titik (x_0,y_0). Titik ini merupakan lokasi koordinat ketiga segitiga tersebut. Jadi koordinat titik potong memenuhi

$$x_0^2 + y_0^2 = a^2 \qquad (1.3)$$

$$(x_0 - c)^2 + y_0^2 = b^2$$

atau

$$x_0^2 - 2cx_0 + c^2 + y_0^2 = b^2 \qquad (1.4)$$

Kurangkan persamaan (1.3) dengan (1.4) maka diperoleh

$$2cx_0 - c^2 = a^2 - b^2$$

atau

$$x_0 = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c} \qquad (1.5)$$

Substitusi persamaan (1.5) ke dalam persamaan (1.1) maka diperoleh nilai y_0 sebagai berikut

$$y_0 = \sqrt{a^2 - x_0^0}$$

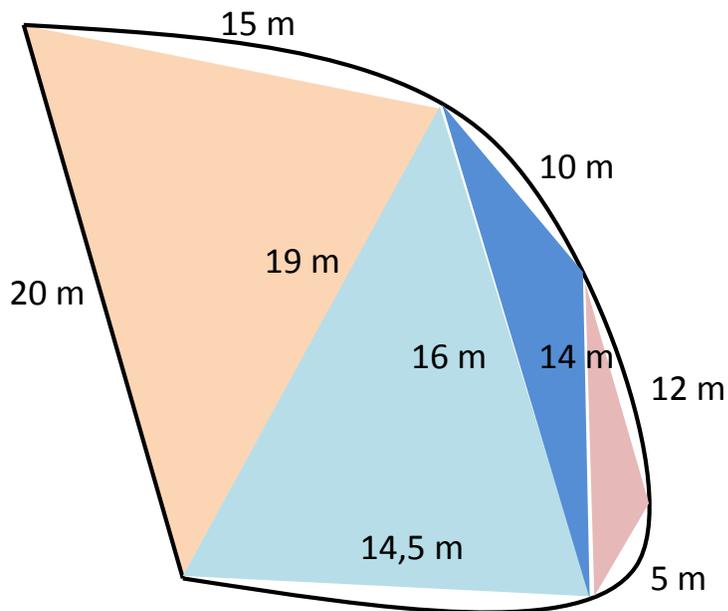
$$= \sqrt{a^2 - \frac{(a^2 + c^2 - b^2)^2}{4c^2}} \qquad (1.6)$$

Berdasarkan Gambar 1.45 kanan maka luas segitiga adalah

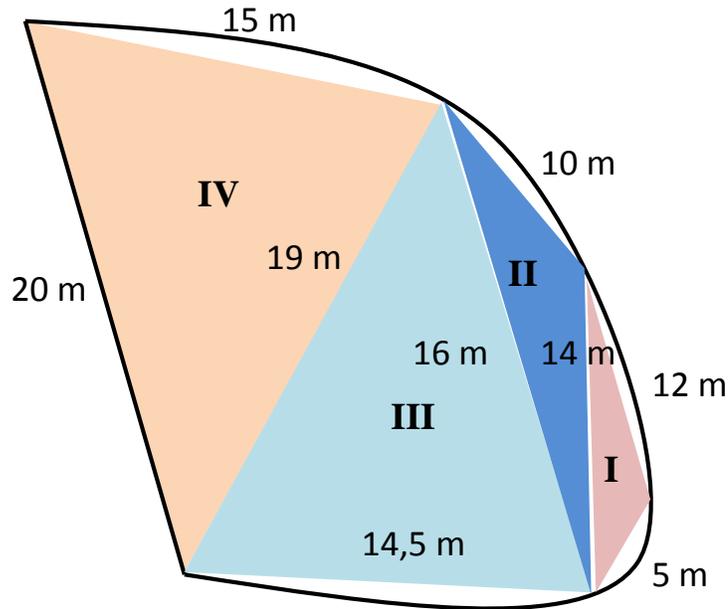
$$A = \frac{1}{2} c y_0$$

$$= \frac{1}{2} c \sqrt{a^2 - \frac{\left(a^2 + c^2 - b^2\right)^2}{4c^2}} \tag{1.7}$$

Contoh 1.14

Gambar 1.46 memperlihatkan sebidang tanah yang akan dikur luasnya. Pada pengukuran tanah tersebut dibagi atas 4 buah segitiga dan panjang sisi-sisi segitiga tampak pada gambar. Berapa perkiraan luas tanah?

Gambar 1.46 Gambar untuk Contoh 1.14

Jawab

Kita beri nomor masing-masing segitiga seperti pada Gambar 1.47. Kita mulai dengan menghitung luas masing-masing segitiga.

Gambar 1.47 Penomoran segitiga dari Gambar 1.46

Dengan menggunakan persamaan (1.7) maka:

Luas segitiga I (gunakan a = 5 m, b = 12 m, dan c = 14 m) adalah

$$A_I = \frac{1}{2} \times 14 \times \sqrt{5^2 - \frac{\left(5^2 + 14^2 - 12^2\right)^2}{4 \times 14^2}}$$

$= 29{,}23$ m^2

Luas segitiga II (gunakan a = 14 m, b = 10 m, dan c = 16 m) adalah

$$A_{II} = \frac{1}{2} \times 16 \times \sqrt{14^2 - \frac{\left(14^2 + 10^2 - 16^2\right)^2}{4 \times 16^2}}$$

= 69,28 m²

Luas segitiga III (gunakan *a* = 19 m, *b* = 16 m, dan *c* = 14,5 m) adalah

$$A_{III} = \frac{1}{2} \times 14{,}5 \times \sqrt{19^2 - \frac{\left(19^2 + 16^2 - (14{,}5)^2\right)^2}{4 \times (14{,}5)^2}}$$

= 112,97 m²

Luas segitiga IV (gunakan a = 15 m, b = 20 m, dan c = 19 m) adalah

$$A_{I} = \frac{1}{2} \times 19 \times \sqrt{15^2 - \frac{\left(15^2 + 19^2 - 20^2\right)}{4 \times 19^2}}$$

= 134,70 m²

Luas total tanah adalah

$A = A_{I} + A_{II} + A_{III} + A_{IV}$

= 29,23 + 69,28 + 112,97 + 134,70

=346,18 m²

1.9 Pengolahan Data

Apa yang kita peroleh dri hasil pengukuran? Tentu data bukan? Data yang didapat harus diolah dan dilaporkan. Pertanyaannya adalah bagaimana melaporkannya?

Seperti yang sudah disebtukan sebelumnya bahwa tidak akan pernah ada pengukuran yang menghasilkan nilai yang ersis sama dengan yang seharusnya. Pengukuran pasti menghasilkan kesalahan. Kesalahan yang dihasilkan bisa muncul karena keterbatasan ketelitian alat ukur, faktor lingkungan, atau kesalahan dalam melakukan pengukuran. Mistar 30 cm yang sering dibawa kuliah memiliki skala terkecil 1 mm. Dengan demikian, alat ini hanya teliti melakukan pengukuran hingga 1 mm. Keterlitian lebih tinggi dihasilkan dengan menggunakan jangka sorong yang dapat mengukur hingga 0,1 mm atau 0,025 mm. Ketelitian lebih tinggi lagi dapat dicapai dengan menggunakn mikrometer di mana kita dapat mengukur hingga 0,01 mm. Ketelitian lebih tinggi lahi dapat dicapai dengan menggunakan mikroskop di mana kita bisa membaca panjang hingga 1 mikrometer atau lebih kecil dari itui. Tetapi tetap saja kesalahan akan muncul. Berapa besar kesalahan yang akan muncul?

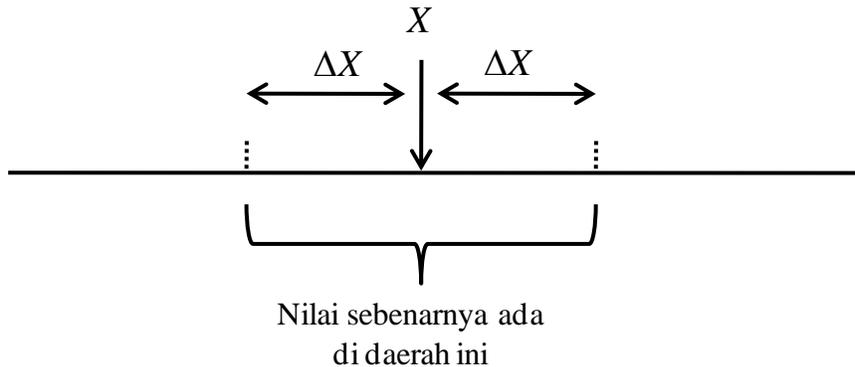
Besarnya kesalahan kira-kira dalam orde yang sama dengan nilai skala terkecil. Pengukuran dengan mistar 30 cm menghasilkan kesalahan dalam orde mm. Pengkukuran dengan mikrometer sekrup menghasilkan kesalahan dalam orde 0,01 mm. Jika kita melaporkan haris pengukuran, bagaimana pembaca mengetahui bahwa kita telah mengukur dengan alat yang teliti? Misalkan kita mepalporkan hasil pengukuran panjang 5 cm, bagaimana orang bisa tahu bahwa itu diukur dengan mistar (kurang teliti) atau jangka sorong (lebih teliti)? Agar orang mengetahui bahwa pengukuran telah dilakukan dengan alat yang teliti maka kesalahan pengkukuran juga perlu dilporkan. Kesalahan pengukuran sering juga disebut ketidak pastian. Cara pelaporan data pengukuran adalah dengan menulis data sebagai berikut

$$X \pm \Delta X \qquad (1.18)$$

Penulisan pada persamaan (1.18) bermakna bahwa nilai yang terukur adalah X. Ketidakpastian pengukuran adalah ΔX. Makna ketidakpastian sebagai berikut:

a) Ketika kita mengkur maka kita menganggap dugaan terbaik nilai terukur adalah X.

b) Tetapi nilai eksaknya kita tida tahu

c) Tapi kita yakin bahwa nilai eksaknya ada antara $X - \Delta X$ sampai $X + \Delta X$ (lihat Gambar 1.48)

Gambar 1.48 Kita tidak tahu berapa nilai pasti hasil pengukuran. Tetapi kita yakin bahwa nilainya berada antara antara X - ΔX sampai X + ΔX

Jika pengukuran hanya dilakukan satu kali maka ketidakpastian ditetapkan sama dengan nilai skela terkecil. Contohnya mistar 30 cm memiliki skala terkecil 1 mm. Ketidakpastian pengukuran dengan mistar tersebut adalag 0,5 mm. Jika kita ukur panjang benda dengan mistar dan diperoleh 155 mm maka kita melaporkan data pengukuran sebagai

$$155 \pm 0{,}5 \text{ mm}$$

Dengan penulisan ini orang langsung menyimpulkan bahwa ketidak apstian pengukuran adalah 0,5 mm dan alat yang digunakan memiliki skala terkecil 1 mm.

Ketidakpastian dari Proses Perhitungan

Ketika kita ingin mengetahui volum balok maka sering kita ukur panjang, lebar, dan tinggi. Volume adalah perkalian dari tiga besaran tersebut. Masing-masing besaran yang diukur sudah membawa kedidakpastian. Akibatnya ketidakpastian tersebut merambat ke nilai volume yang diperleh. Jika ketikanparsian pengkuran panjang, lebat dan tinggi masing-masing 0,5 mm, berapakah ketidakpastian volume yang dihasilkan? Dan yang lebih sulit lagi, jika ketidakpastian pengukuran panjang, lebat, dan tinggi menghasilkan ketidakpastian yang berbeda, berapakah ketidakpastian volume yang kita hitung? Misalnya pengukuran panjang dan lebar memiliki ketidakpastian 0,5

mm (diukur dengan mistar), sedangkan tinggi memiliki ketidakpastian 0,05 mm (dikur dengan jangka sorong). Berapakah ketidakpastian volume?

Jika suatu besaran diperoleh dari hasil operasi besaran lain maka kita dapat menulis besaran tersebut sebagai fungsi besaran-besaran penyusunnya, atau

$$f(x, y, z) \tag{1.19}$$

di mana f adalah besaran baru, dan z, y, z adalah besaran-besaran penyusun besaran f. Sebagai contoh volum dapat ditulis senagai $f(x, y, z) = xyz$ di mana f adalah volum, x adalah panjang, y adalah lebar, dan z adalah tinggi. Jika pengukuran x, y, dan z menghasilkan ketidakpastian Δx, Δy, dan Δz maka berapakah Δf?

Untuk menacari Δf kita gunakan aturan diferensial berikut ini

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial f}{\partial z}\Delta z \tag{1.20}$$

di mana

$\frac{\partial f}{\partial x}$ adalah turunan parsial f terhadap x (y dan z dianggap konstan)

$\frac{\partial f}{\partial y}$ adalah turunan parsial f terhadap y (x dan z dianggap konstan)

$\frac{\partial f}{\partial z}$ adalah turunan parsial f terhadap z (x dan y dianggap konstan)

Ketidakpastian yang dilaporkan didefinisikan sebagai nilai sisi kanan terbesar. Nilai sisi kanan terbesar kalau semua suku positif. Jadi kita definsikan ketidakpastian f sebagai

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z \qquad (1.21)$$

Dan nilai yang kita laporkan adalah

$$f \pm \Delta f$$

Contoh 1.15

Hasil pengukuran panjang, lebar, dan sisi balok adalah 117 ± 0,5 mm, 89 ± 0,5 mm, dan 12 ± 0,05 mm. Berapakah volume balok beserta ketidakpastiannya?

Jawab

Volume balok memenuhi persamaan

$$V(x, y, z) = xyz$$

dengan x adalah panjang, y adalah lebar, dan z adalah tinggi. Turunan partial fungsi V adalah

$$\frac{\partial V}{\partial x} = yz$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = xz$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = xy$$

Dengan demikian, ketidakpastian volume menjadi

$$\Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial V}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial V}{\partial z}\right|\Delta z$$

$$= yz\Delta x + xz\Delta y + xy\Delta z$$

$$= 89 \times 12 \times 0{,}5 + 117 \times 12 \times 0{,}5 + 117 \times 89 \times 0{,}05$$

= 1756,65 mm^3

Volume terukur balok adalah

V = 117 × 89 × 12

= 124.956 mm^3.

Dengan demikian, laporan volume balok beserta ketidakpastiannya adalah

V = 124.956 ± 1757 mm^3.

Contoh 1.16

Pengukuran massa benda dengen menggunakan neraca memberikan hasil 50 ± 2 g sedangkan pengukuran volume dengan menggunakan gelas ukur memberikan nilai 25 ± 0,5 ml. Berapakah massa jenis benda beserta ketidakpastiannya?

Jawab

Massa jenis benda sebagai fungsi massa dan volum memenuhi

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Dengan demikian

$$\frac{\partial\rho}{\partial m} = \frac{1}{V}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial V} = -\frac{m}{V^2}$$

dan ketidakpastian massa jenis menjadi

$$\Delta\rho = \left|\frac{\partial\rho}{\partial V}\right|\Delta V + \left|\frac{\partial V}{\partial m}\right|\Delta m$$

$$= \left|-\frac{m}{V^2}\right|\Delta V + \left|\frac{1}{V}\right|\Delta m$$

$$= \frac{m}{V^2}\Delta V + \frac{1}{V}\Delta m$$

$$= \frac{50}{25^2}\times 0{,}5 + \frac{1}{25}\times 2$$

$$= 0{,}12 \text{ g/ml}$$

Massa jenis yang terukur adalah m/V = 50/25 = 2 g/ml. Dengan demikian laporan massa jenis adalah

$$\rho = 2 \pm 0{,}12 \text{ g/ml}$$

Pengukuran Berulang

Satu kali pengukuran berpeluang menimbulkan kesalahan yang cukup besar. Paling kecil kesalahan sama dengan ketidakpastian alat ukur. Untuk memperkecil ketidakpastian maka kita dapat melakukan pengukuran berulang. Makin sering kita melakukan pengukuran maka makin kecil

ketidakpastian yang diperoleh. Bagaimana cara melaporkan hasil pengukuran berulang?

Saat melakukan pengukuran berulang maka sangat jarang kita menemukan hasil yang semuanya sama. Ada nilai yang sama dan ada yang tidak sama. Bahkan yang tidak sama lebih sering muncul daripada yang sama. Lalu nilai apa yang kita laporkan? Yang kita laporkan adalah nilai rata-rata. Bagaimana menghitung nilai rata-rata? Misalkan data yang kita peroleh dari n kali pengukuran tampak pada Tabel 1.4

Tabel 1.4 Ilustrasi nilai pengukuran berulang. X_i adalah nilai pengukuran ke-i.

Pengukuran ke-*i*	Nilai yang diperoleh
1	X_1
2	X_2
3	X_3
4	X_4
. . .	. . .
n	X_n

Tabel 1.4 menginformasikan bahwa kita melakukan n kali pengulangan pengukuran. Nilai rata-rata didefinsikan sebagai

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1.22}$$

Lalu berapa ketidakpastiannya? Ketidakpastian pengukuran berulang tidak menggunakan nilai skala terkecil alat ukur tetapi mengginakan besaran yang bernama variansi. Variansi σ didefinisikan sebagai berikut

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \langle x \rangle)^2 + (x_2 - \langle x \rangle)^2 + (x_2 - \langle x \rangle)^2 + \ldots + (x_n - \langle x \rangle)^2}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \langle x \rangle \right)^2}{n} \qquad (1.23)$$

Tampak dari persamaan di atas bahwa kuadrat variansi adalah rata-rata dari selisih data terukur dengan nilai rata-rata. Dengan besaran variansi tersebut maka data yang dilaporkan berbentuk

$$\langle x \rangle \pm \sigma \qquad (1.24)$$

Contoh 1.17

Hasil pengukuran panjang meja dengan mistar yang diulang 10 kali memberikan nilai seperti pada Tabel 1.5. Berapakah nilai yang dilaporkan beserta ketidakpastiannya?

Jawab

Pertama kita hitung nilai rata-rata

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_{10}}{10}$$

$$= \frac{571 + 574 + 574 + 572 + 575 + 574 + 572 + 571 + 573 + 572}{10}$$

$= 572{,}8$

Selisih dan kuadrat selisih tampak pada Tabel 1.6

Tabel 1.5 Data untuk Contoh 1.17

Pengukuran ke-*i*	x_i
1	571
2	574
3	574
4	572
5	575
6	574
7	572
8	571
9	573
10	572

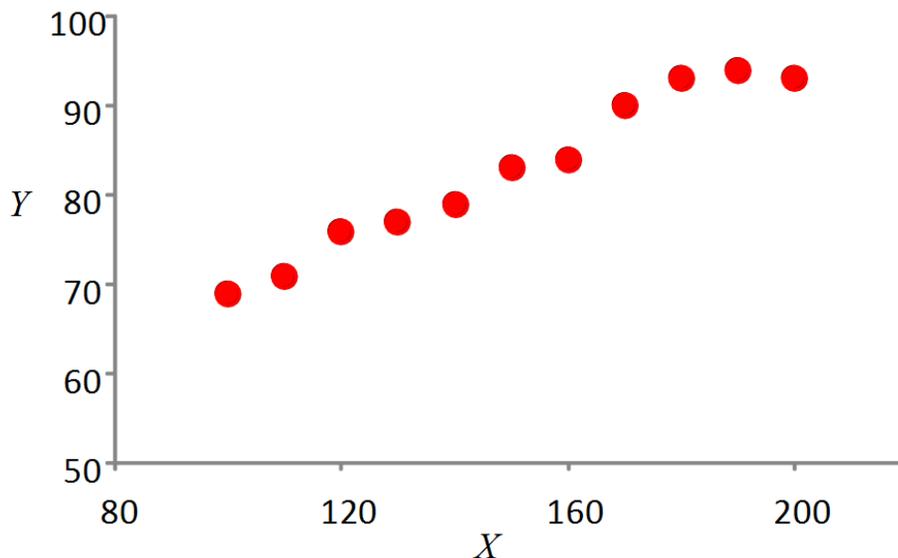
Tabel 1.6 Hasil perhitungan untuk data pada Tabel 1.5

Pengukuran ke-*i*	$x_i - \langle x \rangle$	$(x_i - \langle x \rangle)^2$
1	-1,8	3,24
2	1,2	1,44
3	1,2	1,44
4	-0,8	0,64
5	2,2	4,84
6	1,2	1,44
7	-0,8	0,64
8	-1,8	3,24
9	0,2	0,04
10	-0,8	0,64

Dengan menggunakan persamaan (1.23) kita akan peroleh σ^2 = 1,76 atau σ = 1,33. Demikian laporan pengukuran adalah

$$\langle x \rangle \pm \sigma = 572,8 \pm 1,33$$

Aproksimasi Linier

Jika kita telah melakukan pengukuran besaran fisis pada berbagai nilai variabel kontrol maka kita akan mendapatkan sejumlah data pengamatan. Data persebut berubah ketika variabel kontrol diubah. Pertanyaannya adalag, fungsi seperti apakah yang paling baik menjelaskan data yang kita peroleh? Sebagai contoh, pengukuran besaran Y pada berbagai nilai x memberikan data seperti Gambar 1.49. Tampak bahwa Y berubah secara liner terhadap X. Ini berarti persamaan yang mengaitkan Y dengan X adalah $Y = a + bX$, dengan a dan b adalah konstan. Parameter a adalah titik potong fungsi dengan subu y sedangkan parameter b adalah kemiringan kurva. Yang menjadi pertanyaan kita adalah a dan b yang terbaik itu bagaimana menentukannya? Paremeter terbaik adalah parameter yang menghasilkan garis lurus yang paling kecil kesalahannya dalam mewakili data pengamatan.

Gambar 1.49 Data-data eksperimen yang diplot pada kurva. Bagaimanakan kurva yang dapat menfit titik-titik pengamatan tersebut yang paling baik?

Pendekatan terkenal yang digunakan untuk menentukan parameter a dan b adalah metode kuadrat terkecil. Inti dari metode ini sebagai berikut. Kita tampilkan data pengukuran dalam Tabel 1.7.

Kita misalkan bahwa fungsi Y berbentuk. Kita cari selisih nilai Y pada data penguran dengan nilai Y yang dihitung dengan persamaan tersebut dengan memasukkan X yang diukur. Selisihnya adalah

$$(a + bX_1 - Y_1)$$

$$(a + bX_2 - Y_2)$$

.

.

.

$$(a + bX_{11} - Y_{11})$$

Tabel 1.7 Data pengukuran

X_i	Y_i
100	69
110	71
120	76
130	77
140	79
150	83
160	84
170	90
180	93
190	94

200	93

Selisih tersebut ada yang bernilai positif dan ada yang negatif. Agar semuanya bernilai positif maka semua selisih tersebut dikuadratkan menjadi

$$(a+bX_1-Y_1)^2$$

$$(a+bX_2-Y_2)^2$$

.

.

.

$$(a+bX_{11}-Y_{11})^2$$

Semua selisih yang sudah dikuadratkan kita jumlahkan sehingga

$$E=(a+bX_1-Y_1)^2+(a+bX_2-Y_2)^2+\ldots+(a+bX_{11}-Y_{11})^2$$

$$=\sum_{i=1}^{11}(a+bX_i-Y_i)^2$$

Jika jumlah data adalah n maka jumlah kuadrat selisih menjadi

$$E=\sum_{i=1}^{n}(a+bX_i-Y_i)^2 \qquad (1.25)$$

Inti dari metode kuadrat terkecil adalah mencari parameter a dan b sehingga E menjadi minimum. Ini diperloleh dengan proses diferensial berikut ini

$$\frac{\partial E}{\partial a}=0$$

dan

$$\frac{\partial E}{\partial b}=0$$

Dengan menggunakan persamaan (1.25) maka kita dapatkan

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \sum_{i=1}^{n} 2(a + bX_i - Y_i) = 0$$

atau

$$\sum_{i=1}^{n} 2a + \sum_{i=1}^{n} 2bX_i - \sum_{i=1}^{n} 2Y_i = 0$$

Keluarkan konsanta dari notasi penjumlahan dan buang konstanta yang sama pada setiap suku sehingga diperoleh

$$a\sum_{i=1}^{n} 1 + b\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0 \qquad (1.26)$$

Penjumkahan angka 1 pada suku pertama menghasilkan *n*. Jadi persamaan (1.26) menjadi

$$na + b\sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0 \qquad (1.27)$$

Dengan mengunakan persamaan (1.26) maka diperoleh

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \sum_{i=1}^{n} 2X_i(a + bX_i - Y_i) = 0$$

tau

$$2a\sum_{i=1}^{n} X_i + 2b\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i = 0$$

atau

$$a\sum_{i=1}^{n} X_i + b\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i = 0 \qquad (1.28)$$

Kita mencari solusi untuk a dan b dari persamaan (1.27) dan (1.28). Kita kalikan persamaan (1.27) dengan $\sum_{i=1}^{n} X_i$ dan persamaan (1.28) dengan n sehingga diperoleh dua persamaan berikut ini

$$na\sum_{i=1}^{n} X_i + b\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} X_i - \sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0 \qquad (1.29)$$

$$na\sum_{i=1}^{n} X_i + nb\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i = 0 \qquad (1.30)$$

Kurangkan persamaan (1.29) dan (1.30) sehingga diperoleh

$$b\left(\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} X_i - n\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i - n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i\right) = 0$$

yang memberikan

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i - n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} X_i - n\sum_{i=1}^{n} X_i^2} \qquad (1.31)$$

Dari persamaan (1.27) kita dapat menulis

$$a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i - \frac{b}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \qquad (1.32)$$

Di mana b sudah diperoleh dari perhitungan di atas.

Sebagai contoh, untuk data pada Tabel 1.8 maka kita dapatkan data-data berikut ini

Tabel 1.8 Hasil perhitungan sejumlah penjumlahan

$\sum_{i=1}^{n} X_i$	1.650
$\sum_{i=1}^{n} Y_i$	903
$\sum_{i=1}^{n} X_i^2$	258.500
$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i$	139.220

Dengan demikian kita dapatkan

$$b = \frac{1.650 \times 903 - 11 \times 139.220}{1.650 \times 1.650 - 11 \times 258.500}$$

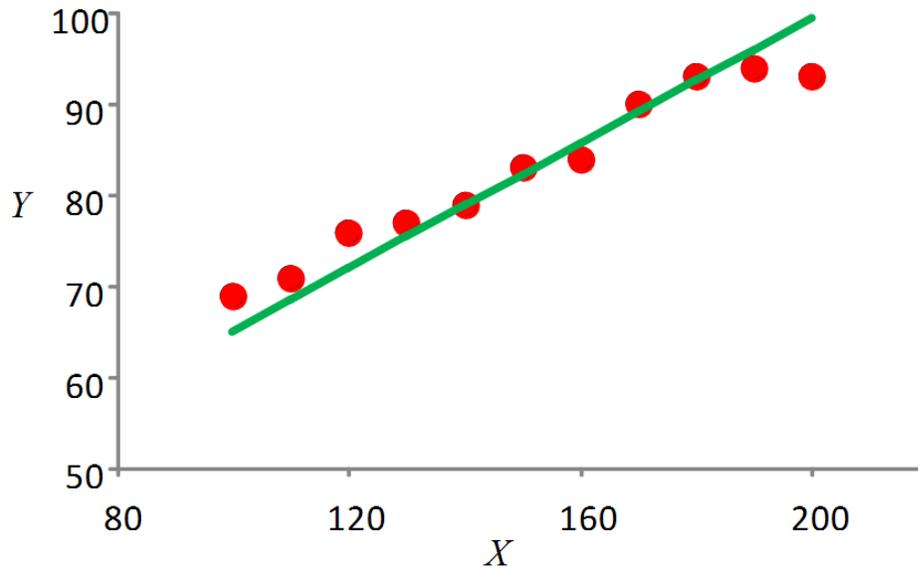
$$= \frac{-41.470}{-121.000}$$

= 0,343

Dengan menggunakan persamaan (1.32) kita dapatkan

$$a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i - \frac{b}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$= \frac{1}{11}\times 903 - \frac{0,343}{11}\times 1.650$$

= 30,64

Gambar 1.50 Kurva hijau diperoleh dengan metode kuadrat terkecil. Tampak kurva dapat menfitting data dengan sangat baik.

Jari persamaan yang dapat menfit data dengan kesalahan terkecil adalah

Y = 30,64 + 0,343X

Garis hijau pada Gambar 1.50 adalah kurva fiting yang diperoleh di atas. Tampak jelas bahwa kurva dapat menfitting data dengan sangat baik

Soal-Soal

1) Tebal satu lembar kertas kurang dari satu millimeter. Kalian memiliki penggaris dengan skala terkecil satu millimeter. Kaliam diminta mengukur tebal selembar kertas dengan menggunakan penggaris tersebut. Dapatkah pengukuran tersebut dilakukan? Jelaskan jawaban kalian.

2) Kalian diminta oleh dosen mengukur volume paku yang sangat kecil dengan teliti. Bagaimana cara kalian melakukannya?

3) Kalian diminta oleh dosen menentukan kecepatan bunyi di udara. Kalian hanya dilengkapi dengan stopwatch yang bisa mengukur hingga ketelitian 0,01 detik. Bagaimana kalian melakukannya?

4) Asisten dosen memberi kamu sebuah batu berpori (mengandung pori-pori kecil). Kamu diminta mengukur volum total pori-pori dalam batu tersebut. Bagaimana kalian melakukannya?

5) *Hyundai Heavy Industries* (HHI) milik Korea Selatan adalah Perusahaan pembuatan kapal laut terbesar dan terbaik di dunia. Gambar 1.51 adalah contoh kapal tanker buatan HHI. Kapal-kapal tanker dengan bobot puluhan juta ton yang dipakai di seluruh dunia dibuat oleh perusahaan ini. Baru-baru ini HHI membuat kapat pengangkut LPG terbesar di dunia dengan bobot 94 juta ton. Jika 1 ton = 1.000 kg, berapakah bobot kapal yang dibuat HHI dalam satuan Gg, mg, dan kg?

Gambar 1.51. Salah satu kapal tanker super besar yang diproduksi HHI, Korea Selatan. Di awal tahun 70-an Indonesia dan Korea Selatan berada dalam taraf perkembangan yang sejajar. Namun sekarang Korea Selatan menjadi salah satu negara termaju di dunia dan termasuk negara dengan ekonomi terkuat di dunia. Dalam rentang waktu yang sama, Indonesia tidak berubah jauh kondisi industriinya. Jika kita ingin maju kita harus bisa bekerja keras seperti warga Korea Selatan dan kalau perlu melebihi kegigihan orang Korea. Dengan jumlah penduduk 250 juta (terbanyak keempat di dunia), Indonesia bisa memimpin dunia jika semua penduduknya bekerja gigih.

6) Rekor dunia lari marathon putra tahun 2012 dipegang oleh Haile Gebrselassie dari Etiopia (Gambar 1.52). Ia menciptakan waktu 2 jam 3 menit dan 59 detik pada lomba Maraton Berlin, 28 September 2008. Panjang lintasan marathon adalah 42,195 km.

Gambar 1.52. Haile Gebrselassie dari Etiopia, pencipta rekor dunia marathon putra (tsehainy.com). Sangat mengagumkan, negara yang masih terbelakang dengan sejumlah konfik mampu melahirkan atlit-atlit termashur di dunia. Kapan kita tidak bias ya?

   a) Berapakah rekor Gebrselassie dalam satuan jam?
   b) Berapakah rekor Gebrselassie dalam satuan menit?
   c) Berapakah rekor Gebrselassie dalam satuan detik?
   d) Berapa panjang lintasan marathon dalam satuan mm?
   e) Jika kecepatan adalah jarak dibagi waktu, berapa kecepatan lari Gebrselassie dalam satuan m/s dan satuan km/jam?

7) Kemapuan servis adalah salah satu senjata bagi para petenis untuk memenangkan pertandingan. Rekor dunia kecepatan servis bola tenis dibuat oleh Andy Roddick dari USA dengan kecepatan servis 249,4 km/jam. Berapa kecepatan tersebut dalam m/s?

8) Suatu hari curah hujan di suatu daerah adalah 10 cm. Akibat berkurangnya daerah resapan air, hanya 20% air yang meresap ke tanah hingga hujan berhenti. Jika daerah tersebut tidak memiliki saluran drainase yang baik, berapa tinggi genangan air di permukaan tanah saat hujan berhenti? Jika panjang daerah tersebut 5 km dan lebarnya 4 km, berapa volume air tergenang saat hujan berhenti dalam satuan meter kubik?

9) Jalan delapan lajur (masing-masing 4 lajur dalam arah berlawanan) mengalami kemacetan (Gambar 1.53). Jika dianggap jalan tersebut hanya

dilewati mobil dengan panjang 6 meter, berapa jumlah mobil yang berada di jalan tersebut saat terjadi kemacetan dua arah sepanjang 1,2 km?

Gambar 1.53. Contoh kemacetan di jalan-jalan kota besar. Terjadi pemborosan waktu dan bahan bakar yang luar biasa. Polusi yang dihasilkan oleh gas buang kendaraan juga mengancam kesehatan kita semua serta menimbulkan pemanasan global (primaironline.com).

10) Di suatu keluarga, gas LPG 3 kg dapat digunakan untuk memasak selama seminggu. Berapa mass gas LPG yang digunakan untuk memasak satu hari? Berapa Mg gas LPG yang dibutuhkan untuk memasak setahun?

11) Gambar 1.54 adalah makna angka yang tertulis pada ban kendaraan

Gambar 1.54. Makna angka yang tertera pada ban kendaraan.

Jika 1 inci = 2,54 meter tentukan

a) Diameter felk

b) Diameter luar ban

c) Tebal ban (antara felk sampai diameter terluar)

d) Jumlah putaran ban setelah kendaraan berpindah sejauh 500 m.

e) Tentukan tebal ban, diameter luar ban dan diameter luar felk jika tertulis 180/60/14

12) Akibat penyedotan air tanah besar-besaran oleh industri, mall, dan pemukiman di kota-kota besar terjadi penurunan drastic permukaan air tanah. Di kota Bandung, air tanah turun 2-3 meter/tahun. Penyedotan air tanah menyebabkan terjadinya rongga di dalam tanah sehingga tanah di atas turun mengisi rongga-rongga tersebut. Permukaan tanah secara perlahan-lahan menjadi rendah. Ini merupakan penyebab kenapa sebagian permukaan tanah di Jakarta dan sejumlah kota di tepi pantai lebih rendah dari permukaan air laut. Hujan kecil yang terjadi sudah bisa menghasilkan banjir karena air tidak dapat mengalir ke laut.

a) Berapa kecepatan turun air tanah di Bandung dalam satuan MKS?

b) Berapa penurunan air tanah selama 8 tahun dalam satuan Mm?

c) Kedalaman maksimum air tanah yang dapat disedot pompa biasa adalah 10 meter. Apakah dalam 10 tahun air tanah di Bandung masih dapat disedot pompa biasa?

13) Metode pencacahan radioaktif dapat digunakan untuk memperkirakan umur fosil atau benda purbakala lainnya. Metode ini didasarkan pada peluruhan atom karbon-14. Kekuatan radioaktif atom ini berkurang menjadi setengahnya dalam waktu 5 730 tahun. Ini berarti setelah 5 730 tahun kekuatan radioaktif menjadi setengah, setelah $2 \times 5\ 730 = 11\ 460$ tahun kekuatan radioaktif menjadi ¼ kekuatan awal dan seterusnya. Misalkan kekutan pancaran radioaktif karbon-14 sebuah fosil pada Gambar 1.55 adalah 1/8 kekuatan semula. Berapa umur fosil tersebut?

Gambar 1.55 Folis yang ditentukan umurnya dengan pencacahan radioaktif.

14) Air laut terdingin dalam wujud cair yang pernah dicatat adalah aliran di glasier Antartik di Norwegia. Tahun 2010 tercatat suhu air laut tersebut −2.6 °C [G.U. Sylte, *Den aller kaldaste havstraumen*, Forskning.no (in Norwegian) May 24, 2010.]. Berapakah suhu tersebut dalam satuan suhu yang lainnya?

15) Laju mobil Formula 1 di lintasan lurus adalah 275 km/jam. Tuliskan nilai laju tersebut dalam satuan m/s dan mph (mil/jam)

16) Jarak bumi-bulan tidak tetap karena orbit bulan tidak berbentuk lingkaran sempurna. Orbit bulan mengelilingi bumi sedikit lonjong. Secara rata-rata jarak bumi-bulan adalah 384.404 km. Tulis jarak tersebut dalam satuan Gm, Tm, mm, μm, dan nm.

17) Lift di gedung-gedung bertingkat digerakkan oleh motor listrik yang tersimpan di puncak gedung. Lift tersebut digantung dengan kawat atau rantai besi. Fungsi motor adalah menarik atau melepas rkawat/rantai besi penggantung lift sehingga lisft bergerak naik atau turun. Ada batas kemampuan maksimum beban yang dapat ditahan oleh kawat/rantai tersebut sehingga di dalam lisft ada tulisan maksimum jumlah orang yang diijinkan masuk. Misalkan di suatu list tertulis beban maksimum (maximul load) 1.000 kg. Perkirakan kira-kira berapa maksimum orang yang diijinkan masuk dalam lift tersebut.

18) Ketika berkunjung ke rumah sakit atau ke dokter kita sering diminta menimbang badan. Seorang pasien yang tubuhnya gemuk menimbang badannya dan diperoleh hasil seperti pada Gambar 1.56. Berapakah massa tubuh pasien tersebut?

Gambar 1.56 Penimbangan massa tubuh (berat badan) di rumah sakit

19) Tembok besar China dibangun dari abat ke-5 SM hingga abad ke 16 M (Gambar 1.57). Panjang total tembok adalah 8 851,8 km. Berapa lama pembangunan tembok China dalam satuan tahun dan panjang tembok dalam satuan Mm

Gambar 1.57 Salah satu bagian tembok besar China

20) Menurut hikayat, kisah candi Roro Jonggrang bermula dari permintaan Roro Jonggrang kepada Bandung Bondowoso agar dibuatkan seribu candi hanya dalam waktu semalam. Bandung Bondowoso hampir berhasil membuat seribu candi tersebut. Jika satu candi dibuat dalam wakru yang sama, hitung waktu yang diperlukan Bandung Bondowoso membuat satu candi.

Catatan: Bandingkan kisah ini dengan pembuatan tembok besar China yang sangat lama. Dalam cerita kita, sesuatu bisa dibuat hanya dalam satu malam. Suatu cerita yang sangat tidak mendidik! Kita diajarkan untuk berpikir singkat, mencapai hasil dalam waktu singkat. Padahal tidak ada dalam sejarah manusia hasil-hasil besar dapat dicapai dalam waktu singkat. Hasil-hasil besar hanya dapat dicapai dalam waktu lama dan pengorbanan yang besar. Kisah yang

tidak mendidik lainnya adalah Sangkuriang yang sanggup membuat perahu dalam satu malam.

21) Sebongkah batu kecil yang kamu ambil dari tanah akan diukur volumnya. Kamu mengisi silinder ukur dengan air dan membaca volumnya 15,2 mL. Kemudian kamu masukkan batu ke dalam silinder ukur dan terbaca volumnya 38,8 mL. Setelah itu gelas ukur ditutup rapat. Keesokan harinya kamu mencatan volume yang ditunjukkan air menjadi 36,4 mL.

   a) Apakah volum batu dalam air berbeda saat pertama kali dimasukkan dan setelah disimpan sehari?
   b) Berapa volum batu saat dimasukkan ke dalam air?
   c) Berapa volum batu setelah satu hari direndam?
   d) Mengapa terjadi perubahan volum total setelah batu direndam satu hari?

22) Berapa panjang yang ditunjukkan oleh skala jangka sorong pada Gambar 1.58?

Gambar 1.58 Gambar untuk soal 22

23) Berapa panjang yang ditunjukkan oleh mikrometer pada Gambar 1.59?

Gambar 1.59 Gambar untuk soal 23

24) Berapa volum yang zat cair dalam silinder ukur pada Gambar 1.60?

Gambar 1.60 Gambar untuk soal 24

25) Berapa lama pengukuran yang ditunjukkan oleh stopwatch pada Gambar 1.61?

Gambar 1.61 Gambar untuk soal 25

26) Skala terluar alat pada Gambar 1.62 menyatakan massa dalam satuan kilogram. Berapa massa beban dan berapa terkecil yang dapat diukur?

Gambar 1.62 Gambar untuk soal 26

27) Berapa panjang benda yang diukur oleh alat pada Gambar 1.63?

Gambar 1.63 Gambar untuk soal 27

28) Penimbangan seperti pada Gambar 1.64 salah. Jelaskan mengapa? Apakah hasil yang terbaca lebih besar atau lebih kecil dari massa sesungguhnya?

Gambar 1.64 Gambar untuk soal 28

29) Jelaskan prinsip kerja timbangan seperti pada Gambar 1.65. Timbangan ini biasanya berada di klinik kesehatan anak atau posyandu (pos pelayanan terpadu)

Gambar 1.65 Gambar untuk soal 29

30) Gambar 1.66 adalah salah satu cara mengukur panjang ikan yang berbahaya yang sedang berenang (treehugger.com). Penyelam tidak berani mendekati ikan tersebut. Jelaskan prinsip kerjanya.

Gambar 1.66 Gambar untuk soal 30 (treehugger.com)

31) Di supermarket satu alat timbang dapat digunakan untuk menentukan harga barang yang dibeli konsumen. Misalkan kita membeli sayur, daging, buah, telus, atau ikan akan ditimbang di alat yang sama dan harga yang

harus dibayar keluar dalam bentuk cetakan di stiker. Jelaskan mengapa bisa terjadi demikian?

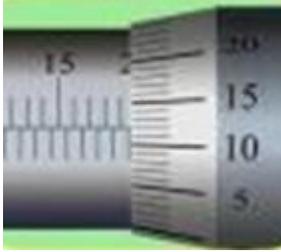
32) Berapa diameter luar pipa yang ditunjukkan pada Gambar 1.67?

Gambar 1.67 Gambar untuk soal 32

Catatan: agar realistis, jawaban kalian harus mempertimbangkan berapa ukuran jari orang yang memegang jangka sorong dan pipa di atas. Kira-kira berapa ukuran yang wajar dalam gambar di atas.

33) Berapa diameter kawat cincin pada Gambar 1.68?

Gambar 1.68 Gambar untuk soal 33

34) Berapa panjang benda yang ditunjukkan oleh skala mikrometer pada Gambar 1.69?

Gambar 1.69 Gambar untuk soal 34

35) PT Freeport Indonesia di Papua dan PT Newmont Nusatenggara di Sumbawa menghasilkan konsentrat tembaga. Di dalam konsentrast tersebut terkandung tembaga murni sebanyak 25% massa. Jumlah konsentrast yang dihasilkan PT Freeport Indonesia sekitar 2 juta ton per tahun dan yang dihasilkan PT Newmont Nusatenggara sekitar 1 juta ton per tahun. Dari data ini berapa jumlah tembaga saja yang terkandung dalam konsentrast PT Freeport Indonesia dan PT Newmont Nusatenggara per tahun jika dijumlahkan

36) Sebuah balok kayu yang memiliki massa 1,5 kg digantung pada sebuah pegas. Akibat penggantungan tersebut pegas bertambah panjang 0,8 cm. Sebuah benda X digantung pada pegas yang sama dan menyebabkan pegas mengalami pertambahan panjang 2,4 cm. Dari data berapa bahwa massa benda X

37) Berapa jarak tempuh berkas sinar laser selama dua kali getaran gelombang yang dipancarkan atom Cesium-133?

38) Jam atom mungkin akan menunjukkan kesalahan pembacaan setengah menit setelah berapa tahun pemakainkah?

39) Lion Air penerbangan JT805 terbang dari bandara Ngurah Rai Bali ke bandara Juanda, Surabaya. Pesawat berangkat dari Bali pukul 08.40 dan tiba di Surabaya pukul 08.30. Berapakah detikkah lama terbang pesawat?

40) Garuda Indonesia penerbangan GA650 terbang langsung dari bandara Soekarno Hatta, Jakarta ke bandara Sentani Jaeapura. Pesawat berangkat jam 21.00 dan tiba di Jayapura jam 07.05. Berapa lama penerbangan tersebut dalam satuan jam, menit, dan detik. Pesawat yang sama balik ke Jakarta dengan nomor penerbangan GA655. Pesawat takeoff di Jayapura pukul 12.45 dan tiba di Jakarta pukul 18.40. Berapa lama penerbangan tersebut dalam satuan jam, menit, dan detik.

41) Para ahli geologi memperkirakan bahwa danau Toba sekarang merupakan bekas peninggalan letusan dasyat yang dikenal dengan supervulkanik pada 73 000 tahun yang lalu (Gambar 1.70). Kekuatan letusan gunung Toba sekitar 300 kali kekuatan letusan gunung Tambora di Kabupaten Dompu, Sumbawa tanggal 11 April 1815 (200 tahun yang lalu). Letusan gunung Tambora merupakan letusan gunung terbesar sepanjang sejaran yang sempat tercatat. Jumlah material erupsi yang dimuntahkan akibat letusan

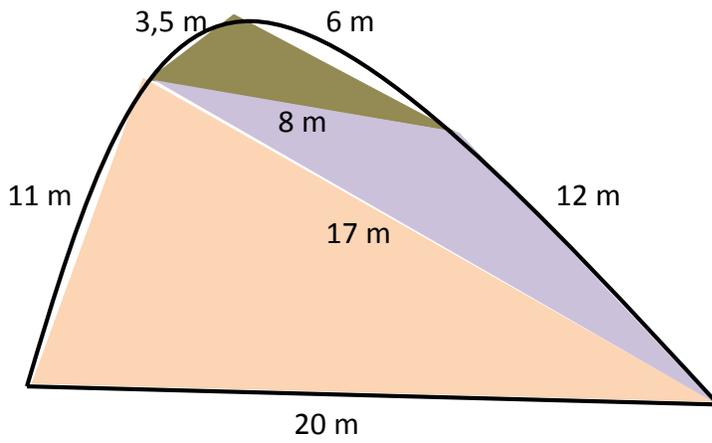
Toba sekitar 3000 km^3. Letusan ini diduga memusnahkan hampir seluruh umat manusia di muka bumi. Hanya beberapa orang saja yang selamat.

Gambar 1.70. Foto danau Toba diambil dari satelit. Danau Toba merupakan bekas letusan gunung api yang sangat dahsyat sekitar 73.00 tahun yang lalu. Letusan gunung Toba diyakini sebagai letusan gunung api terbesar kedua sepanjang sejarab bumi. (argakencana.blogspot.com).

a) Hitunglah berapa detik yang lalu terjadi letusan gunung Toba.

b) Berapa volume material erupsi letusan Toba dinyatakan dalam satuan cm^3?

c) Berapa menit yang lalu terjadi letusan gunung Tambora?

42) Perkirakan luas tanah pada Gambar 1.71

Gambar 1.71 Gambar untuk soal nomor 42

Bab 2
BESARAN-BESARAN GERAK

Kita baru dapat mendeskripsikan gerak benda secara detail setelah mendefinisikan besar-besaran gerak untuk benda tersebut. Dengan adanya besaran gerak maka kita akan mengetahui pada saat tertentu benda sedang berada di mana, memiliki kecepatan berapa dan sedang bergerak ke arah mana. Jika kita dapat mengungkapkan besaran gerak dalam variabel waktu maka kita dapat menentukan kondisi benda tersebut di masa depan. Dalam satu detik, atau satu jam, atau satu hari kemudian benda akan berada di mana, akan bergerak dengan kecepatan berapa, dan ke arah mana dapat dihitung dengan mudah.

Peluncuran roket atau peluru kendali sangat bergantung pada besaran gerak. Besaran gerak roket atau peluru kendali tersebut pada berbagai waktu mendatang disimpan dalam memori (komputer), kemudian roket atau peluru kendali tersebut dikontrol untuk memiliki besaran gerak yang telah diprogram. Autopilot pada pesawat udara juga bergerak berdasarkan besaran gerak yang sudah diprogram sebelumnya. Posisi mana yang akan diambil pesawat pada berbagai waktu hingga ke bandara tujuan, berapa kecepatan gerak dan arah pada berbagai posisi tersebut sudah disimpan dalam memori kompouter. Sistem kontrol pada pesawat tinggal mengatur semua instrumen sehingga besaran gerak pesawat saat itu sesuai dengan data yang disimpan dalam memori.

Besaran gerak adalah besaran fisis yang mendeskripsikan gerak

benda. Besaran-besaran tersebut di antaranya adalah posisi, perpindahan, jarak tempuh, kecepatan, laju, percepatan, gaya, momentum linier, momentum sudut, torka, dan sebagainya. Besaran gerak tersebut ada yang berupa besaran vektor dan ada yang berupa besaran skalar. Pembahasan tentang gerak akan lebih lengkap kalau diungkapkan dengan metode vektor. Awalnya penggunaan medote vektor terasa sulit untuk diikuti oleh sebagian mahasiswa. Namun, apabila kita sudah terbiasa dengan metode vektor maka akan menyadari bahwa metode tersebut cukup sederhana. Analisis yang cukup panjang dan rumit yang dijumpai pada metode skalar sering menjadi sangat singkat dan sederhana jika dilakukan dengan metode vektor.

Pada bab ini kita akan mendefinisikan sejumlah besaran gerak yang utama. Kita juga akan membahas bagaimana mendapatkan atau menurunkan besaran gerak lainnya dari satu besaran gerak yang sudah ada. Jadi, meskipun besaran gerak cukup banyak, namun banyak besaran gerak yang dapat diturunkan dengan mudah dari besaran gerak lainya. Cara mendapatkan satu besaran gerak dari besaran yang lain ada yang hanya berupa perkalian atau pembagian biasa, ada yang melalui proses integral, dan ada yang melalui proses diferensial.

2.1 Posisi

Untuk menjelaskan gerak benda secara lengkap, kita harus menggunakan sumbu koordinat. Jumlah sumbu koordinat yang akan kita gunakan bergantung pada jenis gerak yang akan kita bahas. Jika benda hanya bergerak pada lintasan berupa garis lurus maka kita cukup menggunakan satu sumbu koordinat. Gerak semacam ini sering disebut gerak satu dimensi. Contoh gerak tersebut adalah gerak mobil saat di jalur lurus jalan tol atau gerak kereta api pada rel yang lurus atau gerak pesawat pada posisi *cruising* (posisi lintasan tertinggi). Pada posisi *cruising* umumnya lintasan pesawat berupa garis lurus. Pesawat baru akan keluar dari lintasan lurus kalau di depan ada turbulensi, ada peasawat lain, atau pesawat akan mendarat.

Jika benda bergerak pada bidang datar maka kita memerlukan dua sumbu koordinat. Bisanya sumbu koordinat dipilih saling tegak lurus. Walapun tidak harus dua sumbu tegak lurus. Sembarang dua sumbu yang tidak berimpit dapat kita gunakan sebagai sumbu koordinat untuk menjelaskan benda yang bergerak pada bidang datar. Namun, penggunaan sumbu yang tegak lurus akan mempermudah dalam menjelaskan gerak benda tersebut. Gerak pada bidang yang memerlukan dua sumbu koordinat untuk menjelaskannya dinamakan juga gerak dua dimensi. Gerak pemain bola, gerak benda di atas meja, gerak pembalap di sirkuit, gerak kapal di atas laut adalah contoh gerak dua dimensi.

Gerak benda yang paling umum adalah gerak dalam ruang, tidak hanya berada pada garis lurus dan tidak hanya pada satu bidang datar. Untuk gerak umum ini diperlukan tiga sumbu koordinat untuk menjelaskan gerak benda secara lengkap. Sumbu koordinat yang mudah adalah sumbu yang saling tegak lurus. Walaupun tidak harus sumbu tegak lurus untuk menjelaskan gerak benda yang umum. Asal ada tiga sumbu yang tidak berimpit maka tiga sumbu koordinat tersebut dapat digunakan untuk menjelaskan gerak benda secara umum. Gerak benda yang bebas dan memerlukan tiga sumbu koordinat untuk menjelaskannya disebut gerak tiga dimensi.

Sepanjang buku ini, jika disebutkan sumbu koordinat maka yang dimaksud adalah sumbu yang saling tegak lurus. Seperti yang umum digunakan selama ini, jika kita hanya menjelaskan gerak satu dimensi maka sumbu koordinat yang kita gunakan umumnya adalah sumbu x. Jika kita bahas gerak dua dimensi maka sumbu yang kita gunakan adalah sumbu x dan y yang saling tegak lurus. Jika kita bahas gerak umum atau gerak tiga dimensi maka sumbu koordinat yang kita gunakan adalah sumbu x, y, dan z dan juga saling tegak lurus.

Sekarang kita mulai mendefisikan besaran gerak. Pertama adalah posisi. Posisi adalah lokasi benda dalam sumbu koordinat. Jadi, sebelum menentukan posisi maka sumbu koordinat harus ditetapkan terlebih dahulu. Benda pada tempat yang sama memiliki posisi yang berbeda jika kita menggunakan sumbu koordinat yang berbeda. Posisi adalah vektor yang berpangkal dari pusat koordinat ke lokasi benda. Pusat koordinat adalah titik potong semua sumbu kordinat.

Jika lokasi benda diproyeksikan secara tegak lurus ke masing-masing sumbu koorinat maka kita peroleh tiga parameter (Gambar 2.1). Jika proyeksi tersebut memotong masing-masing sumbu koordinat pada lokasi x, y, dan z maka kita katakan posisi benda adalah

$$\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z \tag{2.1}$$

dengan

$\vec{r}$ adalah vektor yang pangkalnya di pusat koordinat dan ujungnya di posisi benda;

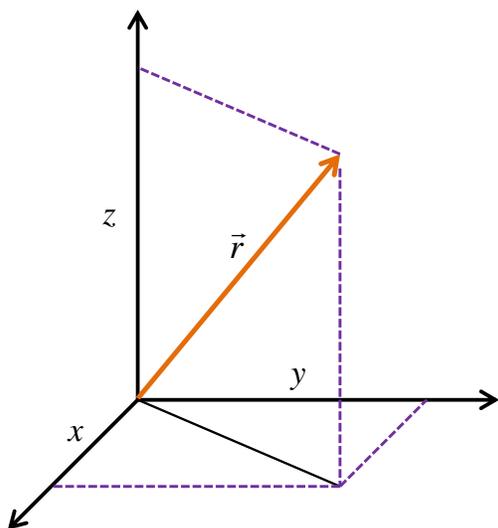
x adalah komponen vektor $\vec{r}$ dalam arah sumbu x;

y adalah komponen vektor $\vec{r}$ dalam arah sumbu y;

z adalah komponen vektor $\vec{r}$ dalam arah sumbu z;

$\hat{i}$ adalahvektor satuan yang searah dengan sumbu x , $\hat{j}$ adalah vektor satuan yang searah sumbu y, dan $\hat{k}$ adalah vektor satuan yang searah sumbu z.

Vektor satuan artinya vektor yang panjangnya satu, atau

$$\left|\hat{i}\right| = 1, \ \left|\hat{j}\right| = 1, \text{ dan } \left|\hat{k}\right| = 1$$

Gambar 2.1 Posisi sebuah benda dalam koordinat tiga dimensi.

Panjang vektor $\vec{r}$ menyatakan jarak benda dari pusat koordinat memenuhi dalil Phitagoras (karena komponen saling tegak lurus), yaitu

$$r = \left|\vec{r}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{2.2}$$

Sebelum melangkah lebih jauh, mari kita lihat sifat perkalian vektor satuan. Sifat perkalian skalar yang dipenuhi adalah

$$\hat{i} \bullet \hat{i} = 1, \quad \hat{j} \bullet \hat{j} = 1, \quad \hat{k} \bullet \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \bullet \hat{j} = 0, \quad \hat{j} \bullet \hat{k} = 1, \quad \hat{i} \bullet \ddot{k} = 1$$

Posisi di Permukaan Bumi

Posisi tempat di permukaan Bumi dinyatakan oleh koordinat lintang dan bujur. Koordinat lintang bernilai dari -90° atau 90° LS (kutub selatan Bumi) ke +90° atau 90° LU (kutub utara Bumi). Koordinat bujur bernilai dari -180° (180° BB) sampai +180° (180° BT). Bagaimana menyatakan vektor posisi lokasi yang berada di permukaan Bumi?

Posisi di permukaan Bumi lebih mudah digambarkan dalam diagram bola seperti diilsutrasikan pada Gambar 2.2. Namun pada pagian ini kita ringkas saja. Koordinat posisi di permukaan bumi memenuhi

$$x = R\cos\phi\cos\lambda \qquad (2.3a)$$

$$y = R\cos\phi\sin\lambda \qquad (2.3b)$$

$$z = R\sin\phi \qquad (2.3c)$$

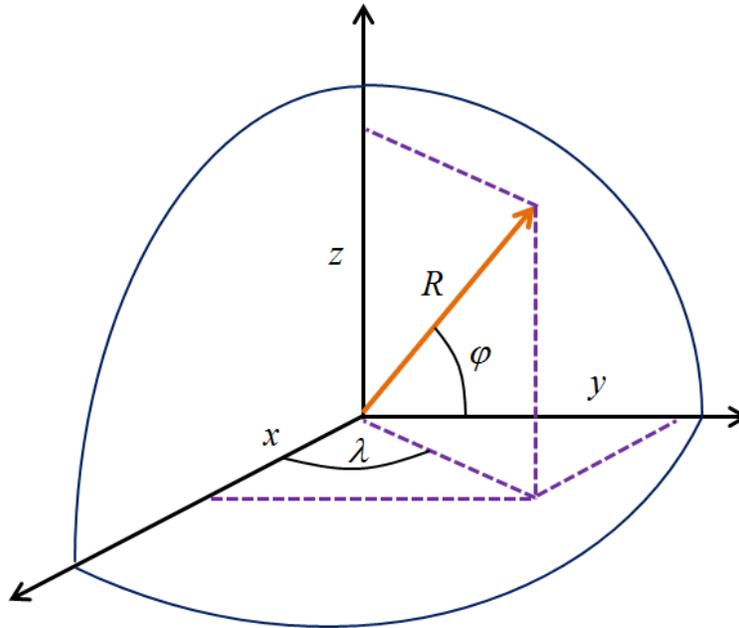
dengan

ϕ adalah sudut lintang;

λ adalah sudur bujur;

R = 6.400 km (jari-jari bumi).

Contoh 2.1

Tentukan vektor posisi kota Jakarta yang memiliki koordinat geografis 6,1745° LS, 106,8227° BT.

Gambar 2.2 Koordinat di permukaan bumi. Sudut λ adalah sudut bujur dan sudut φ adalah sudut lintang.

Jawab

ϕ = -6,1745° (karena berada di kutub selatan)

λ = 106,8227° (karena berada di bujur timur)

Koordinat vektor posisi kota Jakarta adalah

$$x = 6.400 \times \cos(-6{,}1745^o) \times \cos(106{,}8227^o)$$

= -1.841 km

$$y = 6.400 \times \cos(-6{,}1745^o) \times \sin(106{,}8227^o)$$

= 6.091 km

$$z = 6.400 \times \sin(-6{,}1745^o)$$

= -688 km

Jadi, vektor posisi kota Jakarta adalah

$$\vec{r} = (-1.841\hat{i} + 6.091\hat{j} - 688\hat{k}) \text{ km}$$

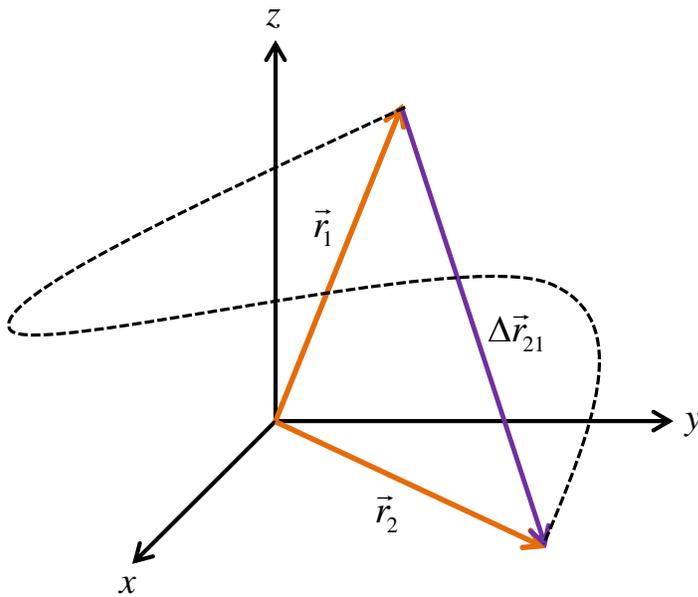
Apa pentingnya memahami posisi? Hampir tidak ada teknologi canggih di dunia ini yang tidak menggunakan konsep posisi. Peluncuran roket, pesawat ruang angkasa, autopilot pesawat terbang, peluncuran peluru kendali, penentuan lokasi di permukaan bumi dengan peralatan yang bernama GPS, dan pergerakan robot semuanya melibatkan perhitungan posisi. Bahkan gerakan cartridge printer yang kita gunakan sehari-hari sehingga diperoleh cetakan yang sangat teliti juga melibatkan pengontrolan posisi. Dalam ruang kontrol navigasi pesawat, kapal laut, dan kereta api, yang diamati adalah posisi masing-masing mesin transportasi tersebut.

2.2 Perpindahan

Tidak banyak fenomena fisis yang menarik jika benda diam di tempatnya atau posisi benda tetap. Manusia banyak memanfaatkan sifat gerak benda. Misalnya gerakan air terjun yang dimanfaatkan untuk menghasilkan tenaga listrik, gerakan alat-alat transportasi untuk memindahkan manusia dan barang, gerak planet mengitari matahari, gerak partikel udara yang menyebabkan suara dapat merambat, dan sebagainya. Jadi, adanya perubahan posisi benda merupakan fenomena yang penting bagi manusia. *Perubahan posisi benda didefinsikian sebagai perpindahan.*

Kita formulasikan perpindahan sebagai berikut. Misalkan sebuah benda mula-mula berada di titik A dengan vektor posisi $\vec{r}_1$. Beberapa saat berikutnya, benda tersebut berada pada titik B dengan vektor posisi $\vec{r}_2$. Kita mendefinisikan perpindahan benda dari titik A ke titik B sebagai berikut

$$\Delta\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \qquad (2.4)$$

Tampak dari Gambar 2.3 bahwa, vektor perpindahan $\Delta\vec{r}_{21}$ adalah vektor yang pangkalnya berada di ujung vektor $\vec{r}_1$ dan kepalanya berada di ujung vektor $\vec{r}_2$.

Gambar 2.3 Vektor perpindahan benda adalah selisih posisi akhir dengan posisi awal. Perpindahan tidak bergantung pada lintasan benda tetapi hanya ditentukan oleh garis lurus dari posisi awal ke posisi akhir.

Kita juga dapat menulis vektor $\vec{r}_1$ dan $\vec{r}_2$ dalam komponen-komponennya, yaitu

$$\vec{r}_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$$

$$\vec{r}_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k} \quad (2.5)$$

dengan

x_1 adalah komponen vektor $\vec{r}_1$ dalam arah *x*;

y_1 adalah komponen vektor $\vec{r}_1$ dalam arah *y*;

z_1 adalah komponen vektor $\vec{r}_1$ dalam arah *z*;

x_2 adalah komponen vektor $\vec{r}_2$ dalam arah *x*;

y_2 adalah komponen vektor $\vec{r}_2$ dalam arah *y*;

z_2 adalah komponen vektor $\vec{r}_2$ dalam arah *z*;

Jika kita nyatakan dalam komponen-komponen vektor maka kita dapat menulis vektor perpindahan sebagai berikut

$$\Delta\vec{r}_{21} = (x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}) - (x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k})$$

$$= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} \qquad (2.6)$$

Perpindahan adalah besaran vektor sehingga memiliki panjang dan arah. Arahnya sama dengan arah kita melihat dari ujung vektor $\vec{r}_1$ ke ujung vektor $\vec{r}_2$. Besar perpindahan benda, yaitu panjang vektor perpindahan adalah

$$\Delta r_{21} = \left|\Delta\vec{r}_{21}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)} \qquad (2.7)$$

Selama bergerak dari posisi 1 ke posisi 2 bisa saja terjadi lintasan yang ditempuh benda bukan garis lurus, tetapi berupa kurva melengkung. Namun perpindahan benda tetap sama. Perpindahan tidak dipengaruhi oleh lintasan yang ditempuh dari posisi awal ke posisi akhir, tetapi hanya bergantung pada vektor posisi awal dan vektor posisi akhir. Orang yang berangkat dari terminal Leuwi Panjang di Bandung ke terminal Kampung Rambutan di Jakarta selalu memiliki perpindahan yang sama, tidak bergantung pada jalur yang ditempuh. Berangkat dari terminal Bandung ke terminal Jakarta bisa melewati jalur tol, atau melewati kabupaten Purwakarta, atau melewati Cipanas-Puncak, atau melewati Sukabumi. Tetapi, jalur manapun yang dilewati perpindahan tetap sama karena posisi awal dan posisi akhir semuanya sama.

Kalau kamu naik mobil dari Bandung ke Jakarta maka jarak yang kamu tempuh sekitar 140 km. Namun, nilai ini bukan perpindahan. Perpindahan adalah panjang garis lurus yang mengubungkan Bandung-Jakarta (lihat Gambar 2.4)

Gambar 2.4 Perpindahan dari Bandung ke Jakarta sama dengan panjang garis lurus yang menghubungkan Bandung dan Jakarta, bukan panjang jalan yang ditempuh dari Bandung ke Jakarta.

Contoh 2.2

Setelah kita membuat sebuah sistem koordinat ternyata sebuah benda berada pada posisi $\vec{r}_1 = 8\hat{i} + 10\hat{j} - 15\hat{k}$ m. Beberapa saat kemudian benda bergerak dan posisinya menjadi $\vec{r}_2 = -5\hat{i} + 20\hat{j}$ m. Berapakah vektor perpindahan serta besar perpindahan benda?

Jawab

Perpindahan benda

$$\Delta\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$= (-5\hat{i} + 20\hat{j} - 15\hat{k}) - (8\hat{i} + 10\hat{j})$$

$$= (-5-8)\hat{i} + (20-10)\hat{j} + (-15-0)\hat{k}$$

$$= -13\hat{i} + 10\hat{j} - 15\hat{k} \text{ m}$$

Besar perpindahan benda

$$\Delta r_{21} = \sqrt{(-13)^2 + (10)^2 + (-15)^2} = \sqrt{494} \text{ m}$$

Contoh 2.3

Posisi benda tiap saat ditentukan oleh persamaan $\vec{r} = 10t\,\hat{i} + (10t - 5t^2)\,\hat{j}$ (satuan meter). (a) Tentukan posisi benda pada saat t = 1 s dan t = 10 s. (b) Tentukan perpindahan benda selama selang waktu t = 1 s sampai t = 10 s. (c) tentukan waktu sehingga perpindahan benda dalam arah sumbu y adalah nol. (d) Gambar kurva lintasan benda antara t = 0 sampai t = 5 s.

Jawab

(a) Posisi benda saat t = 1 s

$$\vec{r}_1 = 10\times 1\hat{i} + (10\times 1 - 5\times 1^2)\,\hat{j} = 10\,\hat{i} + 5\,\hat{j} \text{ m}$$

Posisi benda saat t = 10 s

$$\vec{r}_2 = 10\times 10\,\hat{i} + (10\times 10 - 5\times 10^2)\,\hat{j} = 100\,\hat{i} - 400\,\hat{j} \text{ m}$$

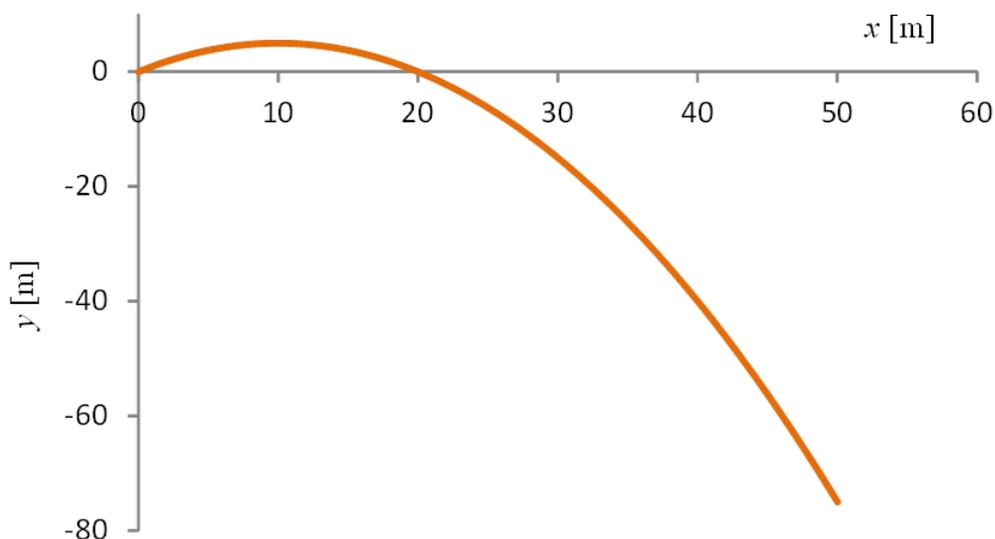
(b) Perpindahan benda antara t = 1 s sampai t = 10 s

$$\Delta\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$= (100\hat{i} - 400\hat{j}) - (10\hat{i} + 5\hat{j})$$

$$= (100 - 10)\hat{i} + (-400 - 5)\hat{j} = -90\hat{i} - 405\hat{j} \text{ m}$$

(c) perpindahan benda dalam arah sumbu y adalah $y = 10t - 5t^2$. Perpindahan dalam arah subu y nol jika dipenuhi $10t - 5t^2 = 0$. Solusinya adalah t = 0 dan t = 2 s.

(d) untuk menggambar lintasan benda maka yang kita lakukan adalah menghitung koordinak x dan y benda pada berbagai waktu kemudian menempatkan nilai tersebut pada sumbu koordinat (x adalah sumbu datar dan y adalah sumbu vertikal). Posisi benda pada masing-masing koordinat memenuhi $x = 10t$ dan $y = 10t - 5t^2$. Kemudian kita dapat menggunakan *Excel* pada *Microsoft Office* untuk menentukan nilai x dan y pada berbagai t. Hasil perhitungan ditempatkan dalam dua kolom terpisah (misalknya kolom B untuk nilai x dan kolom C untuk nilai y). Kemudian menggambar kurva menggunakan data pada dua kolom tersebut. Kolom A sendiri digukanan untuk menempatkan sejumlah nilai t dari 0 sampai 5. Kalian bisa memilih kenaikan nilai t pada tiap baris cukup kecil sehingga diperoleh kurva yang mulus. Gambar 2.5 adalah kurva yang diperoleh.

Gambar 2.5 Koordinat posisi benda selama t = 0 sampai t = 5 s.

Mengukur Perpindahan dengan GoogleMap

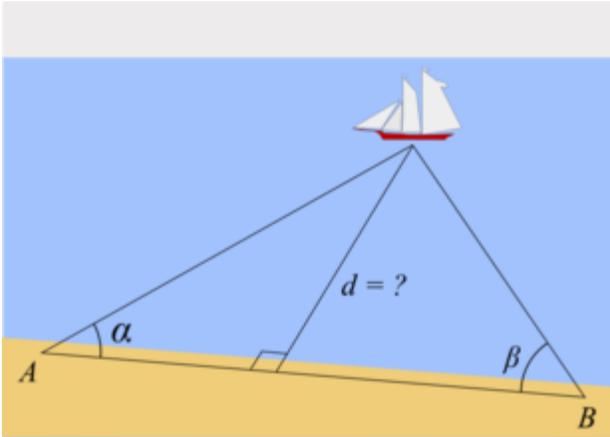
Perpindahan di permukaan bumi dapat ditentukan dengan mudah menggunakan *GoogleMap*. Perpindahan adalah jarak lurus dua tempat. Yang kita lakukan adalah membuka *Goggle* lalu pindah ke fasilitas *Map*. Tandai tempat awal dan tandai tempat akhir dengan perintah *measure distance*. Gambar 2.6 memperlihatkan jarak dari Institut Teknologi Bandung ke Gedung Sate (Kantor Gubernur Jawa Barat). Jarak tersebut adalah 1,53 km. Jadi jika kita bergerak dari ITB ke Gedung Sate melewati jalan mana pun maka besar perpindahan kita adalah 1,53 km.

Gambar 2.6 Nilai perpindahan dari ITB ke Gedung sate yang digambar pada *GoogleMap*.

Metode Triangulasi

Metode triangulasi dapat digunakan untuk menentukan jarak seuatu benda hanya dengan mengacu pada jarak dua titik yang ada. Cara yang dilakukan adalah menarik garis lurus yang menguhungkan dua titik yang dapat diukur langsung jaraknya. Jarak dua titik tersebut diukur dengan teliti. Kemudian sudut yang dibentuk garis hubung satu titik ke benda yang akan ditentukan jaraknya dengan garis penguhubung dua titik diukur. Kemudian sudut antara garis hubung titik kedua dengan benda dengan garis hubung dua titik juga diukur. Berdasarkan informasi dua nilai sudut dan jarak dua titik maka jarak benda dapat dihitung.

Sebagai contoh lihat Gambar 2.7. Kita ingin menentukan jarak kapal dari garis pantai. Kita tetapkan dua titik acuan A dan B yang berada di garis pantai. Jarak dua titik diukur dengan teliti dan misalkan kita

dapatkan ℓ. Misalkan sudut yang terbentuk di titik A adalah α dan sudut yang dibentuk di titik B adalah β. Misalkan jarak kapal ke garis pantai yang ingin kita tentukan adalah d.

Gambar 2.7 Contoh penentuan jarak dengan metode triangulasi

Dengan menggunakan aturan trigonometri maka kita dapatkan persamaan berikut ini

$$\ell = \frac{d}{\tan\alpha} + \frac{d}{\tan\beta}$$

$$= d\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\cos\beta}{\sin\beta}\right)$$

$$= d\left(\frac{\cos\alpha\sin\beta + \cos\beta\sin\alpha}{\sin\alpha\sin\beta}\right)$$

$$= d\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

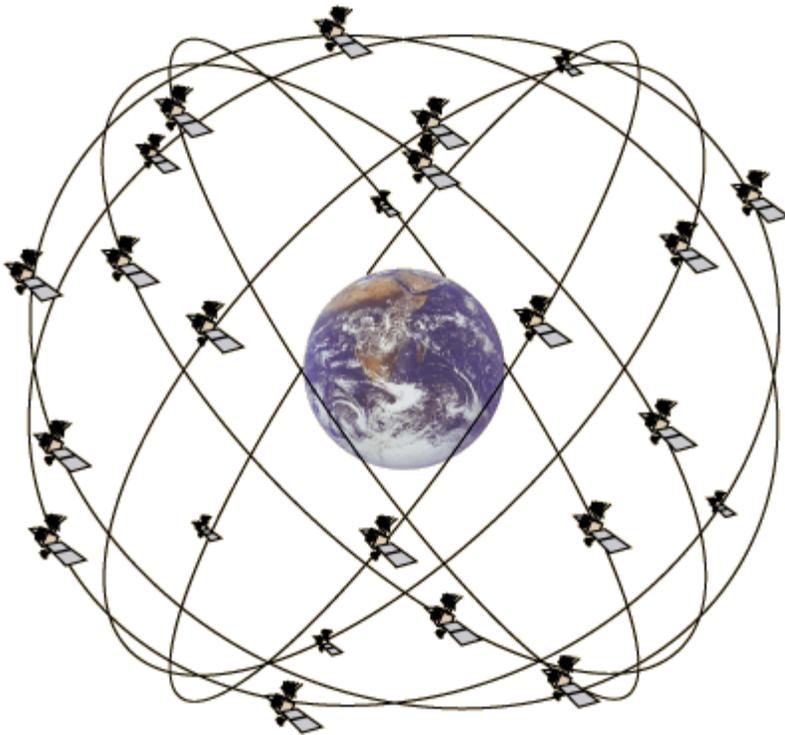
Dengan demikian jarak kapal ke garis pantai adalah

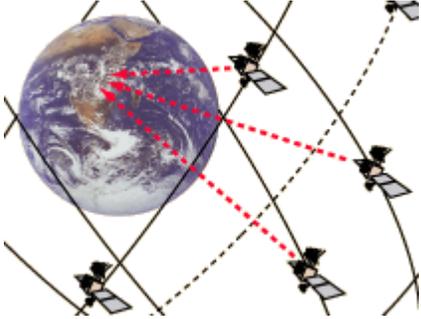
$$d = \ell\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} \qquad (2.8)$$

Metode triangulasi banyak digunakan dalam survei dan pemetaan. Gambar 2.8 adalah alat yang sering digunakan untuk mengukur jarak dengan metode triangulasi. Yang dibutuhkan adalah pengukuran sudut yang teliti dan pengukuran jarak dut titik acuan yang teliti juga. Namun aplikasi yang luar biasa dari metode triangulan saat ini adalah pada teknologi *Global Positioning System* (GPS). Hampir semua HP pintar (smartphone) saat ini telah dilengkapi dengan GPS. Dengan peralatan kecil yang ada di genggaman tangak maka kita dapat mengetahui di lokasi mana di permukaan bumi kita sedang berada.

Gambar 2.8 Contoh alat ukur jarak menggunakan metode triangulasi (surveyequipment.com).

Satelit GPS (bagian ini dapat kalian lewati kalau merasa terlalu sulit)**.** Satelit-satelit GPS mengorbit bumu pada ketinggian sekitar 20 ribu km dari permukaan bumi dengan periode sekitar 10 jam (Gambar 2.9). Semua satelit membawa jam atom yang secara periodik dikalibrasi di stasion yang ada di bumi yang bertempat di Colorado, Amerika Serikat.

Satelit-satelit tersebut mengirimkan sinyal secara periodik ke bumi berupa koordinatnya (sudut lintang dan bujur) beserta waktu saat sinyal itu dikirim (Gambar 2.10). Berdasarkan perbedaan jam saat satelit mengirim sinyal dan jam saat alat GPS di bumi menerima sinyal maka waktu tempuh sinyal yang dikirim satelit dapat ditentukan. Karena sinyal yang dikirim satelit berupa gelombang radio yang bergerak dengan laju yang sama dengan laju cahaya maka jarak satelit dari alat GPS dapat ditentukan. Informasi dari sinyal yang diterima oleh alat GPS di bumi yang berasal dari sejumlah satelit digunakan dalam perhitungan perhitungan sehingga koordinat di mana GPS berada dapat ditentukan. Ke 24 satelit GPS ditempatkan dalam 6 orbit di mana tiap orbit ditempati oleh 4 satelit pada jarak yang sama.

Gambar 2.9 Konsetasli satelit GPS terdiri dari 24 satelit yang mengorbit bumi pada ketianggian 20 ribu km dari permukaan bumi. Satelit tersebut ditempatkan dalam 6 bidang orbit di mana tiap orbit berisi 4 satelit.

Alat GPS menerima sinyal dari sejumlah satelit berupa koordinat satelit-satelit tersebut beserta waktu pengirimannya. Dengan demikian alat GPS dapat menentukan jarak satelit dan koordinat satelit. Berdasarkan jarak dan koordinat sejumlah satelit tersebut maka koordinat di permukaan bumi tempat GPS berada dapat dihitung.

Gambar 2.10 Semua satelit GPS secara terus-menerus mengirim sinyal ke bumi yang berisi koordinat di mana satelit berada (koordinat bujur dan lintang) serta jam saat satelit mengirim sinyal tersebut.

Agar alat GPS dapat menentukan lokasinya maka diperlukan minimal informasi koordinat dan jarak 3 satelit. Jika kurang dari 3 informasi maka penentuan posisi GPS tidak dapat dilakukan. Oleh karena itu, setiap saat di lokasi manapun di permukaan bumi harus dapat menerima sinyal dari paling sedikit 3 satelit. Jumlah minimal satelit yang mengitari bumi agar paling sedikit 3 satelit selalu dapat diamati dari permukaan bumi adalah 24 satelit. Itulah yang menjadi alasan mengapa konsetalasi satelit GPS berjumlah minimal 24 buah. Bagaimana menentukan lokasi benda dari informasi satelit GPS?

Perhatikan Gambar 2.11. Misalkan alat GPS menerima sinyal dari 3 satelit. Sinyal tersebut memberi informasi tentang koordinat 3 satelit berupa sudut lintang dan bujur. Dengan rumus yang telah dipasang dalam alat GPS maka koordinat 3 satelit dapat ditentukan. Misalkan koordinat 3 satelit tersebut adalah (x_1,y_1,z_1), (x_2,y_2,z_2), dan (x_3,y_3,z_3). Berdasarkan waktu yang ada di sinyal satelit maka alat GPS dapat menghitung jarak masing-masing satelit. Misalkan jarak masing-masing satelit yang dihitung adalah d_1, d_2, dan d_3. Yang akan kita tentukan adalah koordinat alat GPS yang berada di bumi. Misalkan GPS tersebut berada pada koordinat (x,y,z) dan kooridinat tersebut yang akan kita tentukan.

Dengan menggunakan teorema phitagoras maka kita dapatkan empat persamaan berikut ini

$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2=d_1^2 \quad (2.9a)$$

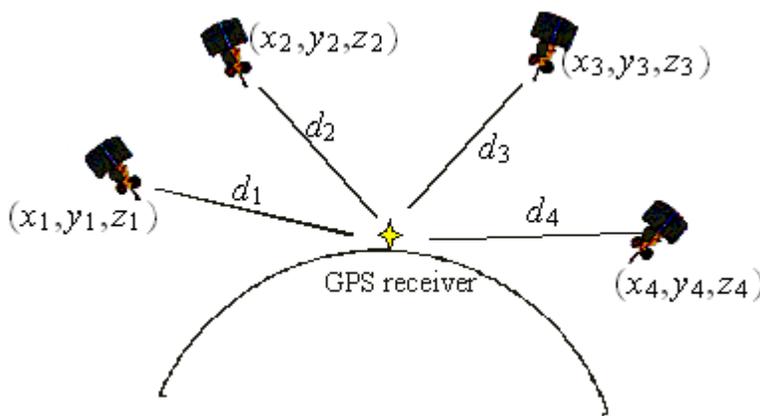
$$(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2=d_2^2 \quad (2.9b)$$

$$(x-x_3)^2+(y-y_3)^2+(z-z_3)^2=d_3^2 \quad (2.9c)$$

Mari kita faktorkan tiga persamaan di atas sehingga diperoleh

$$x^2 - 2xx_1 + x_1^2 + y^2 - 2yy_1 + y_1^2 + z^2 - 2zz_1 + z_1^2 = d_1^2 \quad (2.10a)$$

$$x^2 - 2xx_2 + x_2^2 + y^2 - 2yy_2 + y_2^2 + z^2 - 2zz_2 + z_2^2 = d_2^2 \quad (2.10b)$$

$$x^2 - 2xx_3 + x_3^2 + y^2 - 2yy_3 + y_3^2 + z^2 - 2zz_3 + z_3^2 = d_3^2 \quad (2.10c)$$

Gambar 2.11 Alat GPS menerima sinyal dari 3 satelit GPS.

Kurangkan persamaan (2.10a) dan (2.10b) sehingga diperoleh

$$-2x(x_1 - x_2) + (x_1^2 - x_2^2) - 2y(y_1 - y_2) + (y_1^2 - y_2^2) - 2z(z_1 - z_2) + (z_1^2 - z_2^2) = d_1^2 - d_2^2$$

atau

$$2x(x_1 - x_2) + 2y(y_1 - y_2) + 2z(z_1 - z_2) = (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) - (x_2^2 + y_2^2 + z_2^2) - (d_1^2 - d_2^2)$$

Mengingat $x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = r^2$ maka kita peroleh persamaan berikut ini

$$x(x_1 - x_2) + y(y_1 - y_2) + z(z_1 - z_2) = -\frac{1}{2}\left(d_1^2 - d_2^2\right) \qquad (2.11)$$

Dengan cara yang sama maka dari persamaan (2.10a) dan (2.10c) kita peroleh

$$x(x_1 - x_3) + y(y_1 - y_3) + z(z_1 - z_3) = -\frac{1}{2}\left(d_1^2 - d_3^2\right) \qquad (2.12)$$

Dengan cara yang sama pula maka dari persamaan (2.10b) dan (2.10c) kita peroleh

$$x(x_2 - x_3) + y(y_2 - y_3) + z(z_2 - z_3) = -\frac{1}{2}\left(d_2^2 - d_3^2\right) \qquad (2.13)$$

Persamaan (2.11) sampai (2.13) harus diselesaikan secara serentak sehingga diperoleh satu set nilai x, y, dan z yang memenuhi secara bersamaan tiga persamaan tersebut. Peralatan dalam GPS telah dilengkapi dengan program yang dapat melakukan perhitungan. Karena persamaan yang diselesaikan tidak terlalu rumit maka perhitungan pun tidak terlalu lama sehingga alat GPS dapat mengelurakan data sangat cepat. Akibatnya kita dapat menentukan lokasi GPS dengan segera.

2.3 Jarak Tempuh

Jarak tempuh adalah jarak sebenarnya yang ditempuh benda ketika bergerak dari satu titik ke titik lainnya. Dari Bandung ke Jakarta, jarak tempuh kendaraan adalah 140 km kalau melalui jalan tol. Tetapi kalau melalui Cianjur-Puncak atau Purwakarta atau Cianjur-Sukabumi maka jarak tempuh lebih besar. Makin banyak tikungan yang dilewati benda untuk beripindah dari satu titik ke titik lainnya maka jarak tempuh akan makin banyak.

Perhatikan Gambar 2.12. Ada tiga lintasan yang dapat ditempuh untuk berpindah dari Bandung ke Jakarta. Perpindahan yang dihasilkan pada setiap lintasan yang diambil selalu sama karena garis lurus yang mengubungkan Bandung-Jakarta selalu sama. Namun, jarak tempuh lintasan (3) lebih besar daripada lintasan (2) dan lebih besar daripada lintasan (1).

Menghitung jarak tempuh jauh lebih sulit daripada menghitung perpindahan karena panjang tiap potongan lintasan yang ditempuh benda harus diukur. Saat menghitung perpindahan kita tidak perlu mencatat tiap saat gerakan benda atau tidak mempedulikan posisi benda selama

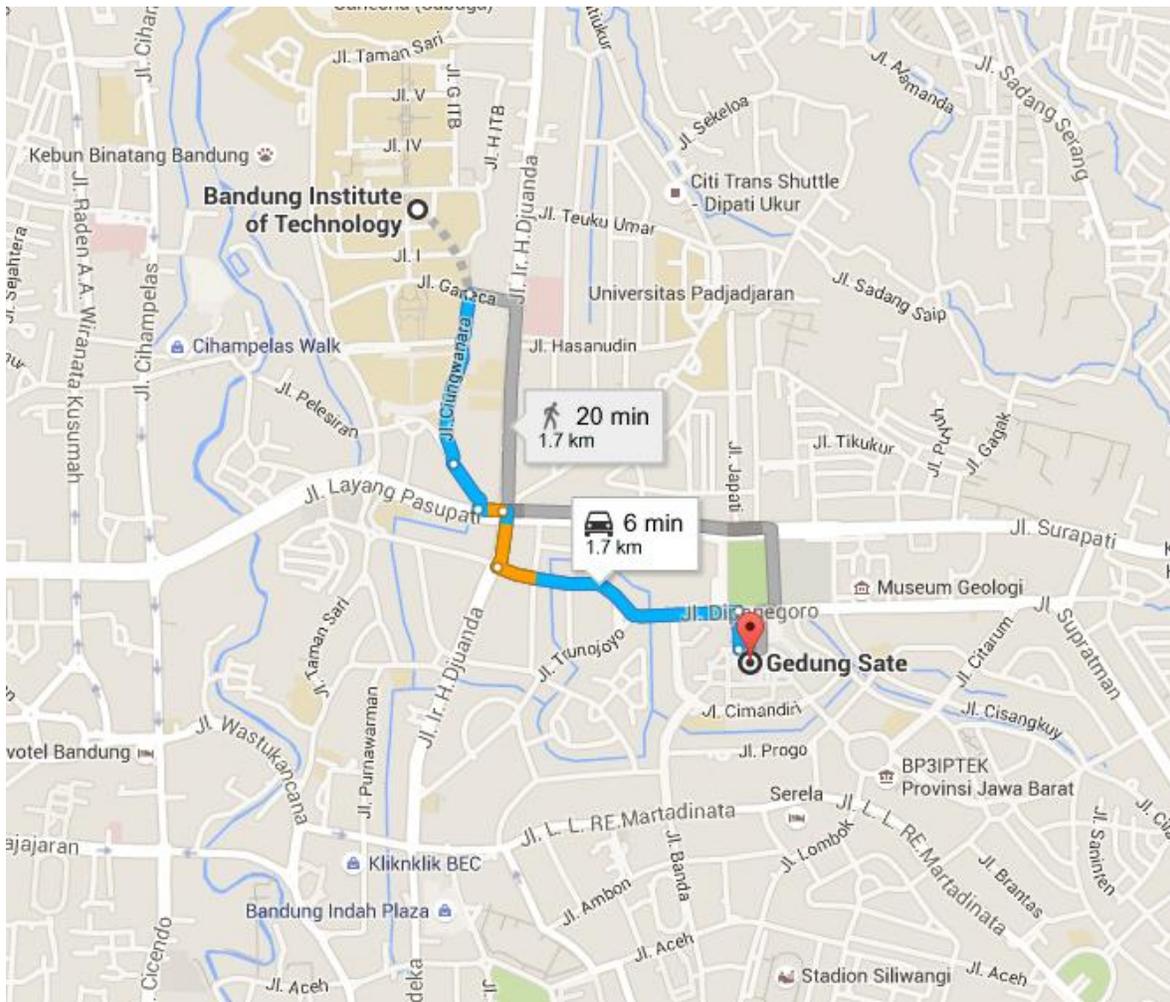
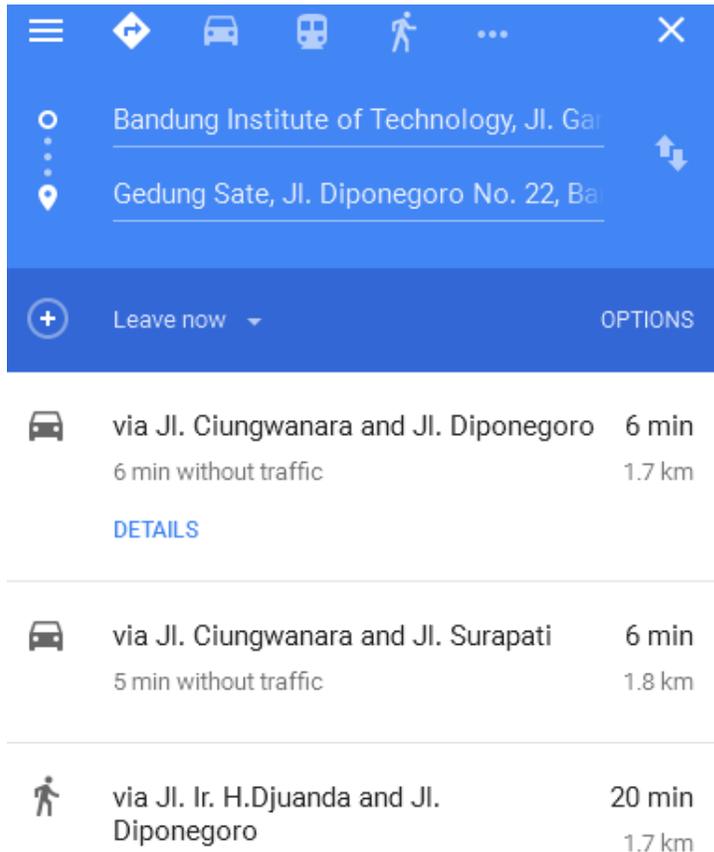
bergerak. Yang perlu dicatat hanya di mana posisi awal benda dan di mana posisi akhirnya. Sedangkan untuk menentukan jarak tempuh maka tiap saat posisi benda harus dicatat. Jarak pergerakan benda dalam tiap pertambahan waktu sekecil apapun harus diukur. Jarak temput adalah jumlah semua jarak pergerakan tersebut.

Gambar 2.12 Jarak tempuh Bandung-Jakarta melalui lintasan (1), (2), dan (3) berbeda. Tetapi pepindahan dari Bandung ke Jakarta tetap sama, tidak bergantung pada lintasan yang diambil.

Sebagai contoh, kita sudah tentukan bahwa besar perpindahan dari ITB ke Gedung Sate adalah 1,53 km. Jarak tersebut adalah panjang garis lurus yang menghubungkan ITB dengan Gednung Sate. Kalau kita jalan atau naik kendaraan tidak mungkin kita mengikuti garis lurus tersebut karena akan menabrak sejumlah rumah penduduk atau gedung perkantoran. Yang bisa kita lakukan adalah melewati jalan yang ada yang tentu berbelok-belok. Jalan yang kita tempuh ini disebut jarak tempuh. Besarnya jarak tempuh bergantung pada jalan yang dipilih.

Mengukur Jarak Tempuh dengan GoogleMap

Dengan menggunakan *GoogleMap* kita bisa memperkirakan jarak

tempuh pada berbagai jalan yang dipilih. Gambar 2.13 adalah salah satu lintasan yang dapat kita pilih. Jika lintasan yang kita pilih adalah melewati jl. Ciungwanara dan jl. Diponegoro maka jarak tempuh sekitar 1,7 km. Jika kita melewati jl. Ciungwanara dan jl. Surapati maka jarak tempuh adalah 1,8 km dan jika kita memilih jl. Ir. J. Djuanda dan jl. Diponegoro maka jarak tempuh sekitar 1,7 km. Informasi ini ditampilkan oleh *GoogleMap* seperti ditunjukkan pada Gambar 2.14.

Gambar 2.13 Menentukan jarak tempuh dari ITB ke Gedung Sate menggunakan *GoogleMap*.

Gambar 2.14 Tampilan jarak tempuh dari ITB ke Gedung Sate dalam layar *GoogleMap*.

Jarak di Permukaan Bumi

Lokasi di permukaan bumi dinyatakan oleh sudut lintang dan sudur bujur. Dalam bahasa Inggris sudut lintang disebut *latitude* sedangkan sudut bujur disebut *longitude*. Jika kita diberikan data sudut lintang dan sudut bujur dua kota, berapakah jarak terdekat dua kota tersebut? Tentu jarak tersebut bukan sebuah garis lurus yang menghubungkan kedua kota. Sebab kalau lokasi kota cukup jauh maka garis lurus yang menghubugkan dua kota akan menembus tanah disebabkan oleh bentuk bumi yang mendekati bola. Jarak tedekat adalah garis lengkung mengikuti lengkungan permukaan bumi tetapi kalau diporoyeksikan ke bawah akan berupa garis lurus. Penerbangan pesawat komersial antar kota akan cenderung menempuh jarak terpendek tersebut. Tidak heran saat ini bahwa penerbangan dari China ke Amaerika atau Canada mengambil rute di atas kutub utara karena itulah garis lengkung terpendek yang menghubungkan dua kota yang disambung.

Untuk menentukan jarak terpendek dua lokasi di permukaan bumi kita dapat menggunakan persamaan

$$s = R\Delta\sigma \tag{2.20}$$

dengan

R adalah jari-jari bumi

$\Delta\sigma$ dinamakan sudut sentral (dalam satuan radian)

Sudut sentral memenuhi persamaan

$$\Delta\sigma = \arccos\left[\sin\phi_1 \sin\phi_2 + \cos\phi_1 \cos\phi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)\right] \tag{2.21}$$

dengan

ϕ_1 adalah sudut lintang lokasi pertama;

ϕ_2 adalah sudut lintang lokasi kedua;

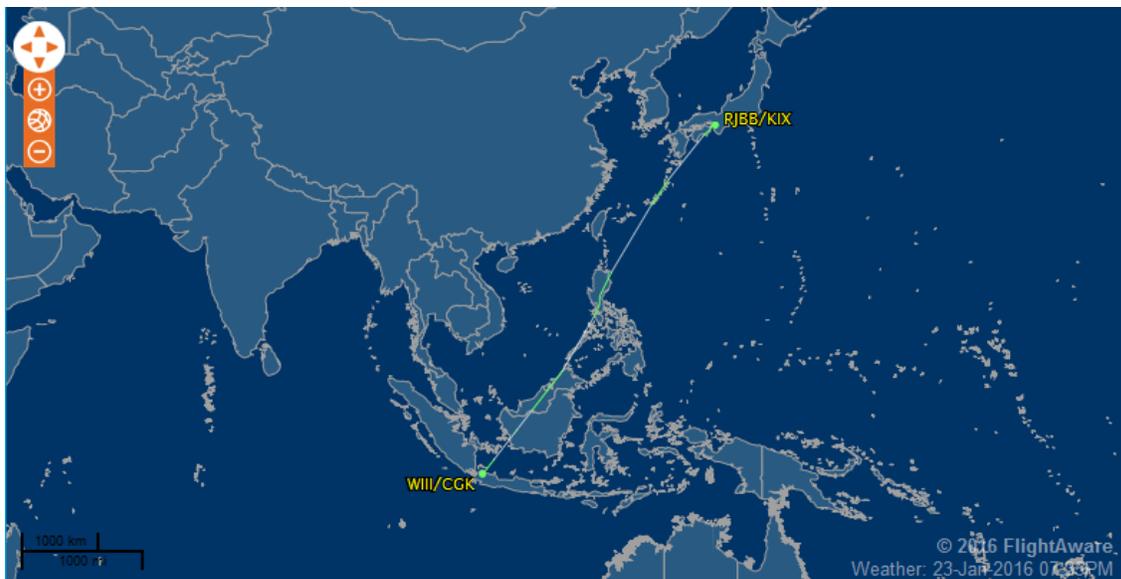
λ_1 adalah sudut bujur lokasi pertama;

λ_2 adalah sudut bujur lokasi kedua.

Dalam menentukan sudut, ditetapkan bahwa lintang utara diambil bernilai positif dan lintang selatan bernilai negarif, bujur barat diambil negatif dan bujur timur diambil positif.

Contoh 2.4

Koordinat kota Jakarta adalah 6,1745° LS, 106,8227° BT dan koordinat kota Osaka Jepang adalah 34,6939° LU, 135,5022° BT (Gambar 2.15). Pesawat Garuda dengan nomor penerbangan GA-888 melakukan penerbangan langsung dari Bandara Internasional Soekarto Hatta jam

23.30 WIB dan tiba di Bandara Kansai Osaka pukul 08.15 waktu Osaka dan kita anggap selama penerbangan pesawat selalu berada pada lintasan terpendek yang menghubungkan Jakarta dan Osaka. Kita ingin menentukan jarak terpendek dua kota tersebut. Gunakan jari-jari bumi 6.400 km.

Gambar 2.15 Lokasi bandara Soekarno Hatta Jakarta dan bandara Kansai, Osaka Jepang pada peta penerbangan (umber: flightaware.com, diakses 24 Januari 2016)

Jawab

Koordinat sudut dua kota adalah ϕ_1 = -6,1745°, ϕ_2 = 34,6939°, λ_1 = 106,8227, dan λ_2 = 135,5022°. dengan demikian $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ = 135,5022° – 106,8227° = 28,6795°. Besar sudut sentral yang menghubungkan Jakarta dan Osaka adalah

$$\Delta\sigma = \arccos\left[\sin\phi_1 \sin\phi_2 + \cos\phi_1 \cos\phi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)\right]$$

$$= \arccos\left[\sin(-6{,}1745^o)\sin(34{,}6939^o) + \cos(-6{,}1745^o)\cos(34{,}6939^o)\cos(28{,}6795^o)\right]$$

= 0,8554 rad

Jarak terpendek Jakarta-Osaka menjadi

$$s = R\Delta\sigma = 6.400 \times 0.8554 = 5.474 \text{ km}$$

2.4 Kecepatan Rata-Rata

Ada benda yang berpindah cepat dan ada yang berpindah lambat. Jika siput dan kodok disuruh berpindah sejauh 1 meter, yang mana yang duluan sampai? Pasti kodok bukan? Kita katakan bahwa kodok memiliki kecepatan berpindah yang lebih besar dari siput. Oleh karena itu kita perlu definisikan besaran kecepatan untuk mengukur berapa cepat sebuah benda berpindah. Kita mulai dari definisi kecepatan rata-rata. Kecepatan rata-rata didefinsikan sebagai perbandingan antara perpindahan dengan lama waktu melakukan perpindahan. Misalkan pada saat t_1 posisi benda adalah $\vec{r}_1$ dan pada saat t_2, posisi benda adalah $\vec{r}_2$. Maka

- Perpindahan benda adalah: $\Delta\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
- Lama waktu benda berpindah adalah: $\Delta t = t_2 - t_1$

Definisi kecepatan rata-rata adalah

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}_{21}}{\Delta t} \qquad (2.22)$$

Di sini kita gunakan tanda kurung siku, ⟨…⟩, sebagai simbol untuk rata-rata. Kecepatan rata-rata juga merupakan besaran vektor.

Karena hanya ditentukan oleh perpindahan dan waktu tempuh untuk melakukan perpindahan maka kecepatan rata-rata tidak dipengaruhi lintasan yang ditempuh. Informasi yang kita butuhkan hanya posisi awal, posisi akhir dan waktu tempuh. Bagaimana cara benda bergerak selama selang waktu tersebut tidak perlu diperhatikan.

Contoh 2.5

Pada saat t = 2 s posisi sebuah benda adalah $\vec{r}_1 = 10\hat{i}$ m, pada saat t = 6 s posisi benda menjadi $\vec{r}_2 = 8\hat{j} + 10\hat{k}$ m, dan pada waktu t = 16 s posisi benda adalah $\vec{r}_3 = 15\hat{i} - 10\hat{j} - 5\hat{k}$ meter. Berapakah kecepatan rata-rata benda selama perpindahan dari t_1 ke t_2, dari t_2 ke t_3, dan dari t_1 ke t_3?

Jawab

Perpindahan benda dari t_1 sampai t_2 adalah

$$\Delta\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$= (8\hat{j} + 10\hat{k}) - (10\hat{i})$$

$$= -10\hat{i} + 8\hat{j} + 10\hat{k} \text{ m.}$$

Lama perpindahan benda Δt = 6 – 2 = 4 s

Kecepatan rata-rata benda dari t_1 sampai t_2 adalah

$$\langle\vec{v}_{21}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}_{21}}{\Delta t}$$

$$= \frac{-10\hat{i} + 8\hat{j} + 10\hat{k}}{4}$$

$$= -2{,}5\hat{i} + 2\hat{j} + 2{,}5\hat{k} \text{ m/s}$$

Perpindahan benda dari t_2 sampai t_3 adalah

$$\Delta\vec{r}_{32} = \vec{r}_3 - \vec{r}_2$$

$$= (15\hat{i} - 10\hat{j} - 5\hat{k}) - (8\hat{j} + 10\hat{k})$$

$$= 15\hat{i} - 18\hat{j} - 15\hat{k} \text{ m}$$

Lama perpindahan benda Δt = 16 - 6 = 10 s

Kecepatan rata-rata benda dari t_2 sampai t_3 adalah

$$\langle\vec{v}_{32}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}_{32}}{\Delta t}$$

$$= \frac{15\hat{i} - 18\hat{j} - 15\hat{k}}{10}$$

$$= 1{,}5\hat{i} - 1{,}8\hat{j} - 1{,}5\hat{k} \text{ m/s}$$

Perpindahan benda dari t_1 sampai t_3 adalah

$$\Delta\vec{r}_{31} = \vec{r}_3 - \vec{r}_1$$

$$= (15\hat{i} - 10\hat{j} - 5\hat{k}) - (10\hat{i})$$

$$= 5\hat{i} - 10\hat{j} - 5\hat{k} \text{ m.}$$

Lama perpindahan benda Δt = 16-2 = 14 s

Kecepatan rata-rata benda dari t_1 sampai t_3 adalah

$$\langle \vec{v}_{31} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}_{31}}{\Delta t}$$

$$= \frac{5\hat{i} - 10\hat{j} - 5\hat{k}}{14}$$

$$= 0{,}36\hat{i} - 0{,}71\hat{j} - 0{,}34\hat{k} \text{ m/s}$$

Contoh 2.6

Posisi sebuah benda yang sedang bergerak memenuhi hubungan $\vec{r} = 3\hat{i} + 5t^2\hat{j} + 10t^3 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)\hat{j}$ m. Berapakah kecepatan rata-rata benda antara t = 0 s sampai t = 5 s?

Jawab

Posisi benda saat t = 0 s

$$\vec{r}_1 = 3\hat{i} + 5 \times 0^2\hat{j} + 10 \times 0^3 \times \cos(0)\hat{k} = 3\hat{i} \text{ m}$$

Posisi benda saat t = 5 s

$$\vec{r}_2 = 3\hat{i} + 5 \times 5^2\hat{j} + 10 \times 5^3 \times \cos\left(\frac{\pi}{10} \times 5\right) = 3\hat{i} + 125\hat{j} \text{ m}$$

Perpindahan benda

$$\Delta \vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (3\hat{i} + 125\hat{j}) - (3\bar{i}) = 125\hat{j}$$

Lama perpindahan benda Δt = 5-0 = 5 s

Kecepatan rata-rata benda

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}_{21}}{\Delta t} = \frac{125\hat{j}}{5} = 25\hat{j} \quad \text{m/s.}$$

Contoh 2.7

Vektor posisi tempat yang berada di permukaan bumi memenuhi

$$\vec{r} = R\left(\hat{i}\cos\phi\cos\lambda + \hat{j}\cos\phi\sin\lambda + \hat{k}\sin\phi\right)$$

dengan R adalah jari-jari bumi, ϕ adalah sudut lintang dan λ adalah sudut bujur. Dengan menggunakan Contoh 2.6 tentukan vektor posisi kota Jakarta, kota Osaka, perpindahan pesawat Garuda GA-888 dari Jakarta ke Osaka, dan kecepatan rata-rata pesawat Garuda tersebut.

Jawab

Untuk kota Jakarta: ϕ_1 = - 6,1745°, λ_1 = 106,8227° dan untuk kota Osaka ϕ_2 = 34,6939°, λ_2 = 135,5022°.

Vektor posisi kota Jakarta adalah

$$\vec{r}_J = 6.400 \times \left\{ \hat{i}\cos(-6{,}1745^o)\cos(106{,}8227^o) \right.$$

$$\left. + \hat{j}\cos(-6{,}1745^o)\sin(106{,}8227^o) + \hat{k}\sin(-6{,}1745^o) \right\}$$

$$= -1.841{,}5\hat{i} + 6.090{,}6\hat{j} - 688{,}4\hat{k} \quad \text{km}$$

Vektor posisi kota Osaka adalah

$$\vec{r}_O = 6.400 \times \left\{ \hat{i}\cos(34{,}6939^o)\cos(135{,}5022^o) \right.$$

$$\left. + \hat{j}\cos(34{,}6939^o)\sin(135{,}5022^o) + \hat{k}\sin(34{,}6939^o) \right\}$$

$$= -3.753{,}3\hat{i} + 3.688{,}2\hat{j} + 3.642{,}8\hat{k} \quad \text{km}$$

Perpindahan pesawat dari Jakarta ke Osaka adalah

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_O - \vec{r}_J$$

$$= -1.911{,}8\hat{i} - 2.462{,}4\hat{j} + 4.331{,}2\hat{k} \text{ km}$$

Lama perjalanan pesawat Δt = 6 jam 45 menit = 6,75 jam. Dengan demikian kecepatan rata-rata pesawat adalah

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{-1.911{,}8\hat{i} - 2.462{,}4\hat{j} + 4.331{,}2\hat{k}}{6{,}75}$$

$$= -283{,}2\hat{i} - 364{,}8\hat{j} + 641{,}7\hat{k} \text{ km/jam}$$

2.5 Laju Rata-Rata

Kecepatan rata-rata ditentukan berdasarkan perpindahan benda. Perpindahan benda adalah vektor pengubung posisi awal dengan posisi akhir sehingga selalu berupa garis lurus. Perpindahan benda tidak menyatakan lintasan yang ditempuh benda. Panjang lintasan yang ditempuh benda lebih besar atau sama dengan panjang perpindahan benda. Panjang lintasan dan besar perpindahan sama hanya jika benda bergerak dalam garis lurus.

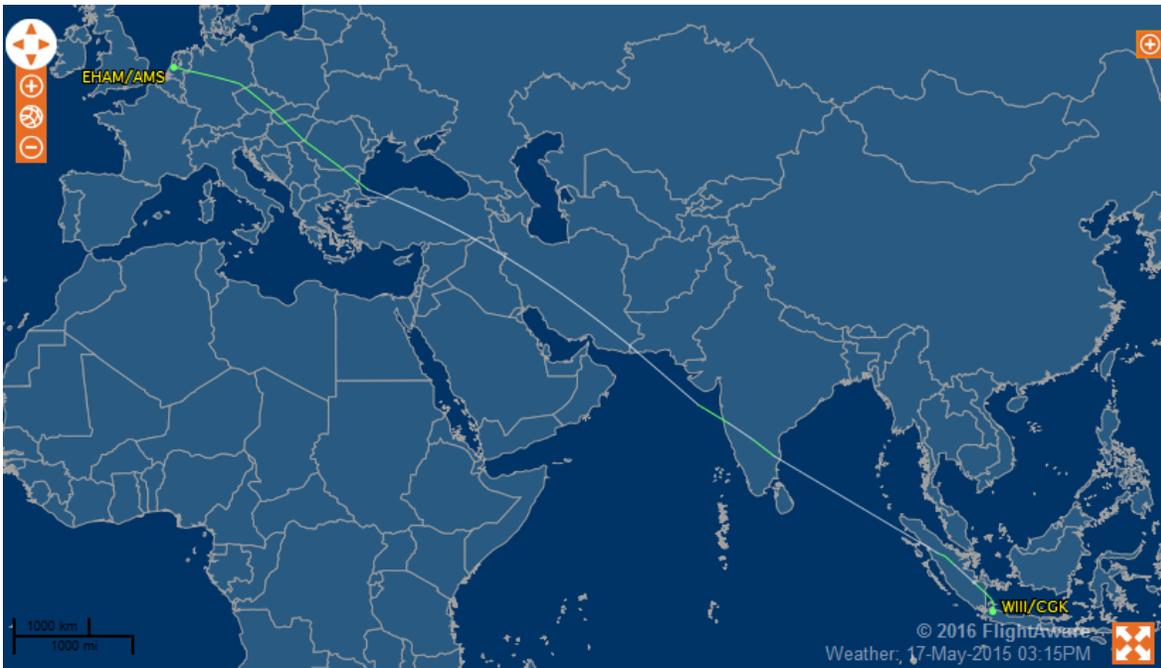
Laju rata-rata adalah rasio antara jarak tempuh dengan waktu tempuh. Karena jarak tempuh umumnya lebih besar daripada besar perpindahan maka laju rata-rata umumnya lebih besar daripada besar kecepatan rata-rata. Laju rata-rata didefinisikan sebagai

$$\langle v\rangle = \frac{s}{\Delta t} \tag{2.23}$$

dengan s adalah jarak tempuh dan Δt adalah waktu tenpuh.

Contoh 2.8

Garuda Inonesia nomor penerbangan GA-88 melayani penerbangan

langsung dari Jakarta ke Amsterdam menggunakan pesawat Boeing 777-300ER. Pesawat berangkat dari bandara internasional Soekarno Hatta jam 23.10 WIB dan tiba di bandara Schipol Amsterdam jam 07.30 waktu setempat. Lama penerbangan adalah 14 jam 20 menit. Koordinat Jakarta adalah 6.1745° LS, 106.8227° BT sedangkan koordinat Amsterdam adalah 52.3667° LU, 4.9000° BT. Rute pesawat diilustrasikan pada Gambar 2.16. Dari data ini hitunglah laju rata-rata pesawat garuda jika dianggap pesawat mengambil rute terpendek.

Gambar 2.16 Rute yang dilewati pesawat Garura GA-88 dari Jakarta ke Amsterdam (sumber gambar: Flightaware.com, diakses 24 Januari 2016)

Jawab

Sudut lokasi dua kota adalah ϕ_1 = -6,1745°, ϕ_2 = 52,3667°, λ_1 = 106,8227, dan λ_2 = 4,9000°. dengan demikian $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ = 4,9000° – 106,8227° = -101,9227°. Besar sudut sentral yang menghubungkan Jakarta dan Amsterdam adalah

$$\Delta\sigma = \arccos[\sin\phi_1 \sin\phi_2 + \cos\phi_1 \cos\phi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)]$$

$$= \arccos[\sin(-6{,}1745^o)\sin(52{,}3667^o)$$

$$+\cos(-6{,}1745^o)\cos(52{,}3667^o)\cos\left(-101{,}9227^o\right)\Big]$$

$$= 1{,}783 \text{ rad}$$

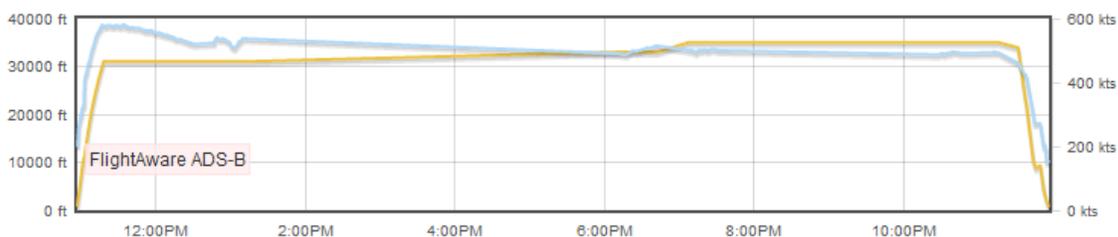
Jarak terpendek Jakarta-Amaterdam adalah

$$s = R\Delta\sigma = 6.400\times 1{,}783 = 11.411 \text{ km}$$

Waktu tempuh pesawat adalah Δt = 14 jam 20 menit = 14,33 jam. Dengan demikian laju rata-rata pesawat adalah

$$\langle v\rangle = \frac{s}{\Delta t} = \frac{11.411}{14{,}33} = 796{,}3 \text{ km/jam}$$

2.6 Kecepatan Sesaat

Kecepatan rata-rata tidak memberikan informasi gerak benda tiap saat. Apakah suatu saat kecepatan benda membesar, mengecil, atau bahkan berhenti tidak terkandung dalam kecepatan rata-rata. Padahal kebanyakan benda memiliki kecepatan yang berbeda pada saat yang berbeda. Sangat jarang benda memiliki kecepatan yang sama selama perjalanan, apabila dalam selang waktu yang lama. Gambar 2.17 adalah besar kecepatan dan ketinggian pesawat garuda Indonesia GA-89 yang terbang dari Amsterdam ke Jakarta tanggal 15 Mei 2015. Kurva kuning adalah ketinggian sedangkan kurva biru adalah besar kecepatan. Tampak bahwa besar kecepatan berubah saat tinggal landas dan saat akan mendarat. Selama perjalanan, besar kecepatan hanya mengalami sedikit perubahan. Perubahan tersebut umumnya disebabkan kondisi cuaca di mana kadang pesawat sedikit melambat atau sedikit cepat.

Gambar 2.17 Besar kecepatan dan ketinggian pesawat garuda GA-89 penerbangan Amsterdam-Jakarta tanggal 15 Mei 2015 (sumber: Flightaware.com)

Informasi tentang kecepatan benda pada berbagai waktu tertuang dalam besaran gerak yang bernama kecepatan sesaat. Kecepatan sesaat diperoleh dari kecepatan rata-rata dengan mengambil selang waktu yang sangat kecil, yaitu mendekati nol. Dapat pula dikatakan bahwa kecepatan sesaat merupakan kecepatan rata-rata pada selang waktu yang sangat kecil (mendekati nol). Jadi, definisi kecepatan sesaat adalah

$$\vec{v} = \frac{\Delta \bar{r}_{21}}{\Delta t} \tag{2.24}$$

dengan $\Delta t \to 0$. Definisi ini dapat ditulis dalam bentuk diferensial sebagai berikut

$$\vec{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} \tag{2.25}$$

Karena kecepatan sesaat merupakan kecepatan pada berbagai waktu maka nilai kecepatan sesaat harus diberikan pada berbagai nilai waktu. Dengan demikian, kalau ditabelkan maka tabel kecepatan sesaat sangat panjang tergantung dari selang waktu yang dipilih. Makin kecil selang waktu yang dipilih untuk mendeskripsikan kecepatan maka jumlah data kecepatan rata-rata menjadi sangat panjang.

Vektor kecepatan memiliki komponen-komponen dalam arah sumbu-sumbu koordinat. Besarnya kecepatan sesaat dinyatakan dalam komponen-komponen kecepatan adalah

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{2.26}$$

di mana

v_x adalah komponen kecepatan dalam arah sumbu-*x*;

v_x adalah komponen kecepatan dalam arah sumbu-*y*;

v_x adalah komponen kecepatan dalam arah sumbu-*z*.

Contoh 2.9

Sebuah benda bergerak dengan posisi yang memenuhi $\vec{r} = 4t\,\hat{i} + (6t - 5t^2)\,\hat{j}$ m. Tentukan kecepatan sesaat benda pada saat t = 2 s.

Jawab

Kecepatan sesaat pada saat t = 2 s sama dengan kecepatan rata-rata antara 2 s sampai 2+Δt s di mana nilai Δt diambil mendekati nol. Untuk menentukan kecepatan sesaat maka kita tentukan perpindahan dari t = 2 s sampai t = 2+Δt s. Kita mulai dari menentukan posisi benda.

Pada saat t = 2 s posisi benda adalah

$$\vec{r}(2) = 4\times 2\,\hat{i} + (6\times 2 - 5\times 2^2)\,\hat{j} = 8\hat{i} - 8\,\hat{j} \text{ m}$$

Pada saat t = 2+Δt s posisi benda adalah

$$\vec{r}(2+\Delta t) = 4\times(2+\Delta t)\,\hat{i} + (6\times(2+\Delta t) - 5\times(2+\Delta t)^2)\,\hat{j}$$

$$= (8 + 4\Delta t)\hat{i} - \left(8 + 14\Delta t + 5\Delta t^2\right)\hat{j} \text{ m}$$

Perpindahan benda selama selang waktu t = 2 s sampai t = 2+Δt s adalah

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(2+\Delta t) - \vec{r}(2) = \left\{(8 + 4\Delta t)\hat{i} - \left(8 + 14\Delta t + 5\Delta t^2\right)\hat{j}\right\} - \left\{8\hat{i} - 8\,\hat{j}\right\}$$

$$= 4\Delta t\hat{i} - \left(14\Delta t + 5\Delta t^2\right)\hat{j} \text{ m}$$

Kecepatan rata-rata benda antara t = 2 s sampai t = 2+Δt s adalah adalah

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{4\Delta t\hat{i} - \left(14\Delta t + 5\Delta t^2\right)\hat{j}}{\Delta t} = 4\hat{i} - \left(14 + 5\Delta t\right)\hat{j} \text{ m/s}$$

Kecapatan sesaat benda pada saat t = 2 s diperoleh dengan mengambil $\Delta t \to 0$ yaitu

$$v = 4\hat{i} - (14 + 5\times 0)\hat{j} = 4\hat{i} - 14\hat{j} \quad \text{m/s}$$

Cara lain adalah dengan metode diferensial. Kecepatan sesaat benda pada sembarang waktu adalah

$$\vec{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = 4\hat{i} + (6 - 10t)\hat{j} \quad \text{m/s}$$

Kecepatan sesaat benda pada saat t = 2 menjadi

$$\vec{v} = 4\hat{i} + (6 - 10\times 2)\hat{j} = 4\hat{i} - 14\hat{j} \quad \text{m/s}$$

Bagi kalian yang mungkin masih kurang akrab dengan operasi diferensial, Tabel 2.1 adalah hasil operasi diferensial sejumlah fungsi yang akan sering kita gunakan dalam buku ini.

Contoh 2.10

Kembali ke posisi pada Contoh 2.9. Tentukan kecepatan rata-rata antara t = 2 s sampai t = 4 s, antara t = 2 s sampai t = 2,5 s, antara t = 2 s sampai t = 2,01 s, antara t = 2 s sampai t = 2,0001 s, dan antara t = 2 s sampai t = 2,000001 s.

Jawab

Tabel 2.2 adalah posisi, perpindahan, dan kecepatan rata-rata benda.

Tabel 2.1 Hasil operasi diferensial sejumlah fungsi yang sering kita jumpai

Fungsi $f(t)$	Hasil diferensial df/dt
t^n	nt^{n-1} dengan n adalah sembarang bilangan
Cos(t)	-Sin(t)
Sin(t)	Cos(t)
Cos(αt)	$-\alpha$ Sin(αt) dengan α adalah sembarang bilangan
Sin(αt)	α Cos(αt)
$e^{\alpha t}$	$\alpha\ e^{\alpha t}$

Tabel 2.2 Posisi, perpindahan, dan kecepatan rata-rata benda pada contoh 2.10

$\vec{r}(2)$ [m]	Δt [s]	$\vec{r}(t+\Delta t)$ [m]	$\Delta\vec{r}$ [m]	$\langle\vec{v}\rangle$ [m/s]
$8\hat{i}-8\hat{j}$	2	$16\hat{i}-56\hat{j}$	$8\hat{i}-48\hat{j}$	$4\hat{i}-24\hat{j}$
	0,5	$10\hat{i}-16{,}25\hat{j}$	$2\hat{i}-8{,}25\hat{j}$	$4\hat{i}-16{,}5\hat{j}$
	0,01	$8{,}04\hat{i}-8{,}1405\hat{j}$	$0{,}04\hat{i}-0{,}1405\hat{j}$	$4\hat{i}-14{,}05\hat{j}$
	0,0001	$8{,}0004\hat{i}$ $-8{,}00140005\hat{j}$	$0{,}0004\hat{i}$ $-0{,}001400005\hat{j}$	$4\hat{i}-14{,}00005\hat{j}$
	0,000001	$8{,}000004\hat{i}$ $-8{,}00140005\hat{j}$	$4\times10^{-6}\hat{i}-1{,}4\times10^{-5}\hat{j}$	$4\hat{i}-14{,}000005\hat{j}$

Tampak pada Tabel 2.2 bahwa jika Δt diambil makin menuju nol maka kecepatan rata-rata mendekati $\langle\vec{v}\rangle = 4\hat{i} - 14\hat{j}$ m/s. Ini tidak lain daripada kecepatan sesaat pada saat t = 2 s.

Apa pentingnya memahami kecepatan? Sebuah pesawat tempur musuh ditangkap oleh radar sedang memasuki wilayah suatu negara. Pesawat tersebut akan ditembak jatuh dengan rudal. Tanpa mengatahui posisi dan kecepatan pesawat tersebut serta kecepatan jelajah rudal yang akan digunakan tidak akan mungkin menembak jatuh pesawat tersebut. Pesawat tempur harus memiliki kecepatan yang sangat tinggi agar bisa menghindar dari tembakan senjata musuh. Satelit yang diluncurkan harus memiliki kecepatan yang sangat teliti ketika mulai mengelilingi bumi agar tidak keluar dari orbitnya. Kecepatan alat-alat transportasi menjadi parameter penting dalam manajemen distribusi barang dan jasa yang teliti, baik antar kota, antar pelabuhan, maupun antar negara. Kalian dapat mendaftar puluhan aplikasi lain yang menggunakan variabel kecepatan sebagai variabel utama.

2.7 Laju Sesaat

Tampilan pada Gambar 2.17 lebih tepat menyatakan laju sesaat karena di situ tidak ada informnasi tentang arah. Yang ada hanya besarnya kecepatan sesaat. Besar kecepatan sesaat adalah definisi laju sesaat. Tetapi hat-hati, besarnya kecepatan rata-rata tidak sama dengan laju rata-rata. Laju rata-rata umumnya lebih besar daripada besarnya kecepatan rata-rata.

Ada dua cara mendapatkan laju sesaat. Pertama ditentukan berdasarkan jarak tempuh dalam waktu yang mendekati nol dan yang kedua adalah mengambil nilai skalar dari kecepatan sesaat. Cara pertama adalah

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{2.27}$$

di mana Δt diambil mendekati nol. Cara kedua adalah

$$v = |\vec{v}| = \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| \tag{2.28}$$

Pada kendaraan, laju sesaat ditunjukkan oleh angka pada speedometer.

2.8 Percepatan Rata-rata

Selama gerakan kadang kecepatan benda berubah. Perubahan tersebut bisa berupa perubahan nilai saja, perubahan arah saja, atau perubahan nilai dan arah. Perubahan tersebut ada yang cepat dan ada yang lambat. Besaran yang mengukur berapa cepat kecepatan berubah dinamakan percepatan. Kita mulai dengan mendefisnikan percepatan rata-rata. Percepatan rata-rata didefinisikan sebagai perbandingan antara perubahan kecepatan benda dengan lama kecepatan tersebut berubah. Misalkan saat t_1 kecepatan sesaat benda adalah $\vec{v}_1$ dan pada saat t_2 kecepatan sesaat benda dalah $\vec{v}_2$. Maka

- Perubahan kecepatan benda adalah $\Delta\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$
- Lama waktu kecepatan berubah adalah $\Delta t = t_2 - t_1$

Definisi percepatan rata-rata adalah

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{v}_{21}}{\Delta t} \tag{2.29}$$

Percepatan rata-rata juga merupakan besaran vektor.

Pada perhitungan percepatan rata-rata kita tidak mempedulikan nilai kecepatan pada berbagai waktu. Yang kita butuhkan adalah kecepatan pada saat awal dan saat akhir.

Contoh 2.11

Tabel 2.3 adalah data sudut lintang, sudut bujur, ketinggian, laju, dan arah pesawat Garuda Indonesia GA880 dalam penerbangan dari Denpasar ke Tokyo tanggal 24 Januari 2016. Pada jam 00:12:47 WITA data posisi

pesawat adalah: sudut lintang -8,4395° (8,4395° LS), bujur 114,9070° BT, arah 35° diukur dari utara ke timur, laju 466 MPH (mil/jam), dan ketinggian 15.300 kaki. Pada pukul 00:20:47 WITA data posisi pesawat adalah: sudut lintang -7,6043° (7,6043° LS), bujur 115,4990° BT, arah 35° diukur dari utara ke timur, laju 581 MPH (mil/jam), dan ketinggian 29.600 kaki. Dari data ini kita dapatkan sejumlah informasi sebagai berikut.

Tabel 2.3 Besaran-besaran gerak pesawat garuda Indonesia GA-880 dari Denpasar ke Tokyo.

Time	Position		Orientation		Groundspeed		Altitude
EST	Latitude	Longitude	Course	Direction	KTS	MPH	feet
Sat 11:50:00 AM	Left Gate (WADD / DPS) @ Sunday 12:50:00 AM WITA						
Sat 12:12:47 PM	Departure (WADD / DPS) @ Sunday 01:12:47 AM WITA						
Sat 12:12:47 PM	-8.4395	114.9070	35°	Northeast	405	466	15,300
Sat 12:13:17 PM	-8.3927	114.9400	34°	Northeast	408	470	16,700
Sat 12:13:52 PM	-8.3387	114.9781	35°	Northeast	416	479	18,000
Sat 12:14:22 PM	-8.2902	115.0122	35°	Northeast	424	488	19,100
Sat 12:14:57 PM	-8.2322	115.0533	35°	Northeast	436	502	20,200
Sat 12:15:27 PM	-8.1825	115.0885	35°	Northeast	445	512	21,100
Sat 12:15:57 PM	-8.1313	115.1250	35°	Northeast	449	517	22,200
Sat 12:17:27 PM	-7.9741	115.2367	35°	Northeast	472	543	24,700
Sat 12:17:57 PM	-7.9197	115.2753	35°	Northeast	476	548	25,500
Sat 12:18:32 PM	-7.8571	115.3199	35°	Northeast	483	556	26,400
Sat 12:19:02 PM	-7.8010	115.3596	35°	Northeast	488	562	27,200
Sat 12:19:37 PM	-7.7358	115.4058	35°	Northeast	494	568	28,000
Sat 12:20:12 PM	-7.6741	115.4496	35°	Northeast	499	574	28,800
Sat 12:20:47 PM	-7.6043	115.4990	35°	Northeast	505	581	29,600

a) Posisi pesawat pada pukul 00:12:47 adalah

$$\vec{r}_1 = 6.400 \times \{\hat{i}\cos(-8,4395^o)\cos(114,9097^o)$$

$$+\hat{j}\cos(-8,4395^o)\sin(114,9097^o) + \hat{k}\sin(-8,4395^o)\}$$

$$= -2.666\hat{i} + 5.741\hat{j} - 938\hat{k} \text{ km}$$

b) Posisi pesawat pada pukul 00:20:47 adalah

$$\vec{r}_2 = 6.400 \times \left\{ \hat{i} \cos(-7{,}6043^o)\cos(115{,}4990^o) \right.$$

$$\left. + \hat{j}\cos(-7{,}6043^o)\sin(115{,}4990^o) + \hat{k}\sin(-7{,}6043^o) \right\}$$

$$= -2.731\hat{i} + 5.726\hat{j} - 847\hat{k} \quad \text{km}$$

Catatan: pada perhitungan posisi di atas kita mengabaikan ketinggian pesawat dibandingkan dengan jari-jari bumi.

c) Sudut sentral yang ditempuh pesawat selama selang waktu tersebut adalah

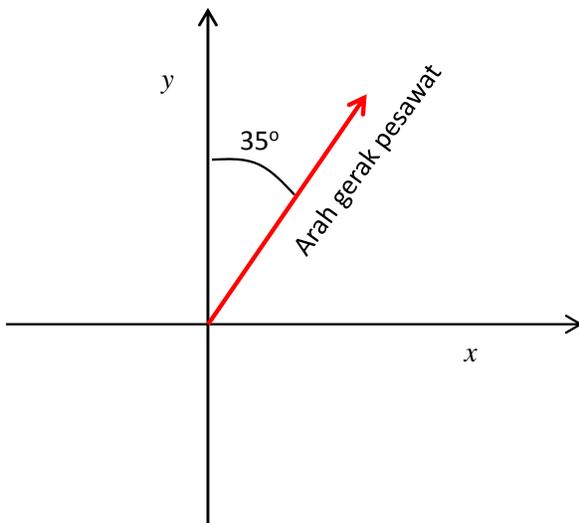
$$\Delta\sigma = \arccos\left[\sin\phi_1 \sin\phi_2 + \cos\phi_1 \cos\phi_2 \cos(\lambda_2 - \lambda_1)\right]$$

$$= \arccos\left[\sin(-8{,}4395^o)\sin(-7{,}6043^o)\right.$$

$$\left. + \cos(-8{,}4395^o)\cos(-7{,}6043^o)\cos(115{,}4990^o - 114{,}9097^o)\right]$$

= 0,0178 rad

d) Jarak terpendek yang ditempuh pesawat

$$s = R\Delta\sigma = 6.400 \times 0{,}0178 \ = 114 \text{ km}$$

Gambar 2.18 Arah kecepatan pesawat di saat awal perjalanan

e) Seperti diilustrasikan pada Gambar 2.18 dan mengacu pada Tabel 2.3, kecepatan pesawat pukul 00:12:47 adalah

$$\vec{v}_1 = 466(\hat{i}\sin 35^o + \hat{j}\cos 35^o) = 267{,}3\hat{i} + 381{,}7\hat{j} \text{ MPH}$$

f) Kecepatan pesawat pukul 00:20:47 adalah

$$\vec{v}_2 = 581(\hat{i}\sin 35^o + \hat{j}\cos 35^o) = 333{,}2\hat{i} + 476\hat{j} \text{ MPH}$$

g) Perpindahan pesawat selama selang waktu tersebut adalah

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \left(-2.731\hat{i} + 5.726\hat{j} - 847\hat{k}\right) - \left(-2.666\hat{i} + 5.741\hat{j} - 938\hat{k}\right)$$

$$= -65\hat{i} - 15\hat{j} + 91\hat{k} \text{ km}$$

Waktu tempuh pesawat Δt = 8 menit = 0,133 jam

h) Kecepatan rata-rata pesawat

$$\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{-65\hat{i} - 15\hat{j} + 91\hat{k}}{0{,}133} = -488{,}72\hat{i} - 112{,}78\hat{j} + 684{,}21\hat{k} \text{ km/jam}$$

i) Laju rata-rata pesawat

$$\langle v\rangle = \frac{s}{\Delta t} = \frac{114}{0{,}133} = 857 \text{ km/jam}$$

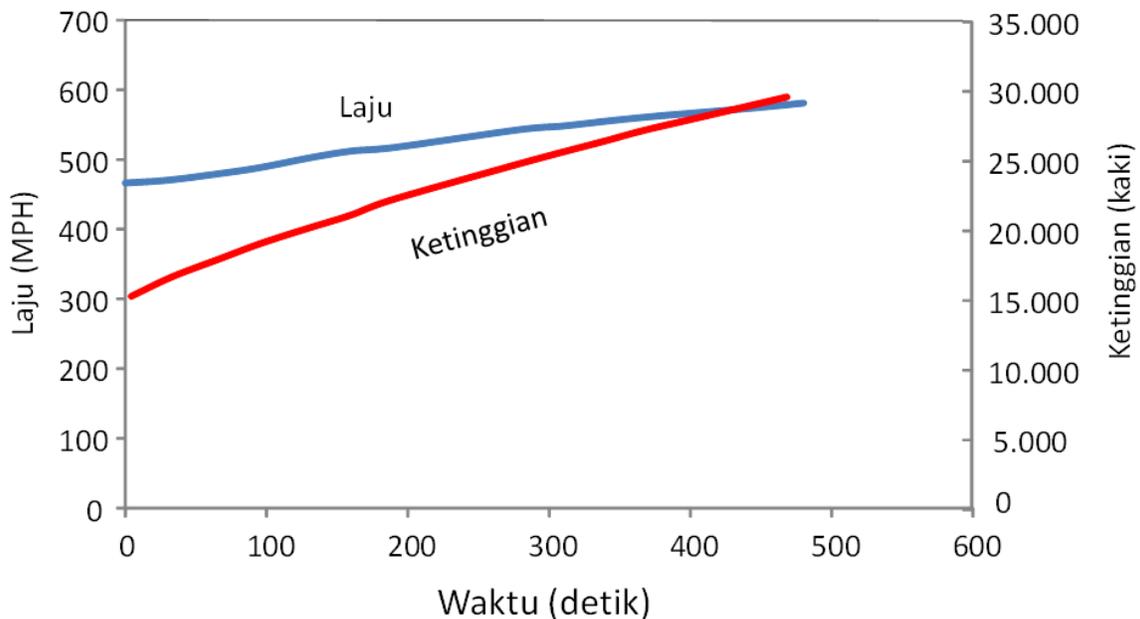
Perubahan kecepatan pada saat 00:12:47 sampai 00:20:47 adalah

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \left(333{,}2\hat{i} + 476\hat{j}\right) - \left(267{,}3\hat{i} + 381{,}7\hat{j}\right)$$

$$= 65{,}9\hat{i} + 94{,}5\hat{j} \text{ MPH}$$

Percepatan rata-rata pesawat antara dua selang waktu tersebut adalah

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{65{,}9\hat{i} + 94{,}5\hat{j}}{0{,}133} = 495{,}5\hat{i} + 710{,}5\hat{j} \quad \text{MPH}^2$$

Dari Tabel 2.3 kita juga dapat menggambar laju maupun ketinggian pesawat sebagai fungsi waktu seperti pada Gambar 2.19.

Gambar 2.19 Laju dan ketinggian pesawat GA880 pada saat baru meninggalkan Denpasar.

2.9 Percepatan Sesaat

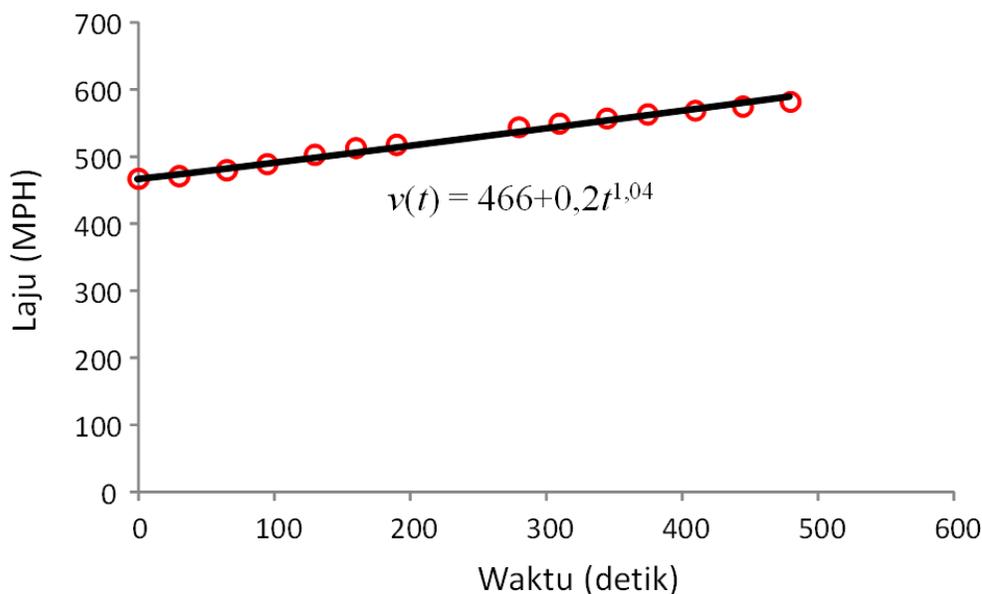
Jika selang waktu yang kita ambil dalam menghitung percepatan rata-rata mendekati nol, maka percepatan rata-rata tersebut berubah menjadi percepatan sesaat. Jadi, percepatan sesaat didefinisikan sebagai

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}_{21}}{\Delta t} \tag{2.30}$$

dengan Δt diambil menuju nol. Juga definisi ini dapat ditulis dalam bentuk diferensial sebagai berikut

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \tag{2.31}$$

Contoh 2.12

Laju pesawat seperti yang tertera dalam Tabel 2.3 dapat didekati dengan persamaan $v(t) = 466 + 0{,}2t^{1{,}04}$ dalam satuan MPH sedangkan waktu dalam satuan sekon. Gambar 2.20 adalah data yang diperolah dari Tabel 2.3 dan grafik berupa persamaan aproksimasi. Tentukan percepatan pesawat selama selang waktu tersebut.

Gambar 2.20 Aproksimasi laju pesawat sebagai fungsi waktu. Data diperoleh dari Tabel 2.3.

Jawab

Dari persamaan tersebut kita dapatkan aproksimasi persamaal besar

percepatan tiap saat selama dalam waktu antara 00:12:47 sampai 00:20:47 sebagai berikut

$$a(t) = \frac{dt}{dt} = 1{,}04 \times 0{,}2t^{1{,}04-1} = 0{,}208t^{0{,}04} \text{ MPH/s}$$

Contoh 2.13

Kecepatan sesaat benda sebagai fungsi waktu diberikan oleh hubungan $\vec{v} = 10t^2\hat{i} + 3\hat{j}$ m/s. Berapakah percepatan sesaat benda pada saat t = 5 s?

Jawab

Pertama kita tentukan percepatan sesaat pada sembarang waktu, yaitu

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 20t\,\hat{i} \text{ m/s2}$$

Percepatan sesaat pada saat t = 5 s adalah

$$\vec{a} = 20 \times 5\hat{i} = 100\hat{i} \text{ m/s2}$$

Apa pentingnya memahami percepatan? Kalian sering nonton lomba balap Formula 1 atau MotoGP? Amati, begitu bendera start dikibarkan mobil atau motor tersebut langsung melaju dengan kecepatan yang sangat tinggi. Mengapa ini dapat terjadi? Penyebabnya adalah percepatan mobil atau motor tersebut sangat besar sehingga hanya dalam hitungan detik mobil atau motor tersebut sudah meluncur dengan kecepatan ratusan kilometer per jam. Hampir dipastikan mobil atau motor yang memiliki percepatan lebih tinggilah yang akan memenagi lomba. Ketika roket atau pesawat ulang alik diluncurkan maka percepatannya harus beberapa kali percepatan gravitasi bumi agar bisa lepas dari tarikan bumi. Agar kita bisa menghasilkan gelombang radio atau gelombang mikro untuk telekomunikasi maka pada antene atau stasiun pemancar partikel-partikel bermuatan harus dipercepat. Percepatan partikel bermuatan memancarkan gelombang elektromagnetik. Pada perlatan sinar rontgen di rumah sakit, electron dipercepat dengan medan listrik

yang sangat besar lalu ditabrakkan ke pelat logam agar bisa dihasilkan sinar-X.

Sampai di sini kita sudah membahas bagaimana mendapatkan besaran-besaran gerak dimulai dari posisi benda. Dari posisi benda kita mendapatkan kecepatan rata-rata dan kecepatan sesaat dan dari kecepatan sesaat kita bisa menentukan percepatan rata-rata dan percepatan sesaat. Bagaimana dengan sebaliknya? Jika kita mengetahui percepatan, dapatkah kita menentukan kecepatan? Dan jika kita mengetahui kecepatan, dapatkan kita menentukan posisi? Jawabannya, dapat. Dan itu yang akan kita pelajari selanjutnya.

2.10 Menentukan Kecepatan dari Percepatan

Kita mulai dari definisi percepatan sesaat pada persamaan (2.31). Persamaan tersebut dapat ditulis ulang menjadi

$$d\vec{v} = \vec{a}dt \tag{2.32}$$

Lalu kita integral ruas kiri dan kanan dengan batas-batas: (i) kecepatan dari $\vec{v}_o$ sampai $\vec{v}$ dan (ii) waktu dari t_o sampai t:

$$\int_{\vec{v}_o}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_o}^{t} \vec{a}dt \tag{2.33}$$

Integral ruas kiri bisa segera diselesaikan dan hasilnya adalah $\vec{v} - \vec{v}_o$. Integral di ruas kanan baru dapat dilakukan setelah kita mengetahui bentuk eksplisit dari fungsi $\vec{a}$. Dengan mengganti integral ruas kiri dengan $\vec{v} - \vec{v}_o$ kita dapatkan

$$\vec{v} - \vec{v}_o = \int_{t_o}^{t} \vec{a}dt$$

atau

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \int_{t_o}^{t} \vec{a} dt \qquad (2.34)$$

Persamaan (2.34) merupakan bentuk yang umum yang berlaku untuk percepatan apa pun, baik yang konstan maupun tidak konstan. Kalau kita tinjau **kasus khusus untuk percepatan yang konstan**, maka percepatan pada integral persamaan (2.34) dapat dikeluarkan dari integral dan kita peroleh

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a} \int_{t_o}^{t} dt$$

$$= \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o) \qquad (2.35)$$

Contoh 2.14 (percepatan konstan)

Pada saat t_o = 2 s sebuah partikel memiliki kecepatan $3\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s. Berapa kecepatan partikel pada sembarang waktu jika percepatannya adalah $-10\hat{i} + 2\hat{j}$ m/s^2?

Jawab

Dari soal kita daatkan informasi t_o = 2 s, $\vec{v}_o = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s dan $\vec{a} = -10\hat{i} + 2\hat{j}$ m/s^2. Karena percepatan konstan maka kita bisa langsung menggunakan persamaan (2.35)

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o)$$

$= (3\hat{i} + 4\hat{j}) + (-10\hat{i} + 2\hat{j})(t-2)$

$= [3 - 10(t-2)]\hat{i} + [4 + 2(t-2)]\hat{j}$

$= (23 - 10t)\hat{i} + (2t)\hat{j}$ m/s

Contoh 2.15 (percepatan sembarang)

Sebuah benda memiliki percepatan $\vec{a} = -4t\hat{i} + 5t^2\hat{j}$ m/s^2. Jika pada saat t = 4 kecepatan benda adalah $\vec{v}_o = -10\hat{j}$ m/s, tentukan kecepatan benda pada sembarang waktu.

Jawab

Karena benda memiliki percepatan yang sembarang, maka kita gunakan persamaan umum (2.34). Kita dapatkan kecepatan benda adalah

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \int_{t_o}^{t} \vec{a}dt$$

$$= -10\hat{j} + \int_{4}^{t} (-4t\hat{i} + 5t^2\hat{j})dt$$

$$= -10\hat{j} + \left[-2t^2\hat{i} + \frac{5}{3}t^3\hat{j} \right]_4^t = -10\hat{j} - 2\left(t^2 - 16\right)\hat{i} + \frac{5}{3}\left(t^3 - 64\right)\hat{j}$$

$$= \left(32 - 2t^2\right)\hat{i} + \left(\frac{5}{3}t^3 - \frac{350}{3}\right)\hat{j} \text{ m/s}$$

Bagi kalian yang mungkin masih kurang akrab dengan operasi integral, Tabel 2.4 adalah hasil operasi integral sejumlah fungsi yang akan sering kita gunakan dalam buku ini.

Percepatan Rata-Rata

Dari persamaan (2.34) kita dapat menentukan percepatan rata-rata sebagai berikut. Mengintar $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ maka persamaan (2.34) dapat ditulis menjadi

$$\Delta\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}dt \tag{2.35}$$

Tabel 2.4 Hasil operasi integral sejumlah fungsi yang sering kita jumpai

Fungsi $f(t)$	Hasil inetegral $\int f(t)dt \quad df/dt$
t^n	$\frac{1}{n+1}t^{n+1} + C$ dengan n adalah sembarang bilangan yang tidak sama dengan -1 dan C adalah konstanta sembarang
$\cos(t)$	$\sin(t) + C$
$\sin(t)$	$-\cos(t) + C$
$\cos(\alpha t)$	$\frac{1}{\alpha}\sin(\alpha t) + C$ dengan α adalah sembarang bilangan
$\sin(\alpha t)$	$-\frac{1}{\alpha}\cos(\alpha t) + C$
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{\alpha}e^{\alpha t} + C$

Perubahan kecepatan terjadi selama selang waktu $\Delta t = t - t_0$. Dengan

menggunakan definisi percepatan rata-rata maka kita peromeh

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\int_{t_0}^{t} \vec{a} dt}{t - t_0} \qquad (2.36)$$

Tampak dari persamaan (2.36) bahwa jika kita mengetahui percepatan benda maka percepatan rata-rata tidak dihitung dengan cara menjumlahkan percepatan-percepatan yang ada lalu dibagi dengan jumlah suku yang dijumlahkan. Tetapi dari percepatan yang ada kita hitung perubahan kecepatan pada dua waktu kemudian membagi perubahan kecepatan tersebut dengan selisih dua waktu.

Contoh 2.16

Percepatan getaran atom yang terikat pada molekul memenuhi persamaan $\vec{a}(t) = a_0 \cos(\omega t)\vec{i}$. Berapa percepatan rata-rata antara $t_1 = \pi/4\omega$ sampai $t_2 = \pi/2\omega$?

Jawab

Pertama kita hitung perubahan kecepatan pada dua selang waktu tersebut, yaitu

$$\Delta \vec{v} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a} dt = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ a_0 \cos(\omega t)\hat{i} \right\} dt = a_0 \hat{i} \int_{t_1}^{t_2} \cos(\omega t) dt$$

Selanjutnya kita gunakan tabel integral yang telah diberikan (Tabel 2.4) untuk menghitung integral yang ada sehingga diperoleh

$$\Delta\vec{v} = \frac{a_0\hat{i}}{\omega}\left[\sin(\omega t)\right]_{t_1}^{t_2} = \frac{a_0\hat{i}}{\omega}\left[\sin(\omega t_2) - \sin(\omega t_1)\right]$$

$$= \frac{a_0\hat{i}}{\omega}\left[\sin\left(\omega\times\frac{\pi}{2\omega}\right) - \sin\left(\omega\times\frac{\pi}{4\omega}\right)\right] = \frac{a_0\hat{i}}{\omega}\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$= \frac{a_0\hat{i}}{\omega}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

Selang waktu perubahan kecepatan adalah

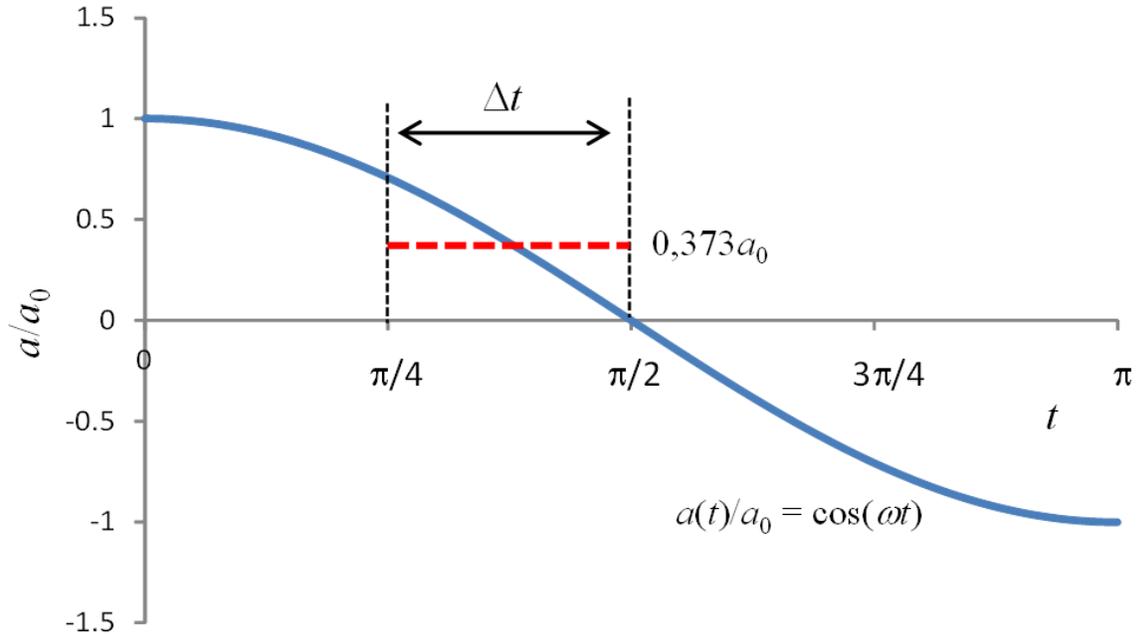
$$\Delta t = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{4\omega}$$

Maka percepatan rata-rata selama selang waktu tersebut adalah

$$\langle\vec{a}\rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\frac{a_0\hat{i}}{\omega}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right]}{\frac{\pi}{4\omega}}$$

$$= \frac{4a_0\hat{i}}{\pi}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right] = 0{,}373 a_0\hat{i}$$

Gambar 2.21 memperlihatkan kurva percepatan dan lokasi percepatan rata-rata.

Gambar 2.21 Percepatan sebagai fungsi waktu (dinormalisasi terhadap percepatan maksimum) dan percepatan rata-rata antara $t = \pi/4$ sampai $t = \pi/2$.

2.11 Menentukan Posisi dari Kecepatan

Kita berangkat dari definisi kecepatan sesaat yang diberikan oleh persamaan (2.25). Kita dapat menulis ulang persaman tersebut menjadi

$$d\vec{r} = \vec{v}dt \qquad (2.37)$$

Misalkan pada saat t_o benda berada pada posisi $\vec{r}_o$ dan dapa saat t sembarang posisi benda dinyatakan oleh $\vec{r}$. Dua ruas dalam persamaan (2.37) dapat diintegral menjadi

$$\int_{\vec{r}_o}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_o}^{t} \vec{v}dt$$

Integral di ruas kiri dapat segera diselesaikan dan memberikan $\vec{r} - \vec{r}_o$. Integral di ruas kanan baru dapat diselesaikan setelah kita mengetahui bentuk eksplisit dari fungsi $\vec{v}$. Dengan mengganti ruas kiri persamaan (2.37) dengan $\vec{r} - \vec{r}_o$ kita peroleh

$$\vec{r} - \vec{r}_o = \int_{t_o}^{t} \vec{v}dt$$

atau

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \int_{t_o}^{t} \vec{v}dt \tag{2.38}$$

Persamaan (2.38) merupakan bentuk yang umum yang berlaku untuk kecepatan apa pun, baik yang konstan maupun tidak konstan. Kalau kita tinjau **kasus khusus untuk kecepatan yang konstan**, $\vec{v}_o$, maka kecepatan pada integral persamaan (1.20) dapat dikeluarkan dari integral dan kita peroleh

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o \int_{t_o}^{t} dt$$

$$= \vec{r}_o + \vec{v}_o (t - t_o) \tag{2.39}$$

Kasus khusus lainnya adalah untuk gerak dengan *percepatan yang konstan*. Untuk kasus ini maka kecepatan pada integral persamaan (2.38) diganti dengan kecepatan pada persamaan (2.35) sehingga diperoleh

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \int_{t_o}^{t} [\vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o)] dt$$

$$= \vec{r}_o + \int_{t_o}^{t} \vec{v}_o dt + \int_{t_o}^{t} \vec{a}(t - t_o) dt$$

$$= \vec{r}_o + \vec{v}_o \int_{t_o}^{t} dt + \vec{a} \int_{t_o}^{t} (t - t_o) dt$$

$$= \vec{r}_o + \vec{v}_o (t - t_o) + \frac{1}{2} \vec{a} (t - t_o)^2 \qquad (2.40)$$

Contoh 2.17 (percepatan konstan)

Sebuah benda jatu memiliki percepatan $\vec{a} = -10\,\hat{j}$ m/s2. Pada waktu nol detik, kecepatan benda adalah $5\hat{i}$ m/s dan posisinya $50\,\hat{j}$ m. Tentukan: (a) kecepatan benda pada sembarang waktu (b) Posisi benda pada sembarang waktu.

Jawab

Dari soal kita dapat informasi $t_o = 0$, $\vec{a} = -10\,\hat{j}$ m/s2, $\vec{v}_o = 5\hat{i}$ m/s, dan $\vec{r}_o = 50\,\hat{j}$ m.

a) Karena percepatan benda konstan maka kecepatan benda pada sembarang waktu tentukan dari persamaan (2.35), yaitu

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o)$$

$$= 5\hat{i} + (-10\,\hat{j})(t - 0) = 5\hat{i} - 10t\,\hat{j} \text{ m/s}$$

b) Posisi benda tiap saat dihitung dengan persamaan (2.40)

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o(t - t_o) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_o)^2$$

$$= 50\,\hat{j} + (5\hat{i})(t - 0) + \frac{1}{2}(-10\,\hat{j})(t - 0)^2$$

$$= 50\,\hat{j} + 5t\,\hat{i} - 5t^2\,\hat{j} \;=\; 5t\,\hat{i} + (50 - 5t^2)\,\hat{j} \text{ m}$$

Contoh 2.18

Pada saat t = 0, benda berada pasa posisi $\vec{r}_o = -20\hat{i} + 10\hat{j}$ m. Benda tersebut bergerak dengan kecepatan $\vec{v} = 10\hat{i} + 5t^{1/2}\hat{j}$ m/s. Tentukan posisi benda pada sembarang waktu

Jawab

Karena percepatan benda tidak konstan maka kita gunakan bentuk umum yang diungkapkan oleh persamaan (2.38)

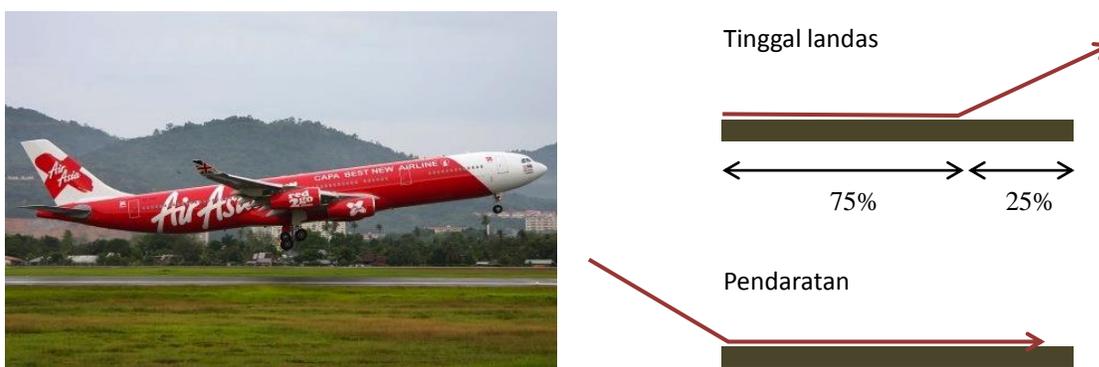
$$\vec{r} = \vec{r}_o + \int_{t_o}^{t} \vec{v}\,dt$$

$$= (-20\hat{i} + 10\hat{j}) + \int_0^t \left(10\hat{i} + 5t^{1/2}\,\hat{j}\right)dt$$

$$= (-20\hat{i} + 10\hat{j}) + \left[10t\hat{i} - \frac{10}{3}t^{3/2}\,\hat{j}\right]_0^t$$

$$= (-20\hat{i} + 10\hat{j}) + \left(10t\hat{i} - \frac{10}{3}t^{3/2}\,\hat{j}\right) = (10t - 20)\hat{i} + \left(10 - \frac{10}{3}t^{3/2}\right)\hat{j} \text{ m}$$

Contoh 2.19

Saat akan lepas landas, pesawat harus berlari dulu di landasan hingga mencapai kelajuan tertentu. Saat kelajuan inilah pesawat baru boleh lepas dari tanah (Gambar 2.21). Untuk pesawat Airbus A320, kelajuan saat lepas landas sekitar 80 m/s. Panjang landasan Hussein Sastranegara, Bandung adalah 2.250 meter. Berdasarkan peraturan, pesawat hanya menggunakan sekitar 75% panjang landasan untuk tinggal landas (*takeoff*) dan menyisakan sekitar 25% panjang landasan untuk jaga-jaga kalau gagal tinggal landas. Sedangkan pada proses pendaratan pesawat dapat menggunakan seluruh panjang landasan.

Gambar 2.21 (kiri)Pesawat Airbus A320 sedang lepas landas di bandara Husein Sastranegara, Bandung. (kanan) lindaran pesawat saat tinggal landas dan saat pendaratan.

a) Agar pesawat Airbus A320 lepas landas dari bandara tersebut, berapa percepatan minimum pesawat?

b) Saat mendarat, kelajuan pesawat ini saat menginjak landasan sekitar 245 km/jam. Berapakah percepatan pengereman agar pesawat mendarat aman di landasan Hussein Sastranegara?

Jawab

a) Percepatan minimum pesawat

Karena pesawat bergerak pada landasan yang lurus maka kita dapat sederhanakn menjadi kasus satu dimensi (gerak linier). Untuk kasus satu dimensi persamaan (2.40) dapat ditulis menjadi

$$x = x_o + v_o(t - t_o) + \frac{1}{2}a(t - t_o)^2$$

Pesawat memulai gerak di landasan dengan laju nol. Misalkan kita asumsikan ujung landasan berada pada koordinat x_0 =0 dan pesawat mulai bergerak pada saat t_0 = 0 maka kita dapat menulis

$$x = 0 + 0 \times (t - 0) + \frac{1}{2}a(t - 0)^2$$

atau

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

Laju pesawat memenuhi

$$v = v_0 + at = at$$

atau

$$t = \frac{v}{a}$$

Dengan demikian, jarak tempuh pesawat adalah

$$x = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a}$$

Pesawat akan meninggalkan landasan jika jarak tempuh hingga takeoff tidak lebih dari 75% panjang landasan, atau

$$x \le 0{,}75 \times 2.250 = 1.687{,}5 \text{ m}$$

atau

$$\frac{1}{2}\frac{v^2}{a} \le 1.687{,}5$$

atau

$$a \geq \frac{v^2}{2 \times 1.687,5} = \frac{80^2}{3.375} = 1,9 \text{ m/s2}$$

Jadi, percepatan pesawat harus lebih besar daripada 1,9 m/s^2. Dengan demikian, percepatan minimum yang diperlukan adalah a_{min} = 1,9 m/s^2.

c) Percepatan pengereman

Kecepatan pesawat saat mendarat adalah 245 km/jam = 68 m/s. Dengan cara perhitungan yang sama dan mengingat bahwa saat pendaratan pesawat dapat menggunakan seluruh panjang landasan maka percepatan pengereman harus memenuhi

$$a \geq \frac{v^2}{2 \times 2.250} = \frac{68^2}{4.500} = 1,03 \text{ m/s}^2.$$

Dengan demikian, percepatan pengereman minimum yang diperlukan adalah a_{min} = 1,03 m/s^2.

Kecepatan Rata-Rata

Dari persamaan (2.39) kita dapat menentukan kecepatan rata-rata sebagai berikut. Mengingat $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ maka persamaan (2.39) dapat ditulis menjadi

$$\Delta\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}\, dt$$

Perubahan posisi terjadi selama selang waktu $\Delta t = t - t_0$. Dengan menggunakan definisi kecepatan rata-rata maka kita peroleh

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\int_{t_0}^{t} \vec{v} dt}{t - t_0} \qquad (2.41)$$

Tampak dari persamaan di atas bahwa jika kita mengetahui kecepatan benda maka kecepatan rata-rata tidak dihitung dengan cara menjumlahkan kecepatan-kecepatan yang ada lalu dibagi dengan jumlah suku yang dijumlahkan. Tetapi dari kecepatan yang ada kita hitung perubahan posisi pada dua waktu kemudian membagi perubahan posisi tersebut dengan selisih dua waktu.

Contoh 2.20

Kecepatan gerak sebuah peluru yang ditembakkan dengan laju awal 400 m/s dan membentuk sudut 60^o terhadap horisontal memenuhi $\vec{v}(t) = 200\hat{i} + \hat{j}\left(200\sqrt{3} - 10t\right)$ m/s. Tentukan kecepatan rata-rata dari t = 0 s sampai t = 5 s. Tentukan juga waktu ketika peluru sampai kembali ke tanah (pada posisi yang horisontal dengan posisi tembakan)

Jawab

Yang harus kita lakukan pertama kali adalah mencari perubahan posisi pada dua waktu tersebut. Perubahan posisi adalah

$$\Delta\vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v} dt$$

$$= \int_0^5 \left[200\hat{i} + \hat{j}\left(200\sqrt{3} - 10t\right)\right] dt$$

Untuk menyelesaikan integral di atas kita gunakan Tabel 2.4 dan diperoleh

$$\Delta\vec{r} = \left[200t\hat{i} + \hat{j}\left(200t\sqrt{3} - \frac{10}{2}t^2 \right) \right]_0^5$$

$$= \left[200\times 5\hat{i} + \hat{j}\left(i200\sqrt{3}\times 5 - \frac{10}{2}\times 5^2 \right) \right] - \left[200\times 0\hat{i} + \hat{j}\left(i200\sqrt{3}\times 0 - \frac{10}{2}\times 0^2 \right) \right]$$

$$= 1000\hat{i} + \left(1000\sqrt{3} - 125\right)\hat{j} \text{ m}$$

Selang waktu perubahan posisi adalah Δt = 5 s. Dengan demikian, kecepatan rata-rata selama selang waktu tersebut adalah

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$= \frac{1000\hat{i} + \left(1000\sqrt{3} - 125\right)\hat{j}}{5} = 200\hat{i} + \left(200\sqrt{3} - 25\right)\hat{j} \text{ m/s}$$

Untuk menentukan waktu sampai peluru kembali ke tanah, kita mulai dengan menentukan perubahan posisi dari t = 0 sampai dengan t sembarang. Persamaanya adalah

$$\Delta\vec{r} = \int_0^t \vec{v}\,dt$$

$$= \int_0^t \left[200\hat{i} + \hat{j}\left(200\sqrt{3} - 10t\right) \right] dt$$

$$= 200t\hat{i} + \hat{j}\left(200t\sqrt{3} - 5t^2\right)$$

Peluru kembali lagi ke tanah jika perpindahan dalam arah vertikal nol. Perpindahan arah vertikal adalah

$$\Delta y = 200t\sqrt{3} - 5t^2$$

Perpindahan arah vertikal nol jika Δy = 0 atau

$$200t\sqrt{3} - 5t^2 = 0$$

Yang memberikan

$$t = \frac{200\sqrt{3}}{5} = 40\sqrt{3} \text{ s}$$

2.12 Fisika Sekitar Kita

Sekarang kita coba bahas beberapa fenomena sederhana yang ada di sekitar kita. Fenomena tersebut ternyata dapat dijelaskan dengan perumusan fisika sederhana.

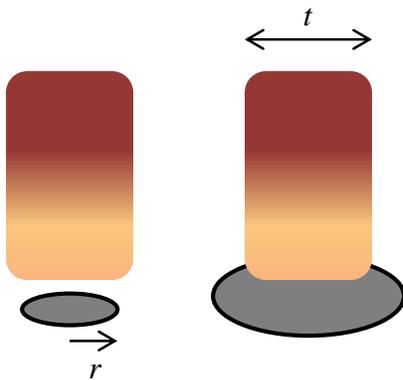
Mengapa Lubang di Jalan Cepat Membesar

Jika lubang kecil di jalan dibiarkan maka lubang tersebut akan membesar dengan cepat ketika terus-menerus diinjak ban kendaraan. Banyak pengguna jalan yang mengalami kecelakaan akibat lubang tersebut dan sebagian hingga mengalami kematian. Mungkin sudah ada teori yang komprehensif di teknik sipil yang menjelaskan perubahan ukuran lubang sebagai fungsi waktu. Di sini saya coba gunakan rumus fisika sederhana untuk menjelaskan perubahan ukuran lubang tersebut.

Jika ukuran lubang masih kecil maka seluruh bagian lubang dinjak oleh ban kendaran (Gambar 2.22 kiri). Panjang pinggiran lubang yang diinjak ban kendaraan sama dengan keliling lubang. Jika diasumsikan bahwa lubang berbentuk lingkaran maka panjang pinggiran lubang yang diinjak ban kendaraan adalah

$$L = 2\pi r \tag{2.42}$$

dengan

r adalah jari-jari lubang.

Gambar 2.22 (kiri) Jika ukuran lubang kecil maka ban mobil menginjak seluruh keliling lubang. (kanan) jika ukuran lubang besar maka ban mobil hanya menginjak pinggiran lubang sepanjang dua kali tebal ban mobil.

Sebaliknya jika ukuran lubang sangat besar dandiameter lubang lebih besar daripada tebal rata-rata ban mobil maka panjang pinggiran lubang yang diinjak ban mobil kira-kira sama dengan dua kali tebal ban mobil (tepi depan dan tepi belakang lubang), atau

$$L = 2t \tag{2.43}$$

dengan

t adalah tebal ban mobil

Kita hipotesiskan bahwa: l*aju perubahan jari-jari lubang sebanding dengan panjang bagian lubang yang dikenai ban mobil dan berapa kali lubang diinjak*. Secara matematika hipotesis ini dapat ditulis sebagai

$$dr = KLdn \tag{2.44}$$

dengan *dn* adalah berapa kali lubang diinjak ban mobil dan K adalah konstanta. Dengan masukkan persamaan (2.42) dan (2.43) maka kita dapatkankan bahwa untuk lubang yang masih kecil berlaku

$$dr = 2\pi Krdn$$

dan untuk lubang yang berukuran besar berlaku

$$dr = 2tKdn$$

Kita mencari solusi dua persamaan di atas dengan metode integral sebagai berikut. Untuk lubang ukuran kecil kita selesaikan sebagai berikut

$$\frac{dr}{r} = 2\pi Kdn$$

Solusi umum persamaan ni adalah

$$r = r_0 e^{2\pi Kn} \tag{2.45}$$

dengan

r_0 adalah jari-jari awal lubang.

Untuk lubang ukuran besar, solusi umum adalah

$$r = 2tKn + C \tag{2.46}$$

Lubang ukuran kecil berubah menjadi lubang ukuran besar saat injakan ke n^*. Pada kondisi ini berlaku

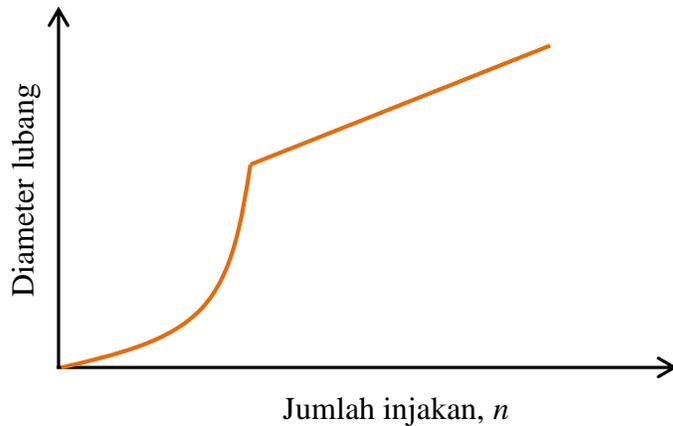
$$r_0 e^{2\pi K n^*} = 2tKn^* + C$$

atau

$$C = r_0 e^{2\pi K n^*} - 2tKn^*$$

Dengan demikian, persamaan perubahan ukuran lubang besar menjadi

$$r = 2tKn + r_0 e^{2\pi K n^*} - 2tKn^*$$

$$= 2tK(n - n^*) + r_0 e^{2\pi K n^*} \tag{2.47}$$

Gambar 2.23 Perubahan ukuran lubang sebagai fungsi jumlah injakan. Mula-mula diameter lubang bertambah secara eksponensial (naik melengkung ke atas) lalu bertambah secara linier.

Hasil yang diperoleh dari teori sederhana ini adalah adalah mula-mula ukuran lubang bertambah besar secara eksponensial lalu bertambah besar secara linier terhadap jumlah injakan oleh kendaraan. Jumlah injakan oleh kendaraan berbanding lurus dengan wakatu (hari). Jadi dapat simpulkan bahwa ukuran lubang mula-mula bertambah besar secara eksponensial lalu bertambah besar secara linier terhadap waktu. Perubahan ukuran lubang diilustrasikan pada Gambar 2.23.

Soal-Soal

1) Pada suatu saat posisi sebuah mobil di jalan adalah $3\hat{i}+2\hat{j}+0{,}5\hat{k}$ km.

2) Beberapa saat kemudian monil melewati jalan berbelok dan menanjak sehingga posisinya berubah menjadi $-\hat{i}+5\hat{j}+0{,}7\hat{k}$ km. Berapa perpindahan mobil dalam selang waktu tersebut?

3) Posisi sebuah kelereng di atas meja adalah $0{,}75\hat{i}-0{,}5\hat{j}$ m. Berapa perpindahan kelereng agar kembali ke pusat kooridinat?

4) Mobil bergerak dari tempat pertama ke tempat kedua dengan vektor perpindahan $1{,}5\hat{i}+5{,}5\hat{j}$ km. Kemudian mobil bergerak dari tempat kedua ke tempat ketiga dengan vektor perpindahan $-3\hat{i}+2{,}5\hat{j}+0{,}1\hat{k}$ km. Berapa perpindahan mobil dari tempat pertama ke tempat ketiga?

5) Dua tempat yang memiliki perbedaan derajat bujur cukup cukup kecil memiliki jarak yang diukur dalam arah barat-timur sebesar $R\Delta\lambda$ dengan R jari-jari bumi dan $\Delta\lambda$ adalah perbedaan derajat bujur dalam satuan radian. Dua tempat dengan perbedaan sudut lintang kecil memiliki jarak diukut dalam arah utara-selatan sebesar $R\Delta\phi$ dengan $\Delta\phi$ adalah perbedaan derajat lintang dalam satuan radian. Koordinat kota Bandung adalah 6,9212^o LS, 107,6106^o BT dan koordinat kota Cimahi adalah 6,8908^o LS, 107,5457$_o$ BT. Jika diambil arah ke timur searah dengan sumbu x positif dan arah ke utara searah dengan sumbu y positif, perkirakan vektor perpindagan dari kota Bandung ke kota Cimahi. Gunakan jari-jari bumi 6.400 km.

6) Jarak garis lurus yang menghubungkan kota Medan dan Banda Aceh adalah 430,10 km sedangkan panjang jalan penghubung dua kota tersebut adalah melalui jalan lintas timur Sumatera adalah 601 km sedangkan melalui Meulaboh adalah 794 km. Dari Medan ke Banda Aceh kendaraan rata-rata menempuh waktu sekitar 13 jam kalau melewati jalan lintas timur Sumatera dan sekitar 15 jam kalau melewati Meulaboh. Dengan pesawat hanya diperlukan waktu hanya 1 jam 5 menit terbang dari Medan ke Banda Aceh. Dari informasi tersebut hitunglah:

    a) Besar vektor perpindahan dari Medan ke Banda Aceh

    b) Besar kecepatan rata-rata kendaraan dari Medan ke Banda Aceh

    c) Laju rata-rata kendaraan dari Medan ke Banda Aceh melalui jalan lintas timur Sumatera dan melalui Meulaboh

    d) Besar kecepatan rata-rata pesawat dari Medan ke Banda Aceh.

7) Posisi mula-mula sebuah mobil adalah $5\hat{j}$ km. Selama selang waktu 2 jam mobil bergerak dengan kecepatan rata-rata $30\hat{i}+50\hat{j}$ km/jam. Di manakah posisi mobil setelah 2 jam tersebut?

8) Antara waktu 0 sampai 2 jam kecepatan rata-rata kendaraan adalah $40\hat{i}+30\hat{j}$ km/jam. Pasa selang waktu atara 2 jam sampai 3,5 jam kecepatan rata-rata adalah $45\hat{i}+60\hat{j}$ km/jam. Tentukan kecepatan rata-rata mobil antara 0 sampai 3,5 jam.

9) Pesawat berangkat dari bandara Kuala Namu, Medan ke bandara Soekarno Hatta Jakarta, kemudian melanjutkan ke bandara Sultan Hasanuddin, Makassar. Jarak Medan-Jakarta adalah 1.422 km dan jarak Jakarta-Makassar adalah 1.396 km. Misalkan dalam perjalanan dari Medan ke Jakarta laju rata-rata pesawat adalah 780 km/jam dan

dari Jakarta ke Makassar laju rata-rata adalah 800 km/jam. Di Jakarta pesawat transit sekitar 1 jam untuk menaikkan dan menurunkan penumpang. Misalkan dari Medan pesawat berangkat jam 06:15 WIB. Hitunglah

a) Jam berapa pesawat tiba di Jakarta dan jam berapa tiba di Makassar

b) Laju rata-rata pesawat dari Medan ke Makassa (waktu transit di Jakarta dimasukkan sebagai bagian dari waktu perjalanan pesawat).

10) Sebuah mobil bergerak ke timur dengan laju 50 km/jam. Sepuluh menit kemudian terlihat mobil bergerak ke selatan dengan laju 60 km/jam setelah melewati sebuah persimpangan jalan. Ambil arah timur sejajar sumbu *x* positif dan arah utara sejajar sumbu y pisitif. Hitung percepatan rata-rata mobil selama selang waktu tersebut.

11) Rekor tercepatan pada sirkuit Sepang dibuat oleh pembalap Formula 1 Juan Pablo Montoya dari tim Williams tahun 2004. Catatan waktunya adalah 1m 34.223d. Berapakah laju rata-rata Montoya?

12) Panjang lintasan sirkuit Sepang Malaysia adalah 5.543 m. Tabel 2.5 adalah waktu yang diperlukan para pembalap menyelesaikan satu putaran sirkuit tersebut pada babak kualifikasi tahun 2015.

Tabel 2.5 Waktu yang diperlukan para pembalap menyelesaikan satu putaran sirkuit Sepang, Malaysia pada babak kualifikasi tahun 2015

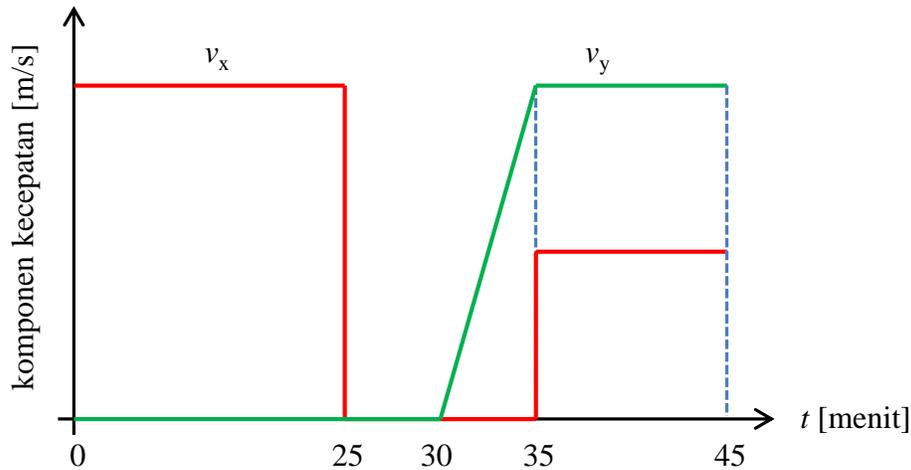
Pembalap	Tim	Catatan Waktu
Dani Pedrosa	Repsol Honda Team (RC213V)	1m 59.053d
Marc Marquez	Repsol Honda Team (RC213V	1m 59.462d
Valentino Rossi	Movistar Yamaha MotoGP (YZR-M1)	1m 59.726d
Jorge Lorenzo	Movistar Yamaha MotoGP (YZR-M1)	1m 59.737d
Cal Crutchlow	LCR Honda (RC213V)	2m 0.199d
Andrea Iannone	Ducati Team (Desmosedici GP15)	2m 0.224d
Andrea Dovizioso	Ducati Team (Desmosedici GP15)	2m 0.423d
Maverick Viñales	Team Suzuki Ecstar (GSX-RR)	2m 0.478d

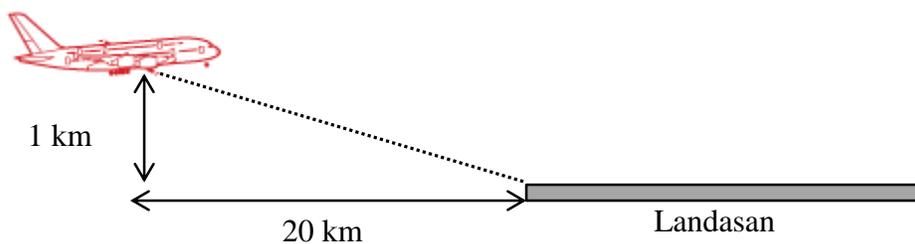
Bradley Smith	Monster Yamaha Tech 3 (YZR-M1)	2m 0.652d
Hector Barbera	Avintia Racing (Desmosedici GP14 Open)	2m 0.724d
Aleix Espargaro	Team Suzuki Ecstar (GSX-RR)	2m 0.724d
Pol Espargaro	Monster Yamaha Tech 3 (YZR-M1)	2m 0.794d
Danilo Petrucci	Octo Pramac Racing (Desmosedici GP14.2)	2m 01.223d
Stefan Bradl	Factory Aprilia Gresini (RS-GP)	2m 01.346d
Scott Redding	Estrella Galicia 0,0 Marc VDS (RC213V)	2m 01.367d
Jack Miller	LCR Honda (RC213V-RS)	2m 01.725d
Alvaro Bautista	Factory Aprilia Gresini (RS-GP)	2m 01.727d
Yonny Hernandez	Octo Pramac Racing (Desmosedici GP14.2)	2m 01.748d
Nicky Hayden	Aspar MotoGP Team (RC213V-RS)	2m 01.829d
Loris Baz	Forward Racing (Forward Yamaha)	2m 01.862d

Hitung laju rata-rata pembalap pada babak kualifikasi tersebut.

13) Sebuah pesawat sedang terbang ke timur dengan laju v_p. Pada saat t = 0 pesawat berada pada posisi $x_0\hat{i} + h\hat{j}$ dengan h adalah tinggi lintasan terbang pesawat dari permukaan tanah. Sebuah pangkalan rudal berada pada pusat koordinat. Pangkalan tersebut dapat menembakkan rudal dengan laju v_r. Jika pada saat t = 0 rudal ditembakkan dengan sudut θ, berapakah sudut tembakan agar rudal dapat mengenai pesawat. Kecepatan rudal tiap saat memenuhi $\hat{i}v_r\cos\theta + \hat{j}(v_r\sin\theta - gt)$ Buktikan juga bahwa agar rudal dapat mengenai pesawat maka laju rudal harus lebih besar daripada $\sqrt{v_p^2 + 2gh}$. Hitung juga waktu yang diperlukan rudal untuk mencapai pesawat. Hitung kecepatan rata-rata rudal sejak diluncurkan hingga mengenai pesawat.

14) Kecepatan benda yang dilempar ke atas adalah $30\hat{i} + (30\sqrt{3} - 10t)\hat{j}$. Tentukan kecepatan rata-rata antara t = 0 sampai t = 5 s.

15) Gambar 2.24 adalah komponen kecepatan mobil yang sedang melaju di jalan. Hitung kecepatan rata-rata antara t = 0 sampai t = 45 menit

Gambar 2.24 Kecepatan mobil pada soal 15.

16) Secara umum posisi mkendarat pesawat dimulai ketika jarak horisontal dari bandara sekitar 20 km dan ketinggain 1 km (Gambar 2.25). Landasan suatu bandara mengarah dari barat laut ke tenggara. Misalkan arak ke timur diambil sejajar sumbu *x* positif dan arah utara diambil sejjaar sumbu *y* positif, tentukan posisi pesawat saat mulau melakukan pendaratan. Jika pesawat turun menurut garis lurus, tentukan sudut yang dibentuk oleh lintasan pesawat.

Gambar 2.25 Posisi pesawat saat akan mendarat (soal 16).

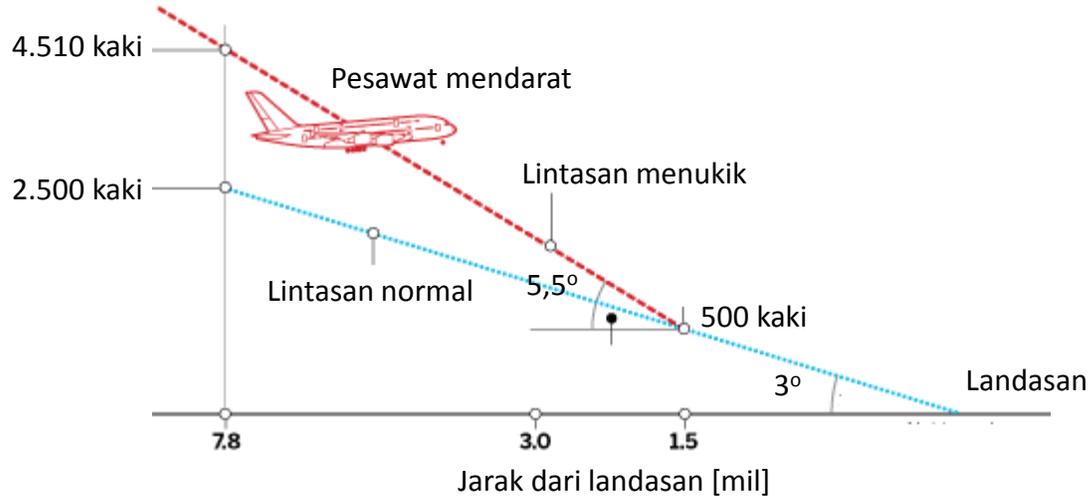
17) Bandung adalah kota yang berada dalam cekungan yang sering dinamakan Cekungan Bandung Raya karena dikelilingi oleh gunung-gunung yang cukup tinggi. Ketika pesawat akan mendarat di bandara Husein sastranegara Bandung (khususnya pesawat besar) maka pesawat tersebut akan melakukan sejumlah putaran sebelum

memulai posisi pendaratan. Peristiwa serupa hampir tidak terjadi saat pendratan di bandara Soekarno-Hatta, Juanda Surabaya, dan bandara lainnya yang dekat dengan laut. Jelaskan mengapa demikian? Kaitkan dengan soal sebelumnya bahwa posisi pendaratan dimulai ketika ketingian pesawat sekitar 1 km dan jarak horisontal dari bandara sekitar 20 km.

18) Bandara Hethrow London merupakan salah satu bandara tersibuk di dunia. Hampir semua pesawat mendarat di bandara ini dari yang laing kecil hingga yang paling besar. Masalah mulai timbul saat terjadi pendaratan malam, khususnya pesawat jumbo seperti Airbus A380. Suara yang sangat keras menggangu penduduk di bawah lintasan pesawat yang sedang tidur. Perusahaan penerbangan besar dunia, Emirates mengusulkan lintsan pendaratan baru untuk menekan polusi suara di London saat pendaratan pesawat A380 yang dengan melakukan penurunan menukik. Kalau umumnya pesawat mendarat mulai pada ketinggian 2.500 kaki dari jarak 7,8 mil dari landasan, Emirates mengusulkan pendaratan dimulai dari ketinggian 4.510 kaki dari jarak 7,8 mil dari landasan. Menukik agak tajam ini dilakukan hingga ketinggak 500 kaki. Sejak dari ketinggain 500 kaki, pesawat mengambil lintasan pendaratan normal (Gambar 2.26). Menurut Emirates, rute pendaratan seperti ini dapat menekan polusi suara 15 – 20% pada pemukiman penduduk.

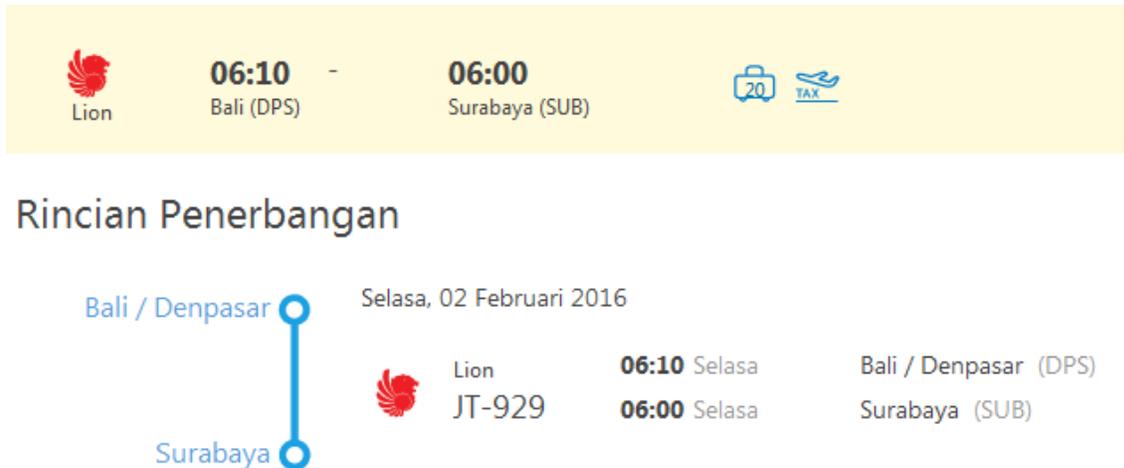
    a) Tentukan vektor posisi pesawat saat mulai pendaratan jika melakukan pendaratan lintsan normal dan pendaratan menurut lintsan yang diusulkan Emirates.

    b) Tentukan perpindahan pesawat sejak mulai melakukan pendaratan hingga mencapai landasan jika melakukan pendaratan lintsan normal dan pendaratan menurut lintsan yang diusulkan Emirates.

    c) Tentukan jarak tempuh pendaratan jika mengambil lintasan normal dan lintasan yang diusulkan Emirates.

Gambar 2.26 Proposal lintasan pendaratan pesawat Airbus A380 dari Emirates.

19) Koordinat kota Jakarta adalah 6.1745° LS, 106.8227° BT dan koordinat kota Banda Aceh adalah 5.5500° LU, 95.3167° BT. Tentukan: (a) Koordinat posisi kota Jakarta dan kota Banda Aceh, (b) jarak terpendek Jakarta-Banda Aceh. Pesawat jet Boeing 737-800NG terbang dari Jakarta ke Banda Aceh. Pesawat tersebut dapat mencapai 853 km/jam dan biasanya terjadi pada lintasan tertinggi (*cruising*). (c) perpindahan pesawat dari Jakarta ke Banda Aceh. (d) Jika dari lepas landas sampai mendarat pesawat bergerak dengan kelajuan ini, perkirakan lama perjalanan dari Jakarta ke Banda Aceh. (e) Dengan waktu tempuh demikian, hitung kecepatan rata-rata pesawat.

20) Pesawat Garuda Indonesia yang sedang menempuh perjalanan Denpasar-Narita sedang berada pada koordinat 7,6046° LS dan 115,4990° BT. Saat itu ketinggian pesawat adalah 19.600 kaki (1 meter sekitar 3 kaki). Dari data tersebut tentukan vektor posisi pesawat terhadap pusat bumi. Tentukan juga posisi relatif pesawat terhadao kota Jakarta.

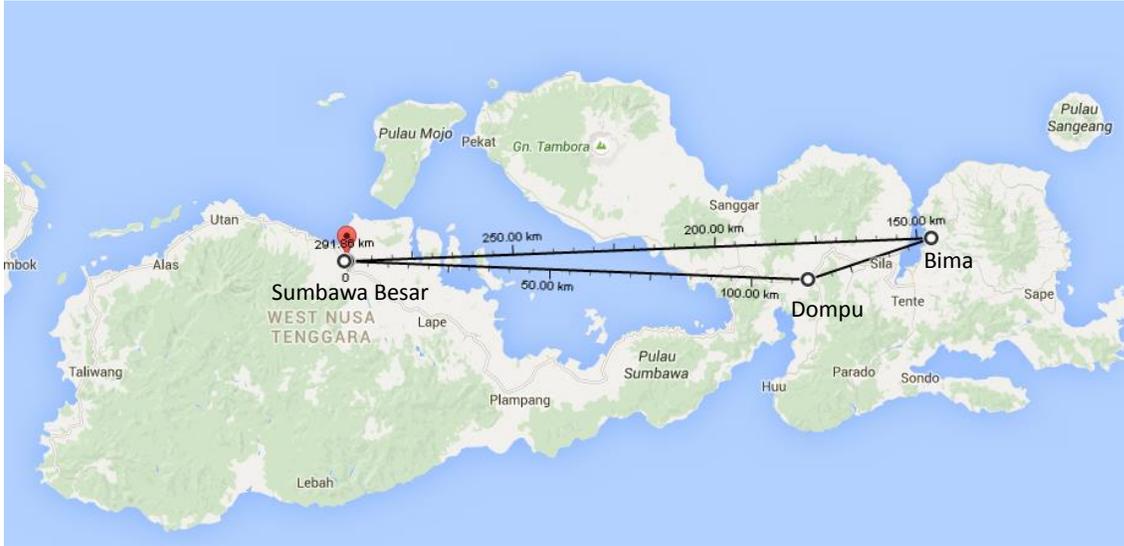
21) Gambar 2.27 memperlihatkan jadwal penerbangan pesawat dari bandara Ngurah Rai Denpasar ke bandara Juanda, Surabaya. Pesawat tinggal landas dari Denpasar jam 06:10 dan tiba di Surabaya jam 06:00. Jarak lurus Denpasar-Surabaya adalah 314 km. Berapa kecepatan rata-rata pesawat dalam penerbangan tersebut?

Gambar 2.27 Rincian jadwal penerbangan Denpasar Surabaya.

22) Satelit Inmarsat-3F1 mengitari bumi pada ekuator (nol derajat lintang). Satelit inilah yang mendeteksi adanya sinyal ping dari pesawat Malaysia Airlines MH370 yang hilang tanggl 8 Maret 2014. Satelit tersebut merupakan satelit geostasioner dengan ketinggian dari permukaan bumi 36.000 km. Satelit tersebut berada pada koordinat $64{,}5^{o}$ BT. Pesawat MH370 terakhir kali melakukan komunikasi dengan radar saat posisinya pada koordinat $6^{o}55'15''$ LU dan $103^{o}34'43''$ BT dan pada ketinggian 11.000 m dari permukaan laut. Tentukan vektor posisi satelit tersebut Inmarsat-3F1.

    a) Berapakah vektor posisi pesawat tersebut?

    b) Tentukan juga vektor posisi pesawat terhadap vektor posisi satelit Inmarsat-3F1.

23) Tentukan pula vektor posisi MH370 saat terakhir kali kontak dengan radar terhadap kota Pontianak yang memiki koordinat 0.0000° L, 109.3333° BT.

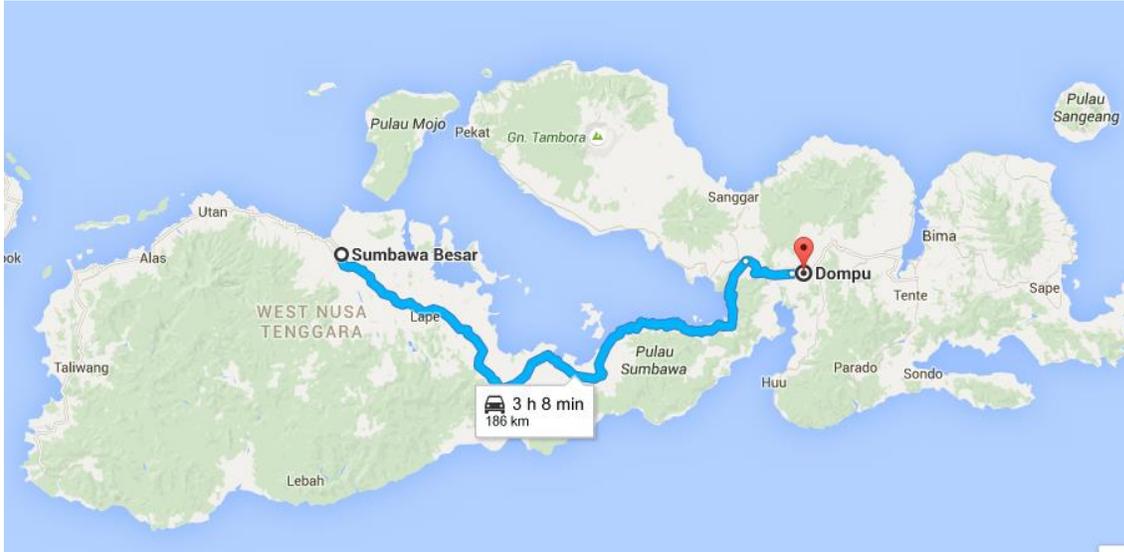
24) Gambar 2.28 adalah peta pulau Sumbawa di Propinsi Nusa Tenggara Barat yang diambil dari *GoogleMap*. Berdasarkan informasi dari peta tersebut tentukan besar perpindahan dari Sumbawa Besar ke Dompu, dari Dompu ke Bima, dan dari Sumbawa Besar ke Bima.

Gambar 2.28 Perpindahan dari Sumbawa Besar ke Dompu, Dompu ke Bima, dan Sumbawa Besar ke Bima (sumber gambar: GoogleMap)

25) Kecepatan sebuah mobil dapat dinyatakan dalam persamaan $\vec{v} = 30\hat{i} + 50\hat{j}$ km/jam. Pada saat t = 0 posisi mobil adalah $\vec{r}_o = 10\hat{i} - 30\hat{j}$ km. Tentukan posisi mobil pada saat t = 0,5 jam.

26) Antara t = 1 s sampai t = 3 s kecepatan sebuah benda adalah $\vec{v}_1 = 10\hat{i}$ m/s dan antara t = 3 s sampai t = 8 s, kecepatan benda adalah $\vec{v}_2 = 4\hat{i} + 8\hat{j}$ m/s. Berapa kecepatan rata-rata benda antara t = 1 s sampai t = 8 s?

27) Denggan menggunakan GoogleMap tentukan jarak tempuh dari Maumere ke Larantuka di pulau Flores. Tentukan juga jarak tempu dari Balikpapan ke Bontang.

28) Hitung panjang busur bumi dari kota Pontianak ke kota Palu. Tentukan pula panjang busur bumi dari kota Biak ke kota Kupang

29) Gambar 2.29 adalah peta pulau Sumbawa yang diperoleh dari *GoogleMap*. Tentukan jarak tempuh Sumbawa Besar ke Dompu dan laju rata-rata kendaraan dari Sumbawa Besar ke Dompu. Dengan menggunakan data perpindahan Sumbawa Besar-Dompu pada soal sebelumnya, tentukan besar keceparan rata-rata kendaraan dari Sumbawa Besar ke Dompu.

Gambar 2.29 Lintasan dan jarak tempuh dari Sumbawa Besar ke Dompu (sumber gambar: GoogleMap).

30) Dengan menggunakan GoogleMap maka kita dapat menentukan dengan mudah jarak dari Sabang sampai Merauke (Gambar 2.30). Koordinat kota Sabang adalah 5,8942° LU, 95,3192° BT sedangkan koordinat kota Merauke adalah 8,4667° LS, 140,3333° BT. Hitunglah jarak Sabang-Merauke dengan menggunakan persamaan (2.20). Pesawat Boeing 737-900ER memiliki tiga konfigurasi, yaitu konfigurasi Basic 1 Class Layout dengan jangkauan jelajah maksimum 4.996 km, konfigurasi Basic 2 Class Layout dengan jangkauan jelajah maksimum 5.925 km, dan konfigurasi WL 2 Class Layout dengan 2 tangki tambahan memiliki jangkauan jelajah maksimum 6.045 km. Laju jelajah normal semua konfigurasi tersebut adalah 0,78 Mach yang setara dengan 823 km/jam. Dari data tersebut tersebut tentukan

   a) Perpindahan pesawat dari kota Sabang ke kota Merauke

   b) Pesawat dengan konfigurasi manakah yang lebih tepat digunakan untuk penerbangan langsung Sabang-Merauke?

   c) Berapa waktu tempuh pesawat terbang langsung dari Sabang sampai Merauke jika dianggap selama penerbangan pesawat bergerak dengan laju jelajah normal.

   d) Laju jelajah maksimum semua pesawat tersebut adalah 0,825 Mach yang setara dengan 877 km/jam. Berapa waktu tempuh Sabang-Merauke jika pesawat bergerak terus pada laju maksimum?

Gambar 2.30 Perpindahan dan Sabang sampai Merauke (sumber gambar: GoogleMap)

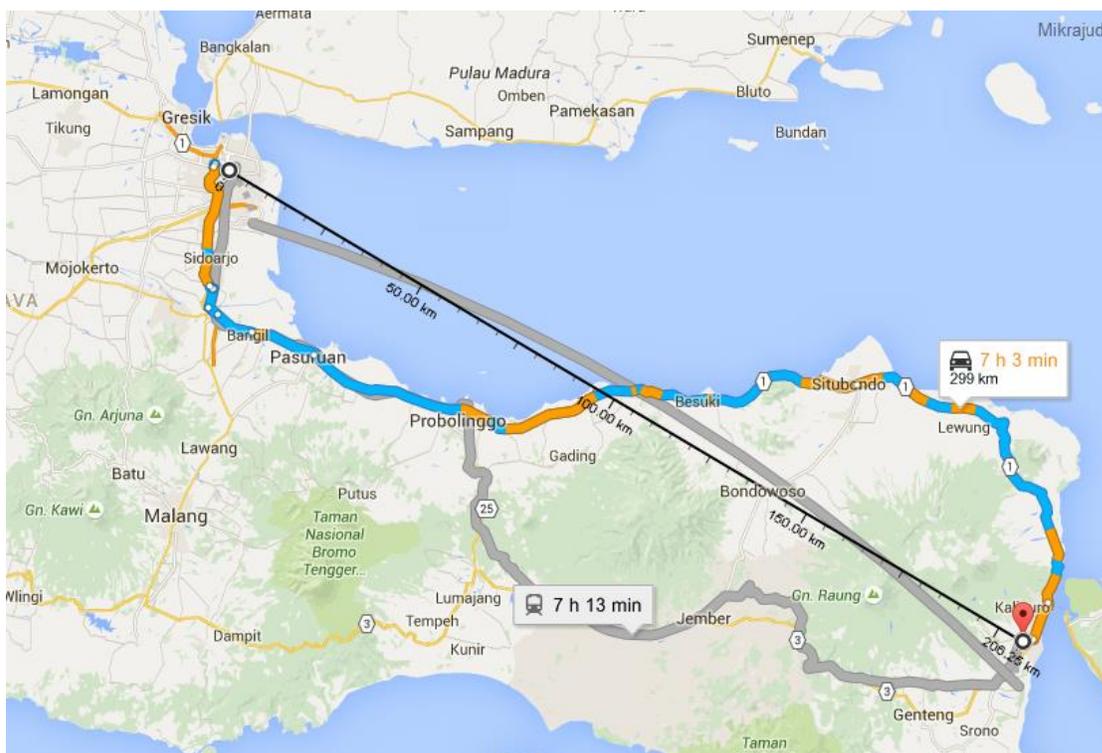
31) Gambar 2.31 adalah peta propinsi Jawa Timur bagian timur yang diambil dari *GoogleMap*. Berdasarkan informasi yang ada dalam peta tersebut tentukan:

a) Besar perpindahan dari Surabaya ke Banyuwangi

b) Jarak tempuh mobil dari Surabaya ke Banyuwangi

c) Besar kecepatan rata-rata mobil dari Surabaya ke Banyuwangi

d) Laju rata-rata mobil dari Surabaya ke Banyuwangi

e) Pesawat dari Bandara Juanda Surabaya ke bandara Banyuwangi memerlukan waktu 50 menit. Tentukan besar kecepatan rata-rata pesawat dari Surabaya ke Banyuwangi.

Gambar 2.31 Peta propinsi Jawa Timur bagian timur (sumber peta: GoogleMap).

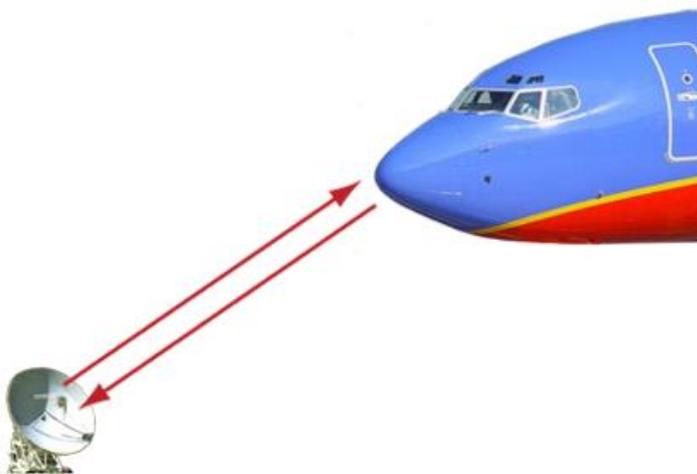
32) Gambar 2.32 adalah contoh tiket pesawat dari Jakarta ke Surabaya dan sebaliknya.

Flight Details

	Flight	Departing	Arriving
	QZ7219 Economy Promo	Surabaya (SUB) Juanda International Airport Jan 2011, 1940 hrs (7:40PM)	Jakarta (CGK) Soekarno Hatta International Airport Jan 2011, 2100 hrs (9:00PM)
	QZ7218 Economy Promo	Jakarta (CGK) Soekarno Hatta International Airport Jan 2011, 1755 hrs (5:55PM)	Surabaya (SUB) Juanda International Airport Jan 2011, 1915 hrs (7:15PM)

Gambar 2.32 Contoh tiket pesawat

33) Berapa kelajuan rata-rata pesawat terbang dari Jakarta ke Surabaya. Petunjuk: kalian perlu mencari perpindahan dari kota Surabaya ke Jakarta.

34) Radar mendeteksi pesawat dengan menggunakan gelombang radar. Kelajuan gelombang radar termasuk gelombang elektromagnetik sama dengan kelajuan cahaya. Jarak pesawat ditentukan dengan mengirimkan pulsa radar ke arah pesawat. Pulsa yang dipantulkan pesawat ditangkap kembali oleh radar (Gambar 2.33). Berdasarkan waktu pula ditangkap kembali itulah jarak pesawat ditentukan. Sebuah pesawat sedang terbang di sebelah timur Bandara Soekarno Hatta. Pemancar radar bandara mengirim pulsa radar ke arah pesawat dan menerima kembali pulsa yang dipantulkan pesawat setelah berselang 0,0013 detik. Berapakan jarak pesawat dari bandara Soekarno Hatta?

Gambar 2.33 Proses komunikasi pesawat dan radar yang ada di bumi (sumber gambar: science.howstuffworks.com)

35) Mobil Bugatti *Veyron Super Sport* termasuk mobil yang memiliki percepatan paling besar di dunia. Mobil tersebut dapat berubah dari keadaan diam hingga mencapai kelajuan 96,6 km/jam dalam waktu 2,4 detik. Berapa jarak tempuh mobil saat mencapai kelajuan 96,6 km/jam?

36) Pesawat terbang buatan IPTN CN-235 (gambar 2.34) dapat mencapai kelajuan 250 km/jam dalam waktu 25 detik saat bergerak di landasan untuk lepas landas. Pesawat tersebut dapat mulai lepas dari tanah jika kelajuannya 200 km/jam.

Gambar 2.34 Contoh pesawat CN-235 (sumber gambar: saairforce.co.za)

a) Hitung percepatan pesawat saat bergerak di landasan

b) Hitung panjang minimum landasan yang dibutuhkan pesawat tersebut

37) Posisi sebuah benda memenuhi persamaan $\vec{r}(t) = t^4\hat{i} - 2t\hat{j}$ m. Tentukan:

a) Posisi benda pada saat t = 1 s

b) Posisi benda pada saat t = 3 s

c) Perpindahan benda antara t = 1 s sampai t = 3 s.

d) Kecepatan rata-rata benda antara t = 1 s sampai t = 3 s.

e) Kecepatan sesaat benda

38) Dalam satu hari umumnya pesawat komersial dioperasikan tidak lebih dari 10 jam. Waktu operasi adalah waktu sejak tingal landas dari bandara pertama di pagi hari, terbang ke bandara berikutnya, dan transit sekitar 1 jam di tiap bandara yang dilayani. Sebuah maskapai swasta ingin membuke rute penerbangan Medan-Bandung-Lombok-Bandung-Medan (Gambar 3.25). Terbang dimulai dari Medan di pagi hari dan kembali lagi di Medan sore hari. Panjang rute yang ditempuh tampak pada Gambar

berikut ini. Jika pesawat dianggap terbang dengan laju rata-rata 820 km/jam, apakah mungkin rute tersebut dipilih sehingga pesawat beroperasi tidak lebih dari 10 jam dalam sehari?

Gambar 2.35 Rencana rute maskapai (sumber gambar: GoogleMap)

39) Pilot mengarahkan pesawat ke selatan dengan laju 500 km/jam. Pada saat itu angin bertiup ke arah tenggara (ditengah-tengah antara arah selatan dan barat) dengan laju 100 km/jam. (a) Hitung kecepatan pesawat relatif terhadap tanah. (b) Berapa penyimpangan posisi pesawat dari posisi yang diharapkan pilot setelah 10 menit (misalkan pilot tidak melakukan koreksi selama waktu itu)?

40) Kembali ke soal 39. Ke mana pilot harus mengarahkan pesawat agar dilihat dari tanah, pesawat tepat bergerak ke arah selatan?

41) Gambar 3.36 adalah Ferrari California. Mobil ini memiliki kelajuan maksimum 310 km/jam. Dari keadaan diam hingga mencapai kelajuan 100 km/jam, mobil ini hanya membutuhkan waktu 4 detik.

Gambar 3.36 Ferrari California (sumber gambar: pistonheads.com)

a) Berapa jarak tempuh mobil tersebut ketika bergerak dalam kelajuan maksimum selama 5 menit?

b) Berapa percepatan mobil dari keadaan diam hingga mencapai kelajuan 100 m/s dalam 4 detik?

42) Sebuah boat yang memiliki laju 2,2 m/s pada air yang diam harus menyeberang sungai yang lebarnya 220 m. Diinginkan boat tersebut harus mencapai tempat di seberang sungai pada jarak 110 m di debelah atas titik tegak lurus aliran sungai dari posisi boat start. Untuk mencapai posisi tersebut, ternyata boat harus diarahkan membentuk sudut 45^o terhadap garis potong sungai. Berapakah kecepatan aliran air sungai?

43) Kamu sedang memprogram lengan robot untuk dapat bergerak dalam bidang *xy*. Perpindahan pertama lengan tersebut adalah $\vec{A}$ dan perpindahan kedua adalah $\vec{B}$ yang besarnya adalah 4,80 cm dengan sudut 49,0^o dikur dalam arah berlawanan jarum jam mulai dari sumbu x positif. Resultan dua perpindahan tersebut adalah $\vec{C}$ yang memiliki besar 4,80 cm tetapi membentuk sudut 22,0^o terdapat sumbu x positif (diukur dalam arah berlawanan pergerakan jarum jam). Gambarkan vector-vektor perpindahan tersebut dan tentukan besar dan arah vector $\vec{A}$.

44) Seorang pelaut yang menggunakan perahu layar kecil berlayar ke arah timur sejauh 2,00 km kemudian ke tenggara dejauh 3,50 km. Jarak tempuh berikutnya tidak diketahui. Tetapi leuat tersebut mendapati bahwa posisi akhirnya adalah 5,80 km tepat di sebelah timur posisi semula. Cari panjang dan arah perjalanan pada tahap ketiga (sampai mencapai posisi akhir).

45) Pesawat Galileo diluncurkan 18 Oktober 1989. Pada 7 Desember 1995 pesawat tersebut diskedul mencapai Jupiter di mana posisi Bumi, Jupiter, dan Matahari diberikan oleh koordinat seperti pada Tabel 2.6

Tabel 2.6 Posisi pesawat Galileo

	x (AU)	y (AU)	z (AU)
Bumi	0,2650	0,9489	0,0000
Jupiter	-0,4113	-5,2618	0,0313
Matahari	0,0000	0,0000	0,0000

46) Bumi memotongh sumbu x positif setiap tahun sekali pada saat belahan bumi utaara mulai memasuki musim gugur (autumnal equinox, yaitu sekitar 22 September). a) gambar digram yang memperlihatkan posisi Matahari, Bumi, dan Jupiter pada 7 Desember 1995. b) Carilah jarak-jarak berikut ini dinyatakan dalam satuan AU: (i) jarak Bumi-Matahari, (ii) jarak Jupiter-Mataharai, (iii) jarak Bumi-Jupiter. c) Jika dilihat dari bumi, berapa sudut yang dibentuk oleh arah Jupiter dan arah Matahari pada 7 Desember 1995? d) Jelaskan apakah Jupiter dapat kita lihat di malam hari pada 7 Desember 1995?

47) Seorang pengemudi dibawa ke pengadilan karena berkendari dengan kecepatan di atas batas yang diijinkan. Peristiwa ini terjadi karena seorang polisi mengamati kendaaraan kedua bergerak dengan kecepatan melebihi batas yang diijinkan dan pada saat tersebut kendaraan pengemudi yang ditahan dalam posisi tepat bersebelahan dengan kendaraan kedua. Pengemudi tersebut mengelak dengan mengatakan bahwa dia tidak melebihi batas kecepatan yang diijinkan tetapi kendaraan kedua yang menyalip dia. Tetapi penuntut membantah alasan pengemudi tersebut dengan argumentasi bahwa jika dua kendaraan tepat berpapasan maka laju keduanya sama. Jika kamu adalah seorang membela, bagaimana caranya kamu menolong pengemudi agar terlepas dari tuntutan tersebut?

48) Sebuah roket yang sedang membawa satelit meluncur tegak lurus ke atas dari permukaan bumi. Setelah 1,35 detik diluncurkan, tercatat ekor roket mencapai ketinggian 63 meter dari tanah. Setelah tambahan 4,45 detik berikutnya ekor roket berada pada ketinggian 1,00 km dari tanah. Cari besar kecepatan rata-raata roket selama a) tahap 4,45 detik perjalanannya; b) 5,80 detik pertama peluncuran.

49) Kamu berlari ke timur sejauh 200 meter dengan laju rata-rata 4,0 m/s kemudian berlari ke barat sejauh 250 m dengan laju rata-rata 7,0 m/s. Hitung a) laju rata-rata dan b) kecepatan rata-rata

50) Jika posisi awal dan kecepatan awal sebuah kendaraan diketahui dan percepatan tiap saat dicatat, dapatlan posisi kendaraan tiap saat ditentukan berdasarkan data tersebut? Jika ddapat, jelaskan bagaimana caranya.

51) Katapel pada kapal pengangkut pesawat USS Abraham Lincoln mempercepat sebuah jet tempur F/A-18 Hornet dari keadaan diam sehingga *take off* dengan laju 173 mil/jam pada jarak 307 kaki. Anggaplah percepatan yang dihasilkan konstan. a) Hitung percrpatan pesawat dalam m/s^2; b) hitung waktu yang diperlukan bergerak dari keadaan diam hingga *takeoff*.

52) Berdasarkan makalah di majalah *Scientific American* Mei 1990, aliran kendaraan di jalan tol dapat mencapai 2400 kendaraan per lajur per jam di jalan yang mulus dengan laju 96 km/jam. Di atas keadaan tersebut aliran kendaraan mulai turbulen (berhenti dan bergerak). a) Jika panjang rata-rata kendaraan adalah 4,6 m berapakah jarak celah rata-rata antar kendaraan pada kondidi di atas? b) Sistem kontrol otomatik pencegah tabrakan yang dipasang pada kendaraan beroperasi dengan memancarkan gelombang radar ke segala arah. Sistem ini secara otomatik mempercepat atau mengurangi laju kendaraan jika diperlukan sehingga dapat memperkecil jarak antar kendaraan tetapi tetap aman dari kemungkinan tabrakan. Jika spasi rata-rata antar kendaraan adalah 9,2 m, berapa jumlah kendaraan per jalur yang dapat lewat dengan laju 96 km/jam?

53) Tentukan perpindahan dari Jakarta ke Mataram di pulau Lombok

54) Tentukan vektor perpindahan kapal cepat dari objek wisata Wakatobi di Sulawesi Tenggara ke objek wisata Raja Ampat di Papua.

55) Pesawat yang berangkat dari bandara Sultan Muhammad Salahuddin, Bima ke bandara Ngurah Rai, Denpasar atau sebaliknya akan terbang di sekitar gunung Tambora di Dompu dan gunung Rinjani di Lombok. Tentukan vertor perpindahan pesawat dari gunung Rinjani ke gunung Tambora.

.

Bab 3
GERAK DUA DIMENSI

Sekarang kita akan memperdalam pemahaman kita tentang gerak dan memfokuskan pada gerak dalam ruang dimensi dua. Gerak dalam ruang dua dimensi dapat berupa gerak peluru, gerak melingkar, gerak dalam lintasan elips, dan hiperbola. Namun, pada bab ini kita akan membatasi pada gerak peluru dan derak melingkar. Gambar 3.1 adalah contoh gerak dalam ruang dua dimensi. Ciri gerak dalam ruang dua dimensi adalah lintasan benda selalu berada pada sebuah bidang datar.

Pada persoalan gerak dua dimensi, posisi benda terdefinisi secara lengkap apabila kita menggunakan dua buah koordinat posisi. Di sini kita gunakan koordinat x dan y yang saling tegak lurus. Arah sumbu x dan y dapat kita pilih secara sembarang asal tegak lurus. Pemilihan arah dilakukan untuk mempermudah menyelesaikan persoalan. Contohnya pada gerak sepanjang bidang miring kita sering memilih arah sumbu x searah kemiringan bidang dan sumbu y tegak lurus bidang. Pada persoalan lain subu x sering dipilih berarah horisontal sedangkan sumnbu y berarah vertikal ke atas. Pada bab ini kita akan mempelajari dua macam gerak dua dimensi yang sangat khas, yaitu gerak peluru dan gerak melingkar.

Gambar 3.1 Contoh gerak dua dimensi. Lintasan benda membentuk satu bidang datar, baik bidang vertikal, horisontal, atau miring.

3.1 Gerak Peluru

Salah satu gerak dua dimensi yang paling popular adalah gerak peluru. Disebut gerak peluru karena gerak ini yang akan ditempuh oleh setiap peluru yang ditembakkan ke atas dengan membentuk sudut tertentu terhadap arah horizontal (tidak vertikal ke atas) atau yang ditembakkan dengan sudut sembarang dari ketinggian tertentu. Walaupun namanya gerak peluru, namun gerak tersebut tidak hanya digunakan untuk membahas peluru. Setiap benda yang dilempat ke atas dalam arah tidak vertikal atau ditembakkan dengan sudut sembarang dari ketinggian tertentu melakukan gerak peluru. Apa pentingnya memahami gerak peluru?

Gambar 3.2 adalah contoh benda yang mengalami gerak peluru yang pernah kita lihat atau kita tonton melalui televisi.

Gambar 3.2 Contoh gerak peluru: (a) peluru kendali yang ditembakkan (the-tap.blogspot.com), (b) bola golf yang dipukul (e2marino.wordpress.com), dan (c) roket yang diluncurkan (utexas.edu).

a) Gerak peluru kendali yang ditembakkan umumnya berbentuk gerak peluru. Dengan memahami hukum-hukum gerak peluru maka sudut penembakan dapat diatur sehingga peluru mengenai sasaran.

b) Peluncuran roket yang membawa satelit menempuh lintasan seperti lintasan peluru. Dengan demikian arah peluncuran dapat ditentukan sehingga roket mencapai posisi yang diinginkan untuk menempatkan satelit pada orbitnya.

c) Pemain golf dapat mengatur kekuatan pukulan serta sudut pukulan sehingga bola jatuh tepat atau dekat lubang yang dikehendaki.

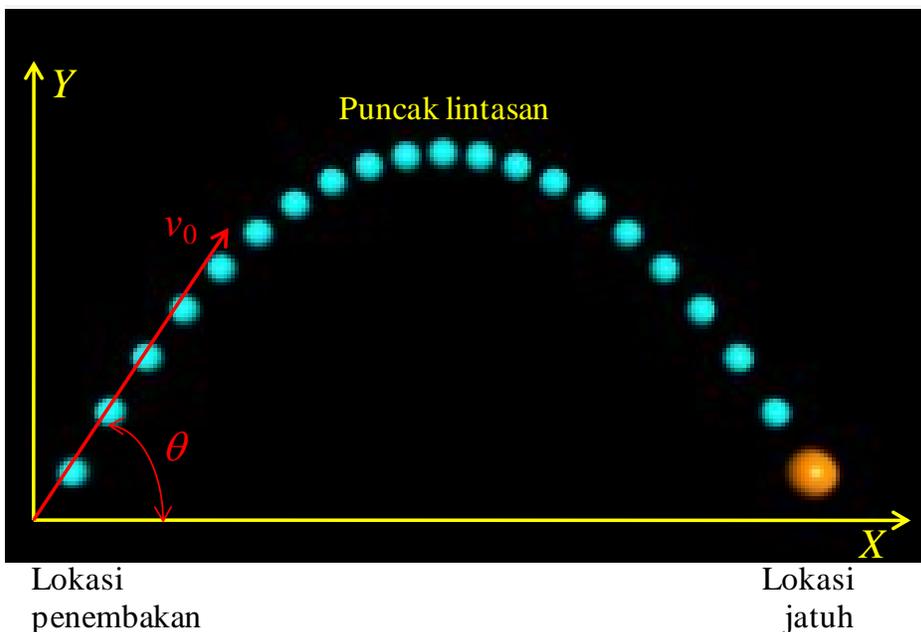
d) Pemain basket dapat mengatur kekuatan lemparan maupun sudut

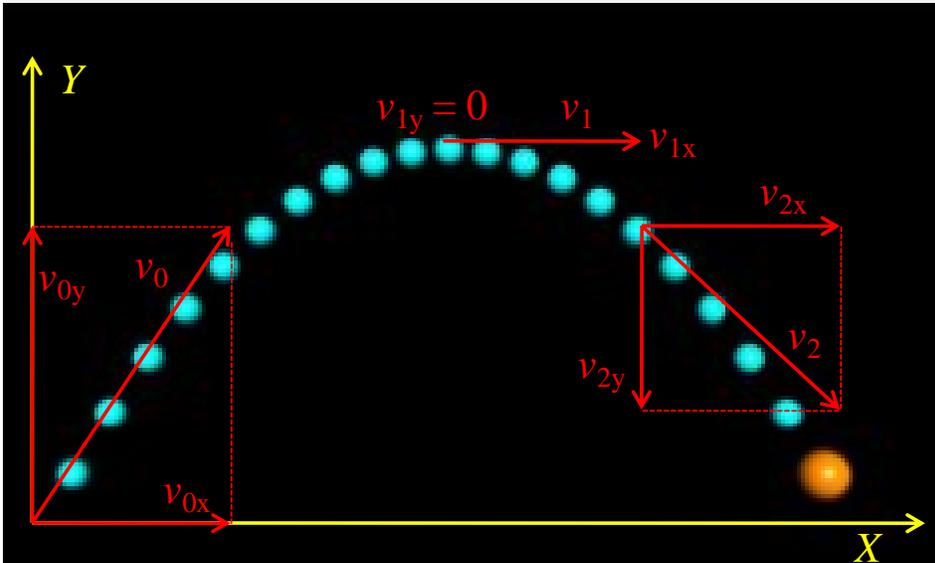
lemparan sehingga bola tepat masuk ke keranjang dan menciptakan nilai.

e) Pemain bola dapat mengatur kekuatan serta sudut tendangan sehingga bola tepat masuk ke gawang lawan.Atlit lempar cakram, lempar lembing, maupun tolak peluru dapat mengatur sudut lontaran sehingga dicapai jarak terjauh. Meraka selalu berlatih agar setiap lemparan selalu memenuhi sudut tersebut.

Sekarang kita mulai membahas gerak peluru secara detail. Peluru yang ditembakkan dengan kecepatan awal membentuk sudut elevasi tertentu terhadap sumbu datar akan mengambil lintasan seperti pada Gambar 3.3. Pada saat ditembakkan, peluru memiliki dua komponen kecepatan. Komponen kecepatan arah horisontal dan arah vertikal adalah

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \quad (3.1a)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\theta \quad (3.1b)$$

Gambar 3.3 Bentuk umum lintasan peluru yang ditembakkan dengan sudut elevasi θ terhadap sumbu datar. Ketinggian lintasan maupun jarak tempuh (jarak dalam arah horisontal) sangat bergantung pada laju awal dan sudut tembakan.

Lintasan gerak peluru selalu melengkung ke bawah akibat adanya percepatan gravitasi bumi. Salah satu yang khas dari gerak peluru adalah komponen kecepatan arah horizontal selalu tetap selama peluru bergerak. Tetapi komponen kecepatan arah vertikal selalu berubah-ubah (Gambar 3.4). Mula-mula makin kecil dan saat di puncak lintasan, komponen kecepatan arah vertical nol. Kemudian komponen kecepatan membesar kembali namun arahnya berlawanan (arah ke bawah).

Gambar 3.4 Komponen horisontal kecepatan peluru selalu constan tetapi komponen vertikal selalu berubah-ubah. Perubahan komponen vertikal disebabkan oleh adanya percepatan gravitasi bumi. Komponen kecepatan arah horisontal tidak berubah karena tidak ada percepatan dalam arah horisontal.

Perbedaan sifat gerakan tersebut karena dalam arah vertikal ada percepatan gravitasi yang berarah ke bawah sedangkan dalam arah horizontal tidak ada percepatan (Gambar 3.5). Jika kita ambil arah ke kanan sejajar dengan sumbu x positif dan arah ke atas sejajar dengan sumbu y positif maka komponen kecepatan gerak peluru dalam arah sumbu x (horisontal) dan sumbu y (vertikal) adalah

$$v_x = v_0 \cos\theta \quad (3.2a)$$

$$v_y = v_0 \sin\theta - gt \quad (3.2b)$$

Dengan demikian, vektor kecepatan gerak peluru tiap saat adalah

$$\vec{v} = \hat{i} v_x + \hat{j} v_y$$

$$= \hat{i} v_0 \cos\theta + \hat{j}(v_0 \sin\theta - gt) \qquad (3.3)$$

Posisi peluru tiap saat memenuhi persamaan

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v} dt$$

$$= \vec{r}_0 + \int_0^t \left\{ \hat{i} v_0 \cos\theta + \hat{j}(v_0 \sin\theta - gt) \right\} dt$$

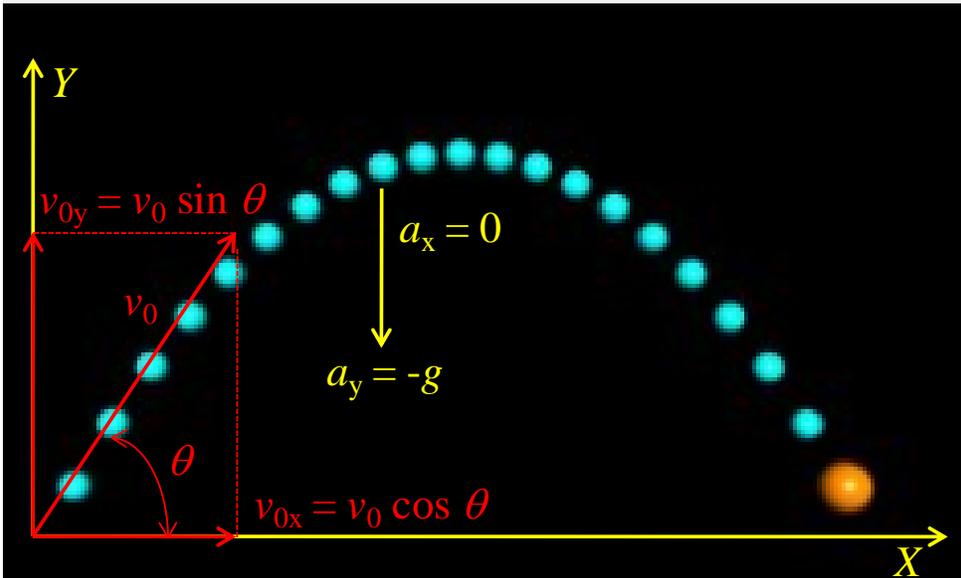
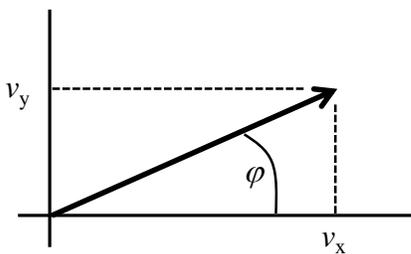
$$= \vec{r}_0 + \hat{i} v_0 t \cos\theta + \hat{j}\left(v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 \right) \qquad (3.4)$$

dengan $\vec{r}_0$ adalah posisi peluru pada saat t = 0.

Dari persamaan komponen kecepatan maka kita dapat menentukan sudut yang dibentuk oleh vektor kecepatan terhadap arah horisontal. Misalkan sudut tersebut adalah φ (Ganbar 3.6) maka

$$\tan\varphi = \frac{v_y}{v_x}$$

$$= \frac{v_0 \sin\theta - gt}{v_0 \cos\theta}$$

$$= \tan\theta - \frac{gt}{v_0 \cos\theta} \qquad (3.5)$$

Gambar 3.5 Peluru mendapat percepatan ke bawah (gravitasi) dan tidak mendapat percepatan arah horizontal. Gerak peluru dapat juga dipandang sebagai dua gerak terpisah, yaitu gerak dengan percepatan konstan arah veritak dan gerak dengan laju konstan arah horisontal.

Gambar 3.6 Vektor kecepatan peluru tiap saat. Arah kecepatan selalu berubah tiap saat karena besar komponen vertikal selalu berubah (karena adanya percepatan gravitasi bumi) sedangkan besar komponen horisontal selalu tetap (karena tidak memiliki percepatan).

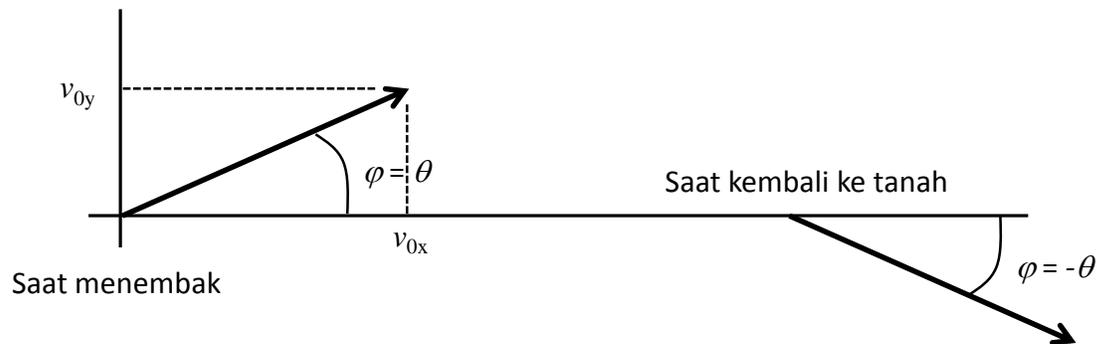
Dari persamaan (3.5) kita dapatkan sejumlah informasi. Pada puncak lintasan peluru hanya memiliki kecepatan arah horisontal.

Dengan demikian pada puncak lintasan berlalu φ = 0 atau tan φ = 0. Misalkan waktu yang diperlukan sejak peluru ditembakkan hingga mencapai puncak lintasan adalah t_m maka berlaku

$$\tan\theta - \frac{g t_m}{v_0 \cos\theta} = 0$$

yang menghasilkan

$$t_m = \frac{v_0}{g}\cos\theta\tan\theta$$

$$= \frac{v_0}{g}\sin\theta \qquad (3.6)$$

Gambar 3.7 Arah vektor kecepatan saat peluru ditembakkan dan saat kembali ke tanah. Sudut yang dibentuk vektor kecepatan saat peluru ditembakkan dan saat peluru mencapai tanah sama besar tetapi berlawanan tanda.

Kapan peluru mencapai tanah kembali? Kita asumsikan bahwa ketinggian tempat penembakan sama dengan ketinggian tempat jatuh peluru. Pada saat penembakan, t = 0, terpenuhi

$$\tan\varphi = \tan\theta - \frac{g \times 0}{v_0 \cos\theta}$$

atau $\varphi = \theta$.

Dengan memperhatikan Gambar 3.7 jelas bahwa pada saat peluru kembali menyentuh tanah maka sudut yang dibentuk oleh vektor kecepatan memenuhi $\varphi = -\theta$. Jika saat ini waktu tempuh adalah T maka persamaan (3.5) dapat ditulis

$$\tan(-\theta) = \tan\theta - \frac{gT}{v_0 \cos\theta}$$

$$-\tan\theta = \tan\theta - \frac{gT}{v_0 \cos\theta}$$

atau

$$T = \frac{2v_0}{g}\cos\theta \tan\theta$$

$$= \frac{2v_0}{g}\sin\theta \qquad (3.7)$$

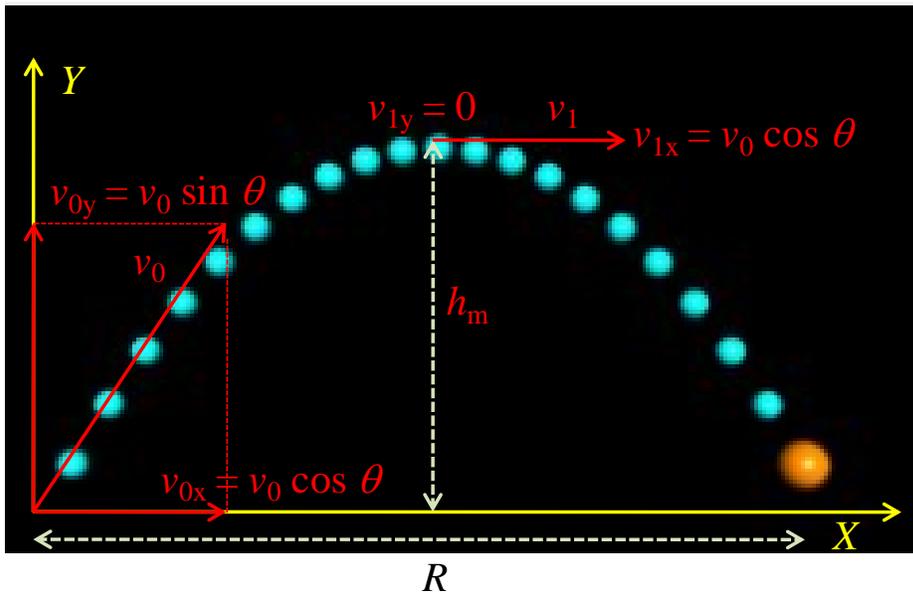
Dari persamaan ini tampak bahwa $T = 2t_m$ atau waktu yang diperlukan untuk mencapai tanah kembali sama dengan dua kali waktu untuk mencapai puncak lintsan.

Gambar 3.8 memperlihatkan posisi maksimum yang dicapai peluru dan jangkauan peluru. Berapakan nilai-nilai tersebut? Mari kita coba hitung. Dengan menggunakan persamaan (3.4) kita dapat menentukan posisi peluru pada saat t_m, yaitu

$$\vec{r}(t_m) = \vec{r}_0 + \hat{i}\, v_0 t_m \cos\theta + \hat{j}\left(v_0 t_m \sin\theta - \frac{1}{2} g t_m^2\right)$$

Substitusi t_m dari persamaan (3.6) sehingga diperoleh

$$\vec{r}(t_m) = \vec{r}_0 + \hat{i} v_0 \left(\frac{v_0}{g} \sin\theta \right) \cos\theta + \hat{j} \left(v_0 \left(\frac{v_0}{g} \sin\theta \right) \sin\theta - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \sin\theta \right)^2 \right)$$

$$= \vec{r}_0 + \hat{i} \frac{v_0^2}{g} \sin\theta \cos\theta + \hat{j} \frac{v_0^2}{2g} \sin^2\theta \qquad (3.8)$$

Gambar 3.8 Ketinggian lintasan sama dengan jarak vertical dari puncak lintasan ke dasar yang sejajar dengan titik penembakan. Jarak tempuh adalah jarak mendatar dari titik penembakan ke titik jatuh peluru.

Dari persamaan (3.8) kita simpulkan bahwa ketinggian maksimum yang dicapai peluru adalah

$$\Delta y_m = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2\theta \qquad (3.9)$$

Jarak dalam arah x tepat di bawah puncak lintasan adalah

$$\Delta x_m = \frac{v_0^2}{g} \sin\theta \cos\theta$$

$$= \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\theta \qquad (3.10)$$

di mana kita telah menggunakan hubungan trigonomentri $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$.

Dengan menggunakan T pada persamaan (3.7) maka posisi peluru saat kembali mencapai tanah adalah

$$\vec{r}(T) = \vec{r}_0 + \hat{i} v_0 T \cos\theta + \hat{j}\left(v_0 T \sin\theta - \frac{1}{2} g T^2 \right)$$

$$= \vec{r}_0 + \hat{i} v_0 \left(\frac{2v_0 \sin\theta}{g} \right) \cos\theta + \hat{j}\left(v_0 \left(\frac{2v_0 \sin\theta}{g} \right) \sin\theta - \frac{1}{2} g \left(\frac{2v_0 \sin\theta}{g} \right)^2 \right)$$

$$= \vec{r}_0 + \hat{i}\, \frac{2v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g} \qquad (3.11)$$

Kita definisikan jarak tempuh sebagai jarak horizontal dari titik penembakan benda ke titik jatuh peluru di tanah (asumsi titik penembakan dan titik jatuh berada pada bidang datar). Dengan mengacu pada persamaan (3.11) maka jarak tempuh adalah

$$R = \frac{2v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \qquad (3.12)$$

Pertanyaan menarik adalah berapakah sudut penembakan agar dicapai jarak tempuh maksimum? Mengingat nilai maksimum sin 2θ = 1 maka jarak tempuh maksimum akan dicapai jika $\sin 2\theta = 1$. Sudut yang nilai sinusnya satu adalah 90o. Dengan demikian sudut penembakan yang menghasilkan jangkauan maksimum memenuhi $2\theta = 90^o$ atau $\theta = 45^o$. Dengan sudut ini maka jangkauan maksimum adalah

$$R_{maks} = \frac{v_0^2}{g} \qquad (3.13)$$

Apa yang dapat disimpulkan dari hasil ini? Kesimpulannya adalah dengan menggunakan peluru yang memiliki laju awal v_0 maka kita hanya sanggup menembak hingga jarak v_0^2 / g. Sasaran yang lebih jauh dari itu tidak mungkin dijangkau oleh peluru tersebut berapa pun sudut tembaknya.

Sasaran dengan Jarak Bervariasi

Dalam peperangan, senjata yang digunakan telah memiliki laju awal tertentu. Namun, sasaran yang akan ditembak kadang jauh dan kadang dekat. Agar peluru mengenai sasaran maka yang dapat dilakukan adalah mengantur sudut tembak. Berapakah sudut tembak jika sasaran berada dalam arah horisontal sejauh *R*? Jelas di sini bahwa $R < R_{maks}$. Mari kita hitung.

Kita sudah mendapatkan persamaan jarak tembak yang diberikan

oleh persamaan (3.12). Jika jarak tembak *R* berbeda-beda maka besar sudut tembak memenuhi

$$\sin 2\theta = \frac{gR}{v_0^2}$$

Solusinya adalah

$$2\theta = \arcsin\left(\frac{gR}{v_0^2}\right)$$

atau

$$\theta = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{gR}{v_0^2}\right) \tag{3.14}$$

Sebagai contoh, jika jarak sasaran adalah setengah dari jangkauan maksimum peluru atau $R = R_{maks}/2$ maka

$$\theta = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$$

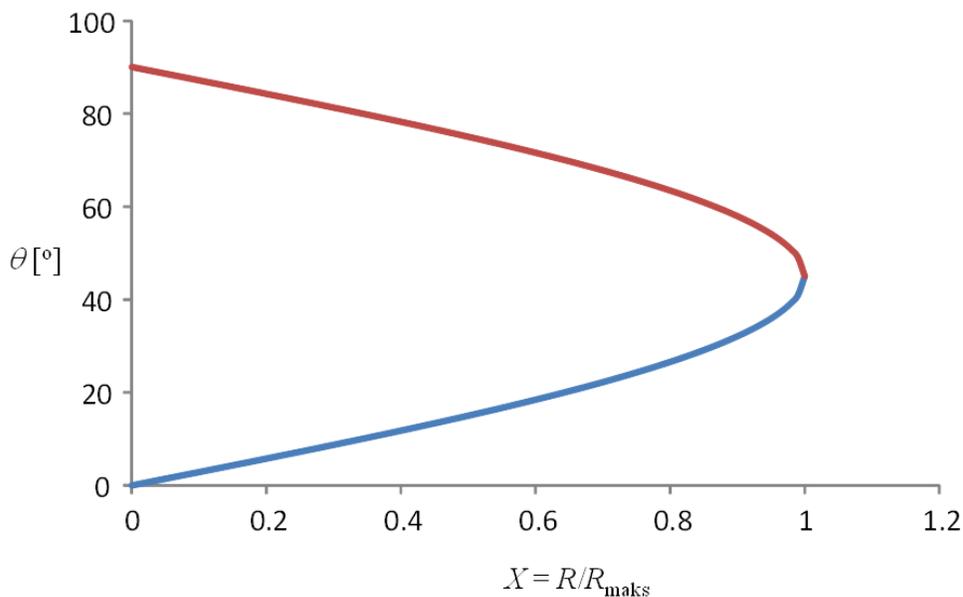
Tetapi arcsin(1/2) memiliki dua solusi, yaitu 30^o dan 150^o. Dengan demikian, ada dua sudut yang menghasilkan solusi yaitu

$$\theta = \frac{30^o}{2} = 15^o$$

dan

$$\theta = \frac{150^o}{2} = 75^o$$

Dengan sudut penembakan 15^o atau 75^o maka peluru akan jatuh pada titik yang sama. Namun ada yang berbeda, yaitu waktu tempuh. Dengan mengguakan persamaan (3.7) maka peluru yang ditembakkan dengan sudut kecil akan mencapai sasaran dalam waktu yang lebih pendek. Jadi, jika kita ingin segera mengenai sasaran maka dari dua alternatif sudut tersebut kita memilih sudut yang kecil.

Gambar 3.9 adalah kurva sudut tembak sebagai fungsi jangkauan. Jangkauan dinyatakan dalam satuan jangkauan maksimum. Tampak bahwa untuk setiap jangkatan yang dikehendaki maka ada dua sudut tempak yang dapat dilakukan, yaitu dengan sudut kecil dan dengan sudut besar. Penembakan dengan sudut kecil menyebabkan peluru mencapai sasaran lebih cepat. Namun, jika antara posisi penembakan dan sasaran terdapat penghalang yang cukup tinggi seperti bangunan, pepohonan, atau bukit kecil maka kita memilih sudut tembak yang besar.

Gambar 3.9 Sudut penembakan peluru sebagai fungsi jarak sasaran agar peluru tepat mengenai sasaran. Tampak bahwa selalu ada dua sudut untuk mencapai jarak yang sama, yang satu lebih besar dari 45^o dan yang satu lebih kecil dari 45^o. Namun, jarak terjauh hanya dapat dicapai dengan satu sudut, yaitu 45^o.

Menembak Sasaran yang Bergerak

Misalkan sasaran yang akan kita tembak bergerak. Berapa sudut tembak agar peluru mengenai sasaran yang bergerak tersebut? Mari kita

bahas. Agar lebih sederhana kita asumsikan bahwa sasaran bergerak dalam arah sumbu *x* dengan laju v_s. Misalkan jarak mula-mula sasaran dari lokasi penembakan adalah X_s. Dengan demikian, posisi sasaran tiap saat memenuhi

$$\vec{r}_s(t) = \hat{i}\left(X_s + \int_0^t v_s dt \right) \tag{3.15}$$

Karena posisi penembakan dianggap berada pada pusat koordinat maka posisi peluru tiap saat (kita gunakan $\vec{r}_0 = 0$) memenuhi persamaan

$$\vec{r}_p(t) = \hat{i} v_0 t \cos\theta + \hat{j}\left(v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 \right) \tag{3.16}$$

Peluru akan mengenai sasaran setelah selang waktu *T* yang memenuhi

$$\vec{r}_p(T) = \vec{r}_s(T)$$

atau

$$\hat{i} v_0 T \cos\theta + \hat{j}\left(v_0 T \sin\theta - \frac{1}{2} g T^2 \right) = \hat{i}\left(X_s + \int_0^T v_s dt \right) \tag{3.17}$$

Persamaan (3.17) menghasilkan dua persamaan berikut ini

$$v_0 T \cos\theta = X_s + \int_0^T v_s dt \tag{3.18a}$$

$$v_0 T \sin\theta - \frac{1}{2} g T^2 = 0 \qquad (3.18b)$$

Dari persamaan (3.18b) kita dapatkan

$$T = \frac{2v_0}{g}\sin\theta \qquad (3.19)$$

Jika sasaran bergerak dengan laju konstant dan menjauhi lokasi penembakan maka persamaan (3.18a) menjadi

$$v_0 T \cos\theta = X_s + v_s T$$

atau

$$T = \frac{X_s}{v_0\cos\theta - v_s} \qquad (3.20)$$

Samakan persamaan (3.19) dan (3.20) maka diperoleh

$$\frac{X_s}{v_0\cos\theta - v_s} = \frac{2v_0}{g}\sin\theta$$

atau

$$\frac{gX_s}{2v_0^2} = \sin\theta\left(\cos\theta - \frac{v_s}{v_0}\right) \qquad (3.21)$$

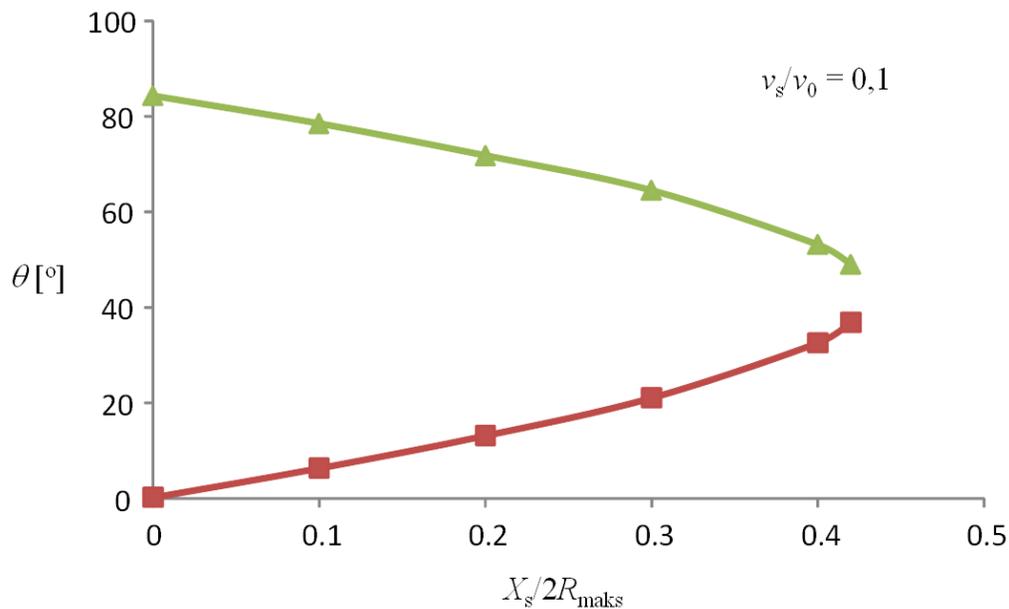
Jika kita definisikan untuk sementara $\sin\theta = x$ dan $\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{1-x^2}$ maka persamaan (3.21) dapat ditulis

$$\frac{gX_s}{2v_0^2} = x\left(\sqrt{1-x^2} - \frac{v_s}{v_0}\right)$$

atau

$$\frac{X_s}{2R_{maks}} = x\left(\sqrt{1-x^2} - \frac{v_s}{v_0}\right) \quad (3.22)$$

di mana R_{maks} diberikan oleh persamaan (3.13).

Persamaan (3.22) dapat diseselaikan secara numerik jika kita sudah mengetahu X_s, v_0 dan v_s. Gambar 3.10 adalah contoh hasil perhitungan numerik sudut tembak sebagai fungsi $X_s / 2R_{maks}$ jika sasaran bergerak menjauh dengan laju sepersepuluh laju awal peluru. Tampak di sini juga bahwa selalu terdapat dua pilihan sudut agar peluru mengenai sasaran.

Gambar 3.10 Sudut tembak agar mengenai sasaran yang bergerak menjauh dengan laju v_s = 0,1v_0. Di sini pun tampak bahwa untuk jarak tertentu maka selalu ada dua sudut tembakan yang memenuhi syarat.

Jika sasaran mendekati arah penembakan maka persamaan yang dipenuhi adalah dengan mengganti tanda vs dan diperoleh

$$\frac{gX_s}{2v_0^2} = x\left(\sqrt{1-x^2} + \frac{v_s}{v_0}\right) \tag{3.23}$$

Persamaan (3.23) juga mesti diselesaikan secara numerik.

Sasaran Tidak Pada Ketinggian Yang Sama

Bagaimana jika sasaran tidak berada pada ketinggian yang sama dengan tempat peluru ditembakkan? Seperti diilustrasikan pada Gambar 3.11. Kita pilih lokasi penembakan berada di koordinat sedangkan sasaran berada pada posisi

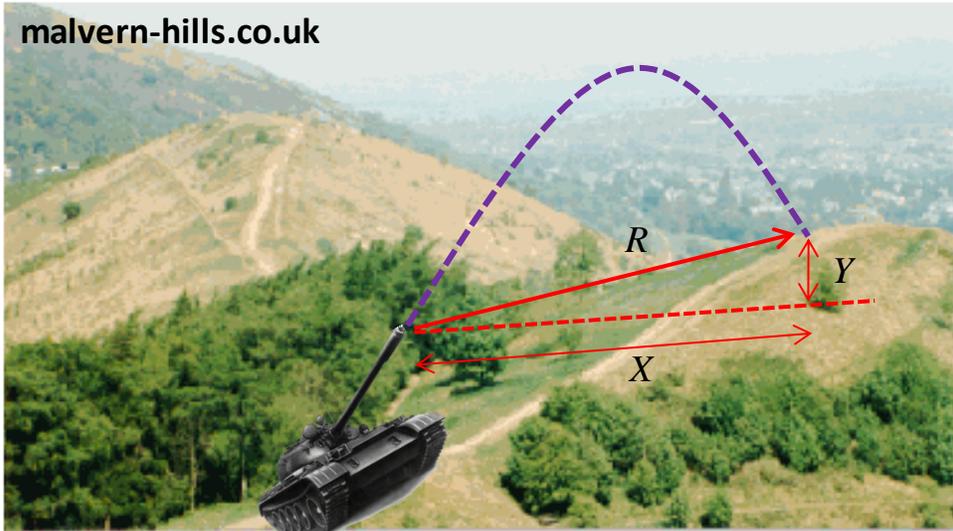
$$\vec{r}_s = X\hat{i} + Y\hat{j} \tag{3.24}$$

Peluru mengenai sasaran setelah selang waktu t_s yang memenuhi

$$\hat{i}v_0 t_s \cos\theta + \hat{j}\left(v_0 t_s \sin\theta - \frac{1}{2}gt_s^2\right) = X\hat{i} + Y\hat{j} \tag{3.25}$$

Jadi peluru mengenai sasaran saat vektor posisi peluru sama dengan vektor posisi sasaran. Kita samakan suku yang mengandung verktor satuan sejenis sehingga diperoleh

$$v_0 t_s \cos\theta = X \tag{3.26a}$$

$$v_0 t_s \sin\theta - \frac{1}{2} g t_s^2 = Y \tag{3.26b}$$

Gambar 3.11 Peluru menembak sasaran yang memiliki ketinggian yang berbeda dengan lokasi penembakan (sumber gambar: malvern-hills.co.uk).

Dari persamaan (3.26a) kita peroleh waktu yang diperlukan peluru mengenai sasaran adalah

$$t_s = \frac{X}{v_0 \cos\theta} \tag{3.27}$$

Substitusi persamaan (3.27) ke dalam persamaan (3.26b) maka diperoleh

$$v_0 \left(\frac{X}{v_o \cos\theta} \right) \sin\theta - \frac{1}{2} g \left(\frac{X}{v_o \cos\theta} \right)^2 = Y$$

$$X\frac{\sin\theta}{\cos\theta}-\frac{1}{2}\frac{gX^2}{v_0^2\cos^2\theta}=Y$$

$$X\sin\theta\cos\theta-\frac{gX^2}{2v_0^2}=Y\cos^2\theta \qquad (3.28)$$

Untuk menyederhanakan persamaan (3.28) kita gunakan hubungan trigonometri berikut ini

$$\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}\sin 2\theta$$

$$\cos^2\theta=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2\theta$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\sin^2 2\theta}$$

Dengan demikian persamaan (3.28) dapat ditulis menjadi

$$X\frac{\sin 2\theta}{2}-\frac{gX^2}{2v_0^2}=Y\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\sin^2 2\theta}\right)$$

$$X\sin 2\theta-\frac{gX^2}{v_0^2}=Y\left(1+\sqrt{1-\sin^2 2\theta}\right) \qquad (3.29)$$

Agar lebih sederhana lagi kita misalkan $\sin 2\theta = z$ sehingga persamaan (3.29) menjadi

$$Xz - \left(\frac{gX^2}{v_0^2} + Y \right) = Y\sqrt{1 - z^2}$$

Kita kuadrat sisi kiri dan kanan sehingga

$$X^2 z^2 - 2X\left(\frac{gX^2}{v_0^2} + Y \right) z + \left(\frac{gX^2}{v_0^2} + Y \right)^2 = Y^2 \left(1 - z^2 \right)$$

$$\left(X^2 + Y^2 \right) z^2 - 2X\left(\frac{gX^2}{v_0^2} + Y \right) z + \left[\left(\frac{gX^2}{v_0^2} + Y \right)^2 - Y^2 \right] = 0$$

Solusi untuk z adalah

$$z_{1,2} = \frac{2X\left(\frac{gX^2}{v_0^2} + Y \right) \pm \sqrt{4X^2\left(\frac{gX^2}{v_0^2} + Y \right)^2 - 4(X^2 + Y^2)\left[\left(\frac{gX^2}{v_0^2} + Y \right)^2 - Y^2 \right]}}{2(X^2 + Y^2)} \qquad (3.30)$$

Ada dua solusi yang diberikan oleh persaman di atas. Tetapi mengingat $z = \sin 2\theta$ maka nilai z hanya boleh berada antara 1 dan -1. Dari dua solusi di atas, jika dua nilai z berada antara -1 sampai 1 maka kedua solusi benar. Ini berarti ada dua sudut penembakan agar mengenai sasaran. Namun, jika salah satu nilai z tidak berada antara -1 sampai 1 maka hanya solusi antara -1 sampai 1 yang digunakan. Ini artinya, hanya satu kemungkina sudut tembakan yang dapat mengenai sasaran. Setelah kita peroleh z maka sudut θ dapat dihitung dengan mudah.

Contoh 3.1

Sasaran yang akan ditembak berada pada posisi $\vec{r}_s = 400\hat{i} + 00\hat{j}$ m. Berapa sudut tembak agar peluru yang memiliki laju awal 100 m/s mengenai sasaran?

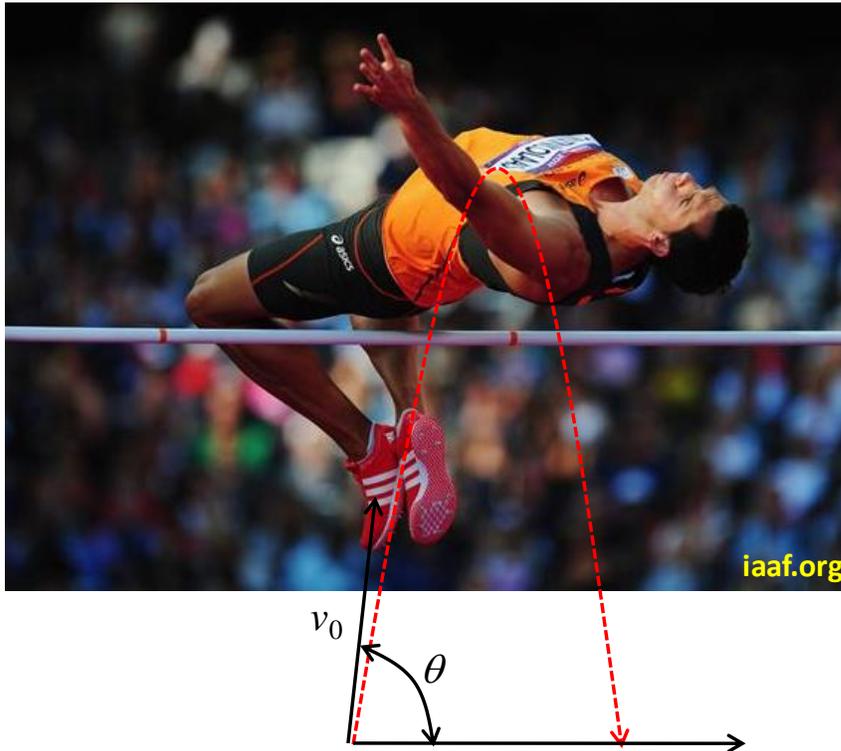
Jawab

Dengan menggunakan g = 9,8 m/s^2 maka kita dapatkan z_1 = 0.000931183 dan z_2 = 31.05174208. Nilai z_2 tidak dipakai karena lebih besar daripada 1. Jadi solusi untuk z hanyalah z_1 = 0.000931183. Dengan demikian sin $2\theta_1$ = 0,00093. Solusi yang memenuhi adalah 2θ = 177^o atau θ = 88,5^o.

Aplikasi Olah Raga

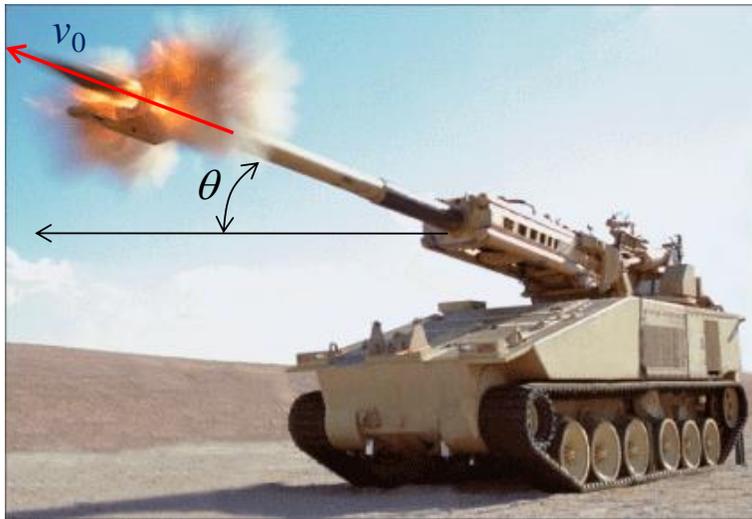
Lempar cakram, lempar lembing, tolak peluru, dan lompat jauh adalah olah raga yang dinilai berdasarkan jarak tempuh yang dicapai. Jangkauan maksimum ditentukan oleh laju awal maupun sudut awal. Karena laju awal yang dilakukan seorang atlit sudah tertentu maka yang dapat dikontrol untuk mencapai jarak terjauh adalah sudut awal. **Berapa besar sudut awal agar menjadi juara dalam olah raga tersebut?**

Gambar 3.12 Atlit lompat jauh akan melakukan lompatan terjauh jika membentuk sudut 45^o. Para atlit lompat jauh harus berlatih keras agar memiliki feeling yang kuat sehingga sudut lompatannya selalu mendekati 45^o (sumber gambar: sull.tv)

Kebergantungan jarak tempuh pada sudut ditentukan oleh faktor $\sin 2\theta$ (persamaan (3.12)). Faktor ini memiliki nilai maksimum satu, yaitu ketika $2\theta = 90^o$ (Gambar 3.12). Maka agar dicapai loncatan atau lemparan terjauh maka para atlit tersebut harus membentuk sudut $\theta = 45^o$.

Gambar 3.13 Pelompat tinggi harus membentuk sudut mendekati 90^o saat melompat agar diperoleh ketinggian maksimum. Yang harus dilatih oleh pelompat tinggi adalah bagaimana agar melompat dengan sudut hampir 90^o tetapi tidak menyentuh penghalang (sumber gambar: iaaf.org).

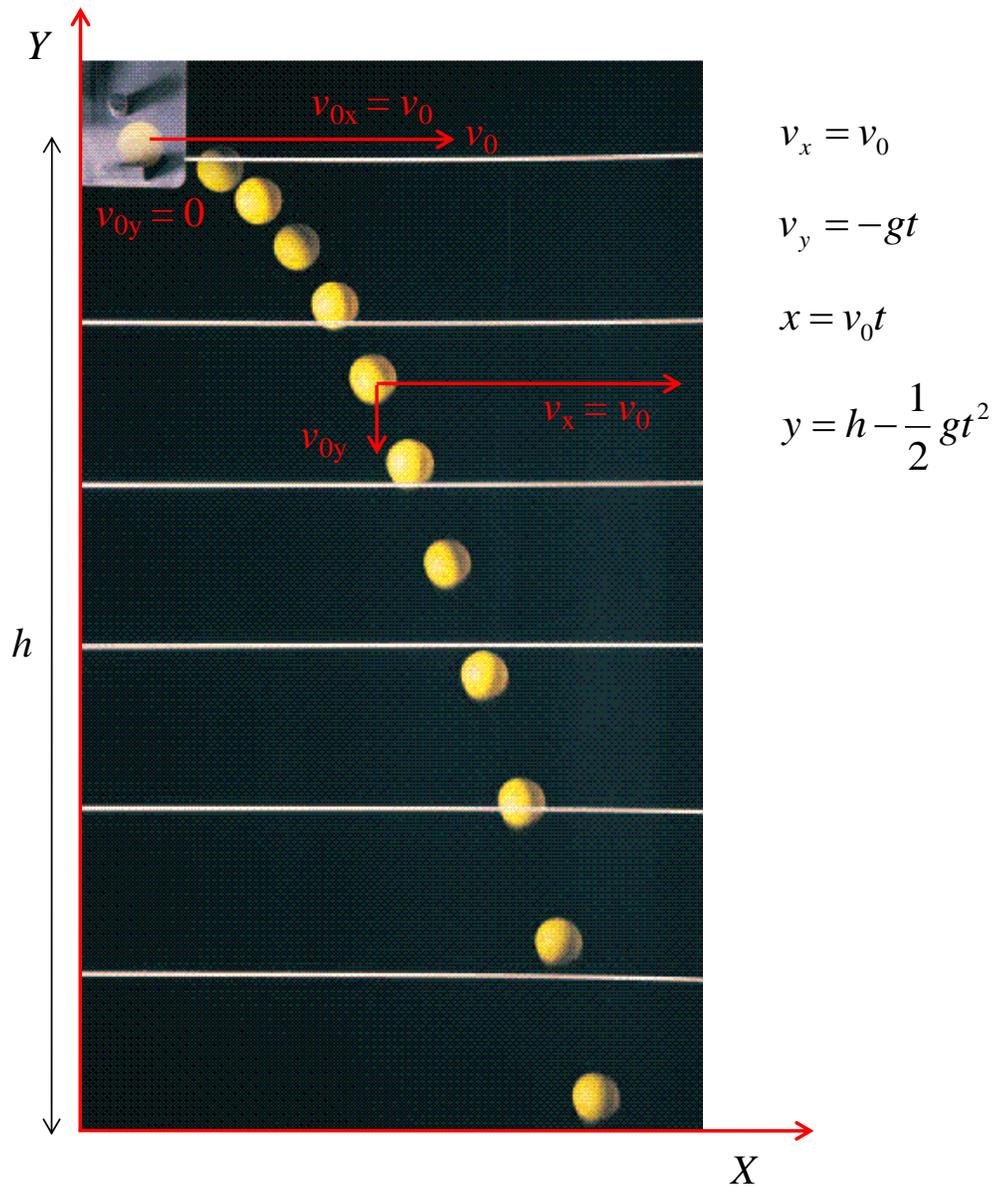
Pemenang olah raga lompat tinggi didasarkan pada ketinggian batang penghalang yang berhasil dilampaui. Ketinggian maksimum ditentukan oleh laju awal dan sudut yang dibentuk saat melompat. Untuk seorang atlit, laju awal sudah tertentu. Agar tercapai ketinggian tertentu maka dia harus dapat mengontrol sudut lompatan. Ketinggian lompatan bergantung pada sudut lompatan sesuai dengan fungsi $\sin^2\theta$ (persamaan (3.9)). Ketinggian makin besar jika sudut makin mendekati 90^o. Oleh karena itu, atlit lompat tinggi selalu mengambil posisi sedekat mungkin ke penghalang sebelum meloncat (Gambar 3.13). Sehingga, ketika dia melompat, dia membntuk sudut yang mendekati 90^o.

Aplikasi dalam Peperangan

Kecepatan keluarnya peluru dari moncong tank atau merian sudah tertentu (Gambar 3.14). Dalam suatu peperangan, peluru harus dijatuhkan ke lokasi musuh. Sebelum penembakan peluru dilakukan maka jarak musuh diestimasi terlebih dahulu. Berdasarkan jarak tersebut maka sudut penembakan diatur sehingga peluru tepat jatuh ke lokasi musuh. Untuk memperkirakan sudut penembakan, kita dapat menggunakan persamaan jangkauan maksimum. Jarak tank ke posisi musuh adalah *R*. Agar peluru tepat jatuh ke posisi musuh maka sudut penembakan harus memenuhi persamaan (3.14).

Gambar 3.14 Tank mengantur sudut penembakan agar peluru tepat jatuh di lokasi musuh. Biasanya dilakukan denan coba-coba. Ketika tembakan pertama terlampau dekat maka sudut moncong tank diatur mendekati 90°. Sebaliknya jika tembakan pertama terlalu jauh maka arah moncong meriam diatur sehingga menjauhi 45° (sumber gambar: ****)

Bom yang dijatuhkan dari pesawat yang sedang bergerak mendatar akan membentuk lintasan setengah parabola. Benda tersebut memulai gerak di puncak parabola. Kecepatan awal yang dimiliki hanya komponen horizontal yang sama dengan laju pesawat. Gerakan bom tersebut serupa dengan gerakan bola pada Gambar 3.15.

Posisi awal bom adalah

$$\vec{r}_0 = h\hat{j}$$

Gambar 3.15 Gerakan bola yang digelindingkan dari tepi meja menempuh lintasan setengah parabola. Kecepatan awal hanya memiliki komponen horisontal. Gerak arah vertikal menjadi gerak dengan percepatan konstan dan laju awal nol. Gerak arah horisontal adalah gerak dengan laju konstan.

dengan h adalah ketinggian pesawat saat melepas bom. Kecepatan awal bom hanya memiliki komponen arah horisontal, atau

$$\vec{v}_0 = v_o\hat{i}$$

Percepatan bom adalah percepatan gravitasi atau

$$\vec{a} = -g\hat{j}$$

Dengan demikian, kecepatan bom tiap saat adalah

$$\vec{v}(t) = v_0\hat{i} - gt\hat{j} \qquad (3.31)$$

Posisi bom tiap saat adalah

$$\vec{r}(t) = \hat{i}v_0t + \hat{j}\left(h - \frac{1}{2}gt^2\right) \qquad (3.32)$$

Saat mencapai tanah ketinggian bom adalah 0. Misalkan T adalah waktu yang diperlukan bom untuk mencapai tanah maka terpenuhi

$$0 = h - \frac{1}{2}gT^2$$

atau

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (3.33)$$

Karena gerak arah horisontal memiliki laju konstan (tidak memiliki percepatan) maka jarak tempuh benda arah horizontal ketika menyentuh

tahan adalah

$$R = v_0 T \tag{3.34}$$

Pesawat pengembom menggunakan persamaan ini untuk menentukan saat yang tepat ketika akan menjatuhkan bom. Ketika pesawat bergerak, besaran yang dimiliki adalah laju dan ketinggian. Ketika di depan ada lokasi musuh yang harus dibom, kapankah saatnya bom dilepas?

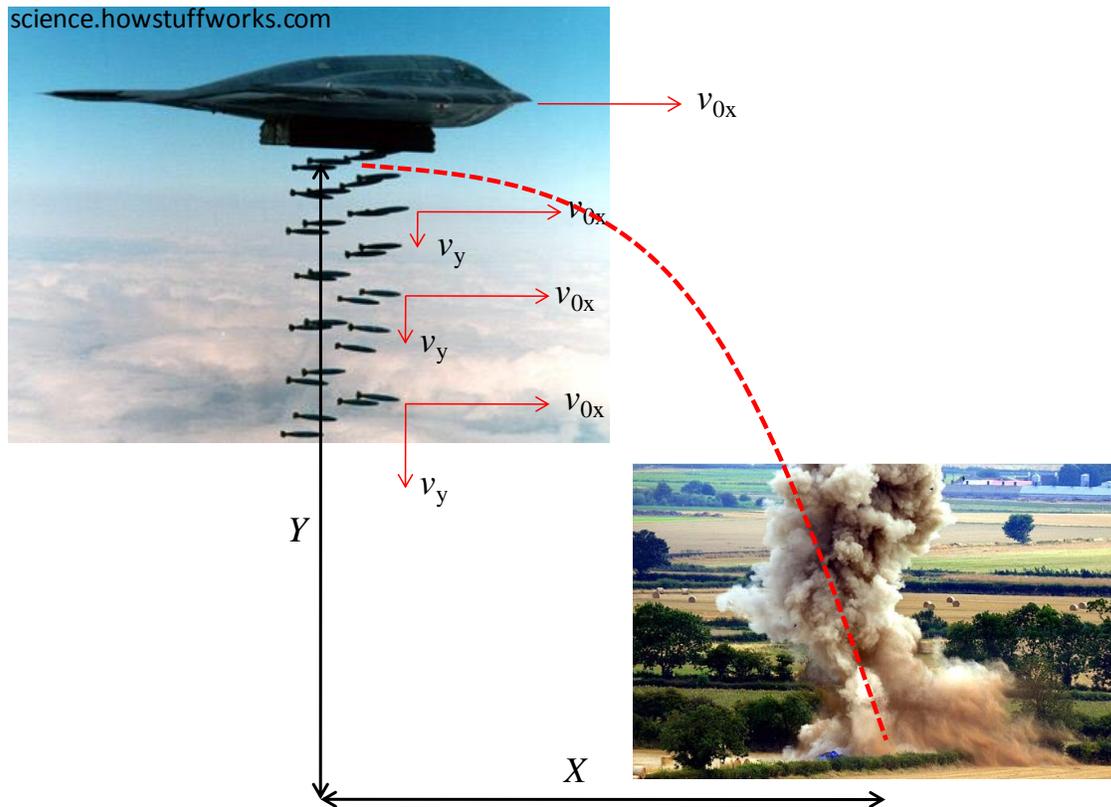
Dari ketinggian pesawat dapat ditentukan waktu yang diperlukan bom mencapai tanah (persamaan (3.33)). Berdasarkan waktu ini dan data laju pesawat maka akan diteketahui berapa jauh bom bergerak secara horizontal saat mencapai tanah (persamaan (3.34)). Dengan demikian, pilot dapat menentukan di posisi di belakang sasaran bom tersebut dijatuhkan. Semua informasi ini ada di layar kontrol pesawat dan telah dihitung oleh komputer yang ada di pesawat. Jadi pilot tidak perlu pelakukan perhitungan.

Lebih sering pesawat pembom tidak hanya menjatuhkan satu bom, tetapi menjatuhkan sejumlah bom (Gambar 3.16). Jika pesawat hanya menjatuhkan satu bom maka bisa terjadi posisi jatuhnya bom meleset dari sasaran yang mungkin disebabkan kesalahan data yang diolah. Untuk menghindari lolosnya sasaran maka pesawat menjatuhkan bom secara bertubi-tubi. Dengan dijatuhkan bom secara bertubi-tubi maka bom akan mengenai wilayah di tanah yang cukup panjang sehingga kemungkinan mengenai sasaran menjadi lebih tinggi.

Misalkan bom dijatuhkan selama selang waktu Δt. Maka panjang daerah di tanah yang dikenai bom menjadi $v_0 \Delta t$, dengan v_0 adalah laju pesawat. Misalkan perode pelepasan bom (selang waktu dijatuhkan dua bom berurutan) adalah τ maka jumlah bom yang dijatuhkan selama selang waktu Δt adalah

$$n = \frac{\Delta t}{\tau} \tag{3.35}$$

Jarak dua lokasi berdekatan di tanah yang dikenai bom adalah

$$\delta x = v_0 \tau \quad (3.36)$$

Gambar 3.16 Lintasan bom yang dilepas pesawat ke sasaran di tanah (sumber gambar : *****).

Efek Hambatan Udara (bagian ini dapat dilewati)

Pada pemahasan gerak peluru di atas kita sama sekali mengabaikan gesekan oleh udara pada peluru yang bergerak. Seolah-olah peluru bergerak dalam ruang hampa. Padahal gesekan oleh udara ada dan nilainya makin besar jika peluru makin kencang. Arah gesekan tersebut berlawanan dengan arah gerak peluru. Dengan adanya gesekan maka peluru mendapat percepatan dalam arah berlawanan dengan arah gerak. Dengan demikian, selama bergerak maka peluru mendapat dua percepatan yaitu percepatan gravitasi ke arah bawah dan percepatan gesekan dalam arah berlawanan dengan arah gerak.

Percepatan peluru akibat gesekan memenuhi persamaan umum

$$\vec{a}_f = -\beta\vec{v} \tag{3.37}$$

dengan β adalah konstanta yang bergantung pada volume peluru, bentuk peluru, dan massa jenis udara yang dilewati. Dengan adanya percepatan ini maka percepatan total yang dialami peluru selama bergerak menjadi

$$\vec{a} = \vec{a}_f + \vec{g}$$

$$= -\beta\left(v_x\hat{i} + v_y\hat{j}\right) - g\hat{j}$$

$$= -\beta v_x\hat{i} - \left(\beta v_y + g\right)\hat{j} \tag{3.38}$$

Dengan demikian, kecepatan peluru tiap saat memenuhi

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

$$\frac{d}{dt}\left(v_x\hat{i} + v_x\hat{j}\right) = -\beta v_x\hat{i} - \left(\beta v_y + g\right)\hat{j} \tag{3.39}$$

Kita selanjutnya menyamakan faktor yang memiliki vektor satuan sejenis sehingga kita peroleh persamaan berikut ini

$$\frac{dv_x}{dt} = -\beta v_x$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -(\beta v_y + g)$$

atau

$$\frac{dv_x}{v_x} = -\beta dt \qquad (3.40)$$

$$\frac{dv_x}{v_y + g/\beta} = -\beta dt \qquad (3.41)$$

Kita lakukan integral dua ruas persamaan (3.40) dan (3.41) sehingga diperoleh

$$\int_{v_{0x}}^{v_x} \frac{dv_x}{v_x} = -\beta \int_0^t dt$$

$$\int_{v_{0y}}^{v_y} \frac{dv_x}{v_y + g/\beta} = -\beta \int_0^t dt$$

Untuk menyelesaikan integral di atas kita gunakan kesamaan integral berikut $\int dx/(x+a) = \ln(x+a)$. Dengan kesamaan ini maka hasil integral di atas adalah

$$\ln \frac{v_x}{v_{0x}} = -\beta t$$

$$\ln \frac{v_y + g/\beta}{v_{0y} + g/\beta} = -\beta t$$

atau

$$v_x(t) = v_{0x} e^{-\beta t} \tag{3.42a}$$

$$v_y + g/\beta = \left(v_{0y} + \frac{g}{\beta} \right) e^{-\beta t}$$

atau

$$v_y(t) = \left(v_{0y} + \frac{g}{\beta} \right) e^{-\beta t} - \frac{g}{\beta} \tag{3.42b}$$

Posisi peluru tiap saat dapat ditentukan dengan melakukan integral pada komponen kecepatan. Misalkan mula-mula peluru berada di pusat koordinat sehingga x_0 = 0 dan y_0 = 0. Dengan demikian, komponen posisi peluru tiap saat memenuhi

$$x(t) = \int_0^t v_x(t) dt$$

$$= \int_0^t v_{0x} e^{-\beta t} dt$$

$$= v_{0x} \int_0^t e^{-\beta t} dt$$

$$= v_{0x}\left[-\frac{1}{\beta}e^{-\beta t}\right]_0^t$$

$$= v_{0x}\left[-\frac{1}{\beta}e^{-\beta t}+\frac{1}{\beta}\right]$$

$$= \frac{v_{0x}}{\beta}\left(1-e^{-\beta t}\right)$$

$$= \frac{v_0\cos\theta}{\beta}\left(1-e^{-\beta t}\right) \qquad (3.43)$$

dan

$$y(t) = \int_0^t v_y(t)dt$$

$$= \int_0^t \left\{\left(v_{0y}+\frac{g}{\beta}\right)e^{-\beta t}-\frac{g}{\beta}\right\}dt$$

$$= \left[-\frac{1}{\beta}\left(v_{0y}+\frac{g}{\beta}\right)e^{-\beta t}\right]_0^t - \frac{gt}{\beta}$$

$$= \left[-\frac{1}{\beta}\left(v_{0y}+\frac{g}{\beta}\right)e^{-\beta t}+\frac{1}{\beta}\left(v_{0y}+\frac{g}{\beta}\right)\right]-\frac{gt}{\beta}$$

$$= \frac{1}{\beta}\left(v_{0y}+\frac{g}{\beta}\right)\left(1-e^{-\beta t}\right)-\frac{gt}{\beta}$$

$$= \frac{1}{\beta}\left(v_0\sin\theta+\frac{g}{\beta}\right)\left(1-e^{-\beta t}\right)-\frac{gt}{\beta} \qquad (3.44)$$

Pertanyaan selanjutnya adalah, kapan peluru mencapai puncak lintasan? Pada puncak lintasan peluru hanya memiliki komponen kecepatan arah horisontal. Komponen kecepatan arah vertikal adalah nol. Misalkan waktu saat peluru ada di puncak lintasan adalah t_m maka dengan menggunakan persaamaan (3.42b) kita peroleh

$$0 = \left(v_{0y} + \frac{g}{\beta} \right) e^{-\beta t_m} - \frac{g}{\beta}$$

atau

$$\left(v_{0y} + \frac{g}{\beta} \right) e^{-\beta t_m} = \frac{g}{\beta}$$

atau

$$e^{-\beta t_m} = \frac{g}{\beta v_{0y} + g}$$

atau

$$-\beta t_m = \ln \frac{g}{\beta v_{0y} + g}$$

atau

$$\beta t_m = \ln \frac{\beta v_{0y} + g}{g}$$

atau

$$t_m = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\beta v_{0y} + g}{g}$$

$$= \frac{1}{\beta} \ln\left(1 + \frac{\beta v_{0y}}{g}\right) \tag{3.45}$$

Kemudian kapan paluru mencapai tanah kembali? Kondisi ini dicapai saat posisi dalam arah vetikal nol. Misalkan waktu yang diperlukan adalah T maka terpenuhi

$$\frac{1}{\beta}\left(v_0 \sin\theta + \frac{g}{\beta}\right)\left(1 - e^{-\beta T}\right) - \frac{gT}{\beta} = 0$$

atau

$$\left(v_0 \sin\theta + \frac{g}{\beta}\right)\left(1 - e^{-\beta T}\right) - gT = 0 \tag{3.46}$$

Persamaan ini hanya bisa diselesaikan secara numerik.

Contoh 3.2

Peluru ditembakkan dengan laju awal v_0 = 200 m/s dengan sudut elevasi 45^o terhadap arah horisontal. Besar gaya gesekan peluru dengan udara adalah f = 0,05mv. Tentukan posisi tertinggi dan jarak tempuh peluru. Bandingkan dengan kasus jika gesekan udara diabaikan.

Jawab

Dari bentuk persamaan gaya gesekan ini kita simpulkan β = 0,05 s^{-1}. Waktu yang diperlukan peluru mencapai posisi tertinggi lintasannya diberikan oleh persamaan (3.45) yaitu

$$t_m = \frac{1}{\beta}\ln\left(1+\frac{\beta v_{0y}}{g}\right)$$

$$= \frac{1}{0,05}\times\ln\left(1+\frac{0,05\times 200\sin 45^o}{9,82}\right)$$

= 10,85 s.

Ketinggian lintasan peluru dihitung dengan persamaan (3.44), yaitu

$$y_m = \frac{1}{\beta}\left(v_0\sin\theta+\frac{g}{\beta}\right)\left(1-e^{-\beta t_m}\right)-\frac{gt_m}{\beta}$$

$$= \frac{1}{0,05}\left(200\times\sin 45^o+\frac{9,82}{0,05}\right)\left(1-e^{-0,05\times 10,85}\right)-\frac{9,82\times 10,85}{0,05}$$

= 698 m

Waktu yang diperlukan pleuru mencapai tanah kembali diberikan oleh persamaan (3.46). Dengan memasukkan data yang diberikan maka persamaan tersebut menjadi

$$\left(200\times\sin 45^o+\frac{9,82}{0,05}\right)\left(1-e^{-0,05T}\right)-9,82T=0$$

atau

$$337,82\left(1-e^{-0,05T}\right)-9,82T=0$$

Dengan menggunakan Excel, solusi persamaan di atas adalah T = 24,08 s. Substitusi T ke dalam persamaan (3.43) maka diperoleh jarak tempuh

$$R = \frac{200 \times \cos 45^o}{0,05}\left(1 - e^{-0,05 \times 24,08}\right)$$

= 1.980 m

Jika dianggap tidak ada gesekan udara maka ketinggian maksimum lintasan peluru adalah

$$y_m = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$= \frac{200^2 \times \sin^2 45^o}{2 \times 9,82}$$

= 1.018 m

Jangkauan peluru

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$= \frac{200^2 \times \sin(2 \times 45^o)}{9,82}$$

= 4.073 m

Peluru Kendali (cukup rumit dan dapat dilewati)

Peluru kendali dapat dipandang sebagai peluru yang dapat mengenai sasaran yang sedang terbang. Ketika melihat sasaran maka peluru terus bergerak mengikuti sasaran. Jika sasaran berbelok maka peluru akan ikut berbelok sehingga makin lama jarak peluru ke sasaran makin dekat. Di sini kita membuat persamaan sederhana tentang peluru kendali. Kita turunkan persamaan untuk untuk peluru anti rudal. Rudal ditembakkan dengan kecepatan awal tertentu sehingga bergerak dalam lintasan parabola. Kemudian beberapa saat berikutnya peluru kendali anti rudal ditembakkan untuk meledakaan rudal di udara.

Untuk menurunkan persamaan kita gunakan arumsi berikut ini:

a) Peluru kendali ditembakkan pada pusat koordinat.

b) Rudal ditembakkan dari posisi awal x_{r0} dan y_{r0} = 0. Peluru kendali dan rudal bergerak dalam bidang vertikal yang sama

c) Rudal ditembakkan pada saat t = 0

d) Peluru kendali ditembak pada saat t_{p0}.

e) Laju peluru kendali selalu konstan. Artinya peluru kendali dilengkapi dengan mesin berbahan bakar sehingga bisa terus diarahkan ke rudal pada kecepatan tinggi.

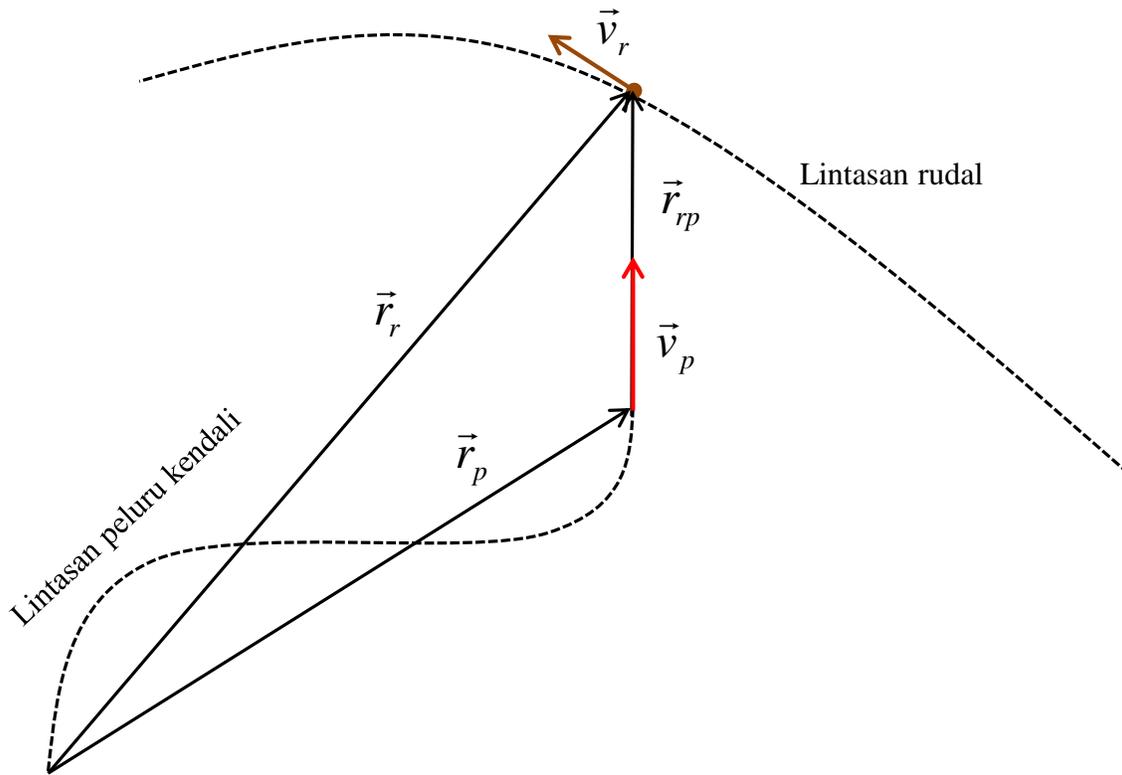
f) Gaya gesekan udara dibaikan

g) Arah prluru kendali sama dengan vektor penghubung peluru kendali dengan rudal (liah Gambar 3.17)

Anggap rudal ditembakkan dari posisi awal $\vec{r}_{r0} = \hat{i} x_{r0}$. Posisi rudal tiap saat memenuhi persamaan

$$\vec{r}_r(t) = \vec{r}_{r0} + \hat{i} v_{r0} t \cos\theta + \hat{j}\left(v_{r0} t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 \right) \quad (3.47)$$

Posisi peluru kendali tiap saat adalah

$$\vec{r}_p = \hat{i} x_p(t) + \hat{j} y_p(t) \quad (3.48)$$

Gambar 3.17 Rudal bergerk dalam lintasan parabola sedangkan peluru kendali selalu bergerak menuju ke arah rudal.

Dengan demikian vektor yang menghubungkan peluru kendali dan rudal adalah

$$\vec{r}_{rp} = \vec{r}_r - \vec{r}_p$$

$$= \hat{i}\left(x_{r0} + v_{r0}t\cos\theta - x_p(t)\right) + \hat{j}\left(v_{r0}t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 - y_p(t)\right) \qquad (3.49)$$

Vektor satuan yang menyatakan arah gerak peluru kendali adalah

$$\hat{r}_{rp} = \frac{\vec{r}_{rp}}{|\vec{r}_{rp}|} \quad (3.50)$$

di mana

$$|\vec{r}_{rp}| = \sqrt{(x_{r0} + v_{r0} t \cos\theta - x_p(t))^2 + \left(v_{r0} t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 - y_p(t)\right)^2} \quad (3.510$$

Karena arah gerak peluru kendali sama dengan arah vektor yang menguhungkan peluru kendali dan rudal maka kecepatan peluru kendali tiap saat dapat ditulis

$$\vec{v}_p = v_{p0} \hat{r}_{rp}$$

$$= v_{p0} \frac{\vec{r}_{rp}}{|\vec{r}_{rp}|} \quad (3.52)$$

Posisi peluru kendali tiap saat menjadi

$$\vec{r}_p(t) = \int_{t_{p0}}^{t} \vec{v}_p dt$$

$$= v_{p0} \int_{t_{p0}}^{t} \frac{\vec{r}_{rp}}{|\vec{r}_{rp}|} dt \quad (3.53)$$

Persamaan (3.53) sulit diintegral secara langsung. Yang dapat kita

lakukan adalah mengitung secara numerik dengan memulai dari persamaan

$$\frac{\Delta \vec{r}_p}{\Delta t} = \vec{v}_p \tag{3.54}$$

Persamaan (3.54) dapat ditulis

$$\frac{\vec{r}_p(t+\Delta t) - \vec{r}_p(t)}{\Delta t} = \vec{v}_p(t)$$

atau

$$\vec{r}_p(t+\Delta t) = \vec{r}_p(t) + \vec{v}_p(t)\Delta t \tag{3.55}$$

Jika diuraikan atas komponen-komponennya maka persamaan (3.55) menjadi

$$x_p(t+\Delta t) = x_p(t) + v_{px}(t)\Delta t \tag{3.56a}$$

$$y_p(t+\Delta t) = y_p(t) + v_{py}(t)\Delta t \tag{3.56b}$$

Dengan menggunakan persamaan (3.40), (3.50), (3.51), (3.52), (3.56a), dan (3.56b) maka kita mendapatkan persamaan rekursif berikut

$$x_p(t+\Delta t) = x_p(t) + \frac{\left(x_{r0} + v_{r0} t\cos\theta - x_p(t)\right)\Delta t}{\sqrt{\left(x_{r0} + v_{r0} t\cos\theta - x_p(t)\right)^2 + \left(v_{r0} t\sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 - y_p(t)\right)^2}} \tag{3.57a}$$

$$y_p(t+\Delta t) = y_p(t) + \frac{\left(v_{r0}t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 - y_p(t)\right)\Delta t}{\sqrt{\left(x_{r0} + v_{r0}t\cos\theta - x_p(t)\right)^2 + \left(v_{r0}t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 - y_p(t)\right)^2}} \quad (3.57b)$$

Persamaan (3.57a) dan (3.57b) merupapakan persamaan dasar untuk melakukan proses perhitungan numerik. Perhitungan dimulai dari waktu t_{p0}.

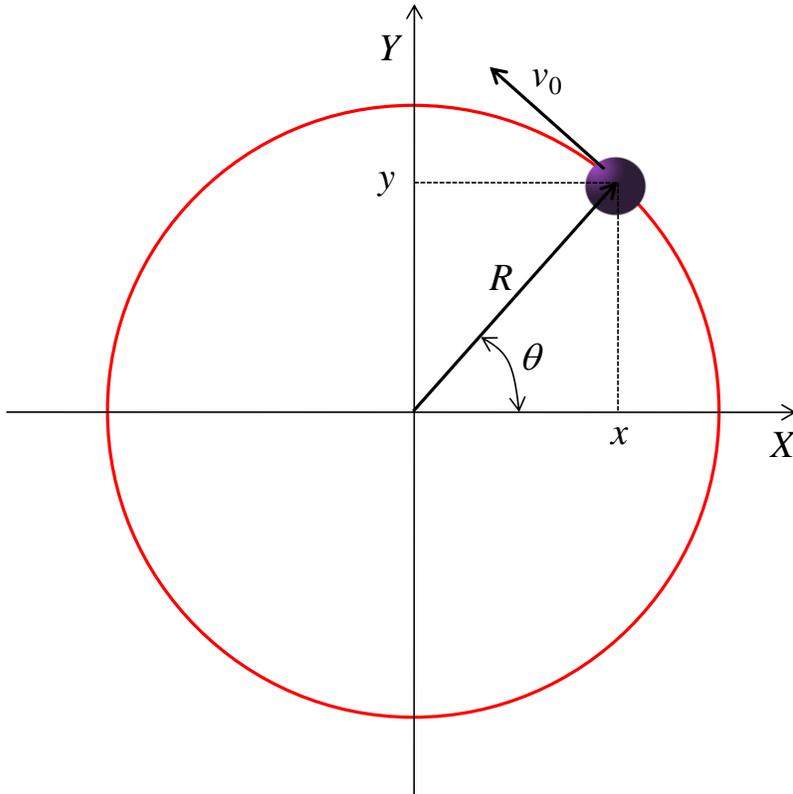
2.2. Gerak Melingkar

Jenis gerak dua dimensi yang khusus lainnya adalah gerak melingkar. Gerak melingkar adalah gerak pada sau bidang datar dan mengelilingi satu titik tertentu. Dalam kehidupan sehari-hari kita mengamati atau memanfaatkan gerak melingkar. Gerak roda kendaraan, gerak CD, VCD dan DVD, gerak kendaran di tikungan yang berbentuk irisan lingkaran, gerak jarum jam, gerak satelit mengitari bumi, roller coaster, dan sebagainya adalah contoh gerak melingkar. Bahkan gerak planet-planet mengelilingi matahari mendekati gerak melingkar (walaupun lintasannya berbentuk ellips, namun ellips yang tidak terlalu lonjong).

Secara sederhana gerak melingkar didefinisikan sebagai gerak benda pada lintasan berupa keliling lingkaran, baik lingkaran penuh atau tidak penuh. Ciri khas dari gerak melingkar adalah jarak benda ke suatu titik acuan, yang merupakan titik pusat lingkaran selalu tetap. Sifat lain yang menonjol pada gerak melingkar adalah arah kecepatan selalu menyinggung lintasan. Ini artinya pada gerak melingkar kecepatan selalu tegak lurus jari-jari lingkaran.

Kalau digambarkan dalam sumbu *x-y*, lintasan benda yang mengalami gerak melingkar tampak pada Gambar 3.18. Jarak benda ke pusat lintasan disebut jari-jari lintasan, *R*. Koordinat posisi benda setiap saat, yaitu *x* dan *y* memenuhi

$$x = R\cos\theta \quad (3.58a)$$

$$y = R\sin\theta \qquad (3.58b)$$

Gambar 3.18 Lintasan benda yang melakukan gerak melingkar. Pusat lingkaran berada di pusat koordinat. Pada gerak melingkar arah kecepatan selalu berubah. Dengan demikian gerak melingkar selalu merupakan gerak dengan kecepatan tidak konstan. Walaupun laju benda konstan namun kecepatan tetap tidak konstan karena arah selalu berubah.

Dengan demikian posisi benda yang bergerak melingkar tiap saat adalah

$$\vec{r} = \hat{i}R\cos\theta + \hat{j}R\sin\theta \qquad (3.59)$$

Panjang jari-jari lintasan memenuhi teorema Phytagoras, yaitu

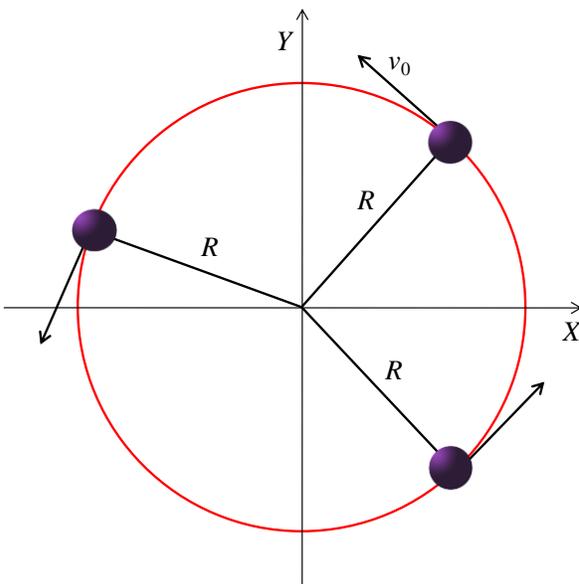
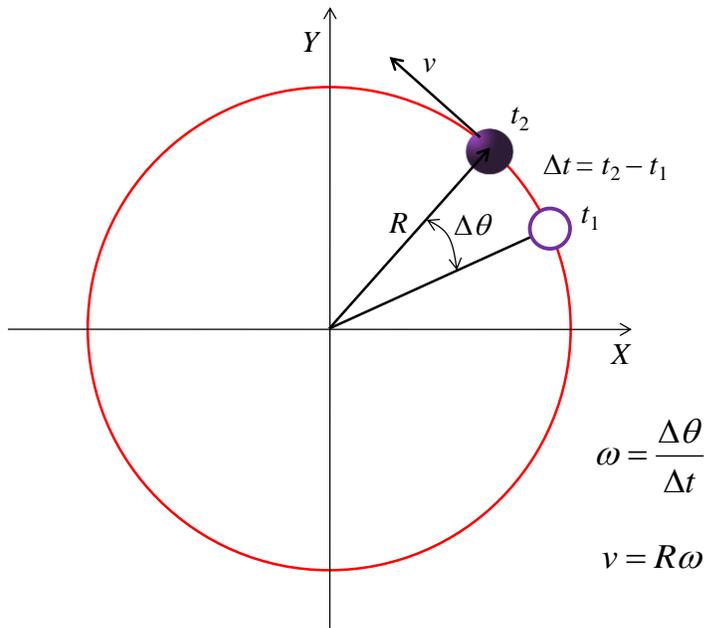
$$R^2 = x^2 + y^2 \tag{3.60}$$

Kecepatan Sudut

Pada gerak melingkar, arah gerak benda selalu menyinggung lintasan (Gambar 3.19). Berapa besar kecepatan tersebut?

Untuk menentukan kecepatan benda yang melakukan gerak melingkar kita terlebih dahulu definisikan besaran kecepatan sudut, ω. Kecepatan sudut menyatakan perbandingan sudut yang ditempuh benda terhadap waktu untuk perubahan tersebut (Gambar 3.20). Dengan definisi ini maka rumus untuk kecepatan sudut adalah

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{3.61}$$

dengan $\Delta\theta$ adalah sudut yang ditempuh benda (satuan radian) dalam selang waktu Δt (satuan sekon).

Gambar 3.19 Arah kecepatan benda yang melakukan gerak melingkar selalu menyinggung lintasan. Dengan demikian, kecepatan benda yang bergerak melingkar selalu beubah setiap saat meskipun lajunya konstan.

Gambar 3.20 Hubungan antara kecepatan sudut dan laju linier (besar kecepatan linier). Laju sama dengan kecepatan sudut dikali jari-jari lintasan.

Kecepatan Linier

Besar kecepatan linier benda (laju) dapat diperoleh dari kecepatan sudut. Berdasarkan Gambar 3.20, jarak tempuh benda sepanjang keliling lingkaran selama selang waktu Δt (sati t_1 sampai t_2) adalah

$$\Delta s = R\Delta\theta \tag{3.62}$$

di mana $\Delta\theta$ dinyatakan dalam radian. Dengan demikian, laju benda adalah

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$= R\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$= R\omega \qquad (3.63)$$

Setelah laju benda sepanjang keliling lintasan diberikan, lalu berapakan kecepatannya? Kecepatan adalah laju yang dilengkapi arah. Untuk menentukan kecepatan kita dapat berangkat dari persamaan posisi, karena kecepatan merupakan diferensial dari posisi. Dengan menggunakan persamaan (3.59) maka kecepatan benda adalah

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= \hat{i}R\frac{d}{dt}\cos\theta + \hat{j}R\frac{d}{dt}\sin\theta$$

$$= \hat{i}R\left(-\sin\theta\frac{d\theta}{dt}\right) + \hat{j}R\left(\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\right)$$

$$= R\frac{d\theta}{dt}\left(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta\right)$$

Mengingat $d\theta / dt = \omega$ maka kita dapat menulis

$$\vec{v} = R\omega\left(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta\right) \qquad (3.64)$$

Percepatan Sudut

Gerakan melingkar juga dapat memiliki percepatan yang kita namakan percepatan sudut. Jika kecepatan sudut berubah terhadap waktu maka gerakan tersebut memiliki kecepatan sudut. Untuk menentukan percepatan sudut mari kita lakukan langkah berikut ini.

Misalkan pada saat t kecepatan sudut adalah $\omega(t)$ dana setelah berselang Δt, yaitu pada saat $t+\Delta t$ kecepatan sudut menjadi $\omega(t+\Delta t)$. Perubahan kecepatan sudut adalah $\Delta\omega = \omega(t+\Delta t) - \omega(t)$. Percepatan sudut didefinisikan sebagai

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Atau dengan mengambil $\Delta t \to 0$ maka kita dapat menulis

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \qquad (3.65)$$

Kita sudah membahas bahwa kecepatan sudut memiliki kaitan dengan kecepatan tangensial. Lalu adakah hubungan antara percepatan sudut dengan percepatan tangensial? Mari kita bahas.

Misalkan pada saat t laju benda adalah $v(t)$ dan pada saat $t+\Delta t$ laju benda adalah $v(t+\Delta t)$. Perubahan laju adalah $\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t)$. Percepatan tangelsial didefinisikan sebagai

$$a_T = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Atau dengan mengambil selang waktu yang menuju nol maka percepatan tangensial dapat ditulis sebagai

$$a_T = \frac{dv}{dt} \tag{3.66}$$

Jika persamaan (3.63) disubstitusi ke dalam persamaan (3.66) maka percepatan tangensial dapat ditulis

$$a_T = \frac{d(R\omega)}{dt}$$

$$= R\frac{d\omega}{dt}$$

$$= R\alpha \tag{3.67}$$

Bagaimana menulis percepatan tangensial dalam bentuk vektor? Arah percepatan tangensial persis sama dengan arah kecepatan sehingga kita dapat menulis

$$\vec{a}_T = a_T \hat{v} \tag{3.68}$$

dengan $\hat{v}$ adalah vektor satuan yang searah kecepatan. Vektor satuan tersebut dapat ditulis

$$\hat{v} = \frac{\vec{v}}{v}$$

$$= \frac{R\omega\left(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta\right)}{R\omega}$$

$$= -\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta \tag{3.69}$$

Dengan demikian, vektor percepatan tangensial memiliki bentuk

$$\vec{a}_T = R\alpha\left(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta\right) \tag{3.70}$$

Di samping itu, untuk gerak melingkar apa pun selalu ada percepatan ke arah pusat. Percepatan tersebut dinamakan percepatan sentripetal. Pada saat pembahasan tentang gaya kita akan turunkan percepatan tersebut. Besarnya percepatan sentripetal adalah

$$a_s = \frac{v^2}{R}$$

$$= \frac{(R\omega)^2}{R}$$

$$= R\omega^2$$

Vektor ke arah pusat lingkaran berlawanan dengan arah vektor posisi (vektor jari-jari). Dengan demikian, vektor satuan ke arah pusat lintasan adalah

$$-\frac{\vec{r}}{r} = -\frac{\hat{i}R\cos\theta + \hat{j}R\sin\theta}{R}$$

$$= -\left(\hat{i}\cos\theta + \hat{j}\sin\theta\right)$$

Dengan demikian, vektor percepatan ke arah pusat lintasan memenuhi

$$\vec{a}_s = a_s \times \left(-\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

$$= -R\omega^2\left(\hat{i}\cos\theta + \hat{j}\sin\theta\right) \qquad (3.71)$$

Vektor percepatan total benda yang bergerak melingkar menjadi

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_s$$

$$= R\alpha\left(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta\right) - R\omega^2\left(\hat{i}\cos\theta + \hat{j}\sin\theta\right)$$

$$= -\hat{i}R\left(\alpha\sin\theta + \omega^2\cos\theta\right) + \hat{j}R\left(\alpha\cos\theta - \omega^2\sin\theta\right)$$

Contoh 3.3

Pada Gambar 3.21 berapa percepatan total yang dialami pengunjung yang tergantung jika alat permainan berputar dengan kecepatan sudut konstan ω = 0,4π rad/s?

Jawab

Karena bergerak dengan kecepatan sudut konstan maka percepatan sudut α = 0. Dengan demikian, percepatan dalam bidang gerak menjadi

$$\vec{a} = -\hat{i}R\left(0\times\sin\theta + \omega^2\cos\theta\right) + \hat{j}R\left(0\times\cos\theta - \omega^2\sin\theta\right)$$

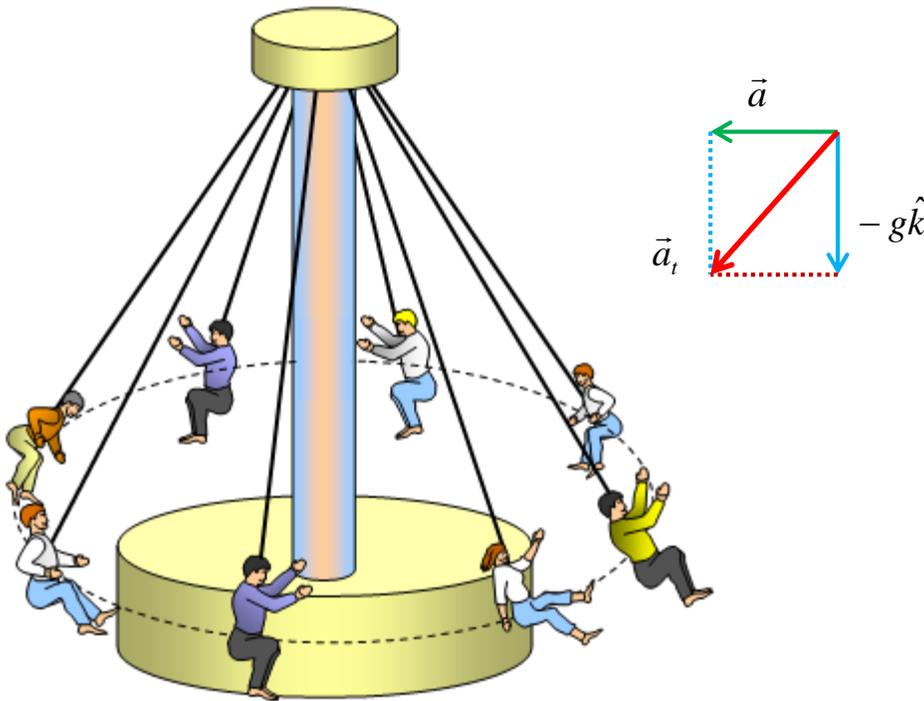
$$= -\hat{i}R\omega^2\cos\theta - \hat{j}R\omega^2\sin\theta$$

Misalkan saat t = 0 sudut dianggap nol, karena kecepatan sudut konstan maka pada sembarang t sudut yang dibentuk adalah θ = ωt. Dengan demikian, percepatan sembarang waktu dalam bidang gerak adalah

$$\vec{a} = -\hat{i}R\omega^2 \cos(\omega t) - \hat{j}R\omega^2 \sin(\omega t)$$

Di samping itu, pengunjung juga mendapat percepatan gravitasi arah ke bawah. Jika ditambahkan dengan percepatan dalam bidang gerak maka percepatan total pengunjuk yang berayun adalah

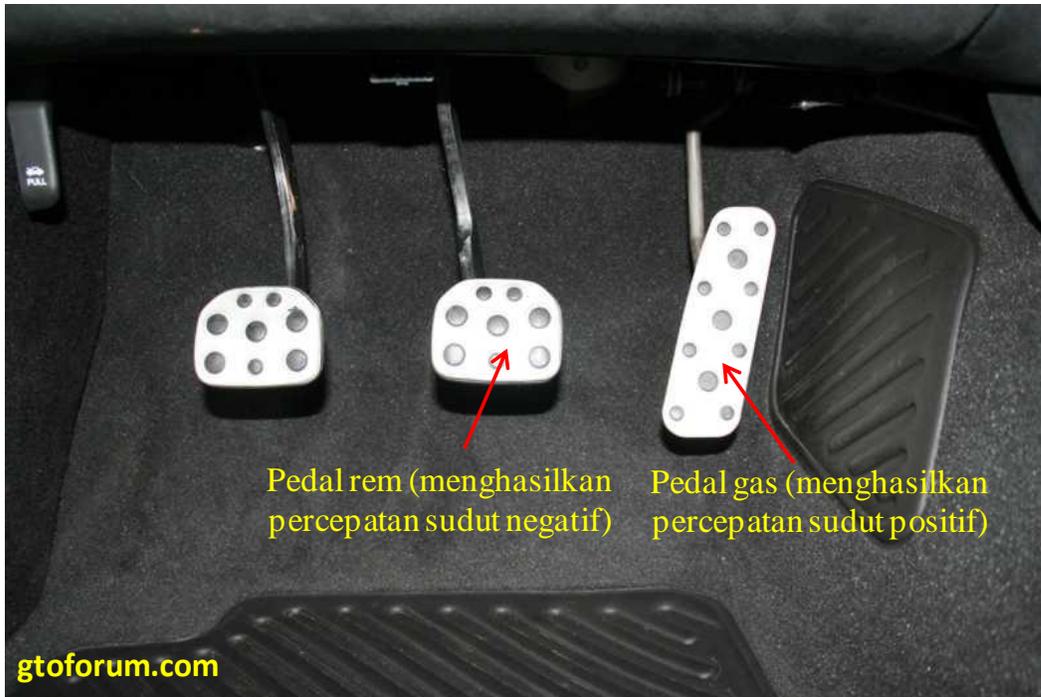
$$\vec{a}_t = \vec{a} - g\hat{k}$$

$$= -\hat{i}R\omega^2 \cos(\omega t) - \hat{j}R\omega^2 \sin(\omega t) - g\hat{k}$$

Gambar **3.21** Gambar untuk Contoh 3.3 (sumber gambar: www.schoolphysics.co.uk)

Pedal Gas dan Rem Kendaraan

Pedal gas pada kendaraan berfungsi untuk menghasilkan percepatan sudut positif (Gambar 3.22). Roda kendaraan yang sedang berhenti memiliki kecepatan sudut nol. Ketika kendaraan dihidupkan dan pedal gas diinjak maka roda berputar (memiliki kecepatan sudut). Ini berarti selama pedal gas diinjak dihasilkan percepatan sudut sehingga

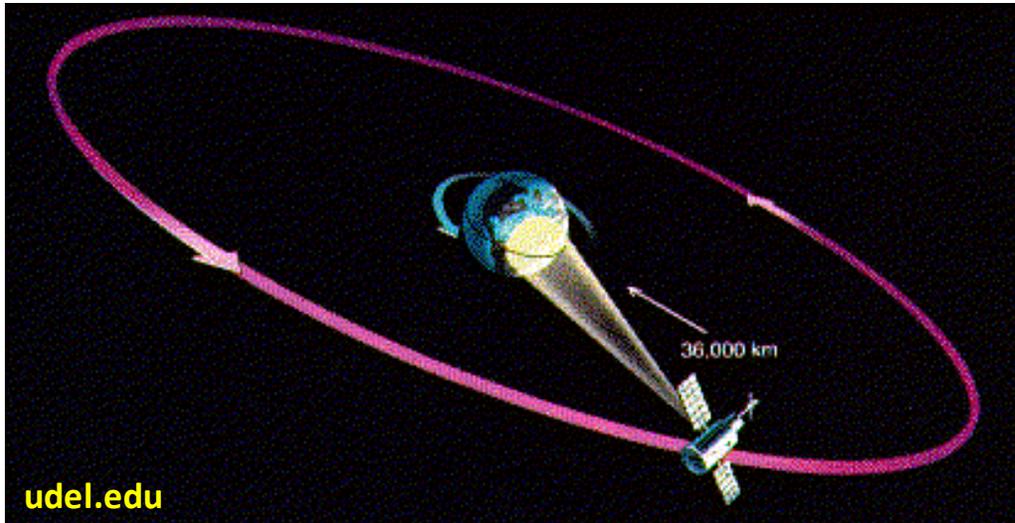
kecepatan sudut yang semula nol menjadi tidak nol.

Ketika pedal rem diinjak maka kendaraan mengalami perlambatan. Putaran roda yang semula cepat menjadi lambat. Ini pun menandakan adanya percepatan sudut yang bernilai negatif.

Gambar 3.22 Pedal gas kendaraan menghasilkan percepatan sudut positif pada roda dan pedal rem menghasilkan percepatan sudut negatif.

Satelit Geostasioner

Satelit geostrasioner adalah satelit yang apabila dilihat dari bumi seolah-olah diam (Gambar 3.23). Jika satelit tersebut tepat berada di atas kepala maka satelit tersebut akan tetap berada di atas kepala meskipun bumi terus berotasi dan satelit terus mengitari bumi.

Contoh satelit geostasioner adalah satelit Palapa. Satelit tersebut harus selalu berada di atas titik tertentu di atas wilayah Indonesia supaya dapat merelay siaran TV atau telekomunikasi di wilayah Indonesia. Kalau satelit tersebut berubah posisi maka beberapa jam atau beberapa hari berikutnya satelit mungkin bearada di atas wilayah negara lain dan tidak lagi dapat merelay siaran TV atau telekomunikasi di Indonesia.

Agar satelit tersebut selalu berada di atas wilayah tertentu maka kecepatan sudut satelit pada orbitnya harus persis sama denga kecepatan sudut rotasi bumi. Atau satelit mengelilingi bumi satu kali selama satu hari (24 jam). Agar ini dapat dicapai, berapa ketinggian satelit dari permukaan Bumi?

Gambar 3.23 Satelit geostasioner memiliki ketinggian orbit 36.000 km dari permukaan bumi. Disebut geostasionar karena jika dilihat dari permukaan bumi satelit tersebut seolah-olah diam. Ini terjadi karena peroide orbit satelit mengelilingi bumi persis sama dengan periode rotasi bumi, yaitu 1 hari.

Berapa kecepatan sudut dan kecepatan linier satelit pada orbit geostasioner? Satelit melengkapi satu putaran dalam orbitnya selama Δt = 1 hari = 24 x 60 x 60 = 86.400 s. Besar sudut satu putaran orbit adalah $\Delta\theta$ = 2π radian. Dengan demikian kecepatan sudut satelit adalah $\omega = \Delta\theta / \Delta t = 2\pi / 86.400$ = $2{,}72 \times 10^{-5}$ rad/s. Jari-jari orbit satelit, R = jari-jari bumi + ketinggian satelit = 6.400 km + 36.000 km = 42.200 km = $4{,}24 \times 10^{7}$ m. Dengan demikian kecepatan linier satelit adalah $v = R\omega = (4{,}24 \times 10^{7}) \times (2{,}72 \times 10^{-5})$ = $1{,}15 \times 10^{3}$ m/s.

Roda Gigi

Robot dan peralatan listrik lain yang memiliki unsur gerak biasanya dilengkapi motor listrik. Listrik memutar motor dan putaran motor inilah yang menggerakkan alat. Putaran motor listrik biasanya

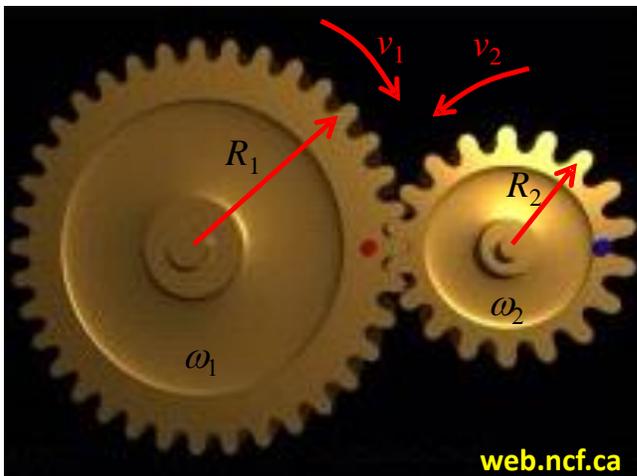
sangat cepat sedangkan gerakan alat listrik seperti robot cukup lambat. Bagaimana caranya agar motor yang bergerak cepat tersebut menghasilkan gerakan lambat para peralatan listrik?

Untuk maksud ini digunakan pereduksi kecepatan. Inti dari pereduksi kecepatan adalah dua buah roda gigi yang berbeda jari-jari dan bersentuhan. Ketika bersentuhan maka kecepatan linier (kecepatan singgung) dua roda sama (Gambar 3.24). Karena jari-jari roda berbeda maka kecepatan sudut kedua roda menjadi berbeda. Roda yang berjari-jari besar akan memiliki kecepatan sudut lebih kecil. Apabila roda R_1 yang diputar dengan kecepatan sudut ω_1 maka kecepatan sudut roda kedua dengan jari-jari R_2 dapat ditentukan sebagai berikut

$$v_1 = v_2$$

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

atau

$$\omega_2 = \frac{R_1}{R_2}\omega_1 \quad (3.72)$$

Gambar 3.24 Dua roda gigi yang bersentuhan dan berbeda jari-jari memiliki kecepatan linier singgunan yang sama namun kecepatan sudut yang berbeda.

Jika R_2 sepuluh kali lebih besar daripada R_1 maka kecepatan sudut roda besar menjadi sepersepuluh kecepatan sudut roda kecil.

Seringkali reduksi kecepatan sudut yang diinginkan bukan 10 kali tetapi bisa sampai ribuan kali. Apakah harus menggunakan dua roda gigi dengan perbandingan jari-jari 1000? Jika ini dilakukan maka besar sekali ukuran roda gigi yang digunakan. Jika roda kecil berukuran 1 cm maka roda besar harus berukuran 1000 cm = 10 meter! Tentu ukuran ini sangat tidak praktis. Lalu bagaimana caranya agar ukuran tetap kecil?

Untuk maksud tersebut digunakan roda gigi yang yang terdiri dari dua gigi dengan ukuran berbeda yang disatukan. Cara pemasangan tampak pada Gambar 3.25.

Gambar 3.25 Dua roda gigi berukuran berbeda yang disatukan.

Dengan menggunakan roda yang memiliki disain pada Gambar 3.25, maka pemasangan roda gigi untuk mereduksi kecepatan sudut tampak pada Gambar 3.26. Berdasarkan pemasangan ini, kita dapat

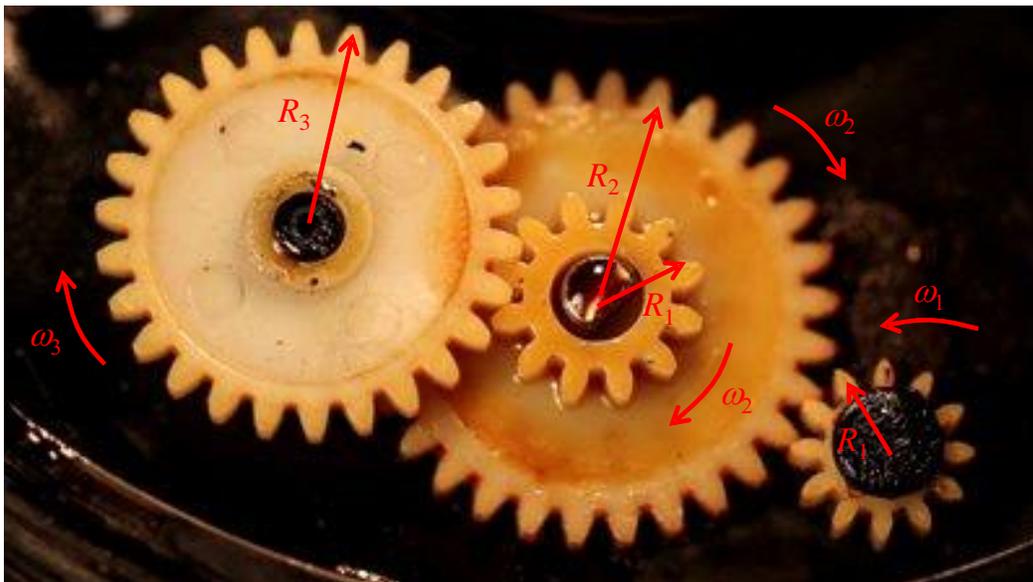
menentukan kecepatan sudut masing-masing roda sebagai berikut.

$$\omega_2 = \frac{R_1}{R_2}\omega_1$$

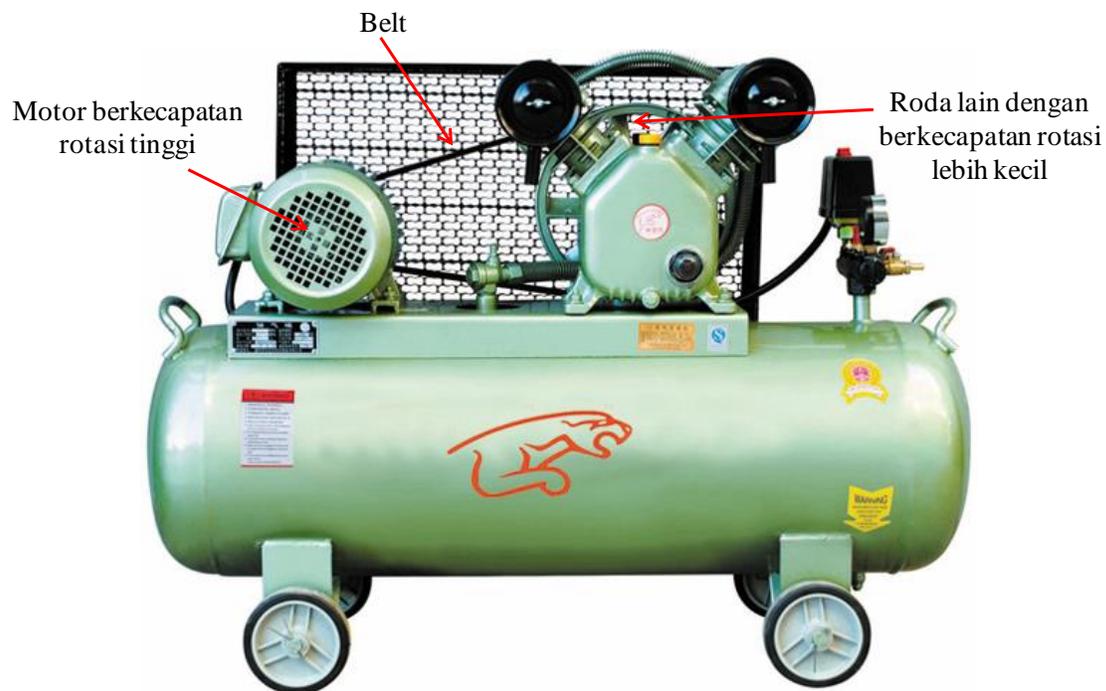
$$\omega_3 = \frac{R_1}{R_3}\omega_2$$

$$= \frac{R_1}{R_3} \times \left(\frac{R_1}{R_2}\omega_1 \right)$$

$$= \frac{R_1^2}{R_2 R_3}\omega_1 \qquad (3.73)$$

Misalkan R_1/R_2 = 10 maka dengan dua pasangan gigi pada Gambar 3.26 dihasilkan reduksi kecepatan sudut sebesar 100 kali.

Gambar 3.26 Pemasangan roda gigi untuk mereduksi kecepatan sudut dengan faktor yang besar (sumber gambar: footage.shutterstock.com).

Sabuk dan Rantai

Cara lain untuk mengubah kecepatan putaran tanpa menyentuhkan langsung dua roda gigi adalah adalah menggunakan sabuk (Gambar 3.27) atau rantai (Gambar 3.28). Pengunaan rantai umumnya dijumpai di sepeda atau sepeda motor. Penggunaan sabuk banyak dijumpai di pabrik-pabrik. Untuk mesin-mesin besar, sabuk lebih umum digunakan. Kalau menggunakan lagnsung roda gigi maka akan mudah merusak gigi karena sentuhan lagnsung gigi-gigi tersebut (gigi akan cepat aus).

Gambar 3.27 Sabuk yang digunakan pada mesin kompresor memberikan kecepatan sudut yang lebih kecil pada katup. Katup tersebut digerakkan oleh motor yang memiliki kecepatan sudut sangat besar.

Jika terjadi kerusakan pada roda gigi yang bersentuhan langsung (Gambar 3.25) maka yang harus diganti adalah roda gigi yang harganya mahal dan pemasangannya sulit. Jika terjadi kerusakan pada mesin yang dihubungkan oleh sabuk atau rantai maka kerusakan biasanya terjadi pada sabuk atau rantai. Harganya lebih murah dan proses penggantian lebih mudah.

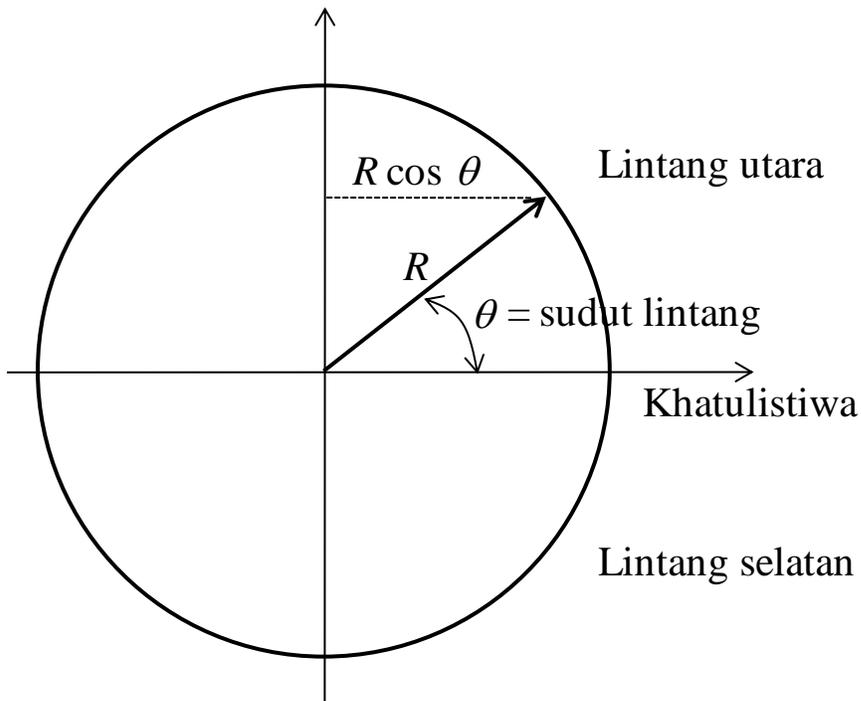
Gambar 3.28 Rantai yang digunakan pada sepeda memberikan kecepatan sudut lebih besar pada roda. Kecepatan sudut putar pedal oleh kaki tidak terlalu pesar. Dengan menempelkan gigi ukuran kecil pada roda dan menghungkan gigi tersebut dengan gigi pedal menggunakan rantai maka kecepatan sudut putar roda lebih besar daripada kecepatan sudut putar pedal.

Rotasi Bumi pada Lintang Berbeda

Tiap titik di bumi berputar mngelilingi sumbu bumi satu kali dalam satu hari. Dengan demikian kecepatan sudut tiap titik di bumi sama. Sumbu bumi adalah garis lurus yang menghubungkan kutub utara, pusat bumi, dan kutub selatan bumi.

Bumi berputar dari barat ke timur sehingga Matahari, Bulan, dan bintang-bintang tampak bergerak dari timur ke barat. Panjang satu hari adalah 86.400 detik. Satu kali putaran penuh menempuh sudut 2π radian. Dengan demikian kerecapatan sudut rotasi bumi adalah

$$\omega = \frac{2\pi}{86.400} = 7,3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Walapun kecepatan sudut tiap titik di bumi sama, namun karena jarak titik-titik tersebut ke sumbu rotasi bumi berbeda-beda maka kecepatan sudut tiap titik berbeda. Jarak terbesar adalah titik di khatulistiwa dan jarak terkecil adalah titik di kutub (utara dan selatan). Perhatikan ilustrasi

pada Gambar 3.29.

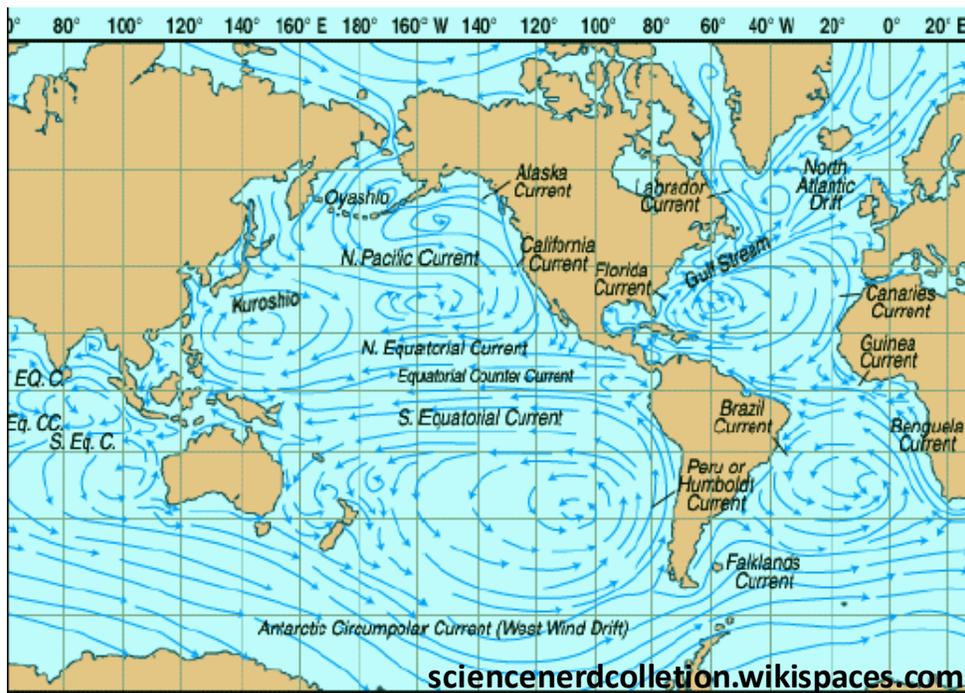
Gambar 3.29 Jarak tiap titik di permukaan bumi ke sumbu bumi bergantung pada sudut lintang. Makin besar sudut lintang maka jarak makin kecil.

Jarak titik di permukaan bumi yang berada di sudut lintang θ ke sumbu rotasi bumi adalah $R\cos\theta$. Dengan demikian, kecepatan linier titik tersebut adalah

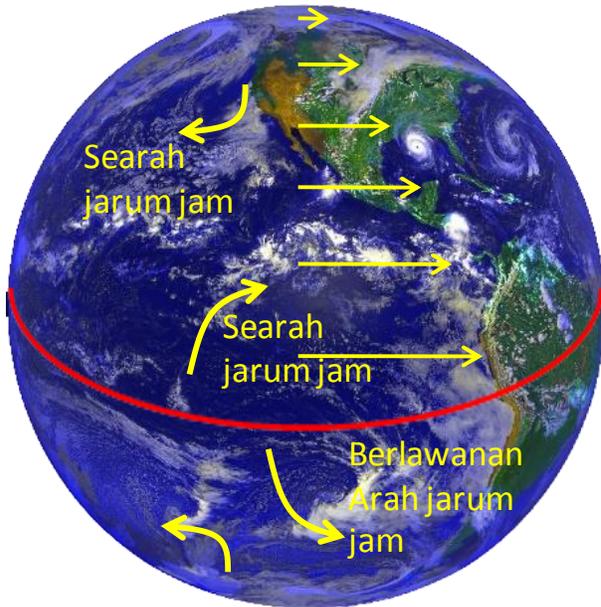
$$v = \omega R\cos\theta \qquad (3.74)$$

Di khatulistiwa, $\theta = 0^o$ sehingga $v = \omega R \cos 0^o = \omega R$. Di kutub utara atau selatang, $\theta = 90^o$ sehingga $v = \omega R \cos 90^o = 0$.

Pengaruh Rotasi Bumi pada Arah Angin

Perbedaan kecepatan linier tempat di permukaan bumi yang memiliki lintang berbeda menimbulkan efek yang menarik pada arah putaran angin. Di belahan bumi utara, angin berputar sesuai dengan arah putaran jarum jam dan di belahan bumi selatang angin berputar berlawanan dengan arah putaran jarum jam (Gambar 3.30). Bagaimana menjelaskan fenomena ini?

Gambar 3.30 Akibat rotasi bumi maka di belahan bumi utara angin berputar sesuai dengan arah putaran jarum jam dan di belahan bumi selatan angin berputar berlawanan dengan arah putaran jarum jam.

Perhatikan angin yang berada di belahan bumi utara yang sedang bergerak ke utara. Komponen kecepatan atmosfer ke arah timur (akibat rotasi bumi) di lokasi baru (lokasi lebih utara) lebih kecil daripada komponen kecepatan atmosfer arah timur dari angin yang sedang menuju ke utara (komponen arah timur pada posisi lebih selatan lebih besar). Akibatnya di lokasi baru (lokasi lebih utara), angin memiliki komponen kecepatan ke arah timur lebih besar daripada di lokasi baru tersebut. Dengan demikian di lokasi baru (lebih utara) akan diamati angin membelok ke timur (Gambar 3.31).

Jika di belahan bumi utara ada angin yang sedang bergerak ke selatan maka komponen arah ke timur kecepatan angin di lokasi awal (akibat rotasi bumi) lebih kecil dari komponen arah timur udara yang berada di sebelah selatan. Ketika mencapai lokasi baru di selatan maka angin tersebut tampak membelok ke barat (Gambar 3.31).

Gambar 3.31 Arah pembelokan angin di belahan bumi utara dan selatan. Di belahan bumi utara angin selalu membelok sesuai dengan arah putaran jarum jam. Di belahan bumi selatan angin selalu membelok dalam arah berlawanan putaran jatum jam.

Penjelasan serupa dapat diterapkan untuk angin yang berada di belahan selatan bumi sehingga kita simpulkan di belahan selatan bumi angin membelok dalam arah berlawanan putaran jarum jam.

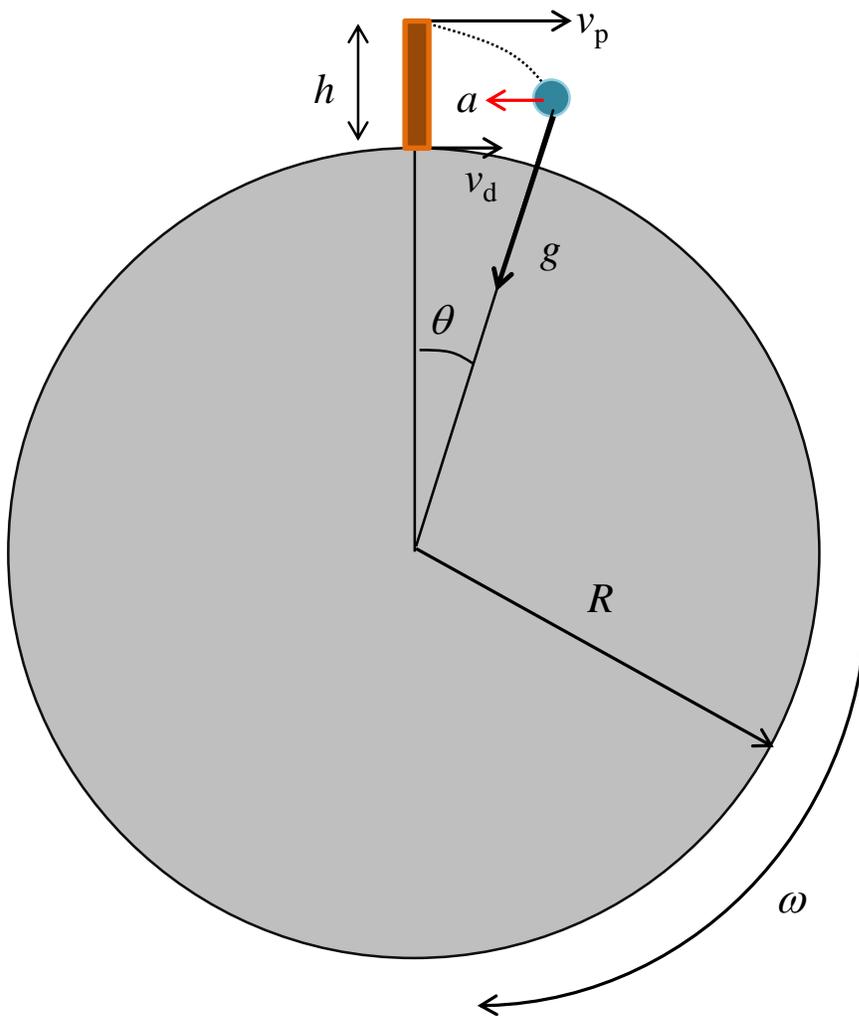
Simpangan ke arah Timur Benda Jatuh

Jika benda dijatuhkan dari gedung atau bangunan yang tinggi sebenarnya benda tidak jatuh tepat dalam arah vertikal. Benda akan sedikit menyimpang ke timur akibat pengaruh gravitasi bumi. Pertanyaannya adalah berapa jauh penimpangan posisi jatuh benda terhadap arah vertikal? Topik ini pernah disiskusikan oleh Stirling [D.R. Stirling, *American Journal of Physics* **51**, 237 (1983)]. Mari kita ulangi lagi pembahasan tersebut supaya memiliki pengetahuan tambahan yang cukup menarik. Sebagai ilustrasi, perhatikan Gambar 3.32.

Misalkan ketinggian gedung dari permukaan tanah adalah h.

Laju puncak bangunan, $v_p = (R+h)\omega$

Laju di dasar bangunan, $v_d = R\omega$

Kecepatan relatif puncak terhadap dasar, $v = v_p - v_d = h\omega$

Gambar 3.32 Benda yang dijatuhkan dari suatu ketinggian akan menyimpang dari posisi vertikal akibat adanya rotasi bumi.

Sebuah benda yang jatuh mendapat percepatan gravitasi ke arah pusat bumi g. Selama jatuh sejauh h benda memerlukan waktu T yang memenuhi

$$h = \frac{1}{2} g T^2$$

Atau atau waktu yang diperlukan benda untuk menyentuh tanah adalah

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (3.75)$$

Karena bumi berputah maka selama jatuh menda mendapatkan percepatan ke arah belakang yang merupakan proyeksi percepatan gravitasi bumi dalam arah horisontal. Berdasarkan Gambar 3.32 besar percepatan tersebut adalah

$$a = g \sin\theta \qquad (3.76)$$

Untuk benda yang tahun pada benda dengan ketinggian genung atau gunung, sudut θ sangat keci. Untuk sudut yang kecil maka kita dapat aproksimasi

$$\sin\theta \approx \theta = \omega t \qquad (3.77)$$

Dengan demikian besar perceparan arah vertikal dapat diaproksimasi menjadi

$$a \approx g\omega t \tag{3.78}$$

Dengan adanya percepatan ini maka laju benda ke arah depan relatif terhadap permukaan tanah setiap saat adalah

$$v_h(t) = v(t) - \int_0^t a dt = h\omega - \int_0^t g\omega t dt$$

$$= h\omega - \frac{1}{2} g\omega t^2 \tag{3.79}$$

Perpindahan benda di dasar tanah

$$\Delta x = \int_0^T v dt = \int_0^T \left(h\omega - \frac{1}{2} g\omega t^2 \right) dt = h\omega T - \frac{1}{6} g\omega T^3$$

$$= \left(\frac{1}{2} g T^2 \right) \omega T - \frac{1}{6} g\omega T^3 = \frac{1}{3} g\omega T^3 \tag{3.80}$$

Soal-Soal

1) Seorang atlet lompat jauh mencatat lompatan sejauh 5,2 m. Setelah diukur berdasarkan rekaman video ternyata sudut lompatan adalah 50^o. Andaikan atlit tersebut melompat dengan sudut 45^o berapakan jarak lompatan yang dapat dia capai?

2) Rekor lompat tinggi putra dunia dicatat oleh Javier Sotomayor setinggi 2,45 meter pada 27 Juli 1993 di Salamanca, Spanyol. Jika perlombaan dilakukan di kota yang memiliki percepatan gravitasi bumi 0,4% lebih kecil dari percepatan gravitasi di kota Salamanca, berapa harusnya ketinggian lompatan yang dapat dibuat?

3) Pada lomba ketepatan menembak, sasaran ditempatkan pada jarak 100 m dari posisi penembakan. Kita asumsi bahwa ketinggian sasaran persis sama dengan ketinggian moncong pistol yang digunakan. Misalkan peluru yang keluar dari moncong pistol memiliki laju 200 m/s. a) Berapakah sudut tembakan agar peluru tepat mengenai tengah-tengah sasaran? B) Pda papan sasaran tampak dua lubang yang memiliki jarak terjauh arah vertikal sebesar 0,5 meter. Berapakan perbedaan sudut moncong pistol pada dua penembakan tersebut?

4) Pesawat pengebom sedang bergerak dengan laju 250 m/s dalam arah membentuk sudut 15^{o} terhadap horisontal. Pada saat itu ketinggian pesawat dari tanah adalah 2 km dan bom dilepas dengan laju awal nol relatif terhadap pesawat. Tentukan:

    a) Kecepatan awal bom terhadap tanah

    b) Posisi bom tiap saat terhadap pesawat dan terhadap tanah dengan asumsi bahwa pesawat tidak mengubah kecepatan sejak melepas bom

    c) Posisi tertinggi lintasan bom

    d) Jarak tempat jatuh bom diukur dari posisi tepat di bawah pesawat saat pesawat melepas bom. Anggap bahwa tempat bom jatuh dan posisi di bawah pesawat saat bom dilepas berada pada bidang horisontal.

    e) Kecepatan bom saat mengenai tanah.

5) Elektron dalam atom hidrogen mengitari inti dengan periode $1,52 \times 10^{-16}$ s. Jari-jari lintasan elektron dalam atom hidrogen yang dikenal juga dengan jari-jari Bohr adalah 0,53 angstrom. Tentukan: a) percepatan sentripetal elektron. b) gaya yang bekerja pada elektron. Massa elektron adalah $9,1 \times 10^{-31}$ kg.

6) Ketinggian maksimum air mancur Sri Baduga Situ Buleud Purwakarta adalah 6 meter (Gambar 3.33). Berapakah laju maksimum air keluar dari mulut penyemprot air? Anggap ketinggian maksimum dicapai ketika air keluar dalam arah vertikal.

7) Curug Cinulang di Kecamatan Cimanggung Kabupaten Sumedang, Jawa Barat memiliki ketinggian air terjun sekitar 50 meter (Gambar 3.34). Diukur dari lokasi bibir tebing ke arah horisontal tempat jatuhnya air di dasar curug diperolah nilai 1,5 m. Berapakah laju air sungai tepat di bibir tebing saat akan jatuh? Aanggap pada posisi tersebut air hanya memiliki komponen arah horisontal.

Gambar 3.33 Air mancur Sri Baduga Situ Buleud Purwakarta (www.cnnindonesia.com)

Gambar 3.34 Curug Cinulang di Kecamatan Cimanggung Kabupaten Sumedang, Jawa Barat (www.sgdnews.com)

8) Atlit lontar martil Polandia, Anita Wlodarczyk, menciptakan rekor dunia lontaran sejauh 81,06 m. Aanggap sudut lemparan yang dibuat adalah 45^o dan anggap pula bahwa titik martil jatuh ke tanah dan titik martil tepat dileas memiliki ketinggian hampir sama. Massa martil adalah 4 kg dan massa rantai pemegang diabaikan. Jika panjang rantai

dan pegangan tangan adalah 1,075 m berapakah sudut yang dibentuk tali pengikat dengan arah horisontal saat martil tepat dilepas? (*Petunjuk*: cari dahulu laju awal martik saat tepat dilepas menggunakan persamaan gerak parabola)

9) Hukum Titius Bode menyatakan bahwa jarak rata-rata orbit planet ke matahari)dalam satuan AU) memenuhi persamaan sederhana

$$R_n = 0,4 + 0,3 \times 2^n$$

dengan n = -∞, 0, 1, 2, …. Tabel 3.1 memperlihatkan keberlakukan hukum Titius Bode

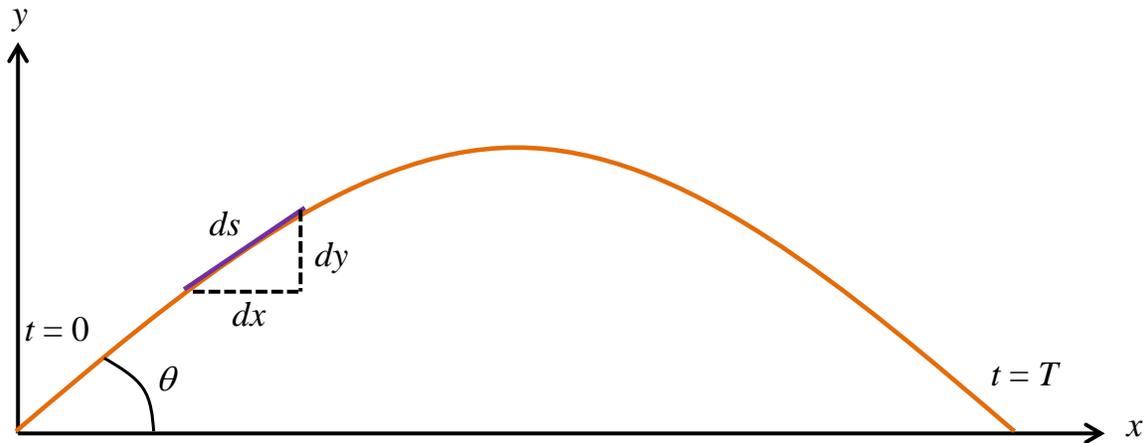
Tabel 3.1 Tabel untuk soal 9

n	R_n	Planet
-∞	0,4	Merkurius
0	0,7	Venus
1	1	Bumi
2	1,6	Mars
3	2,8	Planet yang hilang
4	5,2	Jupiter
5	10	Saturnus

Tentukan periode orbit planet sebagai fungsi bilangan distrit n dengan asumsi bahwa orbit planet berbentuk lingkaran. Percepatan planet ke arah matahari adalah $a = GM_m/R^2$ dengan M_m adalah massa matahari.

10) Panjang lintasan gerak parabola adalah panjang lengkungan parabola yang dilewati benda selama bergerak (Gambar 3.33). Panjang lintasan tersebut memenuhi persamaan

$$s = \int_0^T ds$$

dengan T adalah waktu yang diperlukan benda mencapai tanah kembali.

Gambar 3.35 Gambar untuk soal 10

Tampak dari gambar di atas bahwa $ds^2 = dx^2 + dy^2$. a) Buktikan bahwa panjang lintasan memenuhi integral

$$s = \int_0^T \sqrt{v_0^2 - 2v_0 gt \sin\theta + g^2 t^2}\, dt$$

dengan v_0 adalah laju awal benda. b) Selesaikan persamaan di atas dengan menggunakan Integral Calculator pada Wolfram Alpha. c) Carilah nilai T.

11) Sebuah benda ditembakkan vertikal ke atas dari suatu bangunan yang memiliki ketinggian h dari permukaan tanah. Laju awal benda adalah v_0. Buktikan bahwa jarak jatuh benda dari dasar bangunan adalah $\Delta x = \omega hT - g\omega T^3/6$ dengan ω kecepatan sudut rotasi bumi dan T adalah Waktu yang diperlukan benda menyentuh tanah memenuhi persamaan $h + v_0 T - gT^2/2 = 0$. Asumsi bahwa selama benda bergerak besar percepatan gravitasi selalu konstan. Ambil jari-jari bumi R (Petunjuk: saat ditembakkan maka benda memiliki komponen kecepatan arah vertikal v_0 dan komponen kecepatan arah horisontal $\omega(R+h)$. Kaki bangunan sendiri hanya memiliki kompoen kecepatan arah horisontal ωR. Selama bergerak benda mengalami percepatan arah horisontal ke belakang yang merupakan proyeksi percepatan

gravitasi bumi. Yang pertama dilakukan adalah mencari percepatan arah horisontal. Kemudian mencari komponen kecapatan arah horisotal sebagai fungsi waktu dan mencari perpindahan arah horisontal selama mselang waktu T. Kemudian mencari perpindahan arah horisontal kaki bangungan).

12) Jarak antara pelabuhan Ketapang dan Gilimanuk di selat Bali adalah 5,1 km. Arus laut di selat Bali cukup kencang yaitu sekitar 12 cm/s ke arah selatan. Sebuah ferry akan menyeberang dari Ketapang ke Gilimanuk (dari barat ke timur). Laju ferry tersebut adalah 25 km/jam. Jika ferry harus bergerak lurus ke timur tentukan: a) kecepatan ferry terhadap daratan. b) kecepatan ferry terhadap air laut. c) waktu yang diperlukan ferry untuk mencapai pelabihan Gilimanuk.

13) Seorang penjaga gawang menendang bola mati dan berhasil menciptakan gol ke gawang lawan. Panjang lapangan bola adalah 100 m. Jika penjaga gawang menendang bola dengan sudut 40^o, berapa perkiraan laju bola saat ditendang?

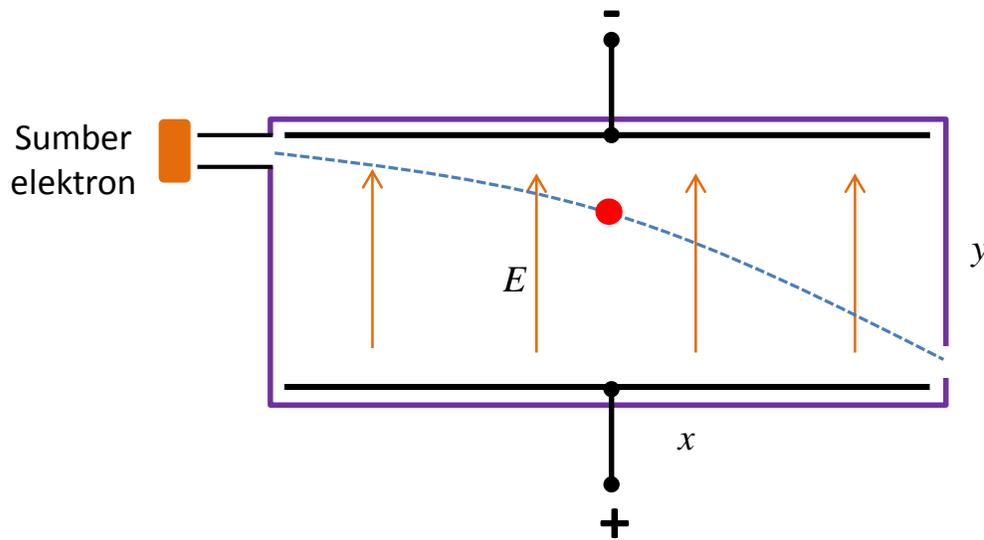
14) Sebuah satelit mengorbit bumi pada orbit lingkaran yang brada pada ketinggian 10 ribu km dari tanah. Orbit sateit berimpit dengan garis bujur 30^o BT. Jika saat t = 0 satelit berada pada koordinat)o lintang dan 30o BT, tentukan vektor kecepatan satelit tiap saat.

15) Sebuah senapan melontarkan peluru dengan laju 275 m/s. Senapan tersebut digunakan untuk menembak sasaran yang berada pada posisi 50 meter lebih tinggi dan memiliki jarak horisontal 400 m. Berapakah sudut keluar peluru agar mengenai sasaran?

16) Sebuah pesawat musuh sedang bergerak dalam arah horisontal dengan laju 800 km/jam pada ketinggian 1 km. Tentara yang berada di tanah mengarahkan senjata untuk menembak pesawat tersebut. Laju peluru yang keluar dari moncong senjata adalah 550 m/s. Ketika jarak horisontal pesawat dari posisi tentara adalah 1 km, tentara melepaskan tembakan. Berapakah sudut tembakan agar peluru mengenai pesawat? Aanggap bahwa pesawat akan bergerak melintas tepat di atas posisi tentara.

17) Gambar 3.34 adalah elektron yang sedang bergerak dalam selektro kecepatan. Elektron keluar dari filamen dengan kecepatan yang bermacam-macam. Elektron melewati lorong hingga mencapai ujung kiri selektron kecepatan sehingga dianggap elektron hanya memiliki komponen kecepatan arah horisontal. Di dalam selektron kecepatan terdapat medan listrik E yaang mengarah ke atas. Elektron yang berada dalam selektron kecepatan memiliki percepatan ke arah bawah sebesar $a = eE/m$ dengan e muatan elektron dan m adalah massa elektron. Percepatan yang diakibatkan oleh gravitasi bumi dapat diabaikan

terhadap percepatan yang diakibatkan oleh gaya listrik. Panjang selektron kecepatan adalah x dan jarak verikal lubang masuk dan lubang keluar adalah y. Buktikan bahwa yang dapat keluar dari lubang kanan hanya elektron yang memiliki laju awal sebesar

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{eEx^2}{my}}$$

Gambar 3.36 Gambar untuk soal 17

18) Tentukan kecepatan sudut putaran jarum jam, jarum menit, dan jarum detik jam dinding.

19) Ukuran ban mobil Daihatsu Xenia adalah 175/65 R14. Mobil tersebut menempuh perjalanan Bandung-Jakarta sejauh 135 km dalam waktu 3 jam. A) Berapa kali putaran rosa selama perjalanan? B) berapa kecepatan sudut rata-rata putaran roda.

Kinematika kaset tape. Gambar 3.35 memperlihatkan kondisi kaset tape saat akan dipouat dan saat sedang diputar. Misalkan ketebalan pita adalah h. Kecepatan linier pita pada gulungan sama besarnya, namun kecepatan sudut berbeda. Buktikan bahwa kecepatan sudut

masing-masing penggulung adalah

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 = \frac{v}{r_1}$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 = \frac{v}{r_2}$$

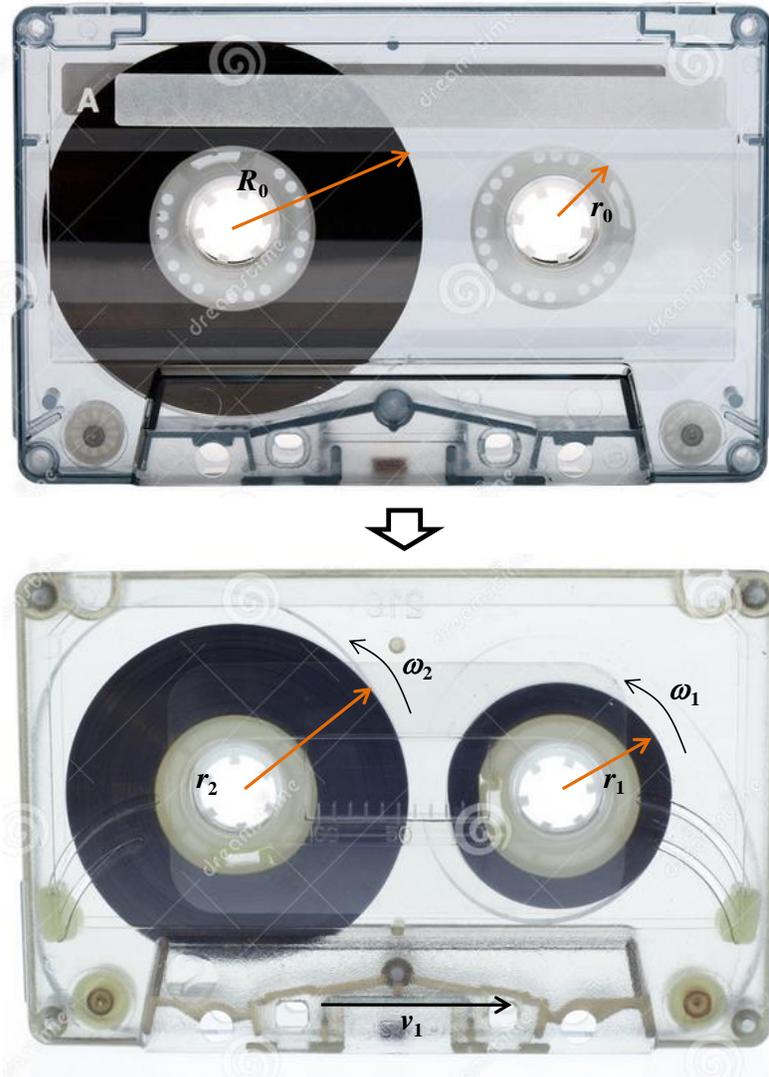
Jika masing-masing pemutar telah bergulung sejauh $d\theta_1$ dan $d\theta_2$ tunjukkan bahwa jumlah keliling yang telah digulung adalah

$$dn_1 = \frac{d\theta_1}{2\pi}$$

$$dn_2 = \frac{d\theta_2}{2\pi}$$

Satu keliling menambah ketebalan gulungan sebesar h. Dengan demikian perubahan jari-jari gulungan menjadi

$$dr_1 = \frac{d\theta_1}{2\pi}h$$

$$dr_2 = -\frac{d\theta_2}{2\pi}h$$

Gambar 3.37 Gambar untuk soal 20

Tanda positif diberikan kepada dr_1 karena jari-jari makin besar sedangkan untuk dr_2 diberi tanda negatif karena jari-jari makin kecil. Buktikan persamaan berikut ini

$$r_1 dr_1 = \frac{hv}{2\pi} dt$$

$$r_2 dr_2 = \frac{hv}{2\pi} dt$$

Dengan melakukan integral persamaan r_1 dari r_0 sampai r_1 sembarang dan t = 0 sampai t sembarang butikan

$$r_1 = \sqrt{r_0^2 + \frac{hv}{\pi} t}$$

Butikan bahwa waktu yang diperlukan untuk melakukan satu gulungan total, T, adalah

$$T = \frac{\pi}{hv}\left[R_0^2 - r_0^2\right]$$

Bab 4
GAYA

Sampai saat ini kita sudah membahas bermacam-macam gerak, baik gerak satu dimensi, gerak dua dimensi, maupun gerak tiga dimensi. Namun, ada yang kurang dalam pembahasan-pembahasan tersebut, yaitu kita mempelajari gerak tanpa mempedulikan apa penyebab gerak tersebut terjadi. Kita belajar tentang benda yang memiliki percepatan, tetapi tidak pernah bertanya mengapa percepatan itu muncul. Kita tidak pernah menanyakan mengapa kecepatan bisa berubah baik arah maupun besarnya. Topik yang hanya membahas mendesripsikan tentang gerak tanpa memperhatikan mengapa gerak bisa terjadi demikian dinamakan kinematika.

Dalam kinematika kita membahas benda yang tiba-tiba bergerak, tiba-tiba berhenti, tiba-tiba berubah kecepatan, tanpa mencari tahu mengapa hal tersebut terjadi. Pada bab ini dan beberapa bab berikutnya kita akan mempelajari gerak beserta penyebab munculnya gerak tersebut. Bagian ini kita sebut dinamika. Topik dinamika jauh lebih kaya daripada kinematika. Dan untuk memahami bagian ini diperlukan ketekunan yang lebih daripada sebelumnya.

4.1 Hukum Newton tentang Gerak

Benda di alam bergerak, diam dan sebagainya tidak terjadi secara tiba-tiba. Ada penyebab sehingga gerak tersebut terjadi dan proses gerakpun tidak terjadi secara bebas. Benda selalu bergerak mengikuti aturan yang sudah pasti. Benda yang dilepas dari ketinggian tertentu pasti bergerak jatuh kalau tidak ada dorongan lain yang membelokkan arah gerak. Benda yang dilempar dalam arah horizontal selalu berberak melengkung ke bawah. Paku yang didekatkan ke magnet akan ditarik ke arah magnet. Bumi selalu bergerak mengelilingi matahari pada orbit yang sudah tertentu. Dengan kata lain gerak benda umumnya bersifat determinsitik, artinya dapat diramalkan di mana lintasan yang akan diambil, ke mana arah kecepatan pada tiap titik di lintasan tersebut, dan berapa percepatan tiap saat.

Jika saat ini sebuah benda didorong dengan kekuatan tertentu ke arah tertentu maka benda akan bergerak dalam satu lintasan. Jika besok benda yang sama didorong dengan kekuatan yang sama dan dalam arah yang sama maka benda menempuh lintasan yang persis sama dengan lintsan yang kemarin, kecuali ada pengganggu lain yang berpengaruh. Dengan sifat yang deterministik tersebut tentu ada hukum yang menjelaskan sifat-sifat gerak benda tersebut. Dengan hukum tersebut kita dapat memperdiksi ke mana benda akan bergerak jika diberikan dorongan tertentu. Hukum apakah itu?

Newton merumuskan hukum-hukum gerak yang sangat luar biasa. Newton menemukan bahwa semua persoalah gerak di alam semesta dapat diterangkan dengan hanya tiga hukum yang sederhana. Karya besar Newton termuat dalam bukunya yang sangat termashyur, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Gambar 4.1). Pada bab ini fokus pembahasan kita adalah aplikasi tiga hukum Newton tersebut.

Hukum I Newton

Semua benda cenderung mempertahankan keadaannya: benda yang diam tetap diam dan benda yang bergerak, tetap bergerak dengan kecepatan konstant.

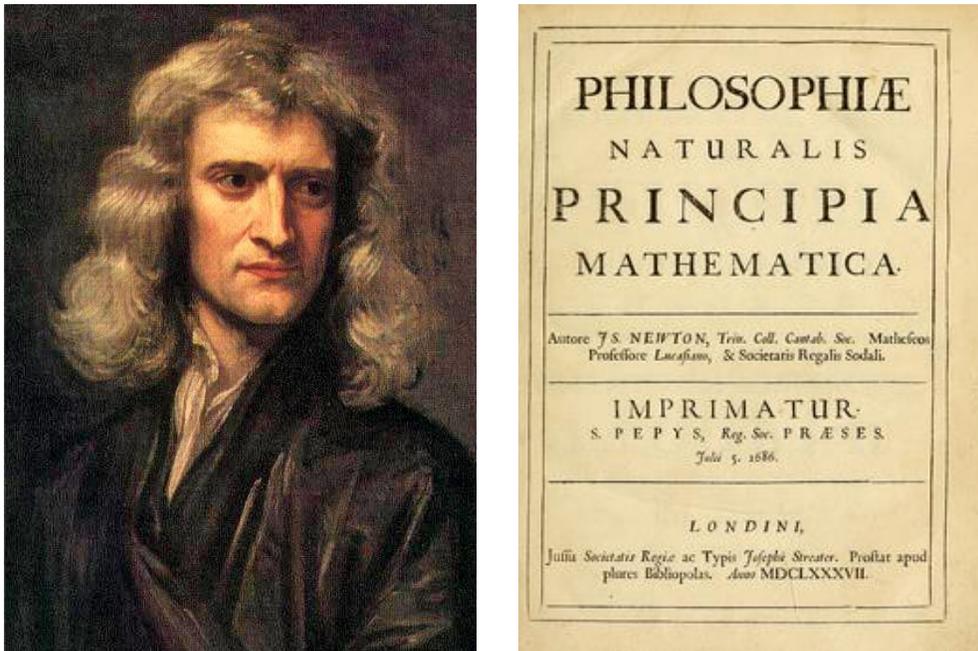
Hukum I Newton mendefinsikan adanya sifat kelembaman benda, yaitu keberadaan besaran yang dinamai massa. Karena sifat kelembaman ini maka benda cenderung mempertahankan keadaan geraknya. Keadaan gerak direpresentasikan oleh kecepatan. Jadi, sifat kelembaman mengukur kecenderungan benda mempertahankan kecepatannya. Makin besar kelembaman yang dimiliki benda maka makin kuat benda mempertahankan sifat kelembamannya. Atau diperlukan pengganggu yang

lebih besar untuk mengubah kecepatan benda. Makin besar massa maka benda makin lembam. Itulah penyebabnya bahwa kita sangat sulit mendorong benda yang memiliki massa lebih besar darimapa benda yang memiliki massa lebih kecil.

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *J S. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheseos Professore *Lucasiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu *Societatis Regiæ* ac Typis *Josephi Streater*. Prostat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

Gambar 4.1. Isaac Newton dan gambar sampul buku *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (en.wikipedia.org)

Sir Isaac Newton (1642-727) adalah salah seorang ilmuwan terhebat yang pernah lahir di bumi. Ia adalah peletak dasar kinematika dan dinamika benda-benda di alam semesta yang merupakan hukum utama untuk menjalaskan gerak benda di alam maupun benda buatan manusia. Newton juga merupakan perumus teori gravitasi universal yang menyatakan bahwa benda-benda di alam semesta saling tarik-manarik. Antara bintang-bintang, planet-planet, dan satelit-satelit terjadi tarik menarik yang menyebabkan alam semesta dalam keadaan stabil. Newton juga merumuskan teori optik dan sejumlah teori fisika lainnya yang digunakan hingga saat ini. Newton juga peletak dasar ilmu kalkulus, yang merupakan landasan utama matematika modern yang diterapkan di semua bidang ilmu. Buku tulisan Newton yang berjudul *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* yang diterbitkan tahun 1687 dalam bahasa Latin merupakan buku terbaik yang pernah dihasilkan manusia hingga saat. Tetapi jangan dibandingkan dengan kitab suci. Kitab suci adalah firman Tuhan yang tetap lebih tinggi derajatnya dibandingkan karya manusia.

Hukum II Newton

Hukum I Newton baru mendefinisikan besaran yang bernama massa, tetapi belum membahas penyebab benda bergerak atau berhenti. Hukum II Newton menjelaskan perubahan keadaan gerak benda. Hukum ini menyatakan bahwa benda dapat diubah keadaan geraknya jika pada benda bekerja gaya. Gaya yang bekerja berkaitan langsung dengan perubahan keadaan gerak benda. Besarnya perubahan keadaan gerak sama dengan gaya yang diberikan kepada benda, atau

$$\frac{\Delta(\overrightarrow{Keadaan\, gerak})}{\Delta t} = \overrightarrow{Gaya}$$

Besaran apakah yang didefinisikan sebagai keadaan gerak? Yang paling tepat mendefinisikan keadaan gerak adalah perkalian massa dan kecepatan, $m\vec{v}$. Alasan pengambilan definisi ini adalah: (1) makin besar massa maka makin sulit mengubah keadaan gerak benda dan (2) makin besar gaya yang dibutuhkan untuk menghasilkan perubahan kecepatan yang besar pada benda. Dengan demikian keadaan gerak benda sebanding dengan perkalian massa dan kecepatan. Perkalian massa dan kecepatan kita definisikan sebagai momentum. Akhirnya, secara matematik hukum II Newton dapat ditulis sebagai

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{4.1}$$

dengan

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{4.2}$$

Berdasarkan hukum II Newton maka ***gaya total*** *yang bekerja pada benda sama dengan perubahan momentum per satuan waktu (laju perubahan momentum).*

Persamaan (4.1) berlaku umum untuk keadaan apa pun, termasuk jika benda mengalami perubahan massa selama bergerak. Contoh benda yang mengalami perubahan massa saat bergerak adalah roket. Selama bergerak roket membakar bahan bakar yang dibawanya dalam jumlah yang sangat besar sehingga massanya berkurang secara signifikan tiap detik.

Tahukah kamu? Alat-alat transportasi yang meggunakan bahan bakar umumnya mengalami perubahan massa selama bergerak, walaupun kadang perubahan tersebut sangat kecil dibandingkan dengan massa alat transportasinya sendiri. Namun untuk roket, fraksi massa massa bahan bakar sangat besar, yaitu antara 80-90%. Artinya sekitar 80%-90% massa roket saat diluncurkan adalah massa bahan bakar. Contoh lain, massa pesawat ulang-alik dalam keadaan tangki kosong adalah 342.000 kg. Massa saat tangki berisi penuh bahan bakar adalah 1.708.500 kg. Dengan demikian, massa bahan bakar adalah 1.708.500 kg – 342.000 kg = 1.366.500 kg. Fraksi massa bahan bakar adalah *massa bahan bakar/massa total* = 1.366.500/1.708.500 = 0,8. Untuk kebanyakan pesawat jet, fraksi massa bahan bakar bervariasi antara 25-45%. Pesawat jet jarak pendek seperti Airbus A320 memiliki fraksi massa bahan bakar 14,3% sedangkan pesawat jet jarak jauh seperti Boeing 777-200 memiliki fraksi massa bahan bakar 47%. Pesawat supersonik *Concorde* memiliki fraksi massa bahan bakar 55%.

Dengan menggunakan aturan diferensial sederhana maka kita dapat menulis

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$= \vec{v}\frac{dm}{dt} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$= \vec{v}\frac{dm}{dt} + m\vec{a} \qquad (4.3)$$

Tampak dari persamaan (4.3) bahwa besarnya gaya bergantung pada laju perubahan massa dan percepatan benda. Ini adalah hukum II Newton yang paling umum, berlaku untuk benda yang mengalami perubahan massa maupun tidak. Jika masa benda berkurang selama gerakan maka dm/dt bernilai negatif dan menghasilkan besaran yang arahnya kebalikan dari kecepatan. Ini berakibat suku kedua makin menambah nilainya ke arah sejajar dengan kecepatan. Dengan perkataan lain percepatan benda makin besar dalam arah sejajar kecepatan. Karena percepatan memiliki arah yang sama dengan kecepatan maka kecepatan benda makin besar lagi. Dengan perkataan lain, makin berkuranya massa akan menyebabkan percepatan dalam arah kecepatan makin besar.

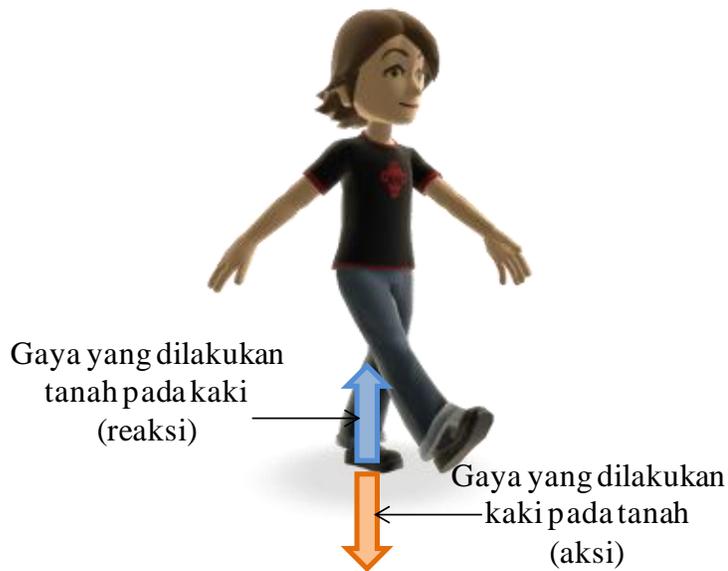
Khusus untuk benda yang memiliki massa konstan maka $dm/dt = 0$ sehingga persamaan (4.3) berubah menjadi persamaan yang sudah sangat akrab dengan kita, yaitu

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (4.4)$$

Perlu juga diperhatikan bahwa gaya pada persamaan (4.1) atau (4.4) adalah gaya total. Jika pada benda bekerja sejumlah gaya maka semua gaya tersebut harus dijumlahkan terlebih dahulu. Gaya total hasil penjumlahan itulah yang digunakan dalam persamaan (4.1) atau (4.4).

Hukum III Newton

Hukum ini mengungkapkan keberadaan gaya reaksi yang sama besar dengan gaya aksi, tetapi berlawanan arah. Jika benda pertama melakukan gaya pada benda kedua (**gaya aksi**), maka benda kedua melakukan gaya yang sama besar pada benda pertama tetapi arahnya berlawanan (**gaya reaksi**)

Jika kamu mendorong dinding dengan tangan, maka pada saat bersamaan dinding mendorong tanganmu dengan gaya yang sama tetapi berlawanan arah (Gambar 4.2). Bumi menarik tubuh kamu dengan gaya yang sama dengan berat tubuhmu, maka pada saat bersamaan tubuh kamu juga menarik bumi dengan gaya yang sama besar tetapi berlawanan

arah (Gambar 4.2).

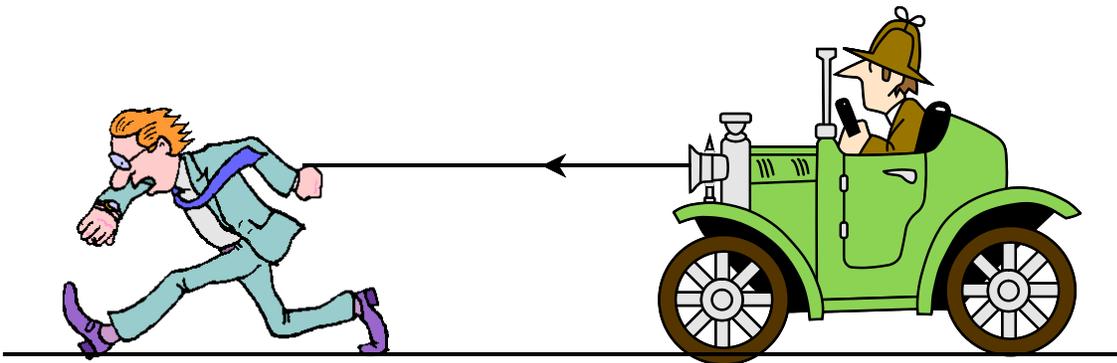
Gambar 4.2 Contoh pasangan gaya aksi reaksi. Setiap ada gaya aksi maka selalu ada gaya reaksi yang sama besar tetapi berlawanan arah. Tetapi perlu diingat bahwa gaya aksi dan reaksi tidak bekerja pada benda yang sama. Gaya aksi dan reaksi bekerja pada benda yang berbeda sehingga tidak saling meniadakan. Saat mendorong tembok gaya aksi adalah gaya oleh tangan pada tembok sedangkan gaya reaksi adalah gaya oleh tembok pada tangan.

Tetapi harus diingat bahwa *gaya aksi dan reaksi bekerja pada*

benda yang berbeda sehingga tidak saling meniadakan! Tangan melakukan gaya pada dinding dan dinding melakukan gaya pada tangan. Jadi dua gaya tersebut tidak dapat dijumlahkan. Berbeda kasusnya jika kamu mendorong benda dan teman kamu juga mendorong benda yang sama. Dalam kasus ini gaya yang kamu lakukan dan yang dilakukan teman kamu dapat dijumlahkan karena bekerja pada benda yang sama.

4.2 Diagram Gaya Bebas

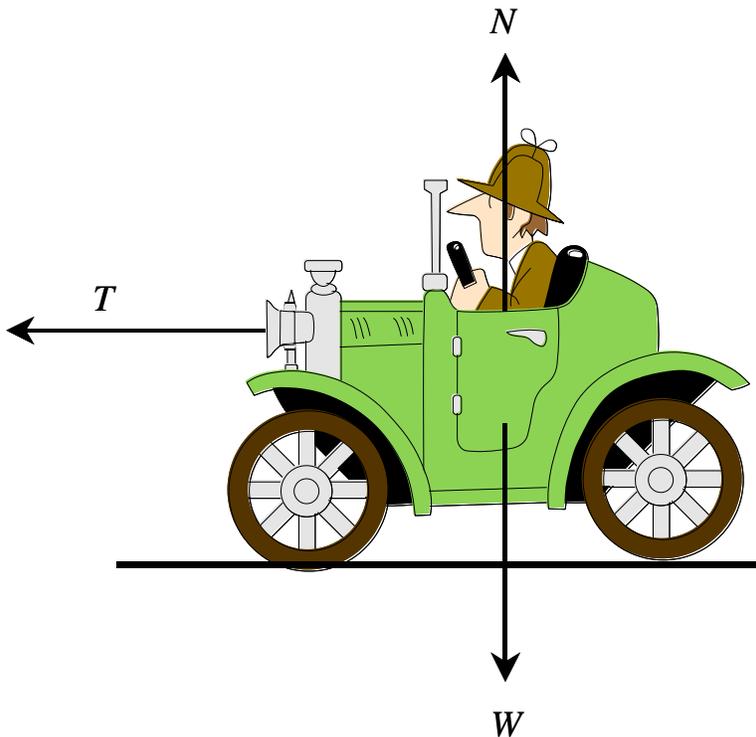
Dalam hukum II Newton seperti diungkapkan dalam persamaan (4.1) atau (4.4), yang dimaksud gaya F adalah gaya total yang bekerja pada benda. Jika pada benda bekerja sejumlah gaya maka semua gaya tersebut harus dijumlahkan terlebih dahulu. Jika antara bagian benda saling melakukan gaya maka ketika dijumlahkan maka gaya netto yang dilakukan oleh bagian-bagian tersebut nol. Jadi untuk menjelaskan gerak benda atau sistem benda, kita cukup melihat gaya yang dilakukan oleh benda lain di luar sistem. Gaya antar bagian sistem saling meniadakan.

Untuk menghindari kesalahan dalam menghitung gaya-gaya yang bekerja pada benda, kita akan sangat tertolong apabila terlebih dahulu melukis diagram gaya bebas yang bekerja pada benda. Diagram gaya bebas adalah gambaran semua gaya yang berasal dari luar sietem yang bekerja pada sistem. Gaya luar inilah yang menghasilkan percepatan pada sistem.

Gambar 4.3. Benda di atas bidang datar yang licin ditarik ke kiri dengan gaya *F*.

Sebagai contoh, kendaraan mainan yang berada di atas bidang datar yang licin ditarik ke kiri oleh seseorang menggunakan tali (lihat Gambar 4.3). Lihat sistem kendaraan mainan dengan satu penumpang di dalamnya. Gaya-gaya luar yang bekerja pada sistem adalah:

- Gaya berat mobil bersama penumpang di dalamnya (akibat gravitasi) yang arahnya ke bawah
- Gaya penahan yang dilakukan oleh lantai pada roda mainan yang arahnya ke atas, tegak lurus lantai. Gaya ini disebut gaya normal.
- Gaya tarikan tali yang arahnya ke kiri

Dengan demikian, diagram gaya bebas pada sistem mobil mainan tampak pada Gambar 4.4. Jika dinyatakan dalam notasi vektor maka gaya total yang bekerja pada sistem adalah

$$\vec{F}_T = -T\hat{i} + (N - W)\hat{j} \tag{4.5}$$

Gambar 4.4 Diagram gaya bebas pada sistem dalam Gambar 4.3. *W* adalah berat penumpang dan mobil, *N* adalah gaya tahan oleh lantai pada roda mobil, dan *T* adalah gaya tarik oleh tali.

Jika sistem kita hanya mobil, sedangkan penumpang di dalamnya tidak merupakan bagian sistem maka gaya yang bekerja pada sistem menjadi sebagai berikut

- Gaya berat mainan saja yang arahnya ke bawah
- Gaya penahan yang dilakukan oleh lantai pada roda mainan yang arahnya ke atas, tegak lurus lantai. Gaya ini disebut gaya normal.
- Gaya tekan oleh badan penumpang ke arah bawah. Besar gaya ini sama dengan berat penumpang
- Gaya tarikan tali yang arahnya ke kiri
- Gaya gesekan oleh pantat penumpang yang bersentuhan langsung dengan kursi mainan.

Contoh 4.1

Massa pesawat Boeing 737-800 Next Generation (Gambar 4.5) beserta muatannya adalah 79.000 kg. Saat akan lepas landas, pesawat bergerak dengan percepatan 1,53 m/s^2. Berapa gaya yang dihasilkan mesin pesawat? Abaikan gaya gesekan pada pesawat.

Gambar 4.5 Peswat Boeing 737 Next Generation produksi Boeing Aerospace, Amerika Serikat. Pesawat ini banyak digunakan oleh Garuda Indonesia dan Lion Air yang terdiri dari seri 737-800 dan 737-900 (sumber gambar: Boeing.com)

Jawab

Anggap pesawat bergerak dalam arah *x* positif.

Percepatan pesawat adalah $\vec{a} = 1{,}53\hat{i}$ m/s^2.

Gaya yang bekerja pada pesawat adalah $\vec{F} = m\vec{a} = 79.000 \times (1{,}53\hat{i})$

= $120.870\hat{i}$ N.

4.3 Aplikasi Hukum Newton

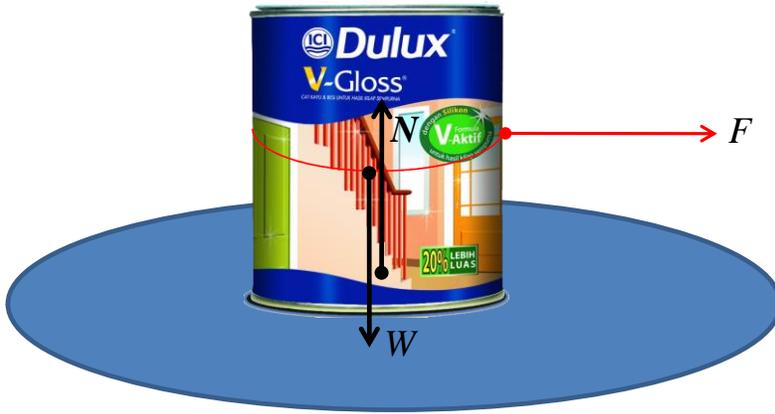
Untuk lebih memahami penerapan hukum-hukum Newton mari kita lihat aplikasinya dalam beberapa contoh berikut ini.

Benda di atas bidang datar

Benda bermassa *m* di atas bidang datar yang licin ditarik dengan gaya *F* seperti tampak pada Gambar 4.6. Kita mulai dengan menggambarkan diagram gaya bebas dan menentukan percepatan benda.

Gambar 4.6 Benda yang berada di atas bidang horisontal yang licin dan dikenai gaya mendatar *F* arah ke kanan.

Diagram gaya bebas yang bekerja pada benda tampak pada Gambar 4.7. Gaya-gaya yang bekerja hanyalah gaya tarik *F*, gaya berat *W*, dan gaya normal yang dilakukan lantai *N*. Dengan demikian, gaya luar total yang bekerja pada benda adalah

$$\vec{F}_T = F\hat{i} + (N - W)\hat{j} \quad (4.6)$$

Gambar 4.7 Diagram gaya bebas yang bekerja pada balok. Gaya luar yang bekerja pada benda adalah berat benda (*W*), gaya tahan oleh lantai (*N*), dan gaya tarik (*F*).

Pada kondisi gaya seperti ini, jika benda bergerak maka gerakannya hanya ke kanan. Dengan demikian, percepatan yang dialami benda memenuhi

$$\vec{a} = a_x\hat{i} \quad (4.7)$$

Dengan menggunakan hukum II Newton kita dapatkan

$$F\hat{i} + (N - W)\hat{j} = m(a_x\hat{i}) \quad (4.8)$$

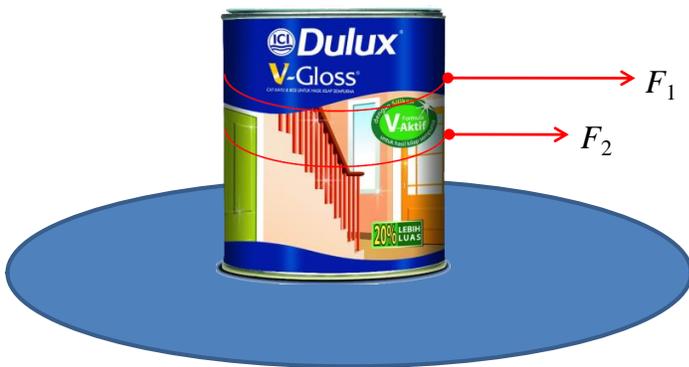
Jika kita samakan suku yang mengandung vektor satuan sejenis maka kita peroleh dua persamaan berikut

$$F = ma_x$$

dan

$$N = W$$

Contoh berikut adalah dua gaya bekerja secara bersaman pada benda, seperti ditunjukkan oleh Gambar 4.8. Diagram gaya bebas tampak pada Gambar 4.9. Berdasarkan gambar tersebut maka gaya total yang bekerja pada benda menjadi

$$\vec{F}_T = (F_1 + F_2)\hat{i} + (N - W)\hat{j} \quad (4.9)$$

Gambar 4.8 Benda yang berada di atas bidang horisontal yang licin dikenai gaya mendatar F_1 dan F_2 yang searah.

Karena gerakan hanya akan terjadi dalam arah sumbu y maka percepatan hanya memiliki komponen arah sumbu *x*. Dengan demikian, hukum II Newton menjadi

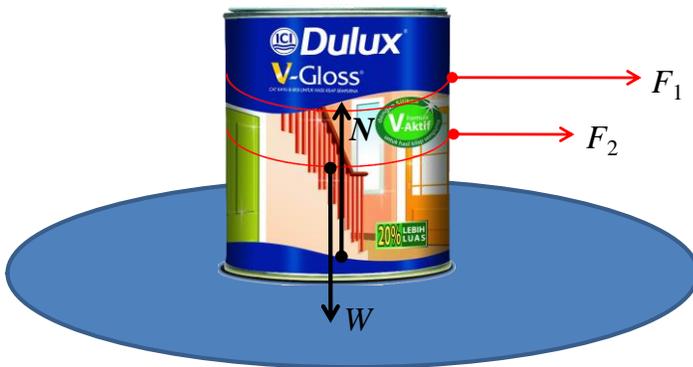
$$(F_1 + F_2)\hat{i} + (N - W)\hat{j} = m(a_x\hat{i}) \quad (4.10)$$

Kembali samakan suku yang mengandung vector satuan yang sama maka

diperoleh

$$F_1 + F_2 = ma_x$$

dan

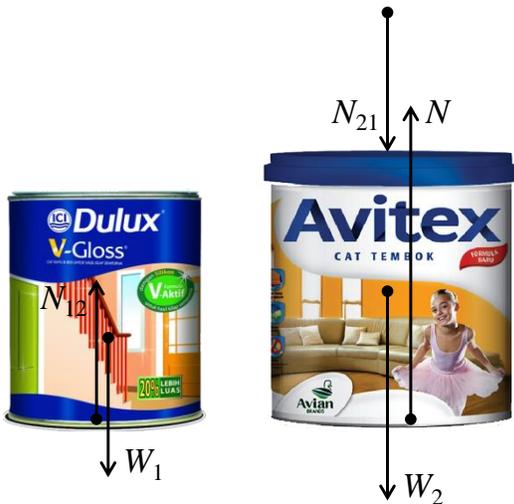
$$N = W$$

Gambar 4.9 Diagram gaya bebas pada benda di Gambar 4.8.

Contoh berikutnya adalah dua benda yang ditunjukkan pada Gambar 4.10. Bagaimana diagram gaya bebas yang bekerja pada masing-masing benda?

Gaya yang bekerja pada benda di sebelah atas terdiri dari berat benda (W_1) dan gaya tahan (gaya normal) oleh benda yang berada di bawahnya (N_{12}) yang berarah ke atas. Gaya yang bekerja pada benda sebelah bawah terdiri dari berat benda (W_2), gaya tahan oleh lantai (N_2) yang berarah ke atas dan gaya tekan dari atas oleh benda yang ada di sebelah atas (N_{21}). Diagram gaya bebas masing-masing benda tampak pada Gambar 4.11.

Benda sebelah atas tidak bergerak ke atas atau ke bawah sehingga percepatannya nol. Dengan demikian, $N_{12} = W_1$. Benda yang di bawah juga tidak bergerak ke atas maupun ke bawah sehingga percepatan nol dan $W_2 + N_{12} - N = 0$. Dengan demikian, $N = W_2 + N_{12}$. Gaya N_{12} dan N_{21} merupakan gaya aksi reaksi sehingga besarnya sama. Dari sini kita dapatkan besar

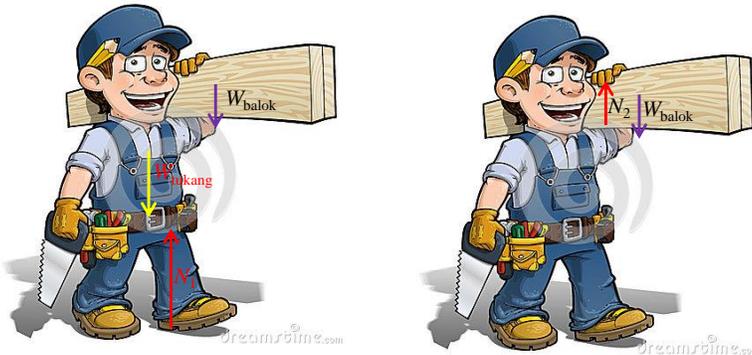
gaya tahan oleh lantai menjadi $N = W_2 + N_{12} = W_2 + W_1$.

Gambar 4.10 Dua benda bersusun bertumpukan.

Gambar 4.11 Diagram gaya bebas pada masing-masing benda yang diilustrasikan pada Gambar 4.10.

Contoh 4.2

Seorang tukang memikul balok kayu yang bermassa 30 kg. Massa tubuh

tukang adalah 65 kg. Berapa gaya normal pada kaki tukang oleh lantai? Berapa gaya normal pada balok oleh pundak tukang?

Jawab

Gaya total yang bekerja ada tubuh tukang adalah

$$\vec{F}_{tot} = \vec{N}_1 + \vec{W}_{tukang} + \vec{W}_{balok}$$

Karena percepatan arah vertikal nol maka $\vec{F}_{tot} = 0$ sehingga

$$\vec{N}_1 = -\vec{W}_{tukang} - \vec{W}_{balok}$$

$$= -65 \times (-10\hat{j}) - 30 \times (-10\hat{j})$$

$$= 950\hat{j} \text{ N}$$

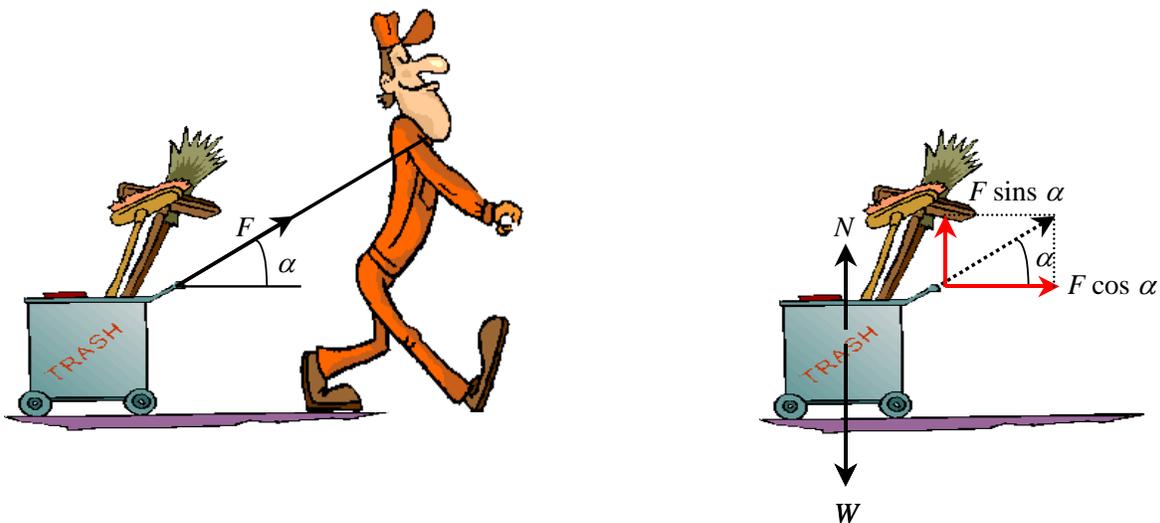
Balok mendapat gaya normal oleh pundak tukang, $\vec{N}_2$ dan gaya berat $\vec{W}_2$. Maka gaya total pada balok adalah $\vec{F}'_{tot} = \vec{N}_2 + \vec{W}_2$. Kembali karena percepatan vertikal tidak ada maka $\vec{F}'_{tot} = 0$. Dengan demikian

$$\vec{N}_2 = -\vec{W}_2$$

$$= -30 \times (-10\hat{j})$$

$$= 300\hat{j} \ \text{N}$$

Untuk kasus berikutnya kita lihat gaya yang arahnya tidak horisontal seperti pada Gambar 4.12 (kiri). Gaya F dapat diuraikan atas dua komponen yang searah dan tegak lurus bidang datar. Penguraian tersebut memudahkan perhitungan. Komponen F yang sejajar bidang datar adalah $F\cos\alpha$, dan yang tegak lurus bidang datar adalah $F\sin\alpha$. Dengan demikian vektor gaya dapat ditulis menjadi

$$\vec{F} = \hat{i}F\cos\alpha + \hat{j}F\sin\alpha \qquad (4.11)$$

Gambar 4.12 (kiri) Benda dikenai gaya *F* yang arahnya membentuk sudut α terhadap arah mendatar, (kanan) diagram gaya yang bekerja pada benda.

Karena masih ada gaya lain yang bekerja pada benda yaitu gaya normal ke atas dan gaya berat ke bawah maka gaya total yang bekerja pada benda menjadi

$$\vec{F}_T = \vec{F} + (N - W)\hat{j}$$

$$= \hat{i}F\cos\alpha + \hat{j}\left(F\sin\alpha + N - W\right)\hat{j} \quad (4.12)$$

Percepatan benda memenuhi bentuk umum

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} \quad (4.13)$$

Selanjutnya, dengan hukum II Newton kita dapatkan

$$\hat{i}F\cos\alpha + \hat{j}\left(F\sin\alpha + N - W\right)\hat{j} = m\left(a_x\hat{i} + a_y\hat{j}\right) \quad (4.14)$$

Selanjutnya kita samakan suku yang mengandung vector satuan sejenis sehingga diperoleh

$$F\cos\alpha = ma_x \quad (4.15)$$

dan

$$F\sin\alpha + N - W = ma_y \quad (4.16)$$

Ada dua kondisi yang mungkin dipenuhi untuk gerakan dalam arah vertikal. Kedua kondisi tersebut sebagai berikut. *Jika benda belum bergerak dalam arah vertikal* maka $a_y = 0$ sehingga $F\sin\alpha + N - W = 0$ atau

$$N = W - F\sin\alpha \quad (4.17)$$

Benda masih akan berada di lantai (belum bergerak ke atas) apabila masih ada gaya topang oleh lantai pada benda. Dengan kata lain, benda masih

akan berada di lantai selama gaya normal oleh lantai pada benda belum nol. Mula-mula gaya normal oleh lantai pada benda sama dengan berat benda. Namun, karena adanya komponen vertikal yang dimiliki gaya F maka benda sedikit terangkat sehingga gaya normal oleh lantai mengecil. Saat benda tepat akan meninggalkan lantai maka gaya normal oleh lantai menjadi nol. Jadi, syarat benda masih bersentuhan dengan lantai (belum bergerak ke atas) adalah $N \geq 0$. Jika syarat ini diterapkan ke dalam persamaan (4.17) maka kita katakana benda belum bergerak ke atas jika terpenuhi

$$W - F\sin\alpha \geq 0$$

atau

$$F\sin\alpha \leq W \qquad (4.18)$$

Jika benda sudah mulai bergerak dalam arah vertikal maka tidak ada lagi gaya topang oleh lantai pada benda karena benda tidak lagi menyentuh lantai. Dengan demikian terpenuhi $N = 0$. Akibatnya, persamaan (4.17) menjadi

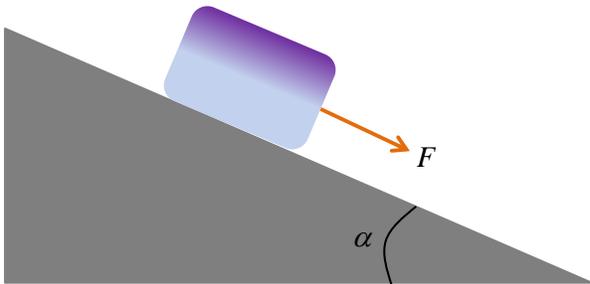
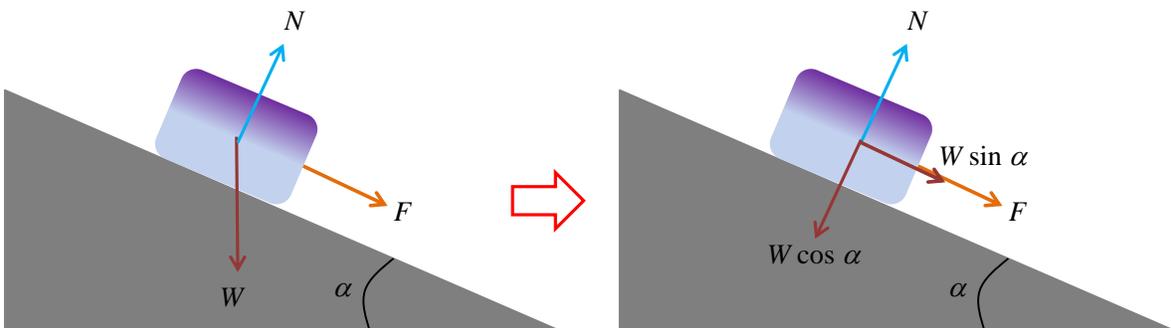
$$F\sin\alpha - W = ma_y \qquad (4.19)$$

Dari uraian di atas kita identifikasi bahwa langkah pertama yang perlu dilakukan adalah mengecek apakah $F \sin \alpha$ lebih besar atau lebih kecil dari W. Jika $F \sin \alpha < W$ maka tidak ada gerakan arah vertikal dan kita tidak perlu menghitung a_y. Sebaliknya, jika $F \sin \alpha > W$ maka ada gerakan arah vertikal dan kita perlu menghitung a_y.

Benda di atas bidang miring

Sekarang kita akan membahas sifat gerak benda yang berada di atas bidang miring. Sebagai contoh perhatikan Gambar 4.13. Sebuah benda berada di atas bidang miring yang licin. Misalkan gaya F sejajar bidang miring. Diagram gaya yang bekerja pada benda tampak pada Gambar 4.14 (kiri).

Kita ambil arah ke bawah yang sejajar bidang miring sebagai arah sumbu x positif dan arah tegak lurus bidang miring ke atas sebagai arah sumbu y positif. Untuk memudahkan pembahasan, mari kita uraikan gaya W atas komponen gaya yang sejajar bidang miring ($W \sin \alpha$) dan tegak lurus bidang ($W \cos \alpha$). Dengan penggantian tersebut maka kita dapatkan diagram gaya pada Gambar 4.14 (kanan). Dari diagram gaya tersebut kita dapatkan gaya total yang bekerja pada benda sebagai berikut

$$\vec{F}_T = (F + W \sin \alpha)\hat{i} + (N - W \cos \alpha)\hat{j} \tag{4.20}$$

Gambar 4.13 Benda di atas bidang miring yang licin ditarik dengan gaya *F* sejajar bidang miring ke arah bawah.

Gambar 4.14 (kiri) Diagram gaya yang bekerja pada benda, (kanan) diagram gaya yang ekivalen dengan gambar kiri, di mana berat sudah diganti dengan dua komponen yang tegak lurus.

Percepatan yang dialami benda memenuhi bentuk umum berikut ini

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

Jika kita terapkan hukum II Newton maka maka kita dapatkan

$$(F + W\sin\alpha)\hat{i} + (N - W\cos\alpha)\hat{j} = m(a_x\hat{i} + a_y\hat{j}) \quad (4.21)$$

Selanjutnya kita samakan suku yang mengandung vector satuan sejenis sehingga diperoleh

$$F + W\sin\alpha = ma_x \quad (4.22)$$

$$N - W\cos\alpha = ma_y \quad (4.23)$$

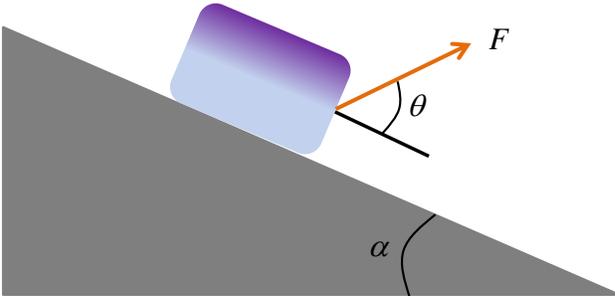
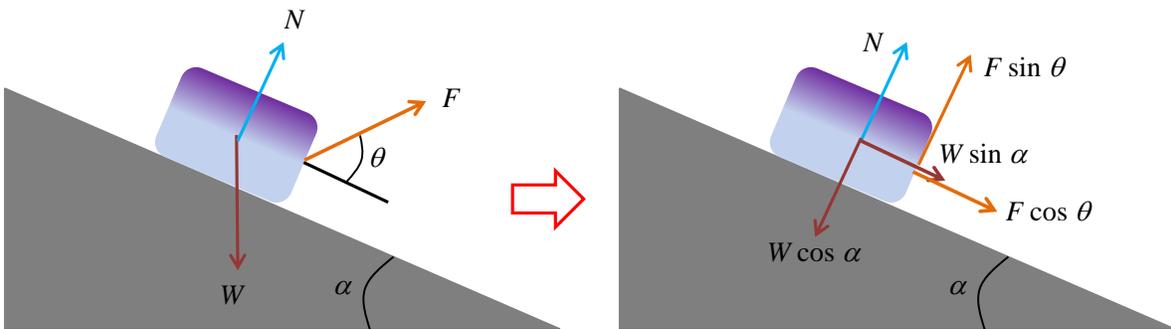
Karena benda ditarik searah bidang miring maka tidak ada gerakan dalam arah tegak lurus bidang miring. Akibatnya a_y = 0. Dengan demikian kita peroleh

$$N = W\cos\alpha \quad (4.24)$$

Gerakan hanya terjadi dalah arah sejajar bidang miring dengan percepatan

$$a_x = \frac{F + W\sin\alpha}{m} \quad (4.25)$$

Sekarang kita tinjau ketika gaya F tidak sejajar bidang, seperti yang diilustrasikan dalam Gambar 4.15. Benda ditarik dengan gaya F yang

membentuk sudut θ dengan arah kemiringan bidang. Diagram gaya yang bekerja pada benda yang ditunjukkan pada Gambar 4.16 (kiri).

Gambar 4.15 Benda di atas bidang miring yang licin dan ditarik dengan gaya *F* yang tidak sejajar bidang miring.

Gambar 4.16 (kiri) Diagram gaya yang bekerja pada benda, (kanan) diagram gaya yang ekivalen dengan gambar kiri, di mana berat dan gaya *F* sudah diganti dengan komponen-komponen yang tegak lurus.

Kembali kita asumsikan bahwa arah sejajar bidang miring ke bawah sejajar dengan sumbu x positif dan arah tegak lurus bidang miring ke atas sejajar dengan sumbu y positif. Dengan memperhatikan diagram gaya pada Gambar 4.16 (kanan) maka gaya luar total yang bekerja pada benda dapat ditulis

$$\vec{F}_T = (F\cos\theta + W\sin\alpha)\hat{i} + (F\sin\theta + N - W\cos\alpha)\hat{j} \qquad (4.26)$$

Percepatan yang dialami benda adalah $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$. Dengan

menggunakan hukum II Newton maka kita peroleh

$$(F\cos\theta + W\sin\alpha)\hat{i} + (F\sin\theta + N - W\cos\alpha)\hat{j}$$

$$= m(a_x\hat{i} + a_y\hat{j}) \qquad (4.27)$$

Kemudian kita samakan suku yang mengandung vektor satuan sejenis pada dua sisi persamaan (4.27) sehingga diperoleh

$$F\cos\theta + W\sin\alpha = ma_x \qquad (4.28)$$

$$F\sin\theta + N - W\cos\alpha = ma_y \qquad (4.29)$$

Dari hasil ini kita dapatkan percepatan benda dalam arah sejajar bidang miring adalah

$$a_x = \frac{F\cos\theta + W\sin\alpha}{m} \qquad (4.30)$$

Untuk gerakan dalam arah tegak lurus bidang miring ada dua kemungkinan. Dari dua kemungkinan tersebut kita dapat mengecek dari gaya normal. Jika gaya normal tidak nol maka benda masih menempel di bidang miring. Jika gaya normal nol maka benda sudah bergerak meninggalkan bidang miring.

Syarat benda masih menempel di bidang miring adalah $a_y = 0$ dan $N \geq 0$. Syarat $a_y = 0$ menyebabkan persamaan (4.29) dapat ditulis menjadi

$$F\sin\theta + N - W\cos\alpha = 0$$

atau

$$N = W\cos\alpha - F\sin\theta \qquad (4.31)$$

Syarat $N \geq 0$ menyebabkan persamaan (4.31) dapat ditulis dalam bentuk pertidaksamaan berikut ini

$$W \cos\alpha - F \sin\theta \geq 0$$

atau

$$F \sin\theta \leq W \cos\alpha \qquad (4.32)$$

Syarat bahwa benda sudah bergerak tegak lurus bidang miring adalah gaya normal menjadi nol. Dengan memasukkan gaya normal nol maka persamaan (4.29) menjadi

$$F \sin\theta - W \cos\alpha = ma_y$$

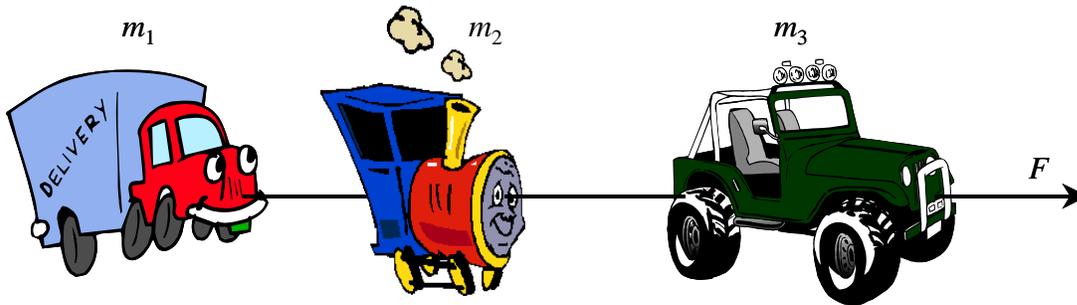
atau

$$a_y = \frac{F \sin\theta - W \cos\alpha}{m} \qquad (4.33)$$

Tampak dari uraian di atas bahwa langkah awal yang harus kalian lakukan adalah mengecek apakah $F \sin\theta$ lebih besar atau lebih kecil dari $W \cos\alpha$. Jika $F \sin\theta < W \cos\alpha$ maka langsung gunakan $a_y = 0$. Jika kondisi sebaliknya yang terjadi baru kalian menghitung a_y.

Tegangan Tali

Sekarang kita akan diskusikan gerak benda-benda yang dihubungkan dengan tali seperti pada Gambar 4.17. Benda bermassa m_1, m_2, dan m_3 dihubungkan dengan tali. Benda m_3 ditarik dengan gaya mendatar F. Pada benda bekerja gaya gravitasi total ke bawah dan gaya normal total ke atas. Dengan demikian, gaya luar yang bekerja pada sistem tiga benda adalah

$$\vec{F}_T = \hat{i}F + (N_T - W_T)\hat{j} \tag{4.34}$$

Gambar 4.17 Beberapa benda dihubungkan dengan tali dan ditarik dengan gaya ke kanan.

Percepatan bersama-sama tiga benda adalah $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$. Dengan menggunakan hukum II Newton kita dapat menulis

$$\hat{i}F + (N_T - W_T)\hat{j} = (m_1 + m_2 + m_3)(a_x\hat{i} + a_y\hat{j}) \tag{4.35}$$

Selanjutnya kita samakan suku yang mengandung vector satuan sejenis sehingga diperoleh

$$F = (m_1 + m_2 + m_3)a_x \tag{4.36}$$

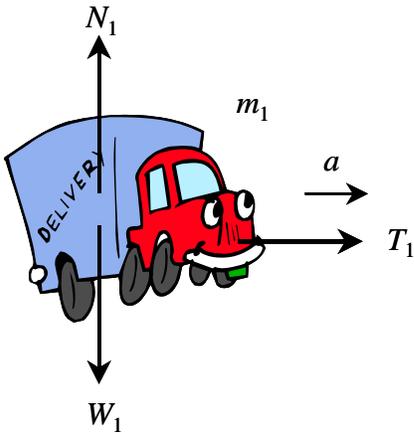
$$N_T - W_T = (m_1 + m_2 + m_3)a_y \tag{4.37}$$

Percepatan dalam arah horizontal menjadi

$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} \tag{4.38}$$

Gaya tarik F yang berarah horisontal tidak menyebabkan benda bergerak

dalam arah vertikal. Dengan demikian $a_y = 0$ sehingga $N_T = W_T$.

Berapa besar tegangan tali? Tegangan tali yang menghubungkan benda m_1 dan m_2 berbeda dengan tegangan tali yang menghubungkan benda m_2 dan m_3. Coba kita selidiki benda m_1. Gaya mendatar yang bekerja pada benda ini hanya tegangan tali yang menghubungkannya dengan m_2. Diagram gaya yang bekerja pada benda m_1 dilukiskan pada Gambar 4.18.

Gambar 4.18 Diagram gaya pada benda m1.

Berdasarkan diagram gaya tersebut maka vektor gaya luar yang bekerja pada benda m_1 adalah $\vec{F}_{1T} = \hat{i}T_1 + \hat{j}(N_1 - W_1)$. Percepatan benda m_1 persis sama dengan percepatan total benda karena tali tidak putus dan tidak mengalami perubahan panjang. Jadi, percepatan benda ini adalah $\vec{a} = a_x\hat{i}$, dan benda ini pun tidak mengalami gerakan dalam arah vertikal. Massa sostem di sini hanya m_1. Dengan demikian, hukum II Newton untuk sistem ini dapat ditulis

$$\hat{i}T_1 + \hat{j}(N_1 - W_1) = m_1(a_x\hat{i})$$

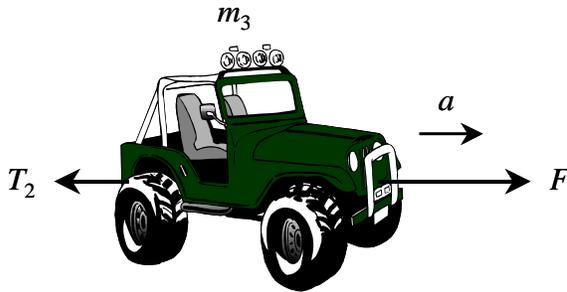
yang menghasilkan

$$T_1 = m_1 a \qquad (4.39)$$

dan

$$N_1 = W_1 \qquad (4.40)$$

Untuk menentukan tegangan tali yang menghubungkan benda m_2 dan m_2, coba kita pilih sistem benda m_3. Gaya mendatar yang bekerja pada benda ini adalah tegangan tali T_2 yang arahnya ke kiri dan dan gaya tarik F yang arahnya ke kanan. Di samping itu ada gaya normal N_3 ke atas dan gaya berat W_3 ke bawah. Diagram gaya yang bekerja pada benda m_3 dilukiskan pada Gambar 4.19. dengan diagram tersebut maka vektor gaya total yang bekerja pada benda m_3 adalah

$$\vec{F}_{3T} = (F - T_2)\hat{i} + (N_3 - W_3)\hat{j} \qquad (4.41)$$

Gambar 4.19 Diagram gaya pada benda m_3.

Percepatan benda m_3 persis sama dengan percepatan total benda, yaitu $\vec{a} = a_x\hat{i}$ di mana tidak ada gerakan dalam arah vertikal. Massa sistem di sini hanya m_3. Dengan demikian, hukum II Newton menghasilkan

$$\hat{i}(F - T_2) + \hat{j}(N_3 - W_3) = m_3(a_x\hat{i})$$

yang menghasilkan

$$F - T_2 = m_3 a$$

atau

$$T_2 = F - m_3 a \quad (4.42)$$

dan

$$N_3 = W_3 \quad (4.43)$$

Contoh 4.3

Tamu berada dalam lift sebuah hotel yang sedang bergerak ke atas (Gambar 4.20). Lift bergerak dengan percepatan 0,25 m/s^2. Massa badan tamu adalah 60 kg. Berapa gaya normal lantai lift yang bekerja pada kaki tamu?

Gambar 4.20 Gambar untuk Contoh 4.3

Jawab

Pertama kita gambar semua gaya yang bekerja pada badan tamu. Gaya

arah vertikal hanya gaya gravitasi dan gaya normal oleh lantai lift. Dengan demikian, gaya total yang bekerja pada badan tamu adalah $\vec{F}_{tot} = \vec{N} + \vec{W}$ dan mengarah ke atas.

Badan tamu bergerak dengan percepatan $\vec{a} = 0{,}25\hat{j}$ m/s². Dengan menggunakan hukum II Newton maka

$$\vec{F}_{tot} = m\vec{a}$$

$$= 60 \times 0{,}25\hat{j}$$

$$= 15\hat{j} \text{ N}$$

Besarnya gaya normal menjadi

$$\vec{N} = \vec{F}_{tot} - \vec{W}$$

$$= 15\hat{j} - 60 \times (-10\hat{j})$$

$$= 615\hat{j} \text{ N}$$

Pesawat Atwood

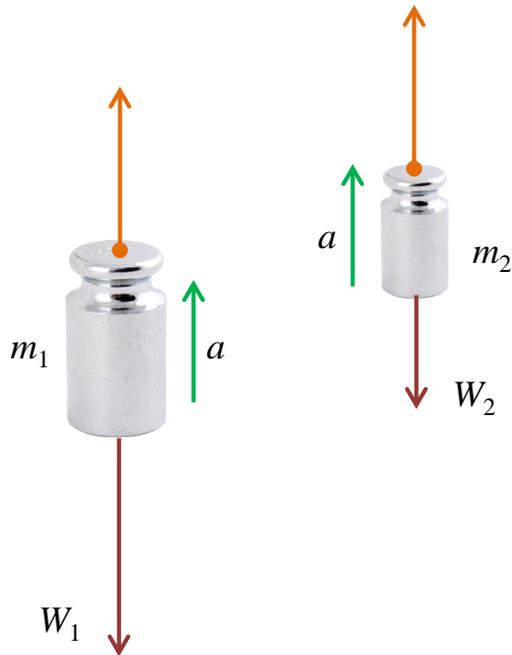
Gambar pesawat Atwood sederhana diperlihatkan pada Gambar 4.21. Sejak jaman dulu peralatan ini sering digunkan untuk mendemonstrasikan gerak lurus dengan kecepatan konstan, gerak lurus dengan percepatan konstan, dan gerak lurus dengan kecepatan dan percepatan yang dapat diatur. Alat ini digunakan ketika teknik pengukuran belum terlalu canggih sehingga ketika ingin mengukur gerak benda kita harapkan benda bergerak lambat. Namun, dengan peralatan yang modern saat ini, benda yang bergerak cepat pun dapat diukur dengan teliti baik posisi, kecepatan, maupun percepatannya. Walaupun demikian, kita akan tetap membahasan alat ini untuk lebih memahami konsep gaya. Besarnya percepatan dan kecepatan yang dihasilkan bergantung pada massa beban yang digantung pada dua sisi tali. Jika ingin mendapatkan gerakan yang lambat maka massa beban harus memiliki selisih yang sangat kecil. Jadi, dengan mengatur selisih massa beban maka kita dapat mengantur cepat atau lambatnya gerakan beban. Pada alat ini biasanya disediakan sejumlah beban sehingga kita dapat mengatur massa beban yang digantung pada masing-masing sisi.

Benda m_1 dan m_2 dihubungkan dengan tali melalui sebuah katrol. Massa tali biasanya sangat kecil dibandingkan dengan massa dua benda sehingga massa tali dapat diabaikan atau tali dianggap tidak bermassa. Jika massa katrol juga sangat kecil dibandingkan dengan massa dua benda maka katrol juga dapat dianggap tak bermassa. Untuk menganalisis gerakan dua benda, mari kita misalkan tegangan tali T. Kita juga asumsikan bahwa $m_1 > m_2$. Dengan asumsi ini maka benda m_1 bergerak ke bawah dan benda m_2 bergerak ke atas. Diagram gaya yang bekerja pada masing-masing benda tampak pada Gambar 4.21. Karena dihubungkan dengan tali maka percepatan dua benda sama.

Gambar 4.21 Contoh pesawat Atwood. Pesawat Atwood terdiri dari sebuah katrol dan dua buah beban yang digantung dengan tali melalui katrol. Alat Atwood dapat digunakan untuk mempelajari gerak lurus dengan bermacam-macam percepatan. Hanya dengan mengubah-ubah selisih massa dua benda maka kita dapat mengubah-ubah percepatan gerak

Dengan mengamati diagram gaya pada Gambar 4.22 kita dapatkan gaya total yang bekerja pada masing-masing beban adalah

$$\vec{F}_{1T} = -\hat{j}(W_1 - T)$$

$$\vec{F}_{2T} = \hat{j}(T - W_2)$$

Gambar 4.22 Diagram gaya bebas pada pesawat Atwood.

Benda m_1 bergerak ke bawah dan benda m_2 bergerak ke atas dengan besar percepatan yang sama. Dengan demikian, $\vec{a}_1 = -a\hat{j}$ dan $\vec{a}_2 = a\hat{j}$. Dengan menggunakan hukum II Newton kita peroleh persamaan

$$-\hat{j}(W_1 - T) = -\hat{j}a$$

$$\hat{j}(T - W_2) = \hat{j}a$$

Dari dua persamaan tersebut kita dapatkan

$$W_1 - T = m_1 a \qquad (4.44)$$

$$T - W_2 = m_2 a \qquad (4.45)$$

Selanjutnya, jumlahkan persamaan (4.44) dan (4.45) sehingga diperoleh

$$W_1 - W_2 = (m_1 + m_2)a$$

atau

$$a = \frac{W_1 - W_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \qquad (4.46)$$

Tampak dari persamaan (4.46) bahwa percepatan benda makin kecil jika selisih massa dua beban makin kecil. Dengan demikian, kita dapat menghasilkan percepatan yang dinginkan dengan memilih massa dua benda yang sesuai.

Untuk apa memahami alat Atwood? Alat Atwood dapat digunakan untuk mempelajari gerak lurus dengan bermacam-macam percepatan. Hanya dengan mengubah-ubah selisih massa dua benda maka kita dapat mengubah-ubah percepatan gerak. Ini adalah metode sederhana yang sangat luar biasa dan sangat mudah untuk mengkaji gerak lurus berubah beraturan.

4.4 Gaya Gesekan

Di atas kita telah pelajari gerak benda pada bidang; baik bidang datar maupun bidang miring. Antara permukaan benda dan bidang diasumsikan tidak ada gasekan sehingga berapapun gaya arah sejajar

bidang diberikan pada benda, maka benda akan bergerak. Tetapi kondisi demikian tidak selalu kita jumpai. Kalau kita letakkan balok di atas meja dan kita dorong dalam arah sejajar dengan permukaan meja, kita akan amati fenomena sebagai berikut:

i. Jika gaya dorongan yang diberikan tidak terlalu besar maka benda belum bergerak

ii. Jika gaya diperbesar terus maka ada nilai gaya tertentu yang harus dicapai agar benda mulai bergerak.

Tidak bergeraknya benda meskipun diberikan gaya dorong menandakan bahwa resultan gaya yang bekerja pada benda nol. Jadi, di samping gaya dorong yang kita berikan, ada gaya lain yang bekerja pada benda yang besarnya sama dengan gaya yang kita berikan tetapi berlawanan arah. Gaya apakah itu? Tidak lain daripada gaya gesekan antara permukaan benda dengan permukaan bidang. Arah gaya gesekan menyinggung dua permukaan yang bersentuhan atau tegak lurus garis normal dua permukaan yang bersentuhan.

Misalkan benda ditarik dengan gaya $\vec{F} = \hat{i}F\cos\theta + \hat{j}F\sin\theta$ dan pada permukaan sentuh benda dengan lantai ada data gesekan $\vec{f} = -\hat{i}f_s$ seperti yang diilustrasikan pada Gambar 4.23. Dengan demikian, gaya total yang bekerja pada benda setelah menambahkan gaya normal dan berat adalah

$$\vec{F}_T = \vec{F} + \vec{f} + (N - W)\hat{j}$$

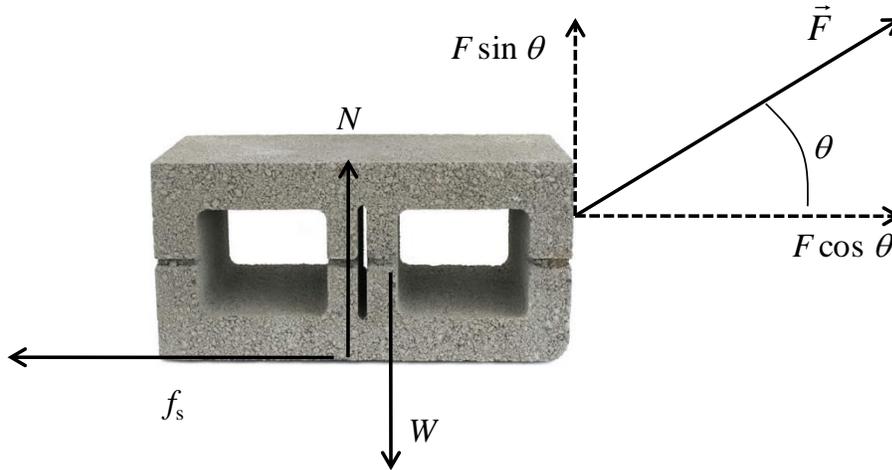
$$= \hat{i}(F\cos\theta - f_s) + \hat{j}(F\sin\theta + N - W) \quad (4.47)$$

Benda belum bergerak sejajar bidang miring jika terpenuhi

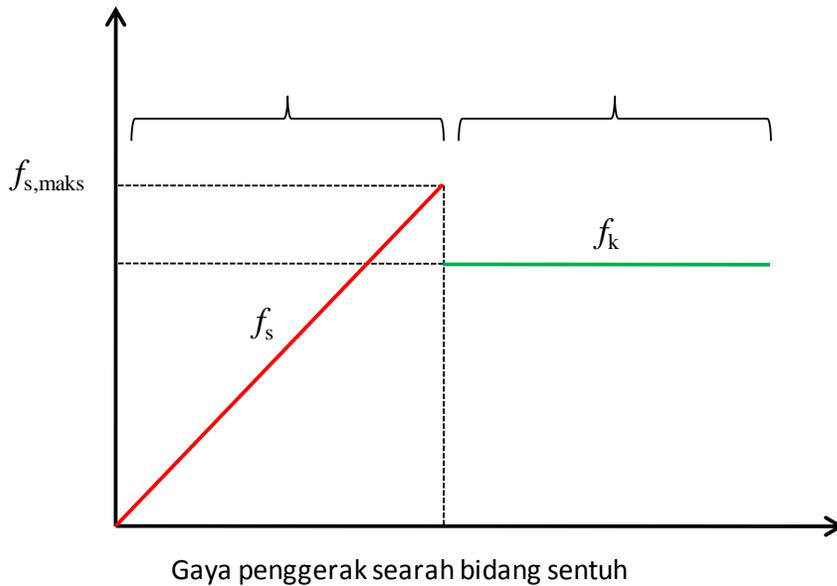
$$F\cos\theta - f_s = 0$$

atau

$$f_s = F\cos\theta \quad (4.48)$$

Tapi ingat bahwa $F\cos\theta$ adalah gaya penggerak yang sejajar dengan bidang sentuh dua benda. Dari sini dapat kita simpulkan bahwa benda belum bergerak jika gaya penggerak yang sejajar dengan bidang sentuh dua benda sama dengan gaya gesekan statis.

Gambar 4.23 Diagram gaya pada benda saat benda belum bergerak.

Jika gaya penggerak diperbesar terus maka gaya gesekan statis juga akan membesar tetapi benda tetap diam. Namun gaya gesekan statis memiliki batas nilai maksimum. Selama gaya penggerak lebih kecil dari batas maksimum dari gaya gesekan statis maka benda tetap diam. Begitu gaya penggerak melampaui batas gaya gesekan statis maksimum maka benda mulai bergerak. Dan begitu benda bergerak maka gaya gesekan berganti menjadi gaya gesekan kinetik.

Gambar 4.24 adalah ilustrasi perubahan gaya gesekan sebagai fungsi gaya penggerak dalam arah sejajar bidang sentuh. Mula-mula gaya gesekan berupa gaya gesekan statis yang naik sebagai fungsi linier dari gaya penggerak yang searah bidang sentuh. Sifat linier tersebut terjadi hingga suatu nilai maksimum, $f_{s,maks}$. Begitu melebihi fs,maks maka gaya gesekan otomatis berubah menjadi gaya gesekan kinetic dan benda bergerak.

Gambar 4.24 Gaya gesekan sebagai fungsi gaya penggerak. Jika gaya penggerak lebih kacil dari $f_{s,maks}$ maka gaya gesekan merupakan gaya gesekan statis yang nilainya sama dengan gaya penggerak. Jika gaya penggerak lebih besar dari $f_{s,maks}$ maka gaya gesekan merupakan gaya gesekan kinetik dan nilainya konstan.

Berapa besar nilai gaya gesekan statis maksimum? Berdasarkan sejumlah percobaan, besarnya gaya gesekan statis maksimum memenuhi

$$f_{s,maks} = \mu_s N \tag{4.49}$$

dengan N adalah gaya normal oleh bidang pada benda dan μ_s adalah konstanta yang bergantung pada sifat permukaan dua benda yang melakukan kontak. μ_s dinamai koefisien gesekan statis. Tabel 4.1. adalah sejumlah nilai koefisien gerekan statis sejumlah permukaan yang bersentuhan. Secara umum, nilai koefisien gesekan statis lebih kecil daripada satu. Ini menunjukkan bahwa gaya gesekan statis maksimum umumnya lebih kecil daripada gaya normal. Hanya sedikit material yang memiliki koefieisn gesekan statis lebih besar daripada satu bahkan jauh di atas satu.

Tabel 4.1 nilai koefisien gerekan statis sejumlah permukaan yang bersentuhan.

Benda 1	Benda 2	Koefisien gesekan statis
aluminium	baja	0,61
kuningan	baja	0,35
kuningan	besi cor	0,3
perunggu	besi cor	0,22
ban mobil	jalan aspal	0,72
ban mobil	rumput	0,35
tembaga	baja	0,53
kaca	kaca	0,9 – 1,0
kaca	logam	0,5 – 0,7
es	es	0,02 – 0,09
es	baja	0,03
karet	aspal kering	0,9
baja	baja	0,5 – 0,8
aluminium	aluminium	1,05 – 1,35
besi cor	besi cor	1,1
tembaga	tembaga	1
besi	besi	1
platina	platina	1,2
kertas gosok halus	kertas pasir medium	1,4
styrofoam	styrofoam	2,1
sponge plastik	plywod kasar	4,7
sponge plastik	kertas pasir medium	29
sponge plastik	sponge plastik	>400

Perlu diingat bahwa *gaya gesekan statis maksimum bukanlah gaya gesekan statis yang sedang bekerja pada benda*. Besarnya gaya gesekan statis yang bekerja pada benda memenuhi persamaan (4.48) dan selalu lebih kecil daripada gaya gesekan statis maksimum. Gaya gesekan statis maksimum hanyalah nilai kritis atau nilai batas yang menyatakan nilai terbesar gaya gesekan statis yang dimiliki benda. Gaya gesekan statis maksimum juga menjadi kriteria untuk menyimpulkan apakah gaya penggerak yang diberikan telah sanggup menggerakkan benda atau tidak. Jika gaya penggerak melebihi nilai kriteria tersebut (melebihi gaya gesekan statis maksimum) maka benda sudah bergerak. Namun, jika gaya penggerak masih lebih kecil dari nilai kriteria tersebut maka benda masih diam. Dan saat benda masih diam maka besar gaya gesekan statis sama dengan besar gaya penggerak yang arahnya sejajar dengan bidang sentuh dua benda.

Ketika benda sudah bergerak maka gaya gesekan berubah menjadi gaya gesekan kinetik. Untuk gerak yang lambat (laju cukup kecil) gaya gesekan kinetik hanya memiliki satu nilai, tidak bergantung pada kecepatan relatif antara dua permukaan yang melakukan kontak. Contoh kasus ini adalah gerak balok di atas lantai. Besarnya gaya gesekan kinetik memenuhi

$$f_k = \mu_k N \qquad (4.50)$$

dengan μ_k dinamai koefisien gesekan kinetik.

Gaya yang diperlukan untuk mempertahan benda yang bergerak agar tetap bergerak lebih kecil daripada gaya yang diperlukan untuk memulai gerakan sebuah benda. Ini penyebabnya mengapa saat memulai mengayuh sepeda kalian merasa berat daripada mempertahankan sepeda tetap bergerak. Ini juga penyebab mengapa kendaraan ketika mulai bergerak harus menggunakan gigi rendah (gaya besar) sedangkan setelah bergerak cukup dengan gigi tinggi (gaya kecil). Sifat di atas menghasilkan ketidaksamaan berikut, $f_k < f_{s,maks}$ atau $\mu_k N < \mu_s N$, yang menghasilkan $\mu_k < \mu_s$.

Contoh 4.3

Penerjun payung sedang meluncur ke bawah dengan percepatan 1,5 m/s^2 (Gambar 4.25). Massa penerjun dengan payung adalah 90 kg. Berapa gaya gesek oleh udara pada payung?

Gambar 4.25 Gambar untuk contoh 4.3.

Jawab

Gaya yang bekerja pada penerjun dan payung adalah gaya tarik bumi, $\vec{W} = -mg\hat{j}$ (ke bawah), dan gaya gesekan oleh udara, $\vec{F}$ (ke atas). Jadi, gaya total yang bekerja pada penerjun adalah

$$\vec{F}_{tot} = \vec{W} + \vec{F}$$

Percepatan yang dialami penerjun dan payung adalah $\vec{a} = -1{,}5\hat{j}$ m/s^2. Dengan menggunakan hukum Newton II maka

$$\vec{F}_{tot} = m\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Dengan demikian gaya gesekan pada penerjun dan payung adalah

$$\vec{F} = m\vec{a} - \vec{W}$$

$$= 90 \times (-1{,}5\hat{j}) - 90 \times (-10\hat{j})$$

$$= 765\hat{j} \text{ N}$$

Kasus khusus. Ada beberapa eksperimen menarik yang menunjukkan bahwa pada sejumlah material gaya gesekan statis maksimum tidak berbanding lurus dengan gaya normal, tertapi berbanding lurus dengan gaya normal pangat bilangan yang berbeda dari satu. Sebagai contoh, Konecny melakukan sejumlah percobaan yang menunjukkan sedikit deviasi dari rumus tersebut [V. Konecny, On the First Law of Friction, *American Journal of Physics* **41**, 588 (1973)]. Dia mendapatkan hubungan antara gaya sesekan statis maksimum dengan gaya normal sebagai berikut

$$f_{s,maks} = \mu_s N^{\alpha} \tag{4.51}$$

dengan kontanta α = 0,91±0,01. Jadi kebergantungan gaya gesekan statis maksimum terhadap gaya normal lebih lemah daripada persamaan sebelumnya.

Gaya Gesekan yang Bergantung Laju

Gaya gesekan pada benda bergerak (gaya gesekan kinetik) yang kita bahas di atas semata-mata berasal dari gesekan dua permukaan yang bersentuhan. Namun, gaya gesekan yang dialami benda bergerak tidak selalu dari dua permukaan yang bersentuhan. Tanpa ada permukaan yang bersentuhan pun gaya gesekan bisa muncul. Misalnya benda yang bergerak di udara mengalami gaya gesekan. Gaya gesekan tersebut muncul akibat gesekan permukaan benda dengan molekul udara. Benda yang bergerak dalam air juga mengalami gaya gesekan akibat akibat tumbukan permukaan benda dengan molekul air. Jadi, secara umum benda yang bergerak di dalam fluida (air dan udara) mengalami gaya gesekan yang berlawanan dengan arah gerak.

Besarnya gaya gesekan antara benda dengan fluida yang dilewatinya bergantung pada kecepatan benda relatif terhadap fluida, bergantung pada penampang lintang benda yang menembus fluida, bergantung pada bentuk benda, dan bergantung pada sifat fluida yang dilewati. Secara umum, makin besar kecepatan benda maka gaya gesekan makin besar. Mobil yang bergerak dengan kecepatan tinggi mendapat gaya gesek oleh udara lebih besar daripada mobil yang bergerak dengan kecepatan rendah. Balok yang dilempar ke udara mendapat gaya hambat lebih besar dibandingkan dengan jarum yang memiliki massa yang sama dan dilempar dengan kecepatan yang sama (karena penampang jaru lebih kecil).

Besar gaya gesek pada benda yang bergerak dalam fluida memenuhi persamaan umum

$$f_k = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \quad (4.52)$$

dengan

v adalah laju benda relatif terhadap fluida;

A luas penampang benda tegak lurus arah gerak;

ρ adalah massa jenis fluida;

C_D adalah koefisien hambat yang di antaranya bergantung pada bentuk benda.

Gaya gesekan yang diberikan oleh persamaan (4.52) berperan besar dalam desain alat transportasi. Sebagai contoh, mengapa bentuk bagian depan mobil tampak seperti yang ada sekarang? Tampak pipih di di bagian depan dengan kemiringan dari depan ke belakang di sisi atas (Gambar 4.26). Mengapa bentuk depan mobil tidak seperti kotak saja, yaitu vertikal ke atas? Mengapa kemiringan dibuat di sisi atas dan bukan di sisi bawah?

Bagian depan mobil dirancang sedemikian rupa sehingga dihasilkan gaya gesekan dengan udara sekecil mungkin, namun mobil tetap stabil jika bergerak pada kecepatan tinggi. Bentuk yang pipih di depan dimaksudkan untuk mengurangi gaya gesekan oleh udara. Gaya gesekan yang kecil menyebabkan penghematan penggunaan bahan bakar. Bentuk yang miring dari depan ke belakang di sisi atas dimaksudkan untuk menghasilkan gaya tekan ke bawah oleh udara. Gaya tekan tersebut

makin besar jika kecepatan mobil makin besar. Oleh karena itu mobil tetap stabil.

Gambar 4.26. Bentuk bagian depan mobil. Miring ke belakang di sisi atas (autoguide.com).

Desain bagian depan mobil menentukan nilai konstanta C_D. Mobil penumpang, bus, dan mobil balap memiliki nilai C_D yang berbeda. Mobil balap memiliki nilai C_D yang paling kecil. Mobil akan mudah mencapai kecepatan yang tinggi dan hemat bahan bakar jika memiliki nilai C_D kecil.

Koefisien hambatan sejumlah mobil yang diproduksi hingga saat ini berkisar antara 0,24 sampai 0,40. Tabel 4.2 adalah daftar nilai koefisien hambatan sejumlah mobil yang telah diproduksi. Data yang diberikan biasanya bukan nilai koefisien hambatan itu sendiri tetapi perkalian koefisien hambatan dengan luas penampang efektif mobil, yaitu C_DA.

Gaya gesekan roda dengan jalan. Dalam pembahasan tentang gesekan antara roda dengan jalan, seringkali sering diambil koefisien gesekan bernilai konstan. Namun, kenyatannya koefisien gesekan antara roda dan jalan tidak sellau konstan, tetapi bergantung pada laju. Seperti yang dibahas oleh J.D. Edmonds, Jr. [*American Journal of Physics* **48**, 253 (1980)] berdasarkan informasi dari buku karya G.W. Lacy [*Scientific Automobile Accident Reconstruction*, New York (1977)]. Dari buku tersebut

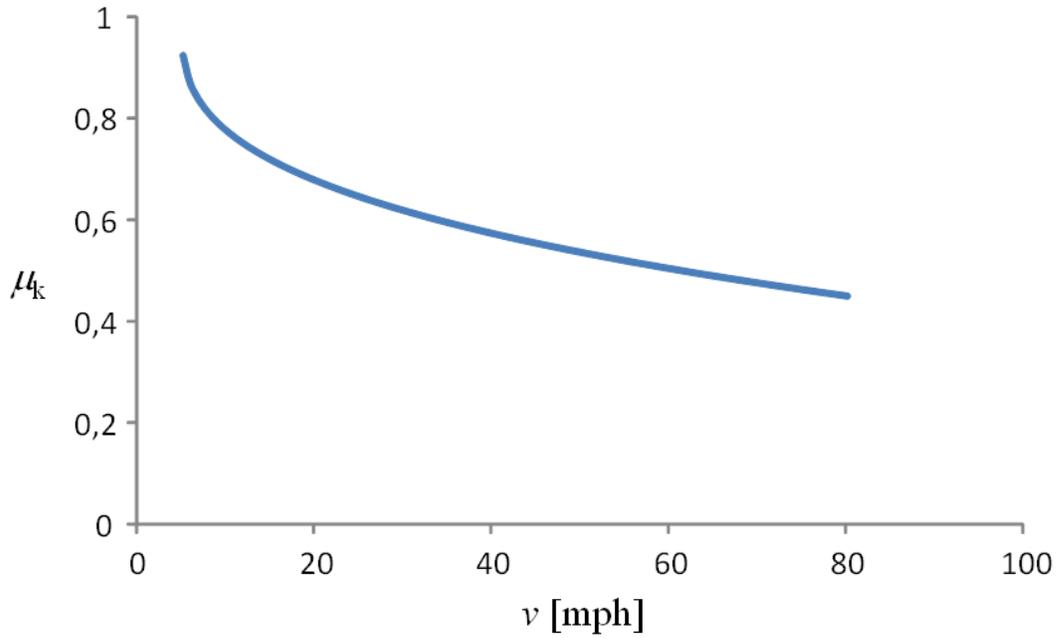
disimpulkan bahwa koefisien gesekan dapat didekati dengan rumus

$$\mu_k = 1 - \left(\frac{v - 5mph}{451mph} \right)^{1/3} \qquad (4.53)$$

dengan v dalam mph (mil/jam).

Tabel 4.2. Nilai koefisien hambatan oleh udara sejumlah mobil.

Mobil	$C_D A$ (m²)	Mobil	$C_D A$ (m²)
Mercedes Benz C-Class	0,24	Peugeot 307	0,31
Toyota Prius (2010)	0,25	Mazda 3 Hatchback	0,31
Hyundai Sonata Hybrid	0,25	Mazda RX-8	0,31
Audi A2	0,25	Lexus GX	0,35
Lexus LS 430	0,25	Kia Rio Sedan	0,31
Toyota Prius (2004-2009)	0,26	Honda Civic Sedan	0,31
Peugeot 405	0,31	Jaguard XKR	0,35
BMW Z4 M Coupe	0,35	Ford Tunderbird	0,35
Volkswagen Jetti	0,36	Audi A3	0,31
Audi A5	0,31	Subaru Forester	0,38
Suzuki Swift	0,32	Chrysler 300C	0,32
Honda Odyssey	0,39	Ford Escape Hybrid	0,40

Persamaan (4.53) telah dibuktikan secara eksperimen untuk jangkauan kecepatan antara 5 mph – 80 mph. Gambar 4.27 memperlihatkan nilai koefisien gesekan kinetik sebagai fungsi laju pada jangkauan lanju antara 5 – 80 mph.

Gambar 4.27 Koefisien gesekan kinetik antara roda dengan jalan yang dihitung menggunakan persamaan (4.53).

Gambar 4.28 Pembelokan udara ketika mobil bergerak. Udara membelok ke atas menyebabkan mobil mendapat gaya tekan ke arah bawah (gerrelt.nl)

Apa hubungan kestabilan mobil dengan kemiringan bagian depan di sisi sebelah atas? Ketika mobil bergerak maka udara di bagian depan mobil dibelokkan ke atas (Gambar 4.28). Pembelokan tersebut menyebabkan mobil mendapat gaya tekan oleh udara ke arah bawah dan gaya hambat ke arah belakang. Komponen arah vertikal ke bawah inilah yang menyebabkan mobil makin kuat mencengkeram jalan sehingga mobil tetap stabil (sulit untuk tergelincir atau terlempar).

Bayangkan kalau mobil miring di sisi bawah. Udara di depan mobil membelok ke bawah. Akibatnya, mobil mendapat gaya angkat oleh udara. Makin cepat gerak mobil maka makin kuat gaya angkat. Ini dapat menyebabkan mobil terbang dan terlempar.

Khusus untuk benda yang berbentuk bola, besar gaya gesek memenuhi hukum Stokes (Gambar 4.29)

$$F_g = 6\pi\eta R v \tag{4.54}$$

dengan

v adalah laju bola;

R adalah jari-jari bola;

η adalah koefisien viskositas udara yang ditembus bola.

Jika kita bandingkan persamaan (4.52) dan persamaan (4.54) maka kita dapat simpulkan bahwa untuk bola yang bergerak di dalam fluida terpenuhi

$$C_D = \frac{12\eta}{\rho R v} \tag{4.55}$$

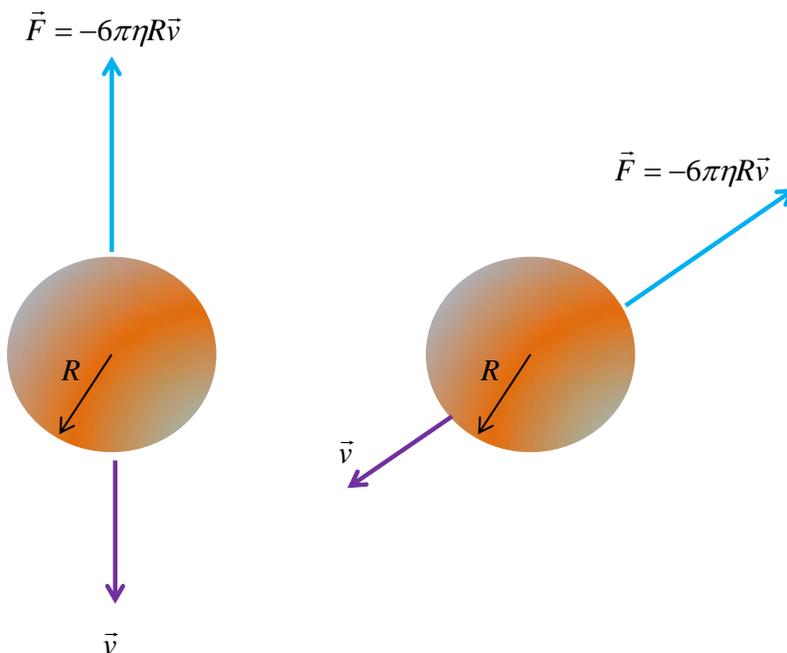
Contoh 4.3

Honda *Odyssey* bergerak di jalan tol dengan laju 110 km/jam. Berapa gaya gesekan udara pada mobil tersebut? Massa jenis udara adalah 1,225 kg/m^3.

Jawab

Berdasarkan data pada Tabel 4.3, untuk Honda *Odyssey*, perkalian koefieisn gesekan dengan luas penampang adalah 0,39 m^2. Laju kendaraan adalah v = 110 km/jam = 110.000 m/3.600 s = 30,6 m/s. Gaya gesekan udara pada kendaraan menurut persamaan (4.52) menjadi

$$F = \frac{1}{2}\rho C A v^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 1{,}225 \times 0{,}39 \times (30{,}6)^2 = 224 \text{ N}$$

Gambar 4.29 Bola yang bergerak di udara memiliki gaya hambat yang memenuhi hukun Stokes. Besar gaya hambat bergantung pada jari-jari bola, laju bola, dan koefisien viskositas fluida.

Contoh 4.4

Diameter bola sepak adalah 70 cm. Tendangan penalti Ronaldo mencapai kelajuan 112 km/jam. Berapa gaya gesekan udara pada bola tersebut?

Koefisien viskositas udara adalah 0,00018 Pa s.

Jawab

Jari-jari bola r = 70 cm/2 = 35 cm = 0,35 m. Kelajuan bola v = 112 km/jam = 112.000 m/3.600 s = 31 m/s. Gaya gesekan benda berbentuk bola memenuhi persamaan (4.54), yaitu

$$F = 6\pi\eta r v$$

$$= 6 \times 3,14 \times 0,00018 \times 0,35 \times 31 = 0,04 \text{ N}$$

Nilai ini sangat kecil. Itulah sebabnya gaya hambat oleh udara pada bola atau benda lain yang bergerak di udara dengan laju yang tidak terlampau besar sering diabaikan.

Gaya Angkat Pada Pesawat

Apa yang menyebabkan pesawat yang berlari di landasan bisa terbang saat lepas landas? Padahal saat itu kecepatan pesawat di landasan belum terlalu besar. Kecepatan pesawat di landasan saat akan lepas landas sekitar 150 knots atau 280 km/jam sedangkan saat terbang di posisi tertinggi (*cruising*) kecepatan pesawat antara 800 – 900 km/jam. Bahkan ada pesawat yang mencapai kecepatan mendekati 1.000 km/jam (Pesawat Boeing 747-400 memiliki kecepatan maksimum 978 km/jam). Jawabannya adalah karena adanya gaya angkat udara pada sayap dan bagian bawah body pesawat.

Saat akan meninggalkan landasan, posisi pesawat agak miring. Sudut kemiringan standar saat pesawat lepas landas adalah 10^{o}. Bagian depan sedikit menghadap ke atas. Udara mengalir dari depan (sebenarnya udara diam, pesawat yang bergerak ke depan) membelok ke arah bawah akibat pemantulan oleh sayap pesawat dan bagian bawah body (Gambar 4.30). Udara yang membelok ke bawah menghasilkan gaya angkat ke atas, sehingga pesawat perlahan-lahan bergerak naik.

Kalian dapat mendemonstrasikan peristiwa serupa dengan

menggunakan pesawat dari kertas. Buat pesawat dari kertas lalu lempar ke depan dalam posisi sedikit miring ke atas (bagian depan pesawat lebih ke atas daripada bagian ekor) (Gambar 4.31). Pesawat akan terangkat bukan? Penyebabnya adalah pembelokan arah aliran udara oleh sayap pesawat ke arah bawah. Pembelokan tersebut menghasilkan gaya ke atas pada pesawat.

Gambar 4.30. Pesawat Garuda saat lepas landas (planespotters.net). Udara yang dibelokkan oleh bagian bawah body dan bagian bawah sayap menghasilkan gaya angkat pada pesawat.

Kalau kalian lempar batu dengan kecepatan awal yang sama maka batu akan segera jatuh ke tanah. Pada batu tidak bekerja gaya angkat yang signifikan karena permukaan sisi bawah yang bersentuhan dengan udara sangat kecil.

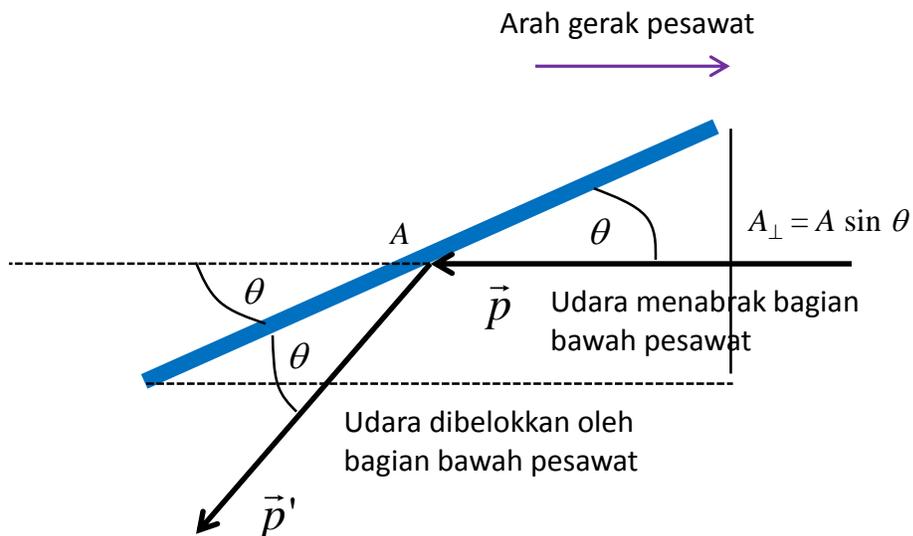
Pada saat lepas landas, kecepatan pesawat belum terlalu besar. Gaya ke atas yang dilakukan tiap molekul udara tidak terlalu besar. Maka untuk menghasilkan gaya angkat yang besar, jumlah udara yang dibelokkan harus sebanyak mungkin. Itu sebabnya mengapa saat lepas landas, sayap pesawat dibuka selebarnya-lebarnya dengan menarik ke belakang bagian yang dapat keluar masuk (Gambar 4.32 kiri). Pada saat pesawat sudah mulai tinggi dan kecepatan sudah cukup besar kemiringan

pesawat mulai dikurangi. Pada saat bersamaan bagian belakang sayap pesawat ditarik ke depan sehingga ukuran sayap mengecil. Kalian yang pernah duduk di dekat sayap akan mendengar bunyi sayap yang sedang ditarik mengecil. Dengan kecepatan yang tinggi maka gaya angkat yang dihasilklan tiap molekul udara cukup besar. Oleh karena itu tidak dibutuhkan luas sayap yang sangat besar untuk menaikkan ketinggian pesawat.

Gambar 4.31 Pesawat kertas meninggi karena adanya pembelokkan udara ke arah bawah oleh sayap pesawat (imgarcade.com)

Saat di posisi tertinggi, pesawat bergerak pada kecepatan maksimum. Di sini gaya angkat yang dibutuhkan tidak lagi untuk menaikkan ketinggian pesawat tetapi hanya untuk mempertahankan ketinggian pesawat. Gaya angkat persis sama dengan gaya gravitasi. Pada ketinggian ini ukuran sayap paling kecil (ditarik ke depan hingga mentok) (Gambar 4.32 kanan). Kemiringan sayap dan badan pesawat membelokkan udara yang menghasilkan gaya ke atas persis sama dengan gaya gravitasi.

Mari kita coba perkirakan gaya angkat yang dialami pesawat saat lepas landas. Untuk memudahkan perhatikan Gambar 4.33. Misalkan saat lepas landas badan pesawat membentuk sudut θ terhadap arah horisontal dengan laju arah horisontal v_{to}. Misalkan juga luas efektif total sisi bawah pesawat adalah A (body, sayap, dan ekor).

Gambar 4.32. (kiri) Bentuk sayap pesawat saat lepas landas (musicamoviles.com) dan (kanan) saat *cruising* (pada puncak ketinggian) (skyscrapercity.com). Saat lepas landas, sayap diperlebar untuk membelokkan udara sebanyak-banyaknya sehingga ketinggian pesawat meningkat. Saat *cruising*, ketinggian pesawat tidak berubah sehingga tidak perlu membelokkan udara sebanyak-banyaknya.

Gambar 4.33 Pesawat lepas landas dari kiri ke kanan. Jika pasawat dianggap diam maka udara bergerak dari kanan ke kiri dengan laju sama dengan laju pesawat terhadap udara. Udara menabrak sisi bawah pesawat sehingga membelok ke bawah sehingga udara pembalami perubahan momentum. Perubahan momentum udara tersebut yang menghasilkan gaya angkat pasa pesawat.

Pesawat terbang ke kanan dengan laju v_{to} terhadap udara. Namun kita bisa melihat sebaliknya yaitu pesawat diam tetapi udara bergerak ke kiri dengan laju v_{to}. Luas penampang pesawat yang tegak lurus arah gerak adalah

$$A_{\perp} = A\sin\theta \tag{4.56}$$

Selama selang watru Δt udara telah bergerak sejauh $\Delta x = v_{to}\Delta t$. Dengan demikian dalam selang waktu tersebut, volume udara yang menabrak sisi bawah pesawat adalah

$$\Delta V = A_{\perp}\Delta x$$

$$= v_{to}\Delta t A\sin\theta \tag{4.57}$$

Dari volum ini kita dapatkan massa udara yang menabrak sisi permukaan bawah pesawat selama selang waktu Δt adalah

$$\Delta m = \rho\Delta V$$

$$= \rho v_{to}\Delta t A\sin\theta \tag{4.58}$$

Kecepatan udara yang menabrak sisi bawah pesawat adalah

$$\vec{v}_i = -v_{to}\hat{i} \tag{4.59}$$

Udara dipantulkan oleh sisi bawah pesawat. Dengan memperhatikan Gambar 4.31 maka udara dipantulkan dengan sudut 2θ terhadap arah horisontal. Dengan demikian, kecepatan udara yang dipantulkan sisi bawah pesawat adalah

$$\vec{v}_f = -\hat{i} v_{to} \cos 2\theta - \hat{j} v_{to} \sin 2\theta \qquad (4.60)$$

Dari hasil ini maka momentum udara sebelum dan sesudah menumbuk sisi bawah pesawat selama Δt adalah

$$\vec{p}_i = \Delta m \vec{v}_i$$

$$= (\rho v_{to} \Delta t A \sin\theta)(-\hat{i} v_{t0})$$

$$= -\hat{i} \rho v_{to}^2 \Delta t A \sin\theta \qquad (4.61)$$

$$\vec{p}_f = \Delta m \vec{v}_f$$

$$= (\rho v_{to} \Delta t A \sin\theta)(-\hat{i} v_{to} \cos 2\theta - \hat{j} v_{to} \sin 2\theta)$$

$$= -\hat{i} \rho v_{to}^2 \Delta t A \sin\theta \cos 2\theta - \hat{j} \rho v_{to}^2 \Delta t A \sin\theta \sin 2\theta \qquad (4.62)$$

Perubahan momentum akibat pembelokan udara oleh sisi permukaan bawah pesawat adalah

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

$$= \left(-\hat{i} \rho v_{to}^2 \Delta t A \sin\theta \cos 2\theta - \hat{j} \rho v_{to}^2 \Delta t A \sin\theta \sin 2\theta\right)$$

$$- \left(-\hat{i} \rho v_{to}^2 \Delta t A \sin\theta\right)$$

$$= \hat{i} \rho v_{to}^2 \Delta t A \sin\theta (1 - \cos 2\theta) - \hat{j} \rho v_{to}^2 \Delta t A \sin\theta \sin 2\theta \qquad (4.63)$$

Dengan menggunakan hukum II Newton maka kita peroleh gaya yang dialami udara akibat ditahan oleh sisi permukaan bawah pesawat adalah

$$\vec{F}_u = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$= \hat{i}\rho v_{to}^2 A \sin\theta(1-\cos 2\theta) - \hat{j}\rho v_{to}^2 A \sin\theta \sin 2\theta \qquad (4.64)$$

Dengan menggunakan hukum III Newton maka gaya yang dialami pesawat akibat pembelokan arah rambat udara oleh sisi bawah pesawat adalah

$$\vec{F}_p = -\vec{F}_u$$

$$= -\hat{i}\rho v_{to}^2 A \sin\theta(1-\cos 2\theta) + \hat{j}\rho v_{to}^2 A \sin\theta \sin 2\theta \qquad (4.65)$$

Dari persaman ini kita simpulkan bahwa pesawat mengalami gaya angkat (kompnen gaya arah vertikal) sebesar

$$F_{py} = \rho v_{to}^2 A \sin\theta \sin 2\theta \qquad (4.66)$$

Sebagai contoh adalah laju pesawat Boeing 737-800 saat lepas landas sekitar 280 km/jam (78 m/s). Pesawat tersebut lepas landas dengan mementuk sudut 10^o. Panjang total pesawat adalah 39,5 m dan lebar body (*fuselage*) adalah 3,76 m. Maka luas penampang body kira-kira 39,5 × 3,76 = 148,52 m^2. Luas satu sayap adalah 125 m^2. Dengan demikian loas total sisi bawah pesawat sekitar 148,52 + 2 × 125 = 398,52 m^2. Dengan menggunakan persamaan (4.66) dan menggunakan massa jenis udara 1 kg/m^3 maka kita dapatkan gaya angkat pada pesawat sekitar 144.000 N.

Pesawat Mendarat

Kalau kalian duduk pada kursi dekat sayap pesawat, kalian akan melihat peristiwa yang menarik di sayap pesawat saat pesawat akan mendarat. Saat akan mendarat terdengar bunyi pada sayap. Bunyi tersebut adalah bunyi sayap yang sedang dibuka sehingga menjadi lebar. Apa maksudnya? Saat akan mendarat, kecepatan pesawat makin kecil sehingga gaya dorong oleh tiap molekul udara menjadi kecil. Agar pesawat tidak turun terlalu cepat maka sayap dibuka lebar sehingga banyak molekul udara yang dibelokkan dan dihasilkan gaya angkat total yang cukup besar. Gaya angkat total masih cukup untuk menghindari pesawat merosot terlalu cepat. Saat makin mendekati landasan, kecepatan pesawat makin kecil dan sayap dibuka makin lebar hingga ukuran maksimum.

Gambar 4.34 Ketika pesawat menyentuh tanah saat mendarat, bagian belakang sayap dilipat ke atas. Maksudnya adalah untuk membelokkan arah aliran udara menjadi melengkung ke atas. Akibatnya, sayap pesawat mendapat gaya tekan oleh udara ke arah bawah agak ke belakang. Dengan mekanisme tersebut pesawat mendapatkan pengereman (akibat komponen gaya arah belakang) dan tetap stabil atau mencengkeram landasan lebih kuat (akibat komponen gaya arah ke bawah) (flickr.com)

Begitu pesawat menyentuh landasan, maka bagian belakang sayap dilipat ke atas (Gambar 4.34). Apa gunanya? Lipatan ke atas menyebabkan udara yang menyentuh sayap bagian atas membelok ke atas sehingga udara menghasilkan gaya dorong ke bawah agak ke belakang pada sayap. Komponen gaya yang berarah ke belakang mengerem pesawat sehingga segera berhenti. Komponen gaya yang ke arah bawah menekan pesawat ke landasan yang menyebabkan pesawat mencengkeram landasan lebih kuat sehingga terhindar dari tergelincir atau terpelanting.

Gambar 4.35 Saat pesawat mendarat, arah semburan gas dari mesin jet dibalik dengan membuka tutup mesin. Seburan gas menjadi ke arah depan sehingga pesawat terdorong ke belakang oleh semburan gas tersebut. Maksudnya adalah memberikan rem tambahan kepada pesawat agar berhenti. Mekanisme ini disebut *reverse thrust*. Mekanisme *reverse thrust* sering dilakukan pada landasan pendek atau landasan yang dipenuhi air (licin) untuk menghindari pesawat melampaui landasan (*over run*)(airliners.net)

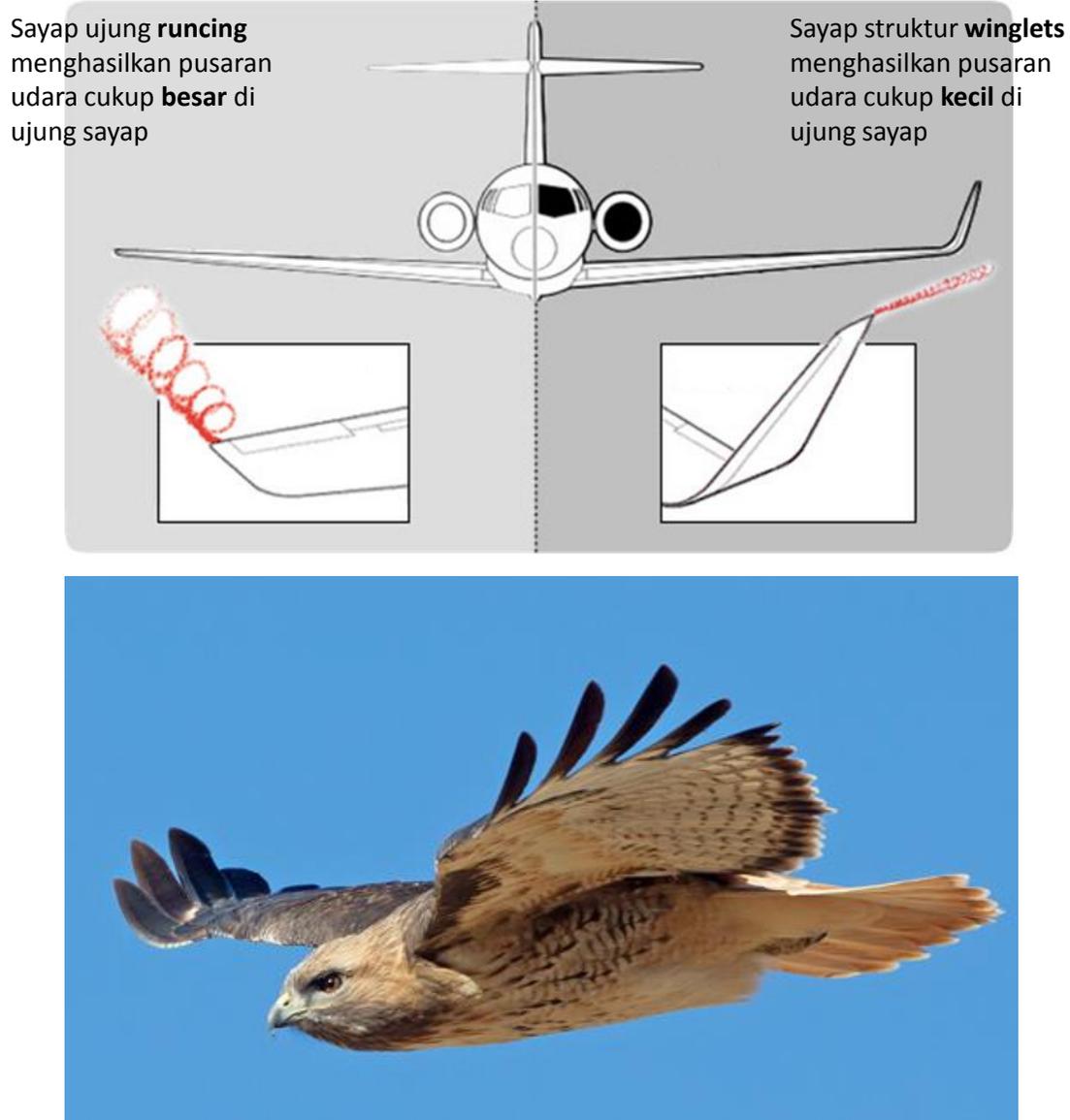
Ketika pesawat menyentuh landasan, tutupan mesin pesawat juga dibuka. Apa maksudnya? Saat pesawat terbang, gas dari mesin jet

disemburkan ke belakang. Semburan gas tersebutlah yang menghasilkan gaya dorong pada pesawat ke arah depan. Ketika tutup mesin pesawat dibuka saat menyentuh landasan, maka arah semburan gas dari mesin dibalik. Semburan gas tidak lagi mengarah ke belakang, tetapi mengarah ke depan. Akibatnya, pesawat mendapat gaya dorongan ke arah belakang sehingga pesawat mendapat tambahan gaya pengereman. Mekanisme ini disebut *reverse thrust*, seperti diperlihatkan pada Gambar 4.35.

Winglets

Perhatikan bentuk sayap pesawat Garuda Indonesia atau Lion Air. Pesawat jenis Boeing 737-800 dan 737-900 memiliki ujung sayap yang melengkung ke atas (Gambar 4.36). Sekarang pesawat Airbus A320 juga sudah dilengkapi sayap yang melengkung ke atas seperti pesawat milik Citilink dan Batik Air. Ujung sayap melengkung tersebut disebut *winglets*. Apa gunanya?

Gambar 4.36 *Winglets* pada sayap pesawat Boeing 737-800NG milik Garuda Indonesia (indoflyer.net) dan Boeing 737-900ER milik Lion Air (youtube.com).

Pada sayap berujung lurus, selalu muncul pusaran udara yang cukup besar di ujung sayap. Pusaran tersebut menghasilkan gaya hambat tambahan pada sayap sehingga terjadi pemborosan bahan bakar. Sebaliknya, pada sayap struktur *winglets*, pusaran udara di ujung sayap menjadi kecil sehingga gaya hambat yang dialami sayap lebih kecil. Akibatnya, pesawat lebih hemat dalam mengonsumsi bahan bakar. Terbentuknya pusaran udara pada ujung dua sayap tersebut diilustrasikan pada Gambar 4.37.

Gambar 4.37 Sayap ujung runcing menghasilkan pusaran udara cukup besar di ujung sayap sehingga gaya hambat pada sayap cukup besar. Sayap bentuk *winglets* menghasilkan pusaran udara cukup kecil di ujung sayap sehingga gaya hambat pada sayap pesawat cukup kecil (reddit.com). Beberapa burung memiliki sayap serupa *winglets* (sonoranimages.wordpress.com). Mungkin para ahli perancang pesawat mendapat ide desain sayap dari burung-burung tersebut. Teknologi yang mereplikasi bentuk makhluk hidup disebut *biomimicking*.

Untuk lebih meyakinkan bahwa winglets lebih hemat dalam penggunaan bahan bakar, kita bisa memberikan argumentasi berikut ini.

Udara yang berpusar di ujung sayap mendapat energi dari pesawat. Jadi, sebagaian bahan bakar pesawat digunakan untuk membuat udara berpusar di ujung sayap. Jika dianggap kecepatan pusaran udara yang dihasilkan ujung runcing maupun winglets sama, maka energi kinetik pusaran akan sebanding dengan volum udara yang berpusar. Jika volum udara yang berpusar lebih besar maka lebih banyak energi dari bahan bakar pesawat yang diambil sehingga pesawat lebih boris. Tampak pada Gambar 4.37 bahwa volume pusaran yang dihasilkan sayap winglets lebih kecil sehingga hanya sedikit energi bahan bakar pesawat yang digunakan untuk menghasilkan pusaran udara. Akibatnya pesawat lebih hemat bahan bakar.

Teknologi *winglets* mungkin diilhami oleh bentuk sayap burung. Sebagian jenis burung memiliki sayap yang sedikit melengkung ke atas pada bagian ujungnya (Gambar 4.37). Para ahli bertanya, mengapa sayap bentuknya demikian? Atas pengamatan tersebut dilakukan perhitungan dan ternyata diperoleh bahwa lekukan ujung sayap berguna untuk mengurangi gaya hambat oleh udara. Teknologi yang dibangun dengan meniru apa yang ada di alam (yang dimiliki mahkluk hidup lain) dinamakan *biomimicking*. Perlu kita sadari bahwa bentuk mahkluk hidup yang ada saat ini adalah bentuk terbaik sebagai hasil evolusi jutaan tahun. Sedangkan rancangan manusia langsung hanyalah buah pemikiran beberapa tahun atau beberapa puluh tahun.

Beberapa Kasus Khusus Gaya Gesekan

Berikutnya kita akan bahas beberapa kasus khusus yang berkaitan dengan gaya gesekan. Sebagian mengandung operasi matematika yang rumit. Jika menemukan bagian yang rumit, kalian dapat melewatinya karena tidak akan mengurangi pemahaman kalian tentang gaya gesekan. Apa yang dipelejari haingga bagian di atas sudah cukup. Kasus khusus dijelaskan di sini untuk memberikan pemahaman pada kalian bahwa konsep gaya gesekan merupakan konsep yang penting. Konsep tersebut banyak digunakan dalam teknologi juga.

Gaya Hambat pada Perenang [A.Bellemans, Drag force exerted by water on the human body, *American Journal of Physics* **49**, 367 (1981)]

Clarys and Jaiskoot melakukan percobaan pada sebuah deck yang memiliki panjang 200 m dan lebar 4 meter di mana sebanyak 43 perenang laki-laki dilibatkan dalam percobaan tersebut [J.-P. Clarys and J. Jiskoot, *Sceinces et Motricite* **1**, 71 (1978)]. Gaya hambat oleh air pada penenang diukur ketika laju perenang berada dalam rentang antara 1,5 sampai 1,9

m/s. Pada kondisi percobaan, bilangan Reynold air sekitar 10^6. Mereka mendapatkan bahwa gaya gesek pada perenang juga memenuhi persamaan (4.52). Dengan mengambil luas penampang perenang sekitar 0,1 m didapat $C_D \approx 0,7$. Nilai ini berdekatan dengan C_D untuk bola yang bergerak di udara (0,47), kendaraan dalam kondisi tidak streamline (0,6-0,8). Pada berbagai posisi perenang termasuk di atas permukaan atau sedikit di dalam air nilai F_D / v^2 bervariasi antara 29 – 37 N s^2/m^2).

Gambar 4.38 Pakaian renang modern dirancang sedemikian rupa sehingga gaya gesekan dengan air sekecil mungkin. Desain dan tekneologi bahan telah digunakan secara maksimal untuk merancang pakaian renang terbaik (gadgetlite.com). Koefisien gesekan baju renang generasi terbaru berkisar antara 0,056 – 0,058

Para atlit renang dunia menggunakan baju renang yang menghasilkan gaya gesekan dengan air sekecil mungin (Gambar 4.38). Dengan gaya gesekan yang kecil maka rekor-rekor baru dapat diciptakan.

Gaya Gesekan pada Shuttlecock (cukup sulit dan dapat dilewati)

Sekarang kita bahas contoh kuantitatif gaya gesekan yang bergantung pada laju, yaitu gaya gesekan pada shuttle cosk yang delepas ke bawah. Udara melakukan gaya gesekan pada shuttlecok yang memenuhi persamaan (4.52). Karena bentuk, luas penampang shuttlecosk dan massa jenis udara konsant maka gaya gesekan pada shuttlecock dapat ditulis menjadi

$$f_k = -kmv^2 \tag{4.67}$$

di mana kita defisinikan konstanta k melalui persamaan berikut

$$km = \frac{1}{2} C_D \rho A$$

atau

$$k = \frac{C_D \rho A}{2m} \tag{4.68}$$

dengan m adalah massa shuttlecock.

Gaya gesekan berlawanan dengan arah gerak. Untuk *shuttlecock* yang dilepas, arah gerakannya adalah ke bawah sehingga gaya gesekan berarah ke atas. Disamping gaya gesekan, pada *shuttlecock* juga bekerja gaya gravitasi ke bawah. Jika kita ambil arah ke bawah sebagai arah positif maka gaya netto yang bekerja pada shuttlecock adalah

$$F_T = W - kmv^2$$

$$= mg - kmv^2 \tag{4.69}$$

Dengan menggunakan hukum II Newton maka kita peroleh

$$ma = mg - kmv^2$$

atau

$$a = g - kv^2 \quad (4.70)$$

Pada Bab 2 kita sudah mempelajri hubungan antara laju dan percepatan, yaitu a = dv/dt. Substitusi ke dalam persamaan (4.70) diperoleh

$$\frac{dv}{dt} = g - kv^2$$

atau

$$\frac{dv}{g - kv^2} = dt \quad (4.71)$$

Untuk menentukan laju sebagai fungsi waktu kita lakukan proses integrasi pada dua sisi. Pada sisi kiri integral dilakukan dengan batas v_0 sampai v sedangkan pada sisi kanan dengan batas 0 sampai t sehingga didapat

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{g - kv^2} = \int_{0}^{t} dt$$

Bagi kalian yang belum terlalu familiar dengan teknik integrasi, integral di ruas kiri tentu sulit dilakukan. Namun, kalian dapat mencari solusi dengan menggunakan *Integral Calculator* dalam *Wolfram Alpha* yang tersedia secara online. Dengan menggunakan *Integral Calculator* kita dapatkan

$$\frac{\tanh^{-1}\left(v\sqrt{k/g}\right) - \tanh^{-1}\left(v_0\sqrt{k/g}\right)}{\sqrt{gk}} = t$$

atau

$$\tanh^{-1}\left(v\sqrt{k/g}\right) = \tanh^{-1}\left(v_0\sqrt{k/g}\right) + \sqrt{gk}t \qquad (4.72)$$

Untuk mempersingkat, kita definsikan parameter baru berikut ini

$$\alpha = \tanh^{-1}\left(v_0\sqrt{k/g}\right)$$

Dengan menggunakan parameter ini maka persamaan (4.72) menjadi

$$\tanh^{-1}\left(v\sqrt{k/g}\right) = \alpha + \sqrt{gk}t \qquad (4.73)$$

Lakukan operasi tanh pada dua sisi persamaan (4.73) sehingga diperoleh

$$\tanh\left[\tanh^{-1}\left(v\sqrt{k/g}\right)\right] = \tanh\left[\alpha + \sqrt{gk}t\right] \qquad (4.74)$$

Mengingat operasi suatu fungsi yang berurutan dengan operasi inversnya menghasilkan nilai awal maka $\tanh(\tanh^{-1}(x)) = x$ dan $\tanh^{-1}(\tanh(x)) = x$ maka

$$v\sqrt{k/g} = \tanh\left[\alpha + \sqrt{gk}t\right]$$

atau

$$v = \sqrt{\frac{g}{k}}\tanh\left[\alpha + \sqrt{gk}t\right] \qquad (4.75)$$

Dengan menggunakan sifat tanh[∞] = 1 maka setelah waktu tak berhingga akan diperoleh

$$v(t \to \infty) = \sqrt{\frac{g}{k}}$$

Laju pada saat tak berhingga ini kita sebagai sebagai laju terminal,

$$v_T = \sqrt{\frac{g}{k}} \tag{4.76}$$

Setelah mendefinisikan laju terminal maka kita juga dapat menulis ulang

$$\sqrt{gk} = \frac{g}{\sqrt{g/k}} = \frac{g}{v_T} \tag{4.77}$$

Dengan demikian, laju *shuttlecock* setiap saat menjadi

$$v(t) = v_T \tanh\left[\alpha + \frac{gt}{v_T}\right] \tag{4.78}$$

Selanjutnya kita akan mencari jarak tempuh shuttlecock sebagai fungsiw aktu. Mengingat $v = dh/dt$ maka kita dapat menulis

$$\frac{dh}{dt} = v_T \tanh\left[\alpha + \frac{gt}{v_T}\right]$$

Atau

$$dh = v_T \tanh\left[\alpha + \frac{gt}{v_T}\right] dt$$

Lakukan integral ruas kiri dari 0 sampai h dan dan ruas kanan dari 0 sampai t sehingga diperoleh

$$\int_0^h dh = v_T \int_0^t \tanh\left[\alpha + \frac{gt}{v_T}\right] dt$$

Sekali lagi, dengan menggunakan *Integral Calculator* pada *Wolfram Alpha* maka diperoleh

$$h = \frac{v_T^2}{g} \ln\left\{\cosh\left[\alpha + \frac{gt}{v_T}\right]\right\} \qquad (4.79)$$

Kasus khusus ketika laju awal nol (*shuttlecock* dilepas tanpa kecepatan awal) maka $\alpha = 0$ sehingga

$$h = \frac{v_T^2}{g} \ln\left\{\cosh\left[\frac{gt}{v_T}\right]\right\} \qquad (4.80)$$

Karena definsi $\cosh[x] = (e^x + e^{-x})/2$ maka untuk waktu yang sangat besar maka kita dapat mengaprokasimasi

$$\cosh\left[\frac{gt}{v_T}\right] \approx \frac{1}{2}e^{gt/v_T}$$

Dengan demikian

$$h \approx \frac{v_T^2}{g}\ln\left\{\frac{1}{2}e^{gt/v_T}\right\} = \frac{v_T^2}{g}\left\{\frac{gt}{v_T} + \ln\left[\frac{1}{2}\right]\right\} = v_T t - \frac{v_T^2}{g}\ln 2 \qquad (4.81)$$

Tampak bahwa h berubah secara linier terhadap waktu dengan laju sama dengan laju terminal.

Tolakan Terjauh pada Olah Raga Tolak Peluru (cukup rumit dan dapat dilewati)

Olah raga tolak peluru mengukur kemampuan atlit menolak peluru sejauh mungkin. Peluru yang digunakan atlit putra dan putri memiliki ukuran yang sedikit berbeda. Peluru untuk atlit putra memiliki massa 7,26 kg dan diameter 125 mm. peluru atlit putri memiliki massa 5,45 kg dan diameter 115 mm. Saat dilempar peluru bergerak di udara. Setiap benda yang bergerak di udara mengalami gaya hambat yang dikenal dengan gaya Stokes. Pertanyaan: apakah gaya stokes cukup berpengaruh pada gerakan peluru? Mari kita hitung.

Gaya yang bekerja pada peluru yang bergerak adalah gaya gravitasi dan gaya Stokes, sehingga gaya total adalah

$$\vec{F}_{tot} = -mg\hat{j} - 6\pi\eta r\vec{v}$$

$$= -m\left(g\hat{j} - \frac{6\pi\eta r}{m}\vec{v}\right) \qquad (4.82)$$

Mari kita hitung konstanta suku kedua dengan menggunakan besaran yang sudah diketahui. Viskositas udara adalah 2×10^{-5} Pa s. Untuk peluru yang digunakan atlit putra, m = 7,26 kg dan r = 125/2 mm = 0,0625 m. Dengan demikian

$$\vec{F}_{tot} = -m\left(g\hat{j} - \frac{6\pi \times (2\times 10^{-5}) \times 0{,}0625}{7{,}26}\vec{v}\right)$$

$$= -m\left(g\hat{j} - 3{,}25\times 10^{-6}\vec{v}\right)$$

Laju peluru tidak akan mencapai 100 m/s sehingga suku kedua tidak akan melebihi $3{,}25 \times 10^{-4}$ m/s^2. Nilai ini jaug lebih kecil daripada g = 9.82 m/s^2. Dengan demikian suku kedua dalam tanda kurung dapat diabaikan dan gaya yang bekerja pada peluru seolah-olah hanya

$$\vec{F}_{tot} = -mg\hat{j}$$

Dari hasil ini dapat disimpulkan bahwa gaya Stokes tidak memiliki pengaruh berarti pada gerak peluru dan dapat diabaikan. Dengan demikian peluru dapat dianggap bergerak dalam ruang hampa.

Jika gaya gravitasi yang bekerja maka posisi peluru tiap saat memenuhi

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

dengan

$$\vec{r}_0 = y_0 \hat{j}$$

$$\vec{v}_0 = \hat{i} v_0 \cos\theta + \hat{j} v_0 \sin\theta$$

$$\vec{a} = -g\hat{j}$$

di mana y_0 adalah ketinggian tangan saat menolak peluru. Dari persamaan ini kita dapatkan:

a) Jarak tempuh peluru arah horisontan setiap saat adalah

$$x = v_0 t \cos\theta$$

b) Ketianggian peluru tiap saat adalah

$$y = y_0 + v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$$

c) Peluru kembali ke tanah saat y = 0 dan itu terjadi setelah selang waktu *T* yang memenuhi

$$0 = y_0 + v_0 T \sin\theta - \frac{1}{2} g T^2$$

atau

$$T^2 - \frac{2 v_0 \sin\theta}{g} T - \frac{2 y_0}{g} = 0$$

Solusi untuk *T* adalah

$$T = \frac{v_0 \sin\theta}{g} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{2v_0 \sin\theta}{g}\right)^2 + \frac{8y_0}{g}}$$

$$= \frac{v_0 \sin\theta}{g} + \sqrt{\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g^2} + \frac{2y_0}{g}}$$

Dengan memasukkan T di atas maka jangakauan peluru adalah

$$R = v_0 T \cos\theta$$

$$= v_0 \cos\theta \left(\frac{v_0 \sin\theta}{g} + \sqrt{\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g^2} + \frac{2y_0}{g}} \right)$$

$$= \frac{v_0^2 \cos\theta \sin\theta}{g} + v_0 \cos\theta \sqrt{\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g^2} + \frac{2y_0}{g}}$$

$$= \frac{v_0^2 \cos\theta \sin\theta}{g} + v_0^2 \sqrt{\frac{\cos^2\theta \sin^2\theta}{g^2} + \frac{2y_0 \cos^2\theta}{g v_0^2}}$$

Untuk menyederhanakan persamaan di atas kita gunakan kesamaan trigonometri berikut ini

$$\cos\theta \sin\theta = \frac{1}{2}\sin 2\theta$$

$$\cos^2\theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \sin^2 2\theta}$$

Jika kita misalkan $\sin 2\theta = z$ maka jangkauan peluru dapat ditulis dalam

fungsi z menjadi

$$R = \frac{v_0^2 z}{2g} + v_0^2 \sqrt{\frac{z^2}{4g^2} + \frac{2y_0}{gv_0^2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-z^2}\right)}$$

$$= \frac{v_0^2 z}{2g} + v_0^2 \sqrt{\frac{z^2}{4g^2} + \frac{y_0}{gv_0^2}\sqrt{1-z^2} + \frac{y_0}{gv_0^2}}$$

Yang dapat disederhanakan menjadi

$$R = \frac{v_0^2}{2g}\left\{z + \sqrt{z^2 + \frac{4gy_0}{v_0^2}\left[1 + \sqrt{1-z^2}\right]}\right\}$$

$$= \frac{v_0^2}{2g}\left\{z + \sqrt{z^2 + \alpha\left[1 + \sqrt{1-z^2}\right]}\right\}$$

dengan

$$\alpha = \frac{4gy_0}{v_0^2}$$

Untuk menghasilkan tolakan terjauh, atlit harus melatih kemampuan mengatur sudut tolakan. Sudut yang menghasilkan tolakan terjauh bergantung pada ketinggian posisi tangan saat menolak peluru. Ini diperoleh dengan menyelesaikan persamaan posisi peluru x dan y. Orang yang tinggi dan pendek harus menolak pada sudut yang sedikit berbeda agar masing-masing menghasilkan lemparan terjauh. Jadi, agar menang dalam olah raga, ilmu fisika harus digunakan.

4.4 Gaya Sentripetal

Setelah membahas gerak peluru, mari kita bahas gerak melingkar. Kita mulai dengan gerak melingkat dengan laju konstan. Walaupun laju pada gerak melingkar konstanta, tetapi tidak demikian dengan kecepatan. Arah kecepatan selalu menyinggung lintasan sehingga selalu berubah-ubah setiap kali terjadi perubahan posisi benda. Perubahan kecepatan hanya mungkin terjadi jika ada percepatan. ***Jadi, selama benda bergerak melingkar beraturan, pada benda selalu ada percepatan.*** Percepatan tersebut hanya mengubah arah benda, tanpa mengubah lajunya. Perubahan kecepatan yang demikian hanya mungkin jika arah percepatan selalu tegak lurus arah kecepatan benda. Ini berarti arah percepatan selalu searah jari-jari ke arah pusat lingkaran.

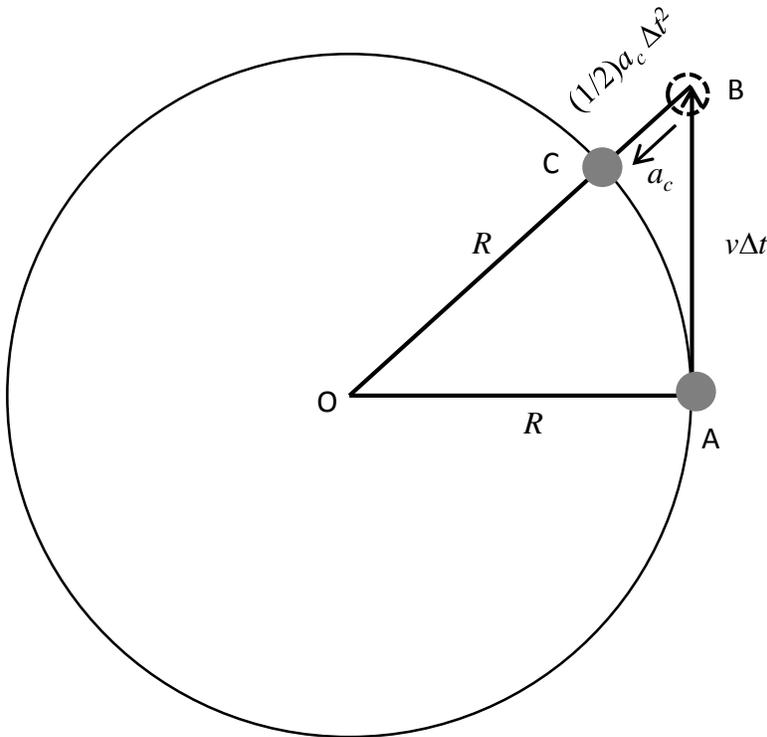
Dari mana percepatan ini muncul? Tentu dari gaya yang berarah ke pusat lingkaran. Gaya macam ini banyak sekali. Untuk satelit yang mengelilingi Bumi, percepatan ke pusat dihasilkan oleh gaya gravitasi. Untuk elektron yang mengelilingi inti, percepatan ke pusat dihasilkan oleh gaya Coulomb. Untuk benda yang diikat pada tali dan diputar, percepatan ke pusat dihasilkan oleh tali (gaya tegang tali). Untuk kendaraan yang bergerak pada jalan yang melingkar, percepatan ke pusat dihasilkan oleh gaya gesekan permukaan jalan dengan roda.

Jika gaya yang bekerja pada benda bermassa m adalah F_c, maka besar percepatan ke pusat memenuhi

$$a_c = \frac{F_c}{m} \qquad (4.83)$$

Dari persamaan (4.83) tampak bahwa besarnya percepatan ke pusat dapat ditentukan dari informasi tentang gaya. Tetapi kita tidak selalu bisa mengukur gaya tersebut secara langsung. Adakah cara lain menentukan besarnya percpatan ke pusat tanpa perlu mengetahui gaya? Jawabannya ada. Ternyata nilai percepatan ke pusat dapat dihitung pula dari laju benda yang bererak melingkar. Untuk menunjukkan hubungan tersebut, mari kita lihat Gambar 4.39.

Mula-mula benda berada di titik A. Jika tidak ada percepatan ke arah pusat a_c, maka setelah selang waktu Δt benda akan berada di titik B dengan menempuh jarak sejauh $v\Delta t$. Tetapi karena adanya percepatan ke arah pusat maka benda dari titik B ditarik ke titik C sehingga tepat berada kembali di keliling lingkaran. Besarnya perpindahan selama Δt akibat

adanya percepatan ke arah pusat a_c adalah $(1/2)a_c\Delta t^2$. Dengan demikian, jarak titik pusat lingkaran ke titik C menjadi $R+(1/2)a_c\Delta t^2$. Segitiga OAB adalah segitiga siku-siku. Dengan menggunakan teorema Phitagoras kita dapatkan

Gambar 4.39 Menentukan percepatan sentripetal.

$$\left[R+\frac{1}{2}a_c\Delta t^2\right]^2 = R^2 + [v\Delta t]^2$$

atau

$$R^2 + Ra_c\Delta t^2 + \frac{1}{4}a_c^2\Delta t^4 = R^2 + v^2\Delta t^2$$

atau

$$Ra_c + \frac{1}{4}a_c^2\Delta t^2 = v^2 \quad (4.84)$$

Kita ambil selang waktu yang mendekati nol sehingga suku kedua di ruas kiri dapat diabikan. Akhirnya kita dapatkan

$$Ra_c = v^2$$

Ini berarti percepatan ke arah pusat memenuhi

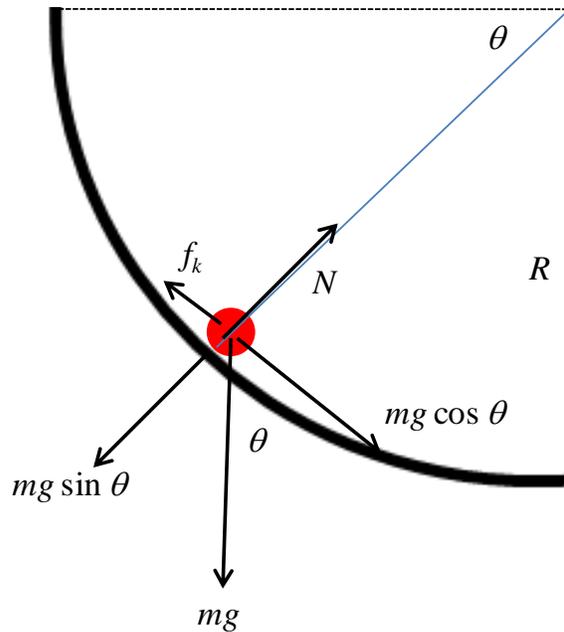
$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad (4.85)$$

Gaya yang dialami benda ke arah pusat memenuhi

$$F = m\frac{v^2}{R} \quad (4.86)$$

Gaya yang diungkapkan oleh persamaan (4.86) disebut gaya sentripetal dan percepatan dalam persamaan (4.85) disebut percepatan sentripetal.

Contoh 4.5 (*cukup sulit dan dapat dilewati*)

Misalkan sebuah benda yang meluncur pada lintasan seperempat lingkaran yang memiliki gaya gesekan seperti ditunjukkan dalam Gambar 4.40. Tentukan percepatan benda sebagai fungsi sudut terhadap arah vertikal.

Gambar 4.40 Benda meluncur pada lintasan seperempat lingkaran yang memiliki gaya gesekan.

Jawab

Gaya ke pusat yang bekerja pada benda adalah

$$F_c = N - mg\sin\theta \tag{4.87}$$

Gaya ke pusat merupakan gaya sentripetal seperti diungkapkan dalam persamaan (4.86). Jika persamaan (4.86) dan (4.87) digabung maka kita peroleh persamaan berikut ini

$$N = mg\sin\theta + mv^2 / R \tag{4.88}$$

Karena benda bergerak maka gaya gesekan yang muncul adalah gaya gesekan kinetik. Besar gaya gesekan kinetik yang bekerja pada benda adalah

$$f_k = \mu_k N = \mu_k (mg\sin\theta + mv^2 / R) \qquad (4.89)$$

Gaya penggerak yang menarik benda sepanjang lintasan lingkaran adalah

$$F = mg\cos\theta - f_k$$

$$= mg\cos\theta - \mu_k (mg\sin\theta + mv^2 / R)$$

Dengan menggunakan hukum II Newton kita dapatkan

$$a = F / m$$

$$= g\cos\theta - \mu_k g\sin\theta - \mu_k v^2 / R \qquad (4.91)$$

Kita memperhatikan gerakan arah tangensial saja. Untuk gerak dalam arah tersebut berlaku $v = R\dot{\theta}$ dan $a = R\ddot{\theta}$. Substitusi ke dalam persamaan (4.91) maka diperoleh

$$R\ddot{\theta} = g\cos\theta - \mu_k g\sin\theta - \mu_k (R\dot{\theta})^2 / R$$

atau

$$\ddot{\theta} + \mu_k \dot{\theta}^2 = \frac{g}{R}\cos\theta - \mu_k \frac{g}{R}\sin\theta \qquad (4.92)$$

Persamaan (4.92) adalah persamaan diferensial non linier dan sulit diselesaikan langsung.

Untuk menyelesaikan persamaan (4.92) mari kita mulai dengan menulis sebagai berikut

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d\dot{\theta}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{d\theta} \tag{4.93}$$

Substitusi persamaan (4.93) ke dalam (4.93) maka kita dapatkan persamaan berikut ini

$$\dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{d\theta} + \mu_k \dot{\theta}^2 = \frac{g}{R}\cos\theta - \mu_k \frac{g}{R}\sin\theta$$

atau

$$\frac{d(\dot{\theta}^2/2)}{d\theta} + \mu_k \dot{\theta}^2 = \frac{g}{R}\cos\theta - \mu_k \frac{g}{R}\sin\theta \tag{4.94}$$

Selanjutnya mari kita misalkan

$$y = \dot{\theta}^2 \tag{4.95}$$

Dengan permisalan ini maka persamaan (4.94) dapat ditulis ulang menjadi

$$\frac{dy}{d\theta} + 2\mu_k y = 2\left(\frac{g}{R}\cos\theta - \mu_k \frac{g}{R}\sin\theta\right) \tag{4.96}$$

Kemudian kalikan dua ruas persamaan (4.96) dengan $e^{2\mu_k\theta}$ sehingga diperoleh

$$e^{2\mu_k\theta}\left(\frac{dy}{d\theta}+2\mu_k y\right)=2e^{2\mu_k\theta}\left(\frac{g}{R}\cos\theta-\mu_k\frac{g}{R}\sin\theta\right) \tag{4.97}$$

Ruas kiri persamaan (4.97) dapat disederhanakan sebagai berikut

$$\frac{d}{d\theta}\left(ye^{2\mu_k\theta}\right)=2e^{2\mu_k\theta}\left(\frac{g}{R}\cos\theta-\mu_k\frac{g}{R}\sin\theta\right)$$

Dengan melakukan integral ruas kiri dan kanan maka

$$\left.ye^{2\mu_k\theta}\right]_0^\theta=\int_0^\theta 2e^{2\mu_k\theta}\left(\frac{g}{R}\cos\theta-\mu_k\frac{g}{R}\sin\theta\right)d\theta \tag{4.98}$$

Pada saat θ = 0, kecepatan awal benda dianggap nol sehingga kecepatan sudut pun nol yang menyebabkan $y(0) = 0$. Dengan demikian

$$ye^{2\mu_k\theta}=\int_0^\theta 2e^{2\mu_k\theta}\left(\frac{g}{R}\cos\theta-\mu_k\frac{g}{R}\sin\theta\right)d\theta \tag{4.99}$$

Untuk menyelesaikan integral pada persamaan (4.99), kita gunakan rumus berikut ini

$$\int e^{2\mu\theta}\sin\theta d\theta=\frac{e^{2\mu\theta}(2\mu\sin\theta-\cos\theta)}{4\mu^2+1} \tag{4.100a}$$

$$\int e^{2\mu\theta}\cos\theta d\theta = \frac{e^{2\mu\theta}(2\mu\cos\theta + \sin\theta)}{4\mu^2 + 1} \qquad (4.100b)$$

Jika rumus integral di atas dimasukkan dan memasukkan batas dari 0 sampai θ kita peroleh

$$y(\theta) = \left[\frac{2g/R}{4\mu_k^2 + 1}\right]\left[3\mu_k\cos\theta + (1 - 2\mu_k^2)\sin\theta - 3\mu_k e^{-2\mu_k\theta}\right] \qquad (4.101)$$

Karena $y = \dot{\theta}^2$ dan $v = R\dot{\theta}$ maka

$$\frac{v^2}{R^2} = \left[\frac{2g/R}{4\mu_k^2 + 1}\right]\left[3\mu_k\cos\theta + (1 - 2\mu_k^2)\sin\theta - 3\mu_k e^{-2\mu_k\theta}\right]$$

atau

$$v = \left[\frac{2gR}{4\mu_k^2 + 1}\right]^{1/2}\left[3\mu_k\cos\theta + (1 - 2\mu_k^2)\sin\theta - 3\mu_k e^{-2\mu_k\theta}\right]^{1/2} \qquad (4.102)$$

Laju saat benda meninggalkan lintasan diperoleh ketika $\theta = \pi/2$, yaitu

$$v_f = \left[\frac{2gR}{4\mu_k^2 + 1}\right]^{1/2}\left[(1 - 2\mu_k^2) - 3\mu_k e^{-\mu_k\pi}\right]^{1/2} \qquad (4.103)$$

Percepatan benda arah tangensial setiap saat

$$a = R\ddot{\theta}$$

$$= R\frac{d\dot{\theta}}{dt}$$

$$= R\frac{d\dot{\theta}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}$$

$$= R\dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{d\theta}$$

$$= \frac{1}{2}R\frac{d\dot{\theta}^2}{d\theta}$$

$$= \frac{1}{2}R\frac{dy}{d\theta} \qquad (4.104)$$

Gunakan persamaan (4.101) ke dalam persamaan (4.104) sehingga diperoleh

$$a = \frac{g}{4\mu_k^2 + 1}\left[-3\mu_k \sin\theta + (1 - 2\mu_k^2)\cos\theta + 6\mu_k^2 e^{-2\mu_k\theta}\right] \qquad (4.105)$$

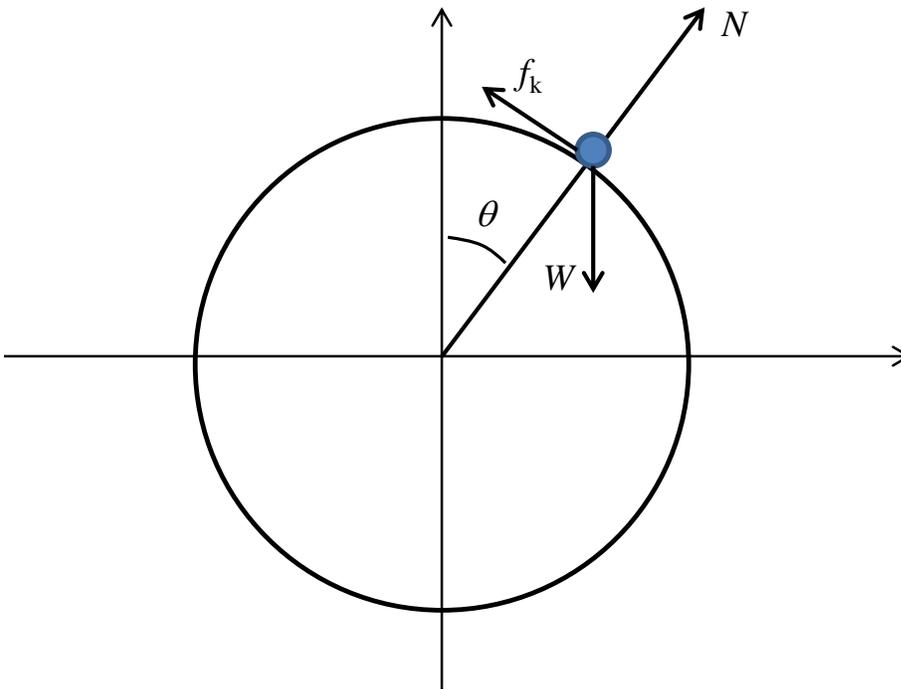
Kasuk khusus, jika tidak ada gesekan antara benda dengan lantai, atau μ_k = 0 sehingga persamaan (4.103) – (4.105) menjadi

$$v = \sqrt{2gR\sin\theta}$$

$$a = g \cos\theta$$

Pada saat benda meninggalkan lintasa, laju adalah $v_f = (2gR)^{1/2}$.

Contoh 4.6 (cukup sulit dan dapat dilewati)

Sebuah benda menuruni lintasan berupa permukaan bola seperti ditunjukkan pada Gambar 4.41. Pada sudut berapa bola mulai meninggalkan lintasan?

Gambar 4.41 Benda menuruni lintasan berupa permukaan bola.

Jawab

Persamaan yang berlaku untuk gaya arah tegak lurus dan menyinggung permukaan bola adalah

$$W\cos\theta - N = \frac{mv^2}{R} \tag{4.106}$$

$$W\sin\theta - f_k = m\frac{dv}{dt} \tag{4.107}$$

Massa tetap menggelinding di permukaan selama $N > 0$. Massa mulai meninggalkan permukaan jika $N = 0$. Jika sudut pada kondisi ini adalah θ_p maka akan terpenuhi

$$mg\cos\theta_p - 0 = \frac{mv_p^2}{R}$$

atau

$$\cos\theta_p = \frac{v_p^2}{gr} \tag{4.108}$$

Selama benda masih menyentuh permukaan lintasan maka gaya gesekan memenuhi $f_k = \mu_k N$. Kita tulis percepatan tangenisal benda dinyatakan dalam besaran sudut dengan transformasi sebagai berikut

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}$$

$$= \frac{dv}{d\theta}\omega$$

$$= \frac{v}{r}\frac{dv}{d\theta}$$

$$= \frac{1}{r}\left(\frac{1}{2}\frac{dv^2}{d\theta}\right)$$

$$= \frac{1}{2r}\frac{dv^2}{d\theta} \qquad (4.109)$$

Berdasarkan persamaan (4.106) gaya normal setiap saat adalah

$$N = mg\cos\theta - \frac{mv^2}{r}$$

Dengan demikian gaya gesekan tiap saat yang dialami benda adalah

$$f_k = \mu_k\left[mg\cos\theta - \frac{mv^2}{r}\right] \qquad (4.110)$$

Persamaan (4.107) dapat ditulis menjadi

$$mg\sin\theta - f_k = \frac{m}{2r}\frac{dv^2}{d\theta}$$

Substitusi persamaan (4.110) ke dalam persamaan di atas maka kita dapatkan

$$mg\sin\theta - \mu_k\left[mg\cos\theta - \frac{mv^2}{r}\right] = \frac{m}{2r}\frac{dv^2}{d\theta}$$

atau

$$\frac{dv^2}{d\theta} - 2\mu_k v^2 = 2gr[\sin\theta - \mu_k \cos\theta] \qquad (4.111)$$

Untuk mudahnya persamaan (4.111) dapat ditulis dalam bentuk berikut ini

$$\frac{dy}{d\theta} - 2\mu_k y = f(\theta) \qquad (4.112)$$

dengan

$$y = v^2 \qquad (4.113)$$

dan

$$f(\theta) = 2gr[\sin\theta - \mu_k \cos\theta] \qquad (4.114)$$

Untuk menyelesaikan persamaan diferensial (4.112) mai kita kalikan dua ruas dengan $e^{-2\mu_k\theta}$ seningga menjadi

$$e^{-2\mu_k\theta}\left[\frac{dy}{d\theta} - 2\mu_k y\right] = e^{-2\mu_k\theta} f(\theta)$$

Kalian dapat membuktikan dengan mudah bahwa ruas kiri dapat ditulis ulang sehingga diperoleh bentuk berikut ini

$$\frac{d}{d\theta}\left[ye^{-2\mu_k\theta}\right] = e^{-2\mu_k\theta} f(\theta) \qquad (4.115)$$

Kita integral ruas kiri dan kanan persamaan (4.115) sehingga diperoleh

$$ye^{-2\mu_k\theta} = \int e^{-2\mu_k\theta} f(\theta)d\theta + C$$

atau

$$y = e^{2\mu_k\theta}\int e^{-2\mu_k\theta} f(\theta)d\theta + Ce^{2\mu_k\theta}$$

Substitusi kembali y dan $f(\theta)$ dari persamaan (4.112) dan (4.113) ke dalam persamaan (4.116) sehingga diperoleh

$$v^2 = e^{2\mu_k\theta}\int e^{-2\mu_k\theta}\{2gr[\sin\theta - \mu_k\cos\theta]\}d\theta + Ce^{2\mu_k\theta}$$

Jika diintegralkan maka kita peroleh hasil berikut ini

$$v^2 = \frac{2gr}{1+4\mu_k^2}\left[(2\mu_k^2 - 1)\cos\theta - 3\mu_k\sin\theta\right] + Ce^{2\mu_k\theta}$$

Benda mulai dilepas pada saat sudut awal θ_0. Pada sudut ini laju benda v = 0. Dengan demikian

$$0 = \frac{2gr}{1+4\mu_k^2}\left[(2\mu_k^2 - 1)\cos\theta_0 - 3\mu_k\sin\theta_0\right] + Ce^{2\mu_k\theta_0}$$

Dari sini kita dapatkan

$$C = -\frac{2gr}{1+4\mu_k^2}\left[(2\mu_k^2 - 1)\cos\theta_0 - 3\mu_k\sin\theta_0\right]e^{-2\mu_k\theta_0} \qquad (4.118)$$

Benda meninggalkan permukaan ketika $v = v_p$ dan sudut adalah θ_p. Persamaan yang dipenuhi adalah

$$v_p^2 = \frac{2gr}{1+4\mu_k^2}\left[(2\mu_k^2 - 1)\cos\theta_p - 3\mu_k \sin\theta_p\right] + Ce^{2\mu_k\theta_p} \quad (4.119)$$

Tetapi dengan menggunakan persamaan (4.108) kita dapat menulis

$$rg\cos\theta_p = \frac{2gr}{1+4\mu_k^2}\left[(2\mu_k^2 - 1)\cos\theta_p - 3\mu_k \sin\theta_p\right] + Ce^{2\mu_k\theta_p}$$

Selanjutnya dengan memasukkan C pada persamaan (4.118) kita dapat menulis

$$rg\cos\theta_p = \frac{2gr}{1+4\mu_k^2}\left[(2\mu_k^2 - 1)\cos\theta_p - 3\mu_k \sin\theta_p\right]$$

$$-\frac{2gr}{1+4\mu_k^2}\left[(2\mu_k^2 - 1)\cos\theta_0 - 3\mu_k \sin\theta_0\right] e^{2\mu_k(\theta_P - \theta_0)}$$

$$rg\cos\theta_p = \frac{2gr}{1+4\mu_k^2}\left[(2\mu_k^2 - 1)\left\{\cos\theta_p - e^{2\mu_k(\theta_P - \theta_0)}\cos\theta_0\right\}\right.$$

$$\left.-3\mu_k\left\{\sin\theta_p - e^{2\mu_k(\theta_P - \theta_0)}\sin\theta_0\right\}\right]$$

atau

$$\cos\theta_p = \frac{2}{1+4\mu_k^2}\Big[(2\mu_k^2 - 1)\left\{\cos\theta_p - e^{2\mu_k(\theta_P - \theta_0)}\cos\theta_0\right\}$$

$$-3\mu_k\left\{\sin\theta_p - e^{2\mu_k(\theta_P-\theta_0)}\sin\theta_0\right\}\Big] \quad (4.120)$$

Sudut θ_0 adalah sudut ketika benda mulai meluncur. Sudut ini ditentukan oleh koefisien gesekan statis dan memenuhi persamaan

μ_s = tan (sudut kemiringan bidang)

Ketika sudut jari-jari yang dibentuk benda adalah θ maka sudut kemiringan bidang adalah 90^o - θ. Dengan demikian

$$\mu_s = \tan(90^o - \theta_0) = \cot\theta_0$$

Dengan hubungan ini maka

$$\cos\theta_0 = \frac{1}{\sqrt{1+\mu_s^2}}$$

$$\sin\theta_0 = \frac{\mu_s}{\sqrt{1+\mu_s^2}}$$

Persamaan (4.120) dapat diselesaikan secara numerik untuk mencarai θ_P jika diberikan informasi koefisien gaya gesekan kinetik dan stattik.

Contoh carilah θ_0 dan θ_P jika koefisien gaya gesekan statis dan kinetik masing-masing 0,5 dan 0,3. Dengan nilai ini maka cos θ_0 = 0,8944,

sin θ_0 = 0,4472. θ_0 = 0,4636 rad = 26,6°. Persaman yang akan diselesaikan menjadi

$$\cos\theta_p = 1{,}471\left[-0{,}82\left\{\cos\theta_p - 0{,}8944 e^{0,6(\theta_P - 0,4636)}\right\}\right.$$

$$\left. -0{,}9\left\{\sin\theta_p - 0{,}4472 e^{0,6(\theta_P - 0,4636)}\right\}\right]$$

$$\cos\theta_p = -1{,}206\cos\theta_p + 1{,}2652 e^{0,6\theta_P} - 1{,}3239\sin\theta_p$$

$$2{,}206\cos\theta_p + 1{,}3239\sin\theta_p - 1{,}2652 e^{0,6\theta_P} = 0$$

Solusi persamaan di atas harus diselesaikan secara numerik. Dengan menggunakan Excel kita dapatkan solusinya adalah θ_P = 0,9963 rad = 57,1°

Jalan Raya

Ketika kendaraan melewati jalan yang menikung (Gambar 4.42), pengendara harus hati-hati dan harus mengurangi kecepatan. Kenapa? Jika kecepatan terlalu tinggi maka kendaraan dapat terlempar keluar dari jalan. Selama melewati lintasan jalan menikung (berbentuk lingkaran) kendaraan memiliki percepatan sentripetal akibat gesekan antara roda kendaraan dan jalan raya. Jika f_s adalah gaya gesekan, maka selama berada pada lintasan laju mobil harus memenuhi

$$v = \sqrt{\frac{f_s R}{m}} \tag{4.121}$$

dengan R adalah jari-jari kelengkungan jalan raya dan m adalah massa kendaraan. Gaya gesekan memilii nilai maksimum. Nilai tersebut kita sebut gaya gesekan maksimum yang disimbolkan dengan $f_{s,maks}$. Nilai gaya gesekan yang dialami kendaraan memenui $f_s \le f_{s,maks}$. Masukkan ketidaksamaan ini ke dalam persamaan (4.121) maka kita peroleh bahwa laju kendaraan agar tetap berada pada lintasan lingkaran harus memenuhi

$$v \le \sqrt{\frac{f_{s,maks} R}{m}} \quad (4.122)$$

Dengan demikian, ada laju maksimum yang diijinkan agar kendaraan tetap berada pada lintasan. Laku maksimum tersebut adalah

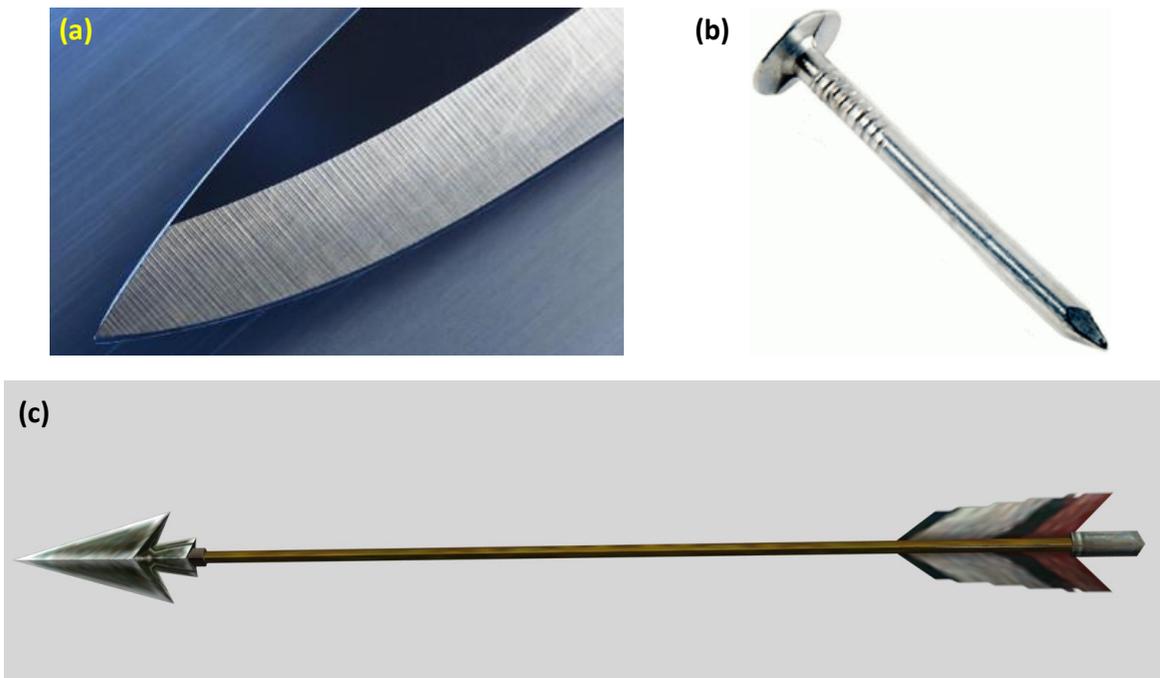
$$v_{maks} = \sqrt{\frac{f_{s,maks} R}{m}} \quad (4.123)$$

Selama melewati lintasan lingkaran, laju kendaraan tidak boleh terlalu besar. Kendaraan yang rodanya mulai mulus harus lebih berhati-hati lagi karena gaya gesekan antara roda dan jalan raya lebih kecil.

Gambar 4.42 Ketika melewati lintasan melengkung, kendaraan harus berhati-hati dan mengurangi kecepatan.

4.5 Tekanan

Dengan pisau tumpul, tukang masak kesulitan memotong daging. Namun, dengan pisau yang tajam, tukang masak dapat memotong daging dengan mudah. Paku yang tumpul sulit ditancapkan ke kayu. Paku yang

tajam mudah sekali ditancapkan ke kayu. Jika kulit kita tersentuh ujung yang tajam atau runcing maka mudah sekali kulit merasa sakit atau terluka. Namun jika tersentuh ujung yang tumpul, kulit sulit terluka meskipun diberi gaya yang sama. Ujung tombak dan anak panah dibuat runcing agar mudah menembus sasaran. Semua alat pemotong memiliki ujung yang runcing. Semua alat penusuk memiliki ujung yang lancip dan runcing (Gambar 4.43).

Gambar 4.43 Sejumlah benda dengan ujung tajam dan runcing yang memungkinkan menusuk ke benda lain dengan mudah: (a) pisau (cfbmatrix.com), (b) paku, dan (c) anak panah (ajihaditanoyo.wordpress.com)

Kita bertanya, mengapa ujung yang runcing dan lancip mudah menembus benda? Mengapa ujung yang tumpul sulit menembus benda? Untuk menjawab pertanyaan ini maka kita perlu mendefinisikan sebuah besaran fisika yang kita namakan tekanan. Tekanan inilah yang menentukan seberapa mudah sebuah benda menembus benda lain.

Mari kita lakukan percobaan dalam angan-angan. Dalam fisika percobaan semacam ini disebut *gedanken experiment*. Percobaan tidak dilakukan secara langsung, tetapi hanya dipikirkan seolah-olah dilakukan.

1) Kita mulai dengan memperbesar gaya yang diberikan untuk memotong atau menusuk benda. Kita akan dapatkan bahwa makin besar gaya yang kita berikan maka makin mudah benda tersebut kita tusuk atau potong. Dari hasil tersebut kita simpulkan bahwa tekanan haruslah berbanding lurus dengan gaya yang diberikan, atau $P \propto F$, di mana P adalah simbol untuk tekanan.
2) Selanjutnya kita ubah-ubah ukuran permukaan benda yang bersentuhan. Makin tajam ujung benda maka makin mudah benda menusuk atau memotong. Benda yang berujung tajam artinya benda memiliki penampang kontak kecil. Jadi, makin kecil luas penampang kontak benda maka makin besar tekanan yang dihasilkan. Oleh karena itu, kesimpulan kedua kita adalah tekanan berbanding terbalik dengan luas penampak kontak, atau $P \propto 1/A$.

Jika dua kesimpulan di atas digabung menjadi sebuah persamaan maka kita peroleh persamaan tekanan berikut ini

$$P = \frac{F}{A} \tag{4.124}$$

dengan

F adalah gaya tekan (N);

A adalah luas penampang kontak (m^2);

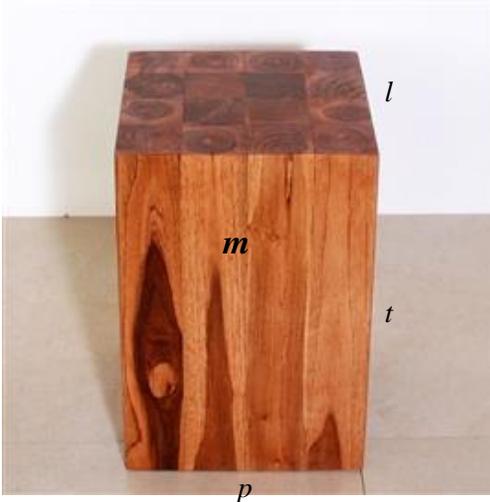
P adalah tekanan.

Satuan tekanan adalah N/m^2 yang didefinisikan sebagai Pa (pascal).

Pisau tajam, ujung jarum, atau mata tombak memiliki luas penampang kontak yang sangat kecil sehingga tekanan yang dihasilkan sangat besar. Tekanan tersebutlah yang menentukan kemudahan memotong atau menusuk benda.

Tekanan Oleh Zat Padat

Zat padat yang diletakkan di atas permukaan memberikan tekanan pada permukaan di bawahnya. Tekanan yang dilakukan oleh zat padat dihitung langsung berdasarkan gaya yang dilakukan serta luas penampang kontak yang menahan gaya tersebut. Sebagai contoh, sebuah balok yang

bermassa m dan ditempatkan di atas bidang datar seperti pada Gambar 4.44.

Gambar 4.44 Satu balok diletakkan di atas permukaan lantai (sustainablewoodfurniture.us). Balok tersebut memberikan tekanan pada permukaan penyangga yang nilainya bergantung pada berat balok dan luas permukaan balok yang kontak dengan penyangga.

Berdasarkan Gambar 4.44 luas penampang balok yang bersentuhan dengan lantai adalah $A = pl$. Gaya yang dilakukan balok pada lantai adalah $F = W = mg$. Dengan demikian, tekanan yang dilakukan balok pada lantai adalah $P = F/A = mg/pl$.

Meskipun berat balok tetap, namun tekanan yang dilakukan balok bergantung pada luas penampang yang bersentuhan dengan lantai. Tekanan lebih besar dihasilkan jika yang bersentukan dengan lantai adalah permukaan terkecil balok. Tekanan lebih besar lagi jika yang bersentuhan adalah salah satu sudut balok.

Pondasi Cakar Ayam

Pondasi cakar ayam adalah konstruksi pondasi beton yang melebar di ujung bawahnya. Ini dimaksudkan untuk memperkecil tekanan yang diberikan bangunan ke tanah. Karena penampang bawah melebar maka luas penampang menjadi lebih besar sehingga tekanan yang diberikan bangunan ke tanah menjadi kecil. Konstruksi tersebut cocok digunakan ketika mendirikan bangunan di tanah yang tidak terlampau kuat, seperti tanah lembek. Jika tidak menggunakan konstruksi tersebut maka bisa terjadi satu atau sejumlah tiang penyangga amblas ke dalam tanah akibat tekanan yang besar.

Gambar 4.45 adalah contoh konstruksi cakar ayam. Besi-besi beton

diikat sehingga melebar di dasarnya. Konstruksi cakar ayam diperkenalkan oleh pakar teknik sipil terkenal Indonesia, Prof. Dr. Sedyatmo. Menurut cerita, konstruksi ini diilhami oleh bentuk cakar ayam yang melebar sehingga ayam bisa berdiri dengan stabil. Juga ada yang mengatakan konstruksi ini diilhami oleh akar pohon kelapa yang melebar sehingga kelapa yang begitu tinggi dapat berdiri kokoh meskipun ditiup angin kencang.

Gambar 4.45 (kiri) Contoh konstruksi cakar ayam pada pembangunan gedung (bengkellas.net) dan (b) bentuk cakar ayam (3nter.com)

Konstruksi cakar ayam saat ini banyak digunakan dalam pembangunan jalan tol yang melewati daerah rata-rawa. Pembangunan jalan tersebut dimulai dengan membangun pondasi dengan struktur cakar ayam. Bentangan jalan dibangun di atas pondasi tersebut. Jalan tol dari Jakarta ke bandara Soekarno-Hatta sebagian besar bentangannya dibangun di atas pondasi cakar ayam karena melewati daerah rawa-rawa. Jalan tol tersebut sekarang diberi nama jalan tol Prof. Dr. Ir. Sedyatmo (Gambar 4.46)

Contoh 4.6

Tiang beton memiliki panjang dan lebar 20 cm. Tiang tersebut dibuat di atas pondasi cakar ayam dengan panjang dan lebar sama, yaitu 60 cm. Berapa penurunan tekanan pada tanah setelah menggunakan konstruksi cakar ayam dibandingkan dengan kalau tiang tanpa menggunakan konstruksi cakar ayam?

Gambar 4.46 Jalan tol Prof. Dr. Ir. Sedyatmo yang menghubungkan Jakarta dengan bandara Soekarno-Hatta. Jalan tersebut dibangun di atas pondasi cakar ayam (tempo.co.id).

Jawab

Luas penampang yang menekan tanah jika tidak menggunakan konstruksi cakar ayam adalah $A_1 = 0{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}04$ m^2. Dengan menggunakan konstruksi cakar ayam maka luas penampang yang menekan tanah setelah menggunakan konstruksi cakar ayam adalah $A_2 = 0{,}6 \times 0{,}6 = 0{,}36$ m$_2$. Misalkan beban yang ditahan tiang adalah W. Jika tidak menggunakan konstruksi cakar ayam maka tekanan ke tanah adalah $P_1 = W/A_1 = W/0{,}04$. Jika menggunakan konstruksi cakar ayam maka tekanan ke tanah adalah $P_2 = W/A_2 = W/0{,}36$. Dengan demikian, perbandingan tekanan jika menggunakan cakar ayam dan tanpa cakar ayam adalah

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{W/0{,}36}{W/0{,}04} = \frac{0{,}04}{0{,}36} = \frac{1}{9}$$

Jadi, dengan konstruksi cakar ayam maka tekanan yang dilakukan tiang ke tanah tinggal menjadi 1/9 kalau tidak menggunakan cakar ayam.

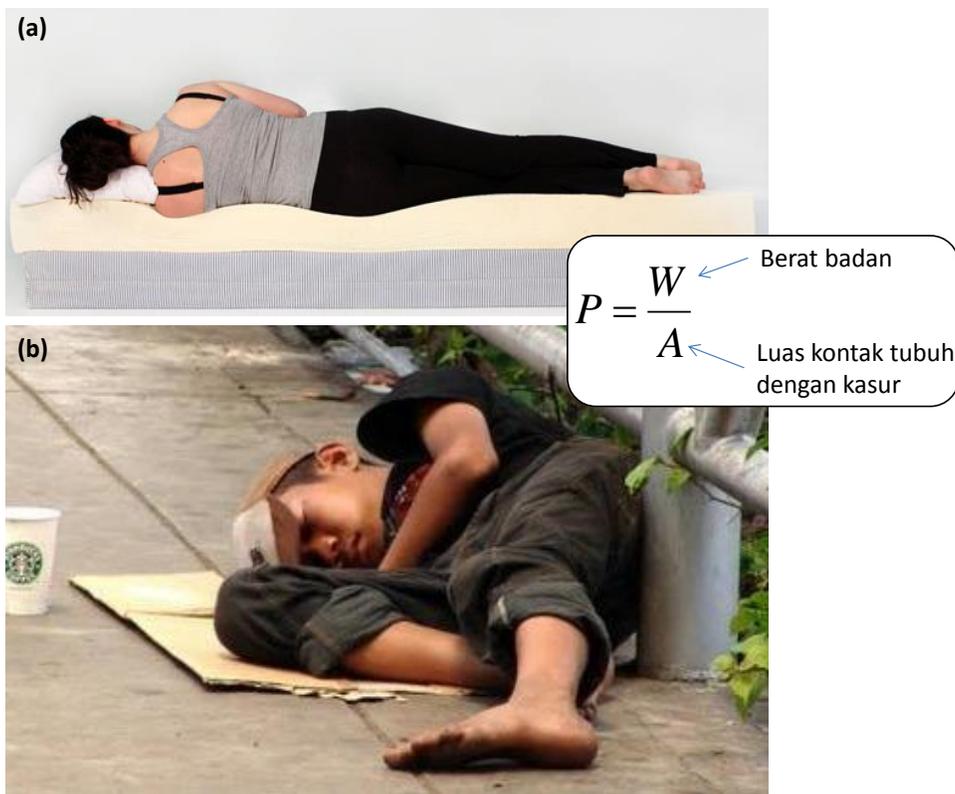
Mobil Offroad

Salah satu ciri utama mobil *offroad* adalah bentuk ban yang lebar dan memiliki tonjolan-tonjolan besar (Gambar 4.47). Bentuk ban yang lebar menyebabkan luas permukaan ban menjadi besar. Luas kontak antara ban dengan jalan menjadi besar. Karena tekanan berbanding terbalik dengan luas kontak, maka tekanan yang dilakukan ban mobil *offroad* dengan tanah tidak terlampau besar. Akibatnya, ketika melewati jalan yang lembek seperti jalan berlumpur, ban mobil *offroad* tidak mudah menyusup ke dalam tanah. Tekanan yang kecil menyebabkan ban mobil *offroad* dapat tetap berada di permukaan tanah. Kalaupun menyusup ke dalam tanah, susupannya tidak terlalu dalam. Tonjolan-tonjolan yang besar menyebabkan gaya gesekan antara ban mobil dengan jalan menjadi besar sehingga mobil tidak mudah selip.

Gambar 4.47 (a) Mobil offroad yang telah melewati jalan berlumpur (mobil.sportku.com), (b) bentuk ban mobil offroad, dan (c) bentuk ban mobil yang beroperasi di jalan umum.

Kasur

Tidur di kasur terasa jauh lebih nyaman daripada tidur di atas lantai atau alas yang datar dan keras. Ketika tidur di kasur atau *spring bed*, hampir semua sisi bawah tubuh bersentuhan dengan kasur (kasur melengkung mengikuti lekukan tubuh) (Gambar 4.46). Permukaan kontak antara tubuh dengan kasur menjadi besar. Tekanan yang dirasakan tubuh tubuh menjadi kecil.

Sebaliknya, ketika tidur di atas lantai datar dan keras maka hanya sebagian kecil permukaan tubuh yang bersentuhan dengan lantai (hanya bagian tubuh yang menonjol ke bawah) (Gambar 4.48). Permukaan kontak antara tubuh dengan lantai menjadi kecil. Tekanan yang dirasakan bagian tubuh yang bersentuhan dengan lantai sangat besar sehingga bagian tersebut merasa sakit.

Gambar 4.48 (a) Ketika tidur di kasur, banyak bagian tubuh yang bersentuhan dengan kasur. Tekanan yang dihasilkan tubuh dengan kasur menjadi kecil sehingga tubuh tidak merasakan sakit. (b) Ketika tidur di lantai datar dan kasar maka hanya bagian tubuh yang menonjol yang bersentuhan dengan lantai (luas kontak tubuh dengan lantai kecil). Akibatnya tekanan antara tubuh dengan lantai sangat besar dan bagian tubuh yang kontak dengan lantai merasa sakit (untukindonesia108.blogspot.com)

Sepatu Tumit Tinggi

Saat ini terjadi kecenderungan para wanita menggunakan sepatu tumit tinggi (*high heels*) (Gambar 4.49). Umumnya sepatu tumit tinggi memiliki dasar runcing di bagian tumit dan sedikit posisi datar di bagian depan. Luas dasar sepatu tumit tinggi lebih kecil daripada sepatu biasa. Akibatnya tekanan di dasar sepatu tumit tinggi lebih besar daripada tekanan di dasar sepatu biasa. Ini menyebabkan:

a) Dasar sepatu tumit tinggi dibuat dari bahan yang lebih keras dan kuat daripada dasar sepatu biasa agar tidak cepat rusak karena melakukan tekanan lebih besar ke jalan
b) Sepatu timit tinggi tidak cocok digunakan di jalan yang lunak karena dapat menancap di jalan tersebut akibat tekanan yang besar ke jalan.

Gambar 4.49 Contoh sepatu tumit tinggi (*high heels*) yang sedang dipakai. Perhatikan bahwa permukaan kontak antara dasar sepatu dengan jalan sangat kecil. Akibatnya tekanan yang dilakukan sepatu pada jalan sangat besar. Oleh karena itu dasar sepatu ini harus terbuat dari bahan yang kuat.

Sepatu bola biasanya memiliki bagian-bagian menonjol di dasarnya. Gunanya adalah untuk menghasilkan tekanan lebih besar sehingga dasar sepatu sedikit menancap di lapangan. Akibatnya pemain bola tidak mudah terpelesat di lapangan, khususnya saat berlari kencang. Nyamuk memiliki mulut yang sangat runcing (Gambar 4.50). Dengan gaya yang kecil

sekalipun, mulut nyamuk bisa menembus kulit manusia karena menghasilkan tekanan yang sangat besar.

Gambar 4.50 Ujung mulut nyamuk sangat runcing sehingga mudah menembus kulit manusia untuk menghisap darah (totalmosquitocontrol.com)

4.6 Gaya pada Fenomena di Sekitar Kita

Sekarang kita membahas beberapa persoalan gaya yang ada di sekitar kita. Karena peristiwa tersebut terlalu sering kita lihat atau kita alami, seringkali tidak menarik perhatian dan tidak pernah mengaikan dengan hukum-hukum fisika. Beberapa topik yang dibahas berikut ini mungkin kelihatan menarik.

Tabrakan Beruntun di Jalan Tol

Tabrakan beruntun sering terjadi di jalan. Tabrakan tersebut melibatkan beberapa kendaraan yang berjejeran sehingga sejumlah kendaraan mengalami kerusakan bagian depan dan bagian belakang (Gambar 4.51). Mengapa terjadi tabrakan beruntun di jalan tol atau jalan

pada umumnya? Penyebabnya adalah karena jarak antar kendaraan terlalu dekat. Saat kendaraan di depan tidak ada masalah, mengatur jarak hingga 1 meter pun akan aman asal laju kendaraan di belakang tidak lebih besar daripada laju kendaraan di sepan. Tetapi apa yang terjadi jika kendaraan di depan mengalami masalah secara tiba-tiba? Cukupkah ruang 1 meter untuk menghindari tabrakan? Tentu tidak. Sebenarnya hanya orang tidak berilmulah yang memacu kendaran dengan kecepatan tinggi dan membuat jarak beberapa meter dengan kendaraan di depannya. Dan ini biasanya dilakukan oleh sopir-sopir yang tidak bersekolah.

Gambar 4.51 Contoh akibat tambarak beruntun di jalan tol. Peristiwa ini melibatkan sejumlah kendaraan yang berjejeran sehingga sejumlah kendaraan akan mengalami kerusakan bagian depan dan bagian belakang (juaranews.com).

Sopir yang punya ilmu akan mempertimbangkan dengan seksama jarak aman. Sopir yang berilmu tersebut menggunakan otaknya untuk berpikir, andaikan tiba-tiba mobil di depan mengalami masalah seperti berhenti tiba-tiba karena terguling atau karena menabrak mobil di depannya, apakah saya punya ruang yang cukup untuk merem kendaraan untuk menghindari tabrakan?

Berapa jarak aman tersebut? Jarak aman tergantung pada gaya yang dihasilkan rem kendaraan. Saya coba cari informasi gaya pengeraman dan diperoleh grafik di bawah. Mungkin data ini tidak terlalu

akurat. Tetapi anggaplah tidak terlalu jauh dari yang sebenarnya. Gaya pengereman kendaraan sekitar 13.500 N. Mobil seperti Avanza memiliki massa sekitar 1,05 ton. Jika berisi satu penumpang kita bulatkan massanya 1.100 kg. Jika dilakukan pengeraman maka perlambatan yang dihasilkan

$$a = \frac{F}{m}$$

$$= \frac{13.500}{1.100} = 12{,}3 \text{ m/s}^2.$$

Namun secara psikologis, rata-rata manusia memiliki efek kesadaran atas peristiwa sekitar 1 detik. Sejak melihat peristiwa sampai melakukan respons diperlukan waktu sekitar 1 detik. Jadi, sejak sopir melihat peristiwa di depannya hingga menginjak rem dibutuhkan waktu sekitar 1 detik. Dalam selang waktu tersebut mobil sudah bergerak maju cukup jauh akibat kecepatan yang tinggi. Setelah itu mobil mengalami pengereman. Dengan asumsi perlambatan konstan maka gerak maju selama pengereman dapat dihitung dengan persamaan benda yang bergerak dengan percepatan konstan. Akhirnya, kita dapat memperkirakan gerak maju kendaraan sejak melihat peristiwa sampai kendaraan kita berhenti.

Jika laju kendaraan adalah 100 km/jam = 27,8 m/s, maka jarak untuk berhenti sejak pengeraman dilakukan adalah

$$\Delta x = \frac{v^2}{2a}$$

$$= \frac{(27{,}8)^2}{2 \times 12{,}3} = 31{,}4 \text{ m}$$

Karena sopir baru menyadari kejadian sekitar 1 detik sejak melihat kejadian maka ada waktu sekitar 1 detik mobil masih bergerak dengan laju 100 km/jam. Jarak tempu selama selang waktu tersebut (dengan asumsi gerak dengan laju konstan) adalah

$$\Delta x' = v\Delta t$$

$$= 27{,}8 \times 1 = 27{,}8 \text{ m}$$

Dengan demikian, jarak minimum yang harus dijaga oleh mobil di belakang agar tidak terjadi tabrakan berunutn sekitar **31,4 + 27,8 = 59** m. . Cukup jauh bukan? Tetapi ketika kita melintasi jalan tol, betapa banyak kendaraan yang berjarak hanya beberapa meter walaupun kecepatannya di atas 100 km/jam. Ini benar-benar sopir yang tidak berilmu dan untung selamat. Jika anda merasa orang yang berpendidikan, tentu anda tidak mengikuti cara sopir tidak berilmu tersebut.

Membuat Gunung Pasir

Salah satu yang menarik saat berlibur ke pantai adalah membuat gunung pasir. Anak-anak sangat senang, duduk basah-basahan di pasir sambil membuat gunung. Gunung yang dubuat bisa cukup tinggi, namun runtuh ketika datang gelombang yang menyapu hingga gunung pasir.

Kalau kita buat gunung pasir dengan menggunakan pasir kering maka kemiringan gunung tidak besar. Tetapi jika menggunakan pasir basah maka kita dapat membuat gunung pasir yang lebih terjal. Ada sudut maksimum kemiringan yang membuat gunung pasir stabil. Jika sudut kemiringan lebih besar daripada sudut kritis maka terjadi longsor. Untuk menentukan sudut kritis gundukan pasir, kalian tumpuk saja pasir cukup banyak hingga membentuk gunung. Sudut kritis adalah sudut kemiringan lereng gunung pasir yang kita buat. Jika kalian sulit mendapatkan pasir, kalian dapat menggunakan beras, kacang, atau butiran apa saja. Kalian akan amati bahwa berapa pun pun banyak yang kalian tumpuk maka sudut kemiringan lereng selalu konstan. Gambar 4.52 adalah contoh tumpukan kacang hijau, kacang kedelai, dan beras.

Pasir kering memiliki sudut kritis kecil. Pasir basah memiliki sudut kritis lebih besar. Namun jika pasir mengandung kelebihan air

maka butiran pasir tidak bisa membentuk gunung karena mengalir terbawa air. Peristiwa longsor tebing memiliki kaitan dengan fenomena ini.

Gambar 4.52 Tumpukan kacang hijau (atas) dan kledelai (tengah) membentuk gunung dengan sudut kemiringan lereng sekitar 30^o Sedangkan tumpukan beras membentuk gunung dengan sudut kemiringan 40^o.

Misalkan sudut kritis pasir kering adalah θ^o. Ketika pasir sedikit dibasahkan maka ada ada tambahan gaya tarik antar butir pasir akibat adanya lapisan air di permukaan. Ada gaya adhesi antara air dengan permukaan dua butir pasir yang bersentuhan sehingga muncul tambahan

gaya tarik pada butir pasir. Tambahan gaya tersebut menaikkan sudut kontak. Halsey dan Levine [T. C. Halsey and J. Levine, How Sandcastles Fall?, *Physical Review Letter* **80**, 3142 (1998)] mebuktikan bahwa sudut kontak pasir basah memenuhi persamaan

$$\tan\theta'_c = \tan\theta_c\left[1+\frac{\gamma A}{r\rho g D\cos\theta_c}\right] \qquad (4.125)$$

dengan

γ adalah tegangan permukaan air

A adalah luas permukaan kontak

r adalah jari-jari kelengkugan permukaan butir (jika butir berbentuk bola maka r adalah jari-jari butir)

ρ adalah massa jenis tumpukan pasir

G adalah percepatan gravitasi bumi

D adalah ketebalan tumpukan pasir.

Jelas dari persamaan di atas bahwa $\theta'_c > \theta_c$.

Mengapa Cicak/Tokek Menempel Kuat di Dinding

Mungkin sudah banyak penjelasan tentang penyebab mengapa tokek/cicak dapat menempel di dinding (banyak referensi yang bisa dibaca). Penjelasan yang diterima selama ini adalah kaki cicak/tokek mengandung rambut halus. Rambut halus tersebut berikatan dengan dinding. Karena jumlah rambut sangat banyak maka ikatan yang dihasilkan sangat kuat. Gambar 4.53 merupaka foto kaki cecak/tokek diambil menggunakan mikroskop elektron. Tampak dengan jelas rambut yang sangat halus. Kita dapat membandingkan rambut pada permukaan kaki tokek/cicak dengan kuas rias wanita.

Saya coba paparkan rumus sederhana untuk meyakinkan bahwa benar dengan adanya bulu halus maka ikatan antara kaki cicak/tokek dengan dinding sangat kuat. Penyebab utama ikatan adalah gaya antar atom di bulu kaki cicak/tokek dengan atom di permukaan. Gaya tersebut umumnya memenuhi persamaan Lennard-Jones yang merupakan fungsi

pangkat negatif 7 dan negatif 13 dari jarak antar atom.

Gambar 4.53 (atas) Foto kaki cecak/tokek (www.allposters.com), (kiri bawah) kai cecak dianalogikan dengan kuas (id.ozcosmetics.com), dan (kanan bawah) ilustrasi kaki tokek/cicak saat menempel di dinding.

Besarnya gaya antara kaki tokek/cicak dengan dinding bergantung pada jarak antara atom di kaki dan atom di dinding serta jumlah atom yang berikatan. Jumlah atom yang berikatan sebanding dengan luas permukaan kontak antara kaki cicak/tokek dengan permukaan dinding. Makin besar permukaan kontak maka makin besar gaya tarik. Adanya bulu halus menyebabkan luas permukaan kontak kaki cicak/tokek dengan dinding meningkat. Besar peningkatan tersebut berbanding terbalik dengan akar luas penampang rambu (berbanding terbalik dengan jari-jari rambut). Dengan demikian, jika jari-jari rambut sangat kecil maka luas permukaan kontak akan sangat besar sehingga gaya tarik antara kaki cicak/tokek dengan dinding menjadi sangat besar.

Mari kita lakukan perkiraan lebih kuantitatif. Misalkan saat tokek/cicak menempel di dinding, rambut-rambut di kaki menekuk sehingga ujung bawahnya menempel tertidur di dinding. Misalkan panjang tekukan ke dinding adalah s. Misalkan rambut pada kaki tokek/cicak berbentuk silinder dengan jari-jari r. Misalkan juga permukaan kaki totek/cicak yang menempel memiliki ukuran panjang x dan lebar y (lihat Gambar 4.53). Dengan demikian luas kaki cicak yang menempel adalah

$$A = xy \qquad (4.126)$$

Luas penampang satu rambut adalah $a = \pi r^2$. Dengan demikian, jumlah rambut cecak yang menempel pada permukaan adalah

$$N = \frac{A}{a}$$

Lebar penambang memanjang rambut sama dengan diameter rambut. Dengan demikian, luas kontak satu rambut dengan permukaan adalah $(2r)s$. Karena ada N buah rambut tertekuk yang kontak dengan permukaan maka luas efektif permukaan kontak rambut dengan permukaan menjadi

$$A' = N(2r)s$$

$$= \frac{A}{a}\left(2\sqrt{\frac{a}{\pi}}\right)s$$

yang memberikan

$$\frac{A'}{A} = \frac{2s}{\sqrt{\pi a}} \qquad (4.127)$$

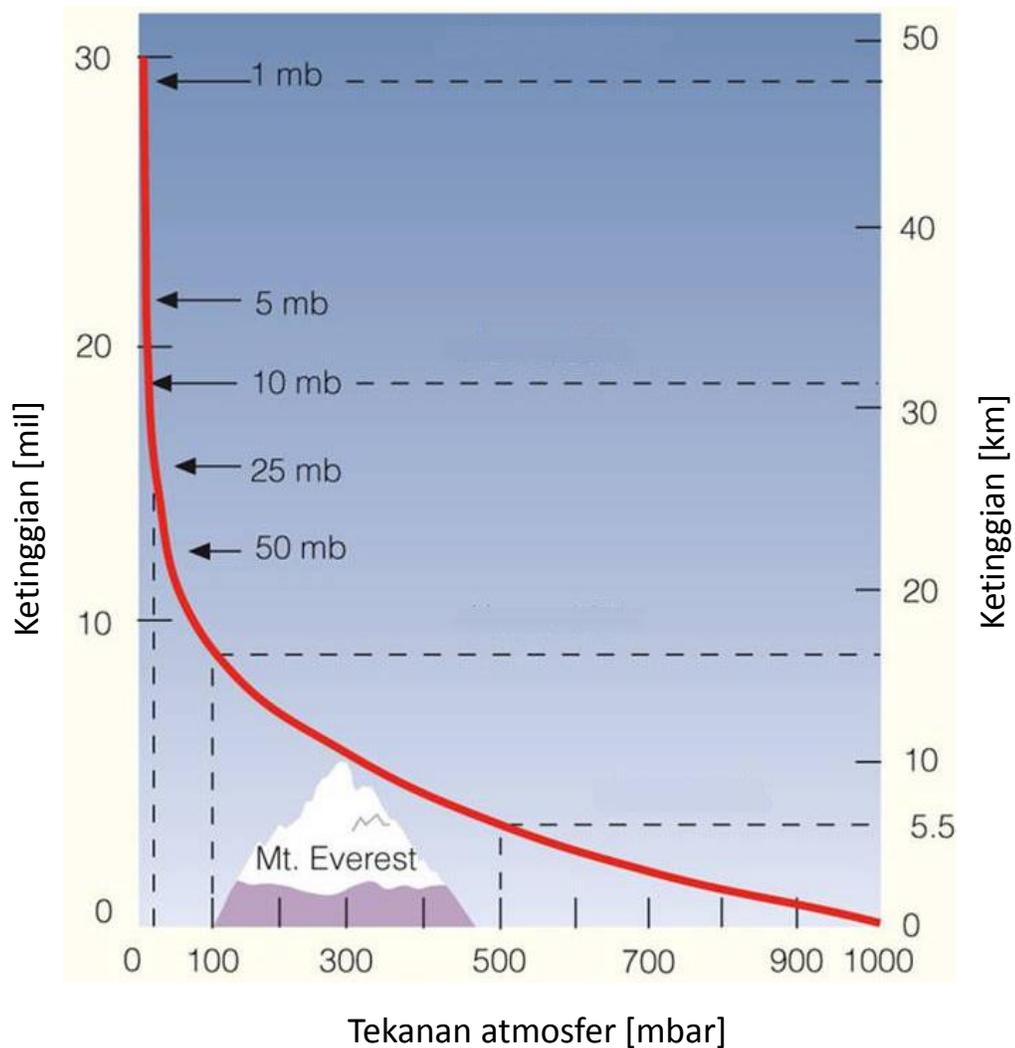
Tampak bahwa luas penampang kontak berbanding terbalik dengan akar luas penampang rambut. Ini berarti makin kecil luas penampang rambut (yang berarti juga makin kecil jari-jari rambut) maka luas penampang kontak makin besar. Jika ε adalah gaya per satuan luas penampang kontak maka jelaslah di sini bahwa gaya ikat berbanding terbalik dengan akar luas penampang rambut.

Mengapa Jendela Pesawat Berbentuk Oval

Awalnya pesawat komersial memiliki jendela berbentuk segiempat karena disain yang mudah. Namun, terjadi banyak sekali kecelakaan saat pesawat sedang terbang. Kecelakaan yang terkenal adalah yang terjadi pada pesawat de Havilland DH.106 Comet 1 dengan nomor penerbangan 781 milik British Overseas Airways Corporation. Pesawat tersebut meledak di atas laut Mediterania tanggal 10 Januari 1954. Semua penumpang pesawat meninggal. Hasil penyelidikan menunjukkan bahwa disain jendela yang berbentuk segiempat sebagai penyebab terjadinya kecelakaan. Gambar 4.54 (atas) memperlihatkan bentuk jendela pesawat de Havilland DH.106 Comet 1 dan Gambar 4.54 (bawah) adalah bentuk jendela pesawat yang ada saat ini.

Lubang jendela pada body pesawat yang berbentuk segi empat menghasilkan konsentrasi stress yang sangat besar pada sudut lubang (karena runcing). Tekanan dalam kabin yang lebih besar daripada tekanan udara luar mendorong dinding pesawat ke arah luar. Akibat dorongan tersebut maka terjadi konsentrasi (peningkatan) stress pada lubang-lubang yang ada di body (termasuk lubang jendela atau retakan pada body). Makin runcing lubang maka makin besar konsentrasi stress di situ. Akibatnya, retakan dapat merambat dengan cepat dan body pesawat dapat pecah akibat kegagalan struktur.

Pada akhirnya, desain jendela pesawat diubah. Tidak lagi mengandung bagian yang runcing. Dan sekarang jendela pesawat berbentuk lingkaran atau oval. Dengan dersain ini maka stress pada lubang jendela tersebar hampir merata dan tidak ada lokasi yang memiliki stress terlampau tinggi.

Gambar 4.54 (atas) Jendela pesawat de Havilland DH.106 Comet 1 yang berbentuk segi empat sudut runcing dan (bawah) bentuk jendela pesawat yang ada saat ini yang oval.

Gambar 4.55 Tekanan atmosfer sebagai fungsi ketinggian dari permukaan laut (1 mbar = 100 Pa, 1 atm = 1,01 bar)

Tekanan udara dalam kabin pesawat yang sedang bergerak pada ketinggian 39.000 kaki (12 km) dari permukaan laut kira-kira sama dengan tekanan udara pada ketinggian 8.000 kaki (2.400 meter). Gambar 4.55 adalah kurva tekanan atmosfer sebagai fungsi ketinggian. Berdasarkan kurva tersebut, tekanan udara pada ketinggian 2.400 sekitar 750 milibar (0,75 atm). Jadi kabin pesawat yang sedang terbang pada ketinggian 12.000 m memiliki tekanan udara 750 milibar. Sedangkan tekanan udara luar pada ketinggian tersebut (12.000 m) hanya sekitar 200 milibar. Jadi ada perbedaan tekanan udara dalam kabin dengan tekan

udara di luar sekitar 550 milibar. Selisih tekanan inilah yang menekan body pesawat ke arah luar.

Soal-Soal

1) Ketika pesawat terbang masuk ke dalam daerah berawan maka sering terjadi goncangan. Goncangan makin kencang jika masuk daerah dengan awan tebal. Jelaskan mengapa terjadi goncangan tersebut.

2) Untuk berbelok ke kiri atau ke kanan, pesawat terbang menggunakan bagian yang bernama rudder. Letak rudder adalah di bagian vertikal sayap. *Rudder* dapat diputar ke arah kiri atau kanan sesuai dengan ke arah mana pesawat akan dibelokkan. Jika posisi *rudder* tampak seperti pada Gambar 4.56, ke arah manakah pesawat akan membelok? Jelaskan

Gambar 4.56 Rudder pada pesawat untuk berbelok ke kiri dan ke kanan (ink361.com).

3) Saat lepas landas, pesawat agak dimiringkan ke atas. Ini akan menghasilkan gaya angkat yang besar sehingga ketinggian pesawat bertambah. Namun, jika ketinggian pesawat terlampau besar justru pesawat akan kehilangan gaya angkat dan pesawat tiba-tiba terjerembab (jatuh). Kondisi ini disebut stall. Jika posisi pesawat sudah cukup tinggi maka ada waktu bagi pesawat untuk *recovery* (kembali ke keadaan stabil). Tetapi jika posisi pesawat tidak cukup tinggi maka pesawat bisa terperosok hingga menghantam tanah atau laut dan berakibat kecelakaan fatal. Sudut kemiringan kritis pesaat agar tidak

terjadi stall adalah 15^o – 20^o. Coba kalian diskusikan mengapa terjadi stall jiak sudut kemiringan melalpaui sudut kritis tersebut.

4) Kapal laut atau motor boat bergerak ke depan karena adanya baling-balikng yang mendorong air ke belakang. Jelaskan mengapa dorongan air ke belakang menghasilkan gaya dorong ke depan pada kapal dan motor boat. Peristiwa yang sama terjadi pada mesin roket. Roket bergerak ke depan karena adanya pelepasan gas yang sangat kencang ke arah belakang.

5) Tanah tebing bisa stabil karena adanya gaya tarik antar partikel-partikel penyusun tanah. Jika terjadi hujan yang cukup lebat maka longsor dapat terjadi. Mengapa demikian? Kaitkan jawaban kalian dengan gaya tarik antar partikel-partikel penyhusun tanah.

6) Ketika kalian ke pantai, kalian sering melihat orang bermain istana pasir. Jika pasir yang digunakan adalah pasir kering maka istana pasir yang bisa dibuat tidak terlampau tinggi. Istana yang tinggi dapat dibuat dengan menggunakan pasir basah. Namun, jika istana yang sudah dibuat terendam air maka istana yang tinggi tersebut ambruk. Bisakah kalian jelaskan mengapa demikian? Kaitkan jawaban kalian dengan gaya tarik antar butir pasir.

7) Kalian amati daun kelapa, palem, atau pisang. Saat masih kecil daun tersebut arahnya ke atas. Namun begitu memanjang dan membersar daun menjadi melengkung ke bawah. Jelaskan mengapa demikian.

8) Seorang pengemudi sedang mengendarai kendarana di jalan tol dengan laju 80 km/jam. Rata-rata manusia melakukan respons terhadap apa yang dilihatnya sekitar 0,8 detik sejak pertama kali melihat kejadian tersebut. Ketika di depan pengemudi terlihat ada mobil yang berhenti mendadak, tentukan berapa jauh mobil bergerak hingga hingga pengemudi mulai menginjak rem sejak pengemdi tersebut melihat mobil yang berhenti.

9) Massa motor Yamaha Mioa adalah 87 kg. Seorang bapak yang memiliki massa tubuh 65 kg mengendari motor tersebut dari keadaan berhenti. Setelah digas selama 10 detik, motor mencapai laju 32 km/jam. Berapa gaya dorong pada motor selama digerikan gas?

10) Sebuah timbangan pegas dapat menimbang barang hingga 10 kg. Jumlah skala pada timbangan tersebut adalah 20 skala (tiap skala menunjukkan kenaikan 0,5 kg). Jarak antar dua skala berdekatan adalah 5 mm. Hitunglah

    a) Kostanta pegas timbangan

b) Jika saat menimbang barang 4 kg timbangan berosilasi sebentar, berapakah periode osilasinya?

11) Dalam proses pendaratan pesawat ada istilah go around. Artinya, pesawat yang akan mendarat akhirnya terbang kembali demi keselamatan. Salah satu sebab *go around* adalah landasan yang terlalu licin atau pesawat terlambat menyentuh landasan sehingga sisa landasan tidak cukup untuk berhenti. Sebuah pesawat Boeing 737-900ER mendarat dengan menyentuh landasan pada kecepatan 142 knot. Pesawat tersebut menyentuh landasan hingga ujung landasan yang tersisa tinggal 1.200 m. Gaya pengereman maksimal pesawat adalah 89,5 kN dan massa pesawat beserta muatan di atasnya adalah 54.658 kg. Apakah pesawat meneruskan pendaratan atau harus *go around*?

12) Jika sebuah benda bergerak melingkar pada lintasan yang berjari-jari r dengan laju v maka benda tersebut seolah-olah mendapat gaya dorong ke arah luar sebesar mv^2/r. Misalkan sebuah benda memiliki massa 100 g dan digantung di ujung tali yang panjangnya 50 cm. Benda tersebut kemudian diputar denga laju 5 m/s. Berapakah tegangan tali?

13) Benda yang berjarak r dari pusat bumi mendapat gaya tarik oleh bumi sebesar $F = mg(R/r)^2$, dengan R adalah jari-jari bumi. Sebuah satelit yang memiliki massa 100 kg mengeliniling bumi pada orabit yang berjarak 5 ribu km di atas pemukaan bumi. Berapakah gaya tarik bumi pada satelit tersebut? Agar tidak jatuh akibat tarikan bumi maka sartelit tersebut bergerak mengelilingi bumi dengan kecepatan tertentu. Kecepatan yang dimiliki satelit harus menghasilkan gaya ke arah luar yang sana dengan gaya tarik bumi. Berapakah kecepatan satelit tersebut?

14) Satelit Palapa atau satelit telekomunikasi lain termasuk satelit geostasioner. Satelit geostasioner artinya satelit yang ketika diamati di bumi seolah-olah tidak bergerak. Jika semula satelit berada di atas kepala maka satelit tersebut tetap berada di atas kepala. Ini hanya bisa terjadi jika periode orbit satelit persis sama dengan periode rotasi bumi.

a) Berapakah periode orbit satelit geostasioner dalam satuan detik?
b) Dengan menggunakan rumus kecepatan $v = 2\pi r/T$ dan menggunakan gaya tarik bumi $F = mg(R/r)^2$ dan gaya ke luar akibat adanya kecepatan sebesar mv^2/r, tentukan jari-jari orbit satelit geostasioner.

Gunakan jari-jari bumi 6.400 km dan percepatan gravitasi bumi 10 m/s^2.

15) Pesawat produksi PT IPTN, CN-235 memiliki massa kosong 9.800 kg. Pesawat tersebut digerakkan oleh dua buah mesin turboprop CT7-9C3 buatan General Electric, Amerika. Pesawat tersebut dapat takeoff pada landasan pendek hanya sekitar 603 meter. Kecepatan saat takeoff adalah 156 km/jam. Berapakah gaya yang dilakukan masing-masing mesin pesawat saat takeoff tanpa muatan? Sebagai informasi, saat lepas landas pesawat hanya menggunakan 75% panjang landasan.

Gambar 4.57 Pesawat CN235 yang dirancang sebagai kapal patroli laut (airliners.net).

16) Pesawat CN235 sedang terbang dengan laju 450 km/jam (Gambar 4.57). Ketika memasuki daerah turbulensi, kecepatan pesawat dikurangi menjadi 400 km/jam dalam waktu 1 menit. Saat itu massa pesawat dan beban di dalamnya 14.000 kg. Hitung gaya yang telah dikeluarkan untuk mengurangi laju pesawat.

17) Mobil Xenia dengan 3 penumpang memiliki massa total 1.160 kg. Mobil tersebut digas dari posisi berhenti hingga mencapai laju 72 km/jam dalam waktu 25 detik. Berapa percepatan rata-rata mobil Xenia selama selang waktu tersebut?

18) Sebuah mobil memiliki kecepatan 50 km/jam. Mobil dengan penumpang (massa total 1.600 kg) kemudian digas sehingga gaya total yang bekerja pada mobil (resultan gaya mesin, gaya gesekan oleh udara, dan gaya gesekan oleh jalan raya) adalah 2.000 N. Gas dilakukan selama 7 detik. Berapa kecepatan mobil setelah 7 detik tersebut?

19) Sebuah bola yang memiliki mass 350 g dilempar ke dinding dengan laju 2 m/s. Bola tersebut kemudian memantul dengan laju yang sama dalam arah persis berlawanan arah datang. Misalkan proses pemantulan berlangsung selama 0,01 detik. Hitung gaya yang

dilakukan dinding untuk membalik arah bola.

20) Sebuah lift sedang bergerak ke bawah dengan laju konstan 2 m/s. Massa lift beserta penumbang di dalamnya adalah 1.500 kg. Berapa gaya tegang rantai yang mengikat lift?

21) Bola sepak yang memiliki massa 430 g digelindingkan di halaman. Laju awal yang diberikan adalah 2,5 m/s. Misalkan gaya gesek rata-rata yang dilakukan oleh tanah adalah 0,5 N. Dengan data tersebut hitung setelah berapa lama bola berhenti

22) Pesawat milik Wings Air ATR 72 memiliki massa keti penuh berisi barang dan penumpang sebesar 22.800 kg. Pesawat tersebut digerakkan oleh dua buah mesin PW127F turboprops buatan Pratt & Whitney Canada dengan daya maksimum masing-masing 1.846 kW. Saat akan lepas landas, pesawat tersebut memiliki kecepatan 116 knot yang setara dengan 60 m/s. Pesawat tersebut dapat takeoff pada landasan sepanjang 1.333 meter.

    a) Berapakah kecepatan pesawat saat bergerak di landasan untuk takeoff?
    b) Berapakah gaya yang dihasilkan masing-masing mesin pesawat saat di landasan?

23) Kelompok A dan B mengadakan lomba tarik tambang. Setelah mengerahkan kekuatan akhirnya kelompok A yang menang. Apakah gaya yang telah dilakukan kelompok A lebih besar daripada kelompok B? jelaskan jawabanmu.

24) Mobil Daihatsu Xenia yang hanya bersisi sopir dapat mencapai kecepatan 100 km/jam dari kondisi diam dalam waktu 20 s. Massa mobil Xenia bersama sopir adalah 1.065 kg. Berapa percepatan maksimum mobil Xenia tersebut? Berapa gaya maksimum yang dilakukan mesin mobil?

25) Mobil Toyota Avanza dengan 5 penumpang memiliki massa total 1.365 kg. Sistem rem mobil pada empat roda sanggup menghasilkan gaya maksimum 10.000 N. Mobil tersebut sedang bergerak di jalan tol dengan laju 80 km/jam. Berapa jarak minimum dengan mobil di depan untuk menghidnari tabrakan beruntun? Perlu diperhatikan juga bahwa sopir baru menginjak rem sekitar 1 detik setelah melihat kejadian. Jadi, sejak sopir melihat kejadian di depan hingga menginjak rem, mobil masih meluncur dengan lahu 80 km/jam, setelah itu baru terjadi pengereman.

26) Tiap saat Matahari menarik Bumi dengan gaya 3.5×10^{22} N. Akibat gaya tersebut maka bumi memiliki percepatan ke arah matahari. Tetapi

bumi tidak bergerak menuju matahari karena bumi melakukan gerak melingkar. Jadi, gerak melingkat dapat menghindari benda jatuh ke pusat lingkaran. Berapa percepatan bumi akibat gaya tarik oleh matahari? Massa bumi adalah $5,96 \times 10^{24}$ kg.

27) Tabel 4.3 memperlihatkan kecepatan yang dapat dicapai mobil Daihatsu Xenia 1.000 cc dan lama waktu untuk mencapai kecepatan tersebut. Jika dianggap massa Xenia beserta sopir adalah 1.050 kg, tentukan gaya yang dilakukan mesin pada tiap rentaang kecepatan. Kita anggap gaya gesek oleh udara dan jalan dapat diabaikan.

Tabel 4.3 Tabel untuk soal 27

Kecepatan	waktu
0 – 60 km/s	6,3 s
60 – 80 km/s	5,4 s
80 – 100 km/s	7,4 s
0 – 100 km/s	18,8 s

28) Pesawat penumpang terbesar saat ini Airbus A380 memiliki massa total saat takeoff sebesar 575.000 kg. Ketika akan *takeoff* dari keadaan berhenti kecepatan pesawat harus mencapai 150 knot (1 knot = 1,852 km/jam). Panjang landasan minimum yang diperlukan pesawat tersebut adalah 2.950 m. Tentukan gaya yang dilakukan mesin pesawat saat akan *takeoff*.

29) Diameter bola tenis adalah 6,70 cm. Rekor dunia kecepatan servis tennis dipegang oleh Samuel Groth dari Australia dengan kecepatan servis 263 km/jam yang dibuat tahun 2012 di Busan Open. Dengan menggunakan koefieisn viskositas udara 0,00018 Pa s maka gaya gesekan udara pada bola tenis saat diservis tersebut adalah

30) Sebuah mobil Suzuki Swift bergerak di jalan tol dengan laju 100 km/jam. Dengan menggunakan koefieisn viskositas udara 0,00018 Pa s maka gaya gesekan oleh udara pada mobil adalah

31) Seekor ikan yang bentuknya menyerupai bola dengan jari-jari 10 cm berenang dengan laju 20 cm/s dengan cara menggerak-gerakkan ekornya. Massa tubuh ikan tersebut adalah 2,4 kg. Koefisien viskositas air adalah 0,000894 Pa s. Gaya dorong yang dihasilkan ekor ikan kira-kira

32) Ketika bola dijatuhkan dari posisi yang sangat tinggi maka mula-mula kecepatan bola bertambah besar akibat adanya gaya tarik gravitasi. Namun, suatu saat kecepatan bola menjadi konstan atau tidak memiliki percepatan lagi. Penyebanya adalah gaya hambat oleh udara persis sama dengan gaya gravitasi bumi. Bola tersebut memiliki massa 100 kg dan jari-jari 50 cm. Viskositas udara sendiri adalah $1,8 \times 10^{-5}$ Pa s. dari informasi tersebut, berapakah kecepatan maksimum bola?

33) Diameter bola basket adalah 24,1 - 25 cm. Bola tersebut dilempar dengan laju 5 m/s. Dengan menggunakan koefisien viskositas udara $1,8 \times 10^{-5}$ Pa s, tentukan gaya gesekan udara pada bola basket.

34) Toyota Camry sedang bergerak di jalan tol dengan laju 100 km/jam. Spesifikais dari mobil ini adalah perkalian antara koefieisn gesek dan luas penampang (C A) sama dengan 0,29 m^2. Dengan menggunakan massa jenis udara 1,225 kg/m^3, tentukan gaya hambat udara pada mobil tersebut.

35) Tetes air hujan memiliki diameter 0,5 cm. Berapa kecepatan jatuh tetes air tersebut saat mencapai tanah? *Petunjuk*: Saat mencapai tanah tetes air hujan telah mencapai kecepatan maksimum (gaya hambat udara sama dengan gaya gravitasi). Gaya lain diabaikan.

Bab 5
KERJA DAN ENERGI

Ketika kendaraan menempuh perjalanan, maka lama kelamaan bahan bakar habis. Bahan bakar yang berupa energi kimia diubah menjadi energi gerak (mekanik), yang kemudian digunakan oleh mesin kendaraan untuk melakukan kerja (memindahkan posisi kendaraan). Posisi kendaraan bisa berpindah karena mesin melakukan gaya.

Munculnya gaya dan perpindahan mengurangi energi yang dimiliki bahan bakar. Energi yang dimiliki bahan bakar adalah besaran skalar dan hanya menyatakan jumlah (kuantitas). Sebaliknya, gaya dan perpindahan adalah besaran yang bersifat dinamik, memiliki besar dan arah. Tampak di sini bahwa energi yang merupakan besaran statik memiliki keterkaitan dengan besaran dinamik. Perubahan besaran statik (perubahan energi) melahirkan perubahan pada besaran dinamik.

5.1 Definisi Kerja

Dari uraian singkat di atas maka dipandang perlu mendefinisikan suatu besaran fisika baru yang merupakan kombinasi besaran dinamik yang muncul sebagai akibat perubahan energi. Besaran tersebut kita namakan kerja dan secara matematik memiliki bentuk diferensial sebagai berikut

$$dW = \vec{F} \bullet d\vec{r} \qquad (5.1)$$

dengan

W adalah kerja;

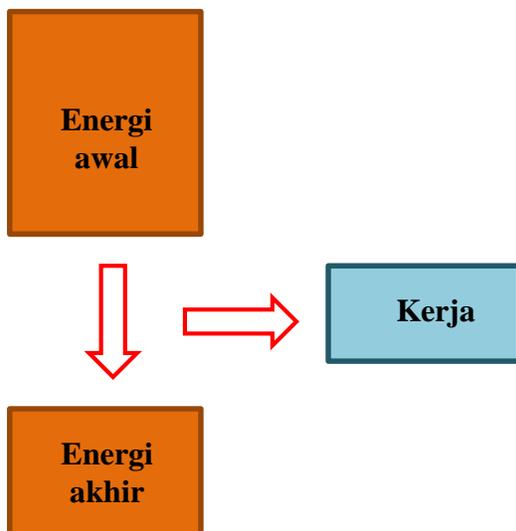
dW adalah kerja dalam jumlah sangat kecil;

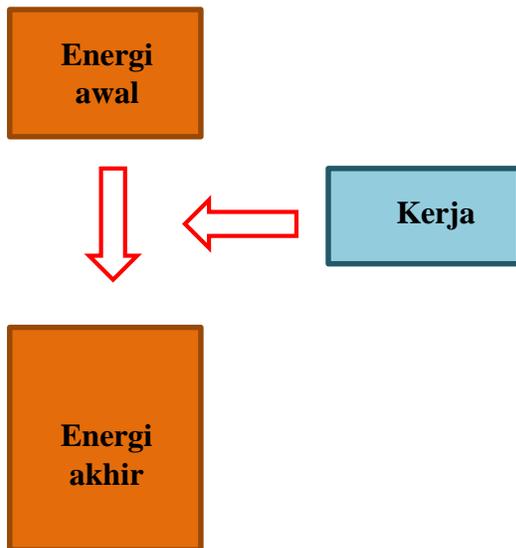
$\vec{F}$ adalah gaya yang bekerja pada benda dan;

$d\vec{r}$ adalah elemen perpindahan benda.

Jika ditulis dalam notasi skalar maka persamaan (5.1) berbentuk

$$dW = Fdr\cos\theta \qquad (5.2)$$

di mana θ adalah sudut antara gaya dan elemen perpindahan.

Gambar 5.1. Kerja menyebabkan energi benda berkurang. Kerja yang dilakukan benda sama dengan selisih energi awal dan energi akhir yang dimiliki benda tersebut.

Besarnya kerja yang dilakukan benda sama dengan perubahan energi benda. Gambar 5.1 adalah ilustrasi energi dan kerja. Sebaliknya, jika pada benda dilakukan kerja maka energi benda bertambah. Jika pada benda yang diam (energi gerak nol) diberi kerja (didorong) maka energi geraknya bertambah. Dari penjelasan ini tampak bahwa kerja dapat meningkatkan energi benda. Gambar 5.2 adalah ilustrasi penjelasan tersebut.

Gambar 5.2 Kerja dari luar dapat menigkatkan energi benda. Energi akhir benda sama dengan jumlah energi awal dan kerja yang dilakukan pada benda tersebut.

Dari persamaan (5.1) atau (5.2) tampak bahwa kerja hanya ada jika ada komponen gaya dan perpindahan yang sejajar. Jika gaya dan perpindahan tegak lurus maka kerja nilainya nol. Ketika satelit mengelilingi bumi dalam orbit berupa lingkaran maka kerja yang dilakukan oleh bumi pada satelit nol karena arah gaya (ke pusat bumi) selalu tegak lurus dengan arah perpindahan satelit (menyinggung lingkaran).

Penjual yang memikul benda lalu berjalan di jalan yang mendatar tidak melakukan kerja. Walaupun pundak penjual melakukan gaya, dan penjual melakukan perpindahan (berjalan), tetapi arah gaya yang dilakukan pundak (ke atas) tegak lurus arah perpindahan (arah mendatar) (Gambar 5.3).

Kalian melakukan usaha saat mengangkat beban dari posisi duduk ke posisi berdiri. Pada saat ini arah perpindaran (ke atas) sama dengan arah gaya (ke atas). Atlet angkat besi Kalimantan Timur Eko Yuli Irawan pada Gambar 5.4 melakukan kerja ketika mengangkat barbell dari

lantai hingga ke atas. Arah gaya yang diberikan tangan ke atas dan perpindahan barbel juga ke atas.

Gambar 5.3 Orang yang memikul beban dan berjalan arah horisontal, secara mekanika tidak melakukan kerja karena arah gaya oleh pundak (ke atas) tegak lurus dengan arah perpindahan (ke kanan) (sumber gambar: kompas.kom). Namun, secara fisiologi otot-otot tubuh mekalukan kerja yang berat.)

Dari persamaan (5.1) maka kita dapat menentukan kerja yang dilakukan untuk memindahkan benda dari posisi 1 ke posisi 2 sebagai berikut

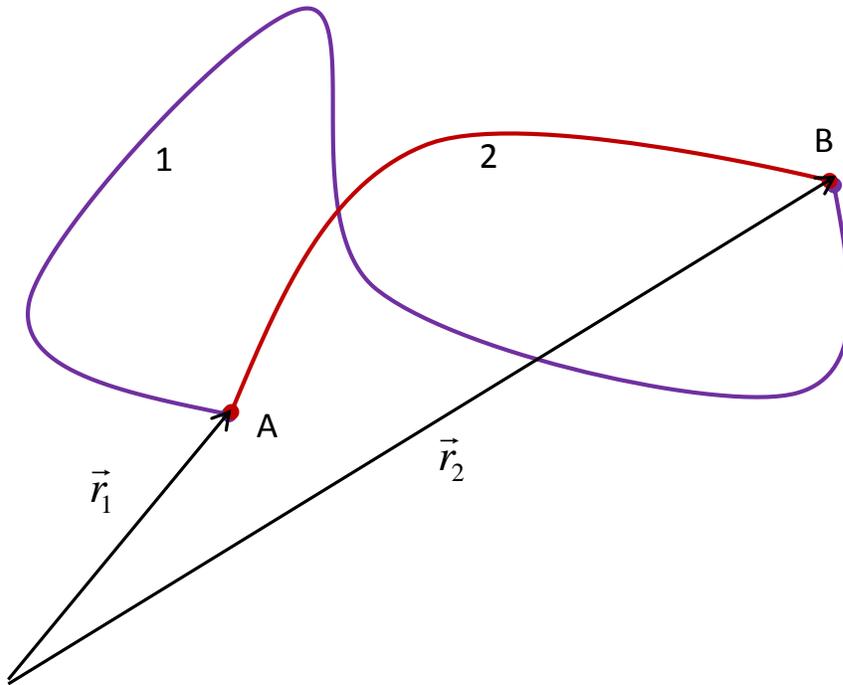
$$W_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r} \qquad (5.3)$$

di mana integral dilakukan mengikuti lintasan yang menghubungkan posisi 1 dan posisi 2. Tampak di sini bahwa kerja yang dilakukan sangat bergantung pada vektor gaya pada berbagai posisi dan bergantung pada lintasan yang ditempuh benda. Meskipun posisi 1 dan 2 sama, namun kerja yang dilakukan untuk memindahkan benda dari posisi 1 ke posisi 2 bisa berbeda jika lintasan yang ditempuh dari posisi 1 ke posisi 2 berbeda. Sebagai contoh pada Gambar 5.5. Kerja yang dilakukan gaya yang sama untuk memindahkan benda dari posisi 1 ke posisi 2 pada dua lintasan tersebut bisa berbeda.

Gambar 5.4 Atlet angkat besi Eko Yuli Irawan melakukan kerja ketika mengangkat barbell dari lantai hingga ke atas (sindonews.com).

Sebagai ilustrasi sederhana adalah mobil yang berpindah dari Bandung ke Jakarta. Kerja yang dilakukan mesin mobil jika melewati jalan tol Purbaleunyi-Cikampek berbeda dengan kerja yang dilakukan jika melewati Cianjur-Puncak atau Cianjur-Sukabumi meskipun perpindahan mobil semuanya sama.

Persamaan (5.3) harus diselesaikan secara hati-hati karena kita harus mengetahui sudut yang dibentuk oleh gaya dan perpindahan pada berbagai titik sepanjang lintasan. Kita juga harus mengetahui besar gaya pada berbagai titik sepanjang lintasan. Setelah semua informasi itu diperoleh baru kita bisa melakukan integral. Jika integral sulit dilakukan secara langsung maka kita bisa menghitung dengan metode numerik menggunakan komputer. Dan perlu diingat bahwa saat ini solusi

persoalan fisika tidak harus keluar dalam bentuk rumus (sering disebut solusi analitik), tetapi juga dapat keluar dalam bentuk kurva atau kumpulan data (sering disebut solusi numerik). Dan realitasnya adalah sangat sedikit persoalan fisika yang keluar dalam bentuk persamaan matematika. Hanya persoalan-persoalan fisika sederhana atau hasil dari penyederhanaan yang solusinya berbentuk rumus.

Gambar 5.5 Gaya yang sama memindahkan benda dari posisi 1 ke posisi 2 melalui lintasan yang berbeda. Kerja yang dilakukan gaya tersebut bisa berbeda.

Sekarang kita akan coba terapkan persamaan (5.1) atau (5.2) pada sejumlah kasus khusus yang sederhana atau kita buat menjadi sederhana.

Persoalan pertama yang akan kita bahas adalah jika ***gaya dan perpindahan selalu membentuk sudut konstan***; kita sebut θ. Pada kasus ini maka perkalian vektor menjadi $\vec{F} \bullet d\vec{r} = Fdr\cos\theta$. Dengan demikian, kerja yang diperlukan untuk memindahkan benda dari posisi 1 ke posisi 2 adalah

$$W_{12} = \cos\theta \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} F dr \qquad (5.4)$$

Integral pada persamaan (5.4) baru dapat dilakukan setelah mengetahui bagaimana bentuk F: apakah merupakan fungsi posisi, fungsi kecepatan atau lainnya. Karena beda bentuk F maka benda hasil integral yang akan diperoleh.

Kasus yang lebih khusus lagi adalah jika ***gaya konstan***. Pada kasus tersebut maka gaya dapat dikeluarkan dari integral persamaan (5.4) dan kita peroleh

$$W_{12} = F\cos\theta \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} dr$$

$$= Fs\cos\theta \qquad (5.5)$$

dengan $\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} dr$ adalah jarak tempuh benda. Contoh kasus ini adalah gaya gesek dan gaya gravitasi. Pada gaya gesek, besarnya gaya yang bekerja sama dengan besarnya gaya gesekan kinetik, yaitu $F = \mu_k N$ dan arah gaya selalu berlawanan dengan arah gerak benda sehingga $\theta = 180^o$ atau cos $\theta =$ -1. Dengan demikian, kerja yang dilakukan oleh gaya gesekan adalah

$$W_{12} = \mu_k N s \times (-1)$$

$$W_{12} = -\mu_k N s \qquad (5.5)$$

Contoh kedua adalah kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi. Besarnya gaya gravitasi adalah $F = W = mg$ dan berarah ke bawah. Jika benda bergerak ke bawah sejauh h maka arah gaya sama dengan arah

perpindahan sehingga θ = 0 atau cos θ = 1. Dengan demikian, kerja yang dilakukan gaya gravitasi pada benda yang bergerak jatuh adalah

$$W_{12} = mgh \times (+1)$$

$$W_{12} = mgh \qquad (5.6)$$

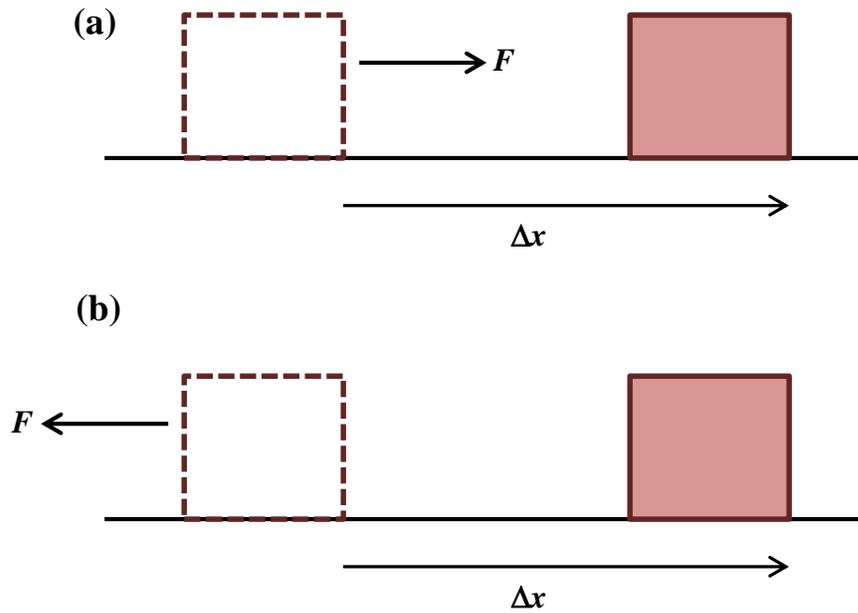
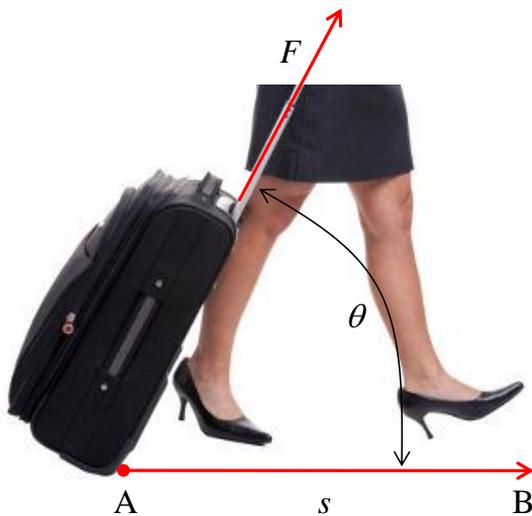
Sebaliknya, jika benda bergerak ke atas setinggi h maka arah gaya dan perpindahan selalu berlawanan arah. Dengan demikian θ = 180^o atau cos θ = -1 dan kerja yang dilakukan oleh gaya gesekan adalah

$$W_{12} = mgh \times (-1)$$

$$W_{12} = -mgh \qquad (5.7)$$

Kerja dapat bernilai positif dan negatif? Kerja yang bernilai positif memiliki makna bahwa kerja tersebut menambah energi benda. Ini terjadi jika proyeksi vektor gaya pada garis perpindahan memiliki arah yang sama dengan perpindahan (θ < 90^o). Contoh spesifik kasus ini adalah gaya dan perpindahan yang memiliki arah sama (Gambar 5.6a). Kerja yang bernilai negatif bermakna bahwa kerja tersebut mengurangi energi benda.. Ini terjadi jika proyeksi vektor gaya pada garis perpindahan memiliki arah berlawanan dengan perpindahan (θ > 90^o). Contoh spesifik kasus ini adalah gaya dan perpindahan yang memiliki arah berlawanan (Gambar 5.6a). Contoh kerja yang bernilai negatif adalah kerja yang dilakukan gaya gesekan. Kerja yang dilakukan gaya gesekan menyebabkan energi gerak benda berkurang dan akhirnya berhenti.

Contoh 5.1

Seorang pramugari menarik koper di koridor bandara dengan gaya yang setara dengan berat benda yang memiliki massa 5 kg. Arah gaya adalah θ = 60^o terhadap horisontal (gambar 5.7). Koper berpindah sejauh *s* = 100 meter. Berapa kerja yang dilakukan pramugari tersebut?

Gambar 5.6 (a) Gaya F menyebabkan posisi benda berubah sebesar Δx searah gaya. Maka kerja yang dilakukan gaya tersebut bernilai positif, $W = F\,\Delta x$. (b) Gaya F menyebabkan posisi benda berubah sebesar Δx dalam arah berlawanan dengan gaya. Maka kerja yang dilakukan gaya tersebut bernilai negatif, $W = -F\,\Delta x$.

Gambar 5.7 Gambar untuk contoh 5.1

Jawab

Karena besar gaya setara dengan berat benda yang massanya 5 kg maka

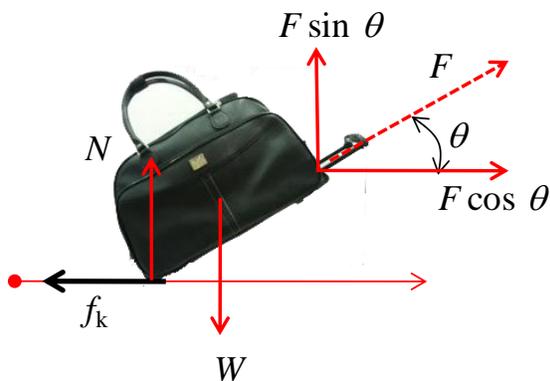
$$F = 5 \times 9{,}8 = 49 \text{ N}$$

Kerja yang dilakukan

$$W = Fs\cos\theta$$

$$= 49 \times 100 \times \cos 60^o = 2.450 \text{ J}$$

Contoh 5.2

Sebuah koper yang bermassa 10 kg berada di atas bidang datar dengan koefisien gesekan kinetik 0,2. Koper tersebut ditarik dengan gaya 60 N yang membentuk sudut θ = 60° terhadap arah horisontal (Gambar 5.8). Jika koper berpindah sejauh 20 m dalam arah horizontal berapakah usaha yang dilakukan gaya tersebut dan berapa usaha yang dilakukan gaya gesekan?

Gambar 5.8 Gambar untuk Contoh 5.2

Jawab

Usaha yang dilakukan oleh gaya penarik

$$W = F\, s \cos\theta = 60 \times 20 \times \cos 60^o = 60 \times 20 \times 0,866 \;=\; 1.039 \text{ J}$$

Untuk menentukan usaha yang dilakukan gaya gesekan, terlebih dahulu kita menentukan besar gaya gesekan. Untuk membantu menentukan gaya gesekan, perhatikan gambar. Tampak dari gambar bahwa $N + F \sin\theta = W$ atau

$$N = W - F \sin\theta = mg - F \sin\theta$$

$$= 10,0 \times 10 - 60,0 \times \sin 30^o \;=\; 70 \text{ N}$$

Besar gaya gesekan kinetik adalah

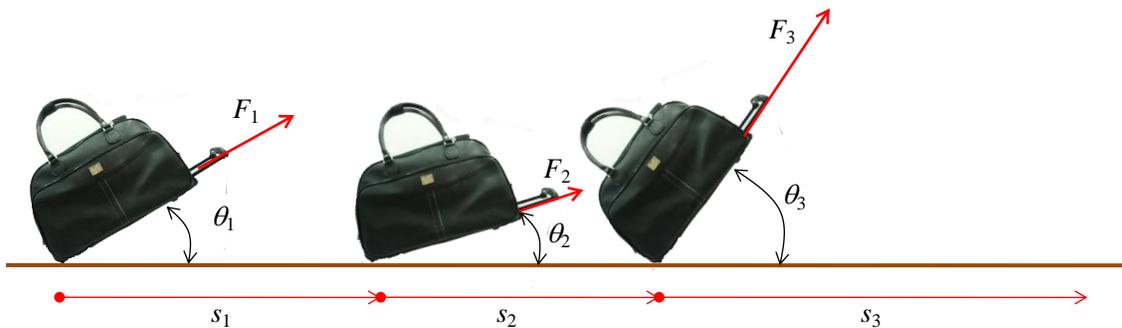
$$f_k = \mu_k N = 0,2 \times 70 \;=\; 14 \text{ N}$$

Gaya gesekan selalu berlawanan dengan arah perpindahan, sehingga sudut antara keduanya adalah θ' = 180°. Usaha yang dilakukan gaya gesekan kinetik

$$W_k = f_k s \cos\theta' = 14 \times 20,0 \times \cos 180^o = 14 \times 20,0 \times (-1) \;=\; -\,280 \text{ J}$$

Jika lintasan benda tidak lurus, atau arah gaya terhadap arah perpindahan berubah-ubah, maka usaha dapat dihitung dengan memotong-motong lintasan atas lintasan-lintasan pendek. Pada tiap

lintsan pendek, arah gaya dan perpindahan konstan. Seperti ditunjukkan pada Gambar 5.9 kerja total yang dilakukan adalah

$$W = F_1 s_1 \cos\theta_1 + F_2 s_2 \cos\theta_2 + F_3 s_3 \cos\theta_3 \qquad (5.8)$$

Gambar 5.9 Jika arah gaya dan perpindahan berubah-ubah maka selama perpindahan perpindahan dipotong atas sejumlah perpindahan kecil. Di tiap bagian perpindahan, sudut antara gaya dan arah perpindahan tetap.

Contoh kasus jika ***arah gaya dan perpindahan sejajar tetapi besar gaya tidak konstan*** adalah kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi untuk memindahkan benda pada jarak yang cukup jauh. Sebagai contoh adalah kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi bumi untuk memindahkan benda pada jarak yang ordenya kira-kira sama dengan jari-jari bumi. Pada jarak yang jauh tersebut maka gaya gravitasi bumi tidak dapat lagi dikatakan konstan. Gaya gravitasi dianggap konstan jika jarak perpindahan benda diukur searah radial sangat kecil dibandingkan dengan jari-jari bumi. Untuk jarak perpindahan yang cukup besar maka gaya gravitasi bumi mengambil bentuk umum

$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^3}\vec{r} \qquad (5.9)$$

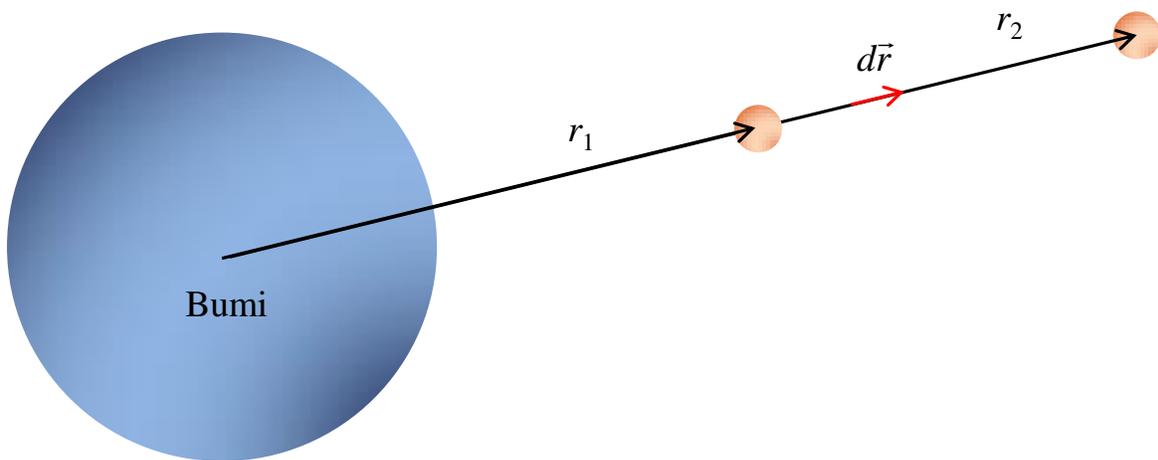
dengan

G adalah konstanta gravitasi universal;

M adalah massa bumi;

m adalah massa benda;

$\vec{r}$ adalah vektor posisi benda diukur dari pusat bumi;

r adalah jarak benda dari pusat bumi.

Gambar 5.10 Benda bergerak dari posisi r1 ke posisi r2. Benda mendapat gaya gravitasi bumi yang memenuhi persamaan (5.9) yang mengarah ke pusat bumi.

Jika benda bergerak sepanjang jari-jari maka vektor perpindahan sejajar dengan jari-jari. Karena vektor jari-jari bertambah panjang ke arah luar maka vektor elemen perpindahan $d\vec{r}$ ditetapkan mengarah ke luar (menjauhi pusat bumi) (Gambar 5.10). Dengan demikian arah vektor jari-jari dan elemen perpindahan sama dan kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi bumi menjadi

$$W_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \left(-G\frac{Mm}{r^3}\vec{r} \right) \bullet d\vec{r}$$

$$= -GMm\int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^3}(rdr)$$

$$= -GMm\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}$$

$$= -GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_2}$$

$$= -GMm\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] \qquad (5.10)$$

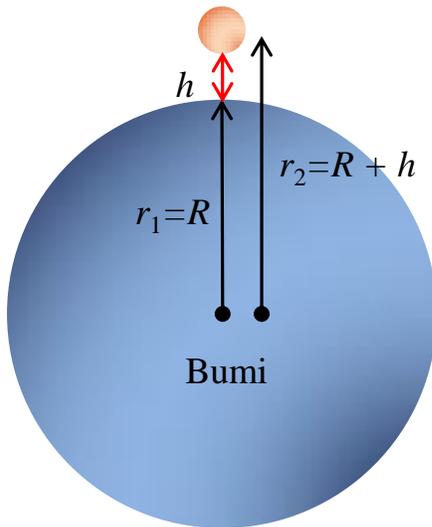
Persamaan (5.10) adalah bentuk umum kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi bumi untuk memindahkan benda dari jarak r_1 ke jarak r_2 diukur dari pusat bumi. Kita dapat menerapkan persamaan (5.10) pada kasus khusus jika perpindahan benda cukup kecil (gambar 5.11). Apakah akah kembali ke persamaan (5.6) atau (5.7)? Jika perpindahan benda cukup kecil sejauh *h* dari permukaan maka kita dapat menulis

$$r_1 = R$$

$$r_2 = r_1 \pm h = R \pm h \qquad (5.11)$$

di mana tanda positif untuk menyatakan benda bergerak naik dan tanda negatif untuk menyatakan benda bergerak turun dan terpenuhi $h << R$. Dengan perpindahan sejauh ini maka kita dapat melakukan aproksimasi

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R \pm h}$$

$$= \frac{1}{R}\left[1 - \frac{1}{1 \pm h/R}\right] \tag{5.12}$$

Gambar 5.11 Benda bergerak dari permukaan bumi ke pisisi lain yang tidak terlalu jauh dari permukaan bumi.

Kalau kita pakai pendekatan binomial untuk suku kedua dalam tanda kurung maka kita dapatkan

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{1}{R}\left[1 - (1 \mp h/R)\right]$$

$$= \frac{1}{R}\left[\pm h/R\right]$$

$$= \pm \frac{h}{R^2} \tag{5.13}$$

Kerja yang dilakukan gaya gravitasi bumi menjadi

$$W_{12} = -GMm\left[\pm \frac{h}{R^2}\right]$$

$$= \mp \frac{GM}{R^2} mh \qquad (5.14)$$

Akan tetapi

$$g = \frac{GM}{R^2} \qquad (5.15)$$

Yaitu percepatan gravitasi di permukaan bumi. Akhirnya kita dapatkan kerja yang dilakukan gaya gravitasi bumi menjadi

$$W_{12} = \mp mgh \qquad (5.16)$$

di mana tanda negatif digunakan untuk benda yang bergerak ke atas dan tanda positif untuk benda yang bergerak ke bawah. Persamaan (5.15) persis sama dengan persamaan (5.6) dan (5.7).

5.2 Efek Kerja pada Laju Benda

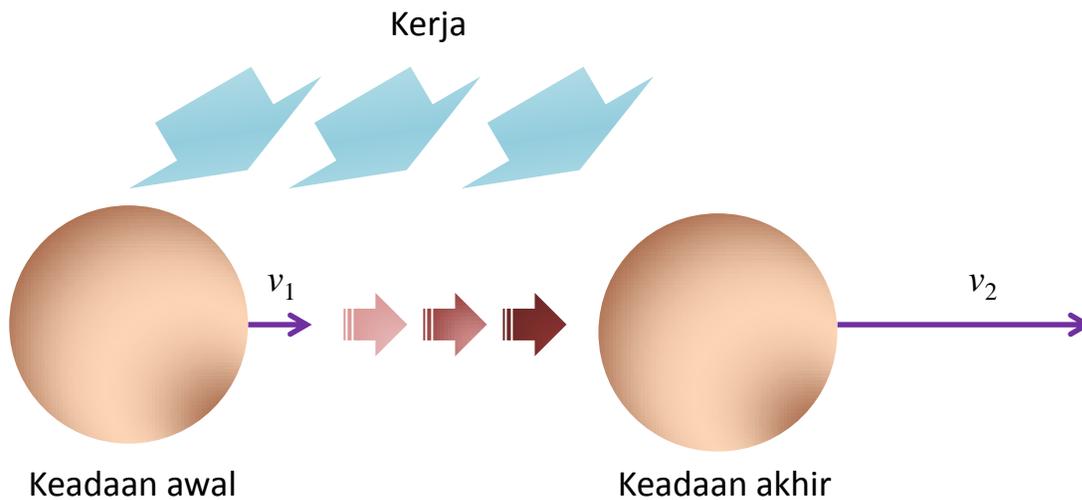
Jika ada kerja yang dilakukan pada sebuah benda maka benda tersebut mendapat gaya. Berdasarkan hukum II Newton maka benda

memiliki percepatan yang berakibat pada perubahan kecepatan (Gambar 5.12). Bagaimana keterkaitan kecepatan benda dengan kerja yang terjadi pada benda?

Kita kembali ke definisi kerja pada persamaan (5.1). Dengan menggunakan hukum II Newton maka gaya dapat diganti dengan perkalian massa dan laju perubahan kecepatan (percepatan) sehingga kita dapat menulis persamaan (5.1) menjadi

$$dW = \left(m\frac{d\vec{v}}{dt} \right) \bullet d\vec{r}$$

$$= md\vec{v} \bullet \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= md\vec{v} \bullet \vec{v} \qquad (5.17)$$

Gambar 5.12 Kerja yang bekerja ada benda mengubah laju benda.

Kerja yang dilakukan ketika benda mengalami perubahan keadaan 1 ke

keadaan sembarang menjadi

$$W_{12} = m\int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}} \vec{v} \bullet d\vec{v} \qquad (5.18)$$

Sebelum menyelesaikan integral di atas, perhatikan kesamaan berikut ini

$$v^2 = \vec{v} \bullet \vec{v}$$

$$\frac{d}{dt} v^2 = \frac{d\vec{v}}{dt} \bullet \vec{v} + \vec{v} \bullet \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$= 2\frac{d\vec{v}}{dt} \bullet \vec{v}$$

atau

$$\vec{v} \bullet d\vec{v} = \frac{1}{2} d(v^2) \qquad (5.19)$$

Substitusi persamaan (5.19) ke dalam persamaan (5.18) kita peroleh

$$W_{12} = m\int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}} \frac{1}{2} d(v^2)$$

$$= \frac{1}{2} m \left[v^2 \right]_{\vec{v}_1}^{\vec{v}}$$

$$= \frac{1}{2} m \left[v^2 - v_1^2 \right] \qquad (5.20)$$

Dari persamaan (5.20) kita dapatkan laju akhir benda jika benda dikenai kerja menurut persamaan

$$v = \sqrt{\frac{2W_{12}}{m} + v_1^2} \qquad (5.21)$$

Laju akhir benda bisa lebih kecil atau lebih besar daripada laju awal bergantung pada tanda kerja. Jika tanda kerja positif maka laju akhir lebih besar daripada laju awal, dan sebaliknya.

Contoh 5.3

Pesawat Bombardier CRJ1000 akan melakukan proses lepas landas. Madda pesawat peserta penumpang dan barang adalah 40.000 kg. Pesawat dilengkapi dengan dua mesin CF34-8C5A1 buatan General Electric dengan gaya gabungan 60,6 kN. Saat lepas landas laju pesawat adalah 275 km/s. Berapa kerja yang dilakukan mesin pesawat sejak mulai berlari hingga lepas landas? Berapa kira-kira jarak tempuh di landasan hingga pesawat lepas landas?

Jawab

Laju saat star v_1 = 0 dan saat lepas landas v_2 = 275 km/jam = 76,4 m/s. Kerja yang dilakukan mesin pesawat dapat dihitung dengan persamaan (5.20), yaitu

$$W_{12} = \frac{1}{2} \times 40.000 \times \left(76,4^2 - 0\right)$$

$$= 1,17 \times 10^8 \text{ J.}$$

Perkiraan panjang landasan yang digunakan oleh pesawat untuk berlari sebelum lepas landas (taksi) adalah

$$s = \frac{W_{12}}{F}$$

$$= \frac{1,17 \times 10^8}{60.600} = 1.931 \text{ m}$$

Beberapa referensi, panjang landasan yang diperlukan pesawat tersebut untuk lepas landas adalah 1.850 m. Ini artinya perhitungan kita mendekati data di referensi.

5.3 Energi Kinetik

Benda yang sedang bergerak memiliki energi. Ini dapat dibuktikan dengan mudah. Jika kalian tahan benda yang sedang bergerak maka kalian merasakan adanya gaya. Sebaliknya, jika benda yang sedang diam atau bergerak dengan kecepatan kecil maka kecepatannya makin besar jika diberi kerja.

Pertanyaan berikutnya adalah bagaimana bentuk persamaan energi benda yang sedang bergerak? Mari kita lakukan percobaan sederhand dalam pikiran (*gedanken experiment*).

a) Makin besar laju benda maka makin besar gaya yang diperlukan untuk menghentikan benda. Dari sini kita simpulkan bahwa energi gerak benda berbanding lurus dengan laju pangkat bilangan positif, atau

$$K \propto v^{\alpha}$$

b) Makin besar massa benda (untuk laju yang sama) maka makin besar juga gaya yang diperlukan untuk menahan gerak benda. Dasi sini kita simpulkan bahwa energi gerak benda sebanding dengan massa benda pangkat bilangan positif, atau

$$K \propto m^{\beta}$$

Kalau dua kesebandingan di atas digabung maka energi gerak benda akan memenuhi persamaan berikut ini

$$K = \gamma m^{\beta} v^{\alpha} \tag{5.22}$$

dengan γ adalah konstanta lain lagi. Yang harus kita cari selanjutnya adalah konstanta α, β, dan γ.

Untuk nenentukan tiga konstanta pada persamaan (5.22) kita kembali melihat persamaan (5.20). Persamaan (5.20) dapat ditulis ulang sebagai

$$W_{12} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \tag{5.23}$$

Kerena energi secara langsung menghasilkan kerja maka dimensi energi dan kerja harus sama. Jadi, energi gerak pun harus memiliki dimensi yang sama dengan kerja. Dengan membandingkan persamaan (5.22) dan (5.23) maka dengan logis kita simpulkan

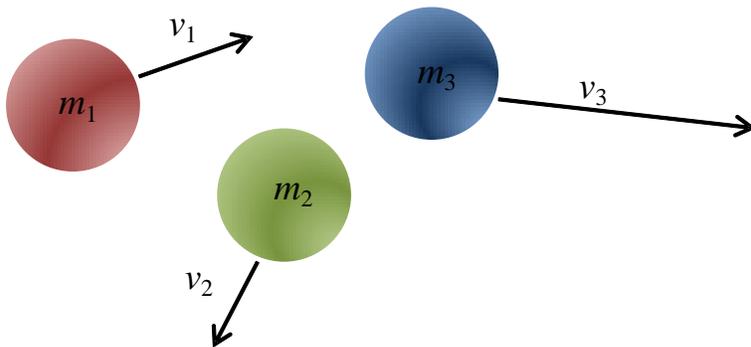
$$\alpha = 2$$

β = 1

γ = ½

Akhirnya kita dapatkan ungkapan energi gerak benda sebagai

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \tag{5.24}$$

Energi gerak yang diungkapkan oleh persamaan (5.24) dinamakan ***energi kinetik***.

Gambar 5.13 Tiga benda bergerak dengan kecepatan berbeda-beda. Tiap benda memiliki energi kinetik masing-masing. Energi kinetik total sama dengan jumlah energi kinetik masing-masing benda.

Jika ada sejumlah benda dengan berbagai massa dan bergerak dengan kecepatan berbeda-beda (Gambar 5.13) maka masing-masing benda memiliki energi kinetik sesuai dengan persamaan (5.25). Energi kinetik total adalah jumlah energi kinetik masing-masing benda tersebut, yaitu

$$EK_t = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}m_3v_3^2 \qquad (5.25)$$

Energi dalam gas adalah energi total yang dimiliki gas. Gas terdiri dari atom-atom atau molekul-molekul yang selalu bergerak (Gambar 5.14). Energi dalam gas sama dengan jumlah energi kinetik semua molekul penyusun gas tersebut.

Gambar 5.14 Gas terdiri dari atom-atom atau molekul-molekul yang selalu bergerak. Energi dalam gas adalah jumlah energi kinetik semua atom atau molekul penyusun gas tersebut.

Contoh 5.4

Pada suhu T energi rata-rata molekul gas memenuhi $(3/2)kT$ dengan k = 1,38 × 10^{-23} J/K (dikenal dengan konstanta Boltzmann) dan suhu dinyatakan dalam satuan kelvin. Berapa laju rata-rata molekul oksigen pada suhu 27 ^{o}C? Massa satu molekul oksigen adalah 5,34 × 10^{-26} kg.

Jawab

Suhu gas dalam satuan kelvin adalah T = 273 + 27 = 300 K. Energi kinetik rata-rata molekul oksigen EK = (3/2) kT = (3/2)× (1,38 × 10^{-23}) × 300 = 6,27 × 10^{-21} J. Tetapi, $K = (1/2)mv^2$ sehingga

$$v^2 = \frac{2K}{m} = \frac{2\times(6{,}27\times10^{-21})}{5{,}34\times10^{-26}} = 2{,}34\times10^5 .$$

Laju rata-rata molekul oksigen adalah $v = \sqrt{2{,}34\times10^5}$ = 484 m/s

5.4 Teorema Kerja-Energi

Kita telah mendapatkan bentuk persamaan energi kinetik yang berganding lurus dengan massa dan kuadrat kecepatan (kuadrat laju). Kalau kita kembali ke persamaan (5.23) maka kita dapat menulis kerja yang dilakukan suatu gaya memenuhi

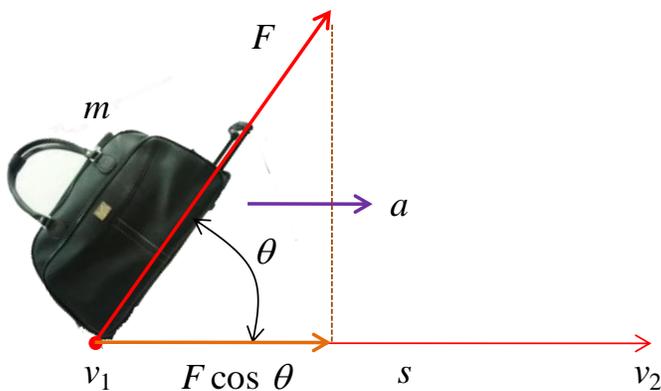
$$W_{12} = K_2 - K_1 \tag{5.25a}$$

atau

$$W = \Delta K \tag{5.25b}$$

Persamaan (5.25b) menyatakan bahwa kerja yang dilakukan suatu gaya pada sebuah benda sama dengan perubahan energi kinetik benda tersebut. Ini disebut **teorema kerja-energi bentuk pertama**.

Teorema kerja-energi bentuk pertama ini sebenarnya memiliki kesetaraan dengan persoalan dinamika yang kita bahas di Bab 4. Sebagai ilustrasi perhatikan Gambar 5.15. Sebuah koper ditarik dengan gaya F yang membentuk sudut θ terhadap vertikal. Koper mula-mula memiliki laju v_1. Karena mendapat gaya maka koper mengalami percepatan arah

horisontal a yang bergantung pada komponen horisontal gaya, yaitu $F \cos \theta$. Akibatnya, setelah berpindah sejauh s dalam arah horisontal, percepatan tersebut menyebabkan kecepatan benda berubah menjadi v_2. Jadi di sini kita melihat peningkatan kecepatan semata-mata akibat adanya percepatan. Tatepi kita dapat juha melihat dasi sisi yang berbeda. Mula-mula benda memiliki energki kinetik $mv_1^2/2$. Benda kemudian menerima kerja sebesar $Fs\cos\theta$. Akibatnya energi kinetik benda berubah menjadi $mv_2^2/2$. Dua pandangan ini ekivalen sehingga pada saat menyelesaikan persoalan gerak benda di bawah pengaruh gaya kita dapat memilih penjelasan yang mana saja. Yang terbaik dilakukan adalah memilih yang paling mudah. Kadang penjelasan dari konsep dinamika lebih mudah dan kadang dari konsep energi lebih mudah.

Gambar 5.15 Benda bergerak di bawah pengaruh gaya. Laju akhir benda dapat dicari dengan konsep dinamika atau konsep teorime kerja-energi.

Energi kinetik tidak pernah berharga negatif, bagaimana pun jenis gerak benda. Ini disebabkan energi kinetik merupakan fungsi kuadratik dari kecepatan atau laju. Jika laju benda bertambah dua kali lipat maka energi kinetic bertambah empat kali lipat. Energi kinetik adalah eenrgi yang dimiliki benda karena adanya gerakan. Apabila benda itu ditahan maka sebagian atau seluruh energy kinetic berubah menjadi energy bentuk lain. Akibatnya, energi kinetik berkurang (kecepatan benda berkurang) atau hilang (benda berhenti).

Prinsip kerja-energi dapat membantu dalam beberapa hal. Seringkali gaya yang bekerja pada benda sulit ditentukan. Lalu bagaimana bisa menentukan kerja yang dilakukan gaya tersebut? Caranya adalah dengan mengukur berapa energi kinetik awal dan akhir benda. Selisih energi kinetik tersebut (energi kinetik akhir kurang energi kinetik awal) merupakan usaha yang dilakukan gaya.

Contoh 5.5

Pesawat Boeing 737-900ER dengan bobot total 54.000 kg menyentuh landasan dengan kecepatan 268 km/jam. Pesawat direm kemudian berhenti setelah bergerak di landasan sejauh 2.200 m. Berapakah gaya pengereman rata-rata pada pesawat?

Jawab

Laju pesawat v = 268 km/jam = 268.000 m/3.600 s = 74,4 m/s. Energi kinetik awal pesawat (saat menyentuh landasan), $K_1 = (1/2)\, mv^2$. Energi kinetik akhir pesawat (saat berhenti di ujung landasan), $K_2 = 0$. Gaya pengeraman pada pesawat berlawanan arah dengan perpindahan. Dengan demikian kerja yang dilakukan pada pesawat oleh gesekan udara dan gesekan landasan adalah $W = -F s$.

Dengan teorema kerja energi maka $W = K_2 - K_1$ atau $-Fs = 0 - (1/2)\, mv^2$. Dengan demikian, gaya pengereman rata-rata pada pesawat adalah

$$F = \frac{mv^2}{2s} = \frac{54.000 \times (74,4)^2}{2 \times 2.200} = 67.934 \text{ N}$$

Jika pesawat terlambat menyentuh landasan maka panjang landasan yang akan dilewati tidak cukup untuk menghentikan pesawat. Dalam keadaan seperti itu pilot akan menaikkan kembali pesawat dan melakukan pendaratan ulang. Langkah ini dikenal dengan *go around*.

5.5 Daya

Kita pasti pernah mengamati bahwa ada gaya yang dapat melakukan usaha tertentu dalam waktu yang sangat lama. Tetapi ada gaya lain yang dapat menghasilkan usaha yang sama dalam waktu yang sangat cepat. Untuk membedakan gaya dengan kemampuan melakukan kerja secara cepat atau lambat tersebut maka dipandang perlu mendefinisikan besaran fisika lainnya. Besaran fisika tersebut dinamakan **daya**. Daya didefinisikan sebagai usaha atau kerja yang dilakukan per satuan waktu.

Jika dalam selang waktu Δt gaya melakukan kerja W maka daya rata-rata yang dihasilkan didefinsikan sebagai

$$\langle P \rangle = \frac{W}{\Delta t} \tag{5.26}$$

Daya sesaat diperoleh dengan mengambil $\Delta t \to 0$ atau menjadi dt. Selama selang waktu yang sangat kecil tersebut, kerja yang dilakukan adalah dW. Dengan demikian, daya sesaat yang dihasilkan adalah

$$P = \frac{dW}{dt} \tag{5.27}$$

Selanjutnya, jika kita gunakan persamaan (5.1) maka daya sesaat mengambil bentuk

$$P = \frac{\vec{F} \bullet d\vec{r}}{dt}$$

$$= \vec{F} \bullet \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$= \vec{F} \bullet \vec{v} \qquad (5.28)$$

Tampak dari persamaan (5.28) bahwa makin besar gaya yang dikerjakan maka makin besar daya yang dihasilkan. Untuk kendaraan bermotor, mesin dirancang untuk menghasilkan daya tertentu. Makin besar daya mesin maka makin besar gaya yang dihasilkan kendaraan saat bergerak sehingga makin cepat kendaraan mencapai kecepatan tertentu. Mesin mobil Xenia 1000 cc (Gambar 5.16, kiri) menghasilkan daya maksimum 63 daya kuda yang setara dengan 47 ribu watt. Mobil ini dapat mencapai laju 100 km/jam (dari keadaan diam) dalam waktu 20 detik. Mobil dengan daya terbesar yang ada hingga saat ini adalah *SSC Ultimate Aero TT* (Gambar 5.16, kanan). Mesin mobil ini mengeluarkan daya maksimum 1.180 daya kuda atau setara dengan 880 ribu watt. Untuk mencapai laju 100 km/jam dari keadaan diam hanya dibutuhkan waktu 2,8 detik.

Gambar 5.16 Mobil All New Xenia 1000cc dengan daya maksimum mesin 62 daya kuda (47 ribu watt) dan *SSC Ultimate Aero TT* dengan daya maksimum mesin 1.180 daya kuda (880 ribu watt).

Pembangkit listrik tenaga air (PLTA) Cirata di Purwakarta, Jawa Barat menghasilkan daya listrik 1.008 MW yang terkoneksi pada sistem jaringan Jawa-Bali (Gambar 5.7, kiri). PLTA dengan daya terbesar di dunia adalah *Three Gorges Dam* yang terletak di Propinsi Hubei, China. Daya yang dihasilkan adalah 18,2 GW atau setara dengan 18 buah PLTA Cirata (Gambar 5.17, kanan). PLTA Jatiluhur yang sangat terkenal di Indonesia hanya menghasilkan daya 175 MW.

Gambar 5.17 (kiri) PLTA Cirata dan (kanan) PLTA *Three Gorges Dam*

Contoh 5.6

Posisi benda yang melakukan gerak osilasi memenuhi persamaan $x(t) = A\cos(\omega t)$. Gaya yang bekerja tiap saat memenuhi hukum Hooke, $F = -kx$. Berapakah daya tiap saat?

Jawab

Pertama kita tentukan kecepatan tiap saat. Karena gerak hanya bersifat satu dimensi maka kecepatan tiap saat adalah

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$= -\omega A\sin(\omega t)$$

Daya tiap saat adalah

$$P = Fv$$

$$= \left(-kA\cos(\omega t)\right) \times \left(-\omega A\sin(\omega t)\right)$$

$$= kA\omega\cos(\omega t)\sin(\omega t)$$

Contoh 5.7

Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA) Cirata di Kabupaten Purwakarta merupakan salah satu sumber jaringan listrik interkoneksi Jawa-Bali (Gambar 5.17 kiri). PLTA tersebut memiliki 8 turbin yang digerakkan oleh air. Tiap turbin didorong oleh air yang jatuh dari ketinggian 112,5 meter dengan debit 135 m^3/detik. Massa jenis air adalah ρ = 1.000 kg/m^3.

a) Berapa daya yang dihasilkan air ketika mencapai masing-masing turbin?
b) Jika turbin dapat mengubah 85% energi air menjadi energi listrik, berapakan daya listrik yang dihasilkan oleh masing-masing turbin.
c) Berapakah daya listrik total yang dihasilkan PLTA Cirata?

Jawab

a) Kita perhatikan satu turbin dulu. Volume air yang jatuh adalah 135 m^3/detik. Dengan demikian massa air yang jatuh adalah 135 × 1.000 = 135.000 kg/detik. Air jatuh dari ketinggian h = 112,5 meter, sehingga energi yang dihasilkan air per detik (daya yang dihasilkan) adalah 135.000 × g × h = 135.000 × 10 × 112,5 = 1,52 × 10^8 joule/detik = 1,52 × 10^8 watt.
b) Daya listrik yang dihasilkan masing-masing turbin adalah 85% × (1,52 × 10^8 watt) = 0,85 × (1,52 × 10^8 watt) = 1,29 × 10^8 watt
c) Daya listrik total yang dihasilkan 8 turbin adalah 8 × (1,29 × 10^8 watt) = 1,29 × 10^8 watt = 1,032 × 10^8 watt = 1,032 GW.

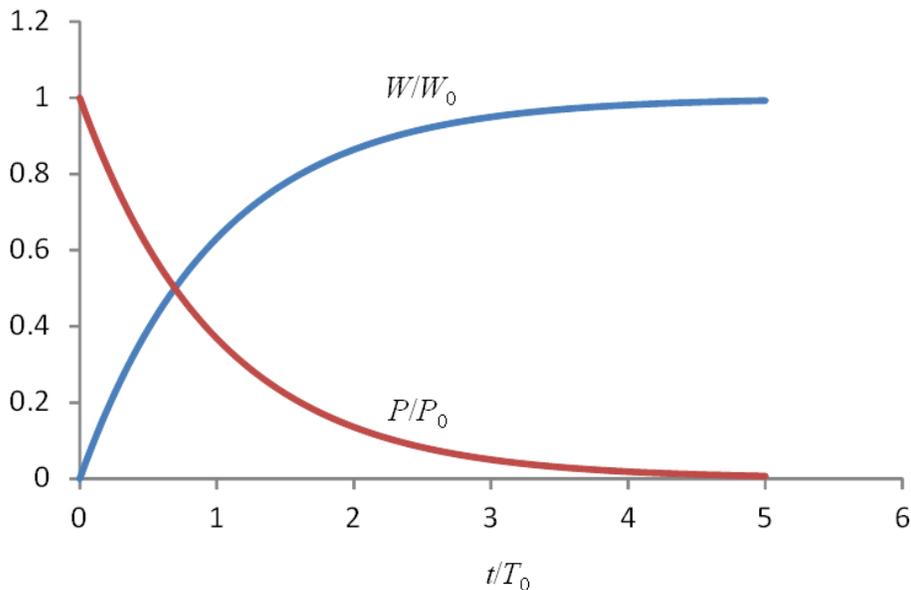
Kerja oleh Pembalab Sepeda. Ketika pembalab mengayuh sepeda, mula-mula kerja yang dikeluarkan sangat besar. Lama-kelamaan kerja yang dikeluarkan makin kecil dan pada akhirnya hampir tidak ada lagi kerja yang dapat dikalukan karena telah kehabisan tenaga. Dari sejumlah pengukuran yang dilakukan ternyata kerja yang dilakukan oleh pembalap sepeda di saat-saat awal mengayuh dapat didekati dengan persamaan [I.R.C. Nickling, Bikework, *American Journal of Physics* **51**, 423 (1983)]

$$W(t) = W_0\left[1 - \exp(-t/T_0)\right] \tag{5.29}$$

di mana T_0 adalah waktu karakteristik. Waktu karakteristik berbeda untuk pembalap yang berbeda. Ketika waktu sudah berlangsung selama $t = T_0$ maka

$$W(T_0) = W_0\left[1 - \exp(-T_0 / T_0)\right]$$

$$= W_0\left[1 - \exp(-1)\right]$$

$$= W_0\left[1 - 0{,}367879\right] = 0{,}632W_0 \qquad (5.30)$$

Gambar 5.18 Daya dan kerja yang dihasilkan pembalap sepeda sebagai fungsi waktu.

Tampak dari persamaan (5.30) bahwa waktu karakteristik T_0 adalah

waktu yang yang diperlukan sehingga kerja yang dikeluarkan pembalap tinggal 0,632 (63,2%) dari kerja mula-mula. Dari persamaan kerja tersebut kita dapat mendapatkan daya yang dikeluarkan pembalap tiap saat, yaitu

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{W_0}{T_0} \exp(-t/T_0)$$

$$= P_0 \exp(-t/T_0) \qquad (5.31)$$

dengan $P_0 = W_0/T_0$. Dari sejumlah pembalap yang diukur didapat $W_0 \approx 53.2 \times 10^3$ J dan $T_0 \approx 64.2$ s. Grafik perubahan kerja dan daya yang dihasilkan pembalap tampak pada Gambar 5.18.

Fisika Balapan. Awal tahun 1960, insinyur Roger Huntington membangun persamaan empirik yang mengaitkan rasio daya dan berat terhadap laju kendaraan. Persamaan yang didapat adalah laju dalam satuam MPH memenuhi persamaan

$$MPH = K\left(\frac{daya}{berat}\right)^{1/3} \qquad (5.32)$$

dengan

K = 225;

daya dalam horse power;

berat dalam pound;

MPH adalah laju dalam satuan mile per hour.

Fox membangun landasan teori untuk persamaan Huntington tersebut [G.T. Fox, On the Physics of Drag Racing, *American Journal of Physics* **41**,

311 (1973)]. Asumsi yang digunakan adalah *constant power approximation* (CPA), artinya selama balapan, daya yang dihasilkan kendaraan tetap nilainya.

Energi kinetik yang dimiliki kendaraan sama dengan kerja yang dilakukan mesin dan kerja yang dilakukan mesin sama dengan integral daya terhadap waktu. Dengan demikian kita dapat menulis

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int_0^t P dt \qquad (5.33)$$

Karena daya bernilai konstan selama balapan maka daya dapat dikeluarkan dari tanda integral dan kita peroleh

$$\frac{1}{2}mv^2 = Pt$$

Atau laju kendaraan memenuhi persamaan

$$v = \left(\frac{2Pt}{m}\right)^{1/2} \qquad (5.34)$$

Dari persamaan laju maka kita dapat menentukan jarak tempuh kendaraan dengan proses integral, yaitu

$$x = \int_0^t v dt$$

$$= \left(\frac{2P}{m}\right)^{1/2} \int_0^t t^{1/2} dt$$

$$= \frac{2}{3}\left(\frac{2P}{m}\right)^{1/2} t^{3/2}$$

Dari hasil ini kita peroleh lama balapan adalah

$$t = \left[\frac{3}{2}\left(\frac{m}{2P}\right)^{1/2} x\right]^{2/3} \quad (5.35)$$

Substitusi t ke dalam persamaan untuk v maka diperoleh

$$v = \left(\frac{3xP}{m}\right)^{1/3}$$

$$= \left(\frac{3xgP}{mg}\right)^{1/3}$$

$$= (3xg)^{1/3}\left(\frac{P}{W}\right)^{1/3}$$

$$= K\left(\frac{P}{W}\right)^{1/3} \quad (5.36)$$

Yang bentuknya persis sama dengan persamaan empirik Huntington.

5.6 Gaya Konservatif

Kerja yang dilakukan oleh gaya untuk memindahkan benda umumnya bergantung pada lintasan yang ditempuh seperti tampak pada persamaan (5.3), di mana integral dilakukan sesuai dengan lintasan tempuh. Lintasan yang berbeda umumnya menghasilkan kerja yang berbeda meskipun posisi awal dan akhir sama. Namun ada jenis gaya, di mana usaha yang dilakukan oleh gaya tersebut sama sekali tidak

bergantung pada lintasan yang ditempuh (Gambar 5.19). Usaha yang dilakukan gaya semata-mata bergantung pada posisi awal dan posisi akhir benda. Gaya yang memiliki sifat demikian disebut **gaya konservatif**. Contoh gaya konservatif adalah

Gaya gravitasi: $F(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ (5.37)

Gaya listrik (Coulomb): $F(r) = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}$ (5.38)

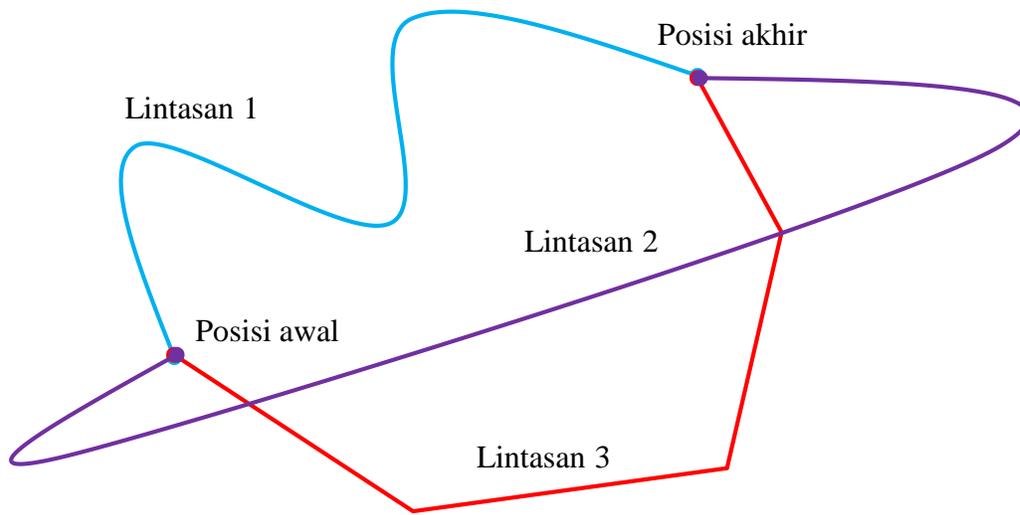
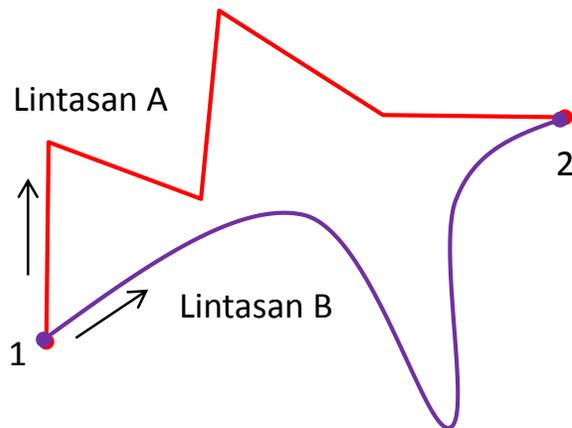
Gaya pegas (Hooke): $F(x) = -kx$ (5.39)

Gaya antar molekul: $F(r) = -\frac{6A}{r^7} + \frac{12B}{r^{13}}$ (5.40)

Gaya Mie-Lennard-Jones: $F(r) = -\frac{mn\varepsilon}{m-n}\left\{\frac{\sigma^m}{r^{m+1}} - \frac{\sigma^n}{r^{n+1}}\right\}$ (5.41)

Gaya Buckingham: $F(r) = -\frac{6m\varepsilon}{m-6}\left\{\frac{1}{\sigma}e^{-m(r/\sigma-1)} - \frac{\sigma^6}{r^7}\right\}$ (5.42)

Gaya Morse: $F(r) = -\frac{2c\varepsilon}{\sigma}\left\{e^{-2c(r/\sigma-1)} - e^{-c(r/\sigma-1)}\right\}$ (5.43)

Gaya Yukawa: $G(r) = \frac{ge^{-\mu r}}{r}\left[\mu + \frac{1}{r}\right]$ (5.44)

Gambar 5.19 Lintasan mana pun yang ditempuh benda, apakah lintasan 1, lintasan 2, atau lintasan 3, usaha yang dilakukan gaya konservatif untuk memindahkan benda dari psosisi awal ke posisi akhir sama.

Gambar 5.20 Gaya konservatif melakukan kerja untuk memindahkan benda dari posisi 1 ke posisi 2 melalui lintasan yang berbeda.

Gaya yang tidak memenuhi sifat di atas kita kelompokkan sebagai gaya **non konservatif**. Contoh gaya non konservatif adalah gaya gesekan, gaya tumbukan dua benda ketika proses tumbukan menghasilkan panas, dan sebagainya.

Apakah ciri suatu gaya konservatif? Mari kita coba kaji. Untuk mudahnya perhatikan kerja yang dilakukan gaya konservatif untuk memindarkan benda dari posisi 1 ke posisi 2 melalui lintasan A dan B (Gambar 5.20)

Seperti sudah disebtukan bahwa kerja yang dilakukan gaya konservatif untuk memindahkan benda dari posisi 1 ke posisi 2 sama untuk setiap lintasan yang dipilih. Dengan memperhatikan Gambar 5.20 maka kita dapatkan

$$W_{12} = \int_{1:A}^{2} \vec{F} \bullet d\vec{r} \qquad (5.45a)$$

$$= \int_{1:B}^{2} \vec{F} \bullet d\vec{r} \qquad (5.45b)$$

Jika kita menggunakan sifat integral bahwa

$$\int_{1:B}^{2} \vec{F} \bullet d\vec{r} = -\int_{2:B}^{1} \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

Dengan kata lain integral dengan mempertukarkan posisi awal dan akhir memberikan nilai sama besar tetapi berbeda tanda. Karena perbedaan tanda tersebut maka kita dapatkan hasil integral berikut ini

$$\int_{2:B}^{1} \vec{F} \bullet d\vec{r} = -W_{12} \qquad (5.46)$$

Jika kita tambahkan persamaan (5.45) dan (5.46) maka kita peroleh

$$\int_{1:A}^{2} \vec{F} \bullet d\vec{r} + \int_{2:B}^{1} \vec{F} \bullet d\vec{r} = 0 \tag{5.47}$$

Kalau kita perhatikan Gambar 5.20 maka integral pada persamaan (5.47) merupakan integral dalam lintasan tertutup. Karena kita dapat memilih lintasan A maupun B secara bebas maka kita simpulkan bahwa integral perkaliana konservatif dengan elemen perpindahan dalam lintasan tertutup selalu nol, atau

$$\oint \vec{F} \bullet d\vec{r} = 0 \tag{5.48}$$

Dalam matematika vektor ada yang namanya teori Ampere: integral perkalian vektor dengan elemen lintasan pada lintsan tertutup sama dengan intagral dari perkalian curl dari vektor tersebut dengan elemen luas dalam permukaan yang dibentuk oleh lintasan tertutup dimaksud. Dengan teori Ampere kita dapatkan

$$\oint \vec{F} \bullet d\vec{r} = \iint \left(\nabla \times \vec{F}\right) \bullet d\vec{A} \tag{5.49}$$

Curl vektor F memiliki bentuk

$$\nabla \times \vec{F} = \hat{i}\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right) + \hat{j}\left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)$$

Jadi, syarat gaya *F* bersifat konservatif adalah

$$\iint \left(\nabla \times \vec{F}\right) \bullet d\vec{A} = 0$$

Kesamaan ini akan dipenuhi untuk semua pilihan luas permukaan integral asalkan berlaku

$$\nabla \times \vec{F} = 0$$

atau

$$\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} = 0 \qquad (5.50a)$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} = 0 \qquad (5.50b)$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} = 0 \qquad (5.50c)$$

Contoh 5.8

Buktikan bahwa gaya pegas tiga dimensi $\vec{F} = -\hat{i}k_x x - \hat{j}k_y y - \hat{k}k_z z$ adalah gaya konservatif.

Jawab

Dari bentuk potensial tersebut langsung dapat kita simpulkan

$$F_x = -k_x x$$

$$F_y = -k_y y$$

$$F_z = -k_z z$$

Dengan demikian

$$\frac{\partial F_z}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0$$

sehingga

$$\nabla \times \vec{F} = 0$$

Hasil ini menunjukkan bahwa gaya F merupakan gaya konservatif.

5.7 Energi Potensial

Karena kerja yang dilakukan oleh gaya konservatif hanya bergantung pada posisi awal dan akhir maka kita akan tertolong jika mendefinisikan suatu besaran yang namanya **energi potensial**. Di tiap titik dalam ruang yang mengandung medan gaya konservatif (artinya apabila benda diletakkan dalam suatu titik dalam ruang tersebut maka benda mengalami gaya konservatif) terdapat energi potensial yang bergantung pada posisi dan massa benda. Energi potensial didefinisikan sebagai berikut:

Kerja yang dilakukan gaya konservatif untuk memindahkan benda dari posisi awal ke posisi akhir sama dengan selisih energi potensial awal dan energi potensial akhir.

Pernyataan ini dapat dikatakan sebagai **teorema kerja-energi bentuk kedua**.

Misalkan benda mula-mula berada pada posisi $\vec{r}_1$ dan berpindah ke posisi $\vec{r}_2$.

Energi potensial saat di posisi $\vec{r}_1 : U(\vec{r}_1)$

Energi potensial saat doi posisi $\vec{r}_2 : U(\vec{r}_2)$

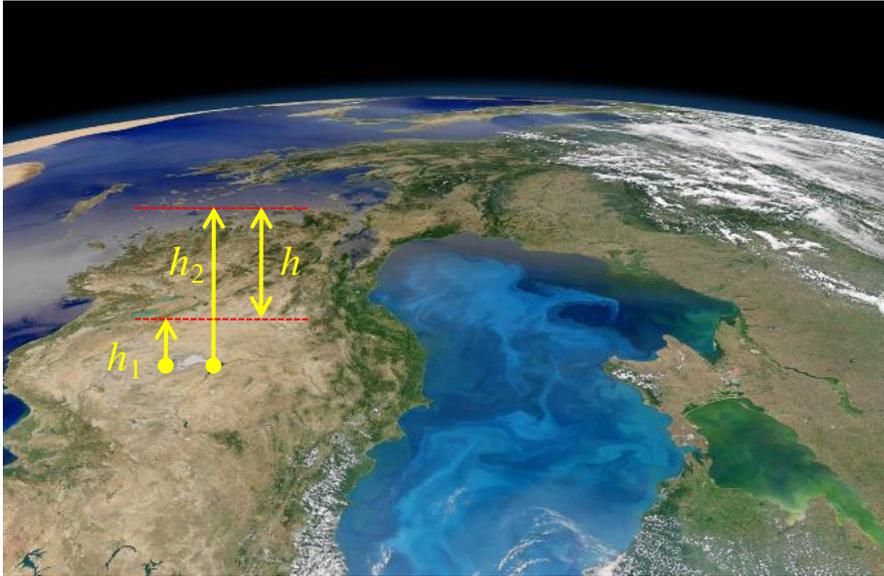
Usaha yang dilakukan oleh gaya konservatif: W_{12}

Berdasarkan definisi di atas maka

$$W_{12} = U(\vec{r}_1) - (\vec{r}_2) \quad (5.51)$$

Apa yang menarik dari persamaan ini? Yang menarik adalah kalau sebelumnya, untuk menentukan kerja kita melakukan proses integral pada perkalian gaya dengan elemen perpindahan. Integral tersebut bisa saja sangat rumit sehingga sulit diselesaikan. Namun, jika gaya yang bekerja adalah gaya konservatif maka kerumitan integral dapat dihindari. Kita cukup menghitung selisih energi potensial awal dan energi potensial akhir.

5.7.1 Energi Potensial Gravitasi di Sekitar Permukaan Bumi

Gaya gravitasi bumi termasuk gaya konservatif. Dengan demikian kita dapat mendefinisikan energi potensial gravitasi. Berikut kita turunkan energi potensial gravitasi di sekitar permukaan bumi. Kita membatasi pada daerah di sekitar permukaan bumi karena di daerah tersebut percepatan gravitasi dapat dianggap konstan.

Gambar 5.21 Benda dipindahkan secara vertikan di sekitar permukaan bumi.

i. Misalkan sebuah benda berpindah dari posisi $\vec{r}_1$ ke posisi $\vec{r}_2$. Komponen vertikal dari $\vec{r}_1$ dan $\vec{r}_2$ masing-masing h_1 dan h_2 (Gambar 5.21).

ii. Gaya gravitasi yang bekerja pada benda adalah $\vec{F} = -mg\hat{j}$ (kita ambil arah ke atas positif sehingga gaya gravitasi diberi tanda negatif)

iii. Perpindahan benda adalah $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

Kerja yang dilakukan gaya gravitasi adalah

$$W_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

$$= -mg \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \hat{j} \bullet d\vec{r} \qquad (5.52)$$

Tetapi karena $d\vec{r} = \hat{i}dx + \hat{j}dy + \hat{k}dz$ maka $\hat{j} \bullet d\vec{r} = dy$ sehingga persamaan (5.36) dapat ditulis menjadi

$$W_{12} = -mg\int_{h_1}^{h_2} dy$$

$$= -mh[h_2 - h_1]$$

$$= mgh_1 - mgh_2 \quad (5.53)$$

Berdasarkan definisi banda energi potensial bahwa kerja oleh gaya konservatif sama dengan selisih energi potensial awal dan akhir maka dengan memperhatikan persamaan (5.54) kita dapatkan energi postensial awal dan skhir sebagai berikut

$$U_1 = mgh_1$$

$$U_2 = mgh_2$$

Secara umum, benda yang berada pada ketinggian h dari permukaan bumi memiliki energi potensial gravitasi sebesar

$$U = mgh \quad (5.54)$$

Perlu dicatat bahwa persamaan (5.54) benar dengan asumsi bahwa energi potensial gravitasi tepat di permukaan bumi adalah nol.

Contoh 5.9

Sebuah air terjun yang memiliki ketinggian 18 meter dari dasar memiliki debit 25 m^3/detik. Berapa kerja yang dilakukan bumi untuk menjatuhkan air selama 1 jam? Massa jenis air adalah 1.000 kg/m^3.

Jawab

Dalam 1 detik:

Volum air yang jatuh, V = 25 m^3. Massa air yang jatuh, $m = \rho V = 1.000 \times 25$ = 25.000 kg. Kerja yang dilakukan bumi = energi potensial awal – energi potensial akhir = mgh = 25.000 × 10 × 18 = 4,5 × 10^6 J.

Dalam 1 jam:

1 jam = 60 menit = 60 × 60 detik = 3.600 detik. Kerja yang dilakukan bumi dalam 1 jam = 3.600 × (4,5 × 10^6) = 1,62 × 10^{10} J.

5.7.2 Bentuk Umum Energi Potensial Gravitasi

Energi potensial gravitasi yang diungkapkan oleh persamaan (5.54) hanya benar jika lokasi benda ada di sekitar permukaan bumi. Pada lokasi ini percepatan gravitasi bumi dapat dianggap konstan. Namun, jika benda bergerak hingga pada jarak yang jauh dari bumi, maka persamaan (5.54) tidak berlaku karena percepatan gravitasi bumi tidak dapat lagi dipandang konstan. Oleh karena itu kita perlu menentukan ungkapan energi potensial gravitasi yang lebih umum.

Gaya gravitasi bumi pada benda bermassa m dan pada posisi $\vec{r}$ dari pusat bumi memenuhi

$$\vec{F} = -G \frac{M_B m}{r^3} \vec{r} \qquad (5.55)$$

Kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi untuk memindahkan benda dari posisi $\vec{r}_1$ ke posisi $\vec{r}_2$ adalah

$$W_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

$$= \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left(-G \frac{M_B m}{r^3} \vec{r} \right) \bullet d\vec{r}$$

$$= -GM_B m \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \frac{\vec{r} \bullet d\vec{r}}{r^3}$$

$$= -GM_B m \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \frac{dr}{r^2}$$

$$= -GM_B m \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2}$$

$$= -GM_B m \left[-\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right]$$

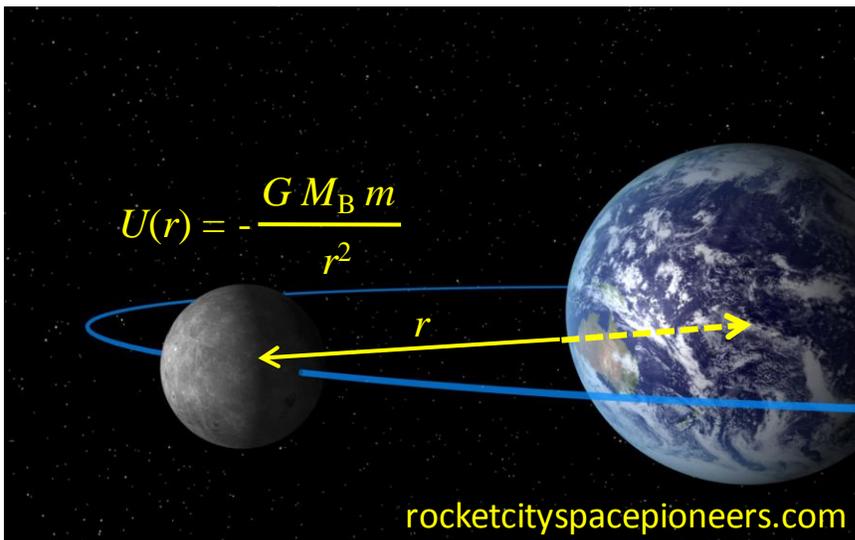
$$= \left(-G \frac{M_B m}{r_1} \right) - \left(-G \frac{M_B m}{r_2} \right) \qquad (5.56)$$

Mengingat definisi kerja yang dilakukan oleh gaay konservatif sama dengan selisih energi potensial awal dan energi potensial akhir maka energi potensial awal dan akhir gravitasi bumi memenuhi

$$U(\vec{r}_1) = -G \frac{M_B m}{r_1}$$

$$U(\vec{r}_2) = -G\frac{M_B m}{r_2}$$

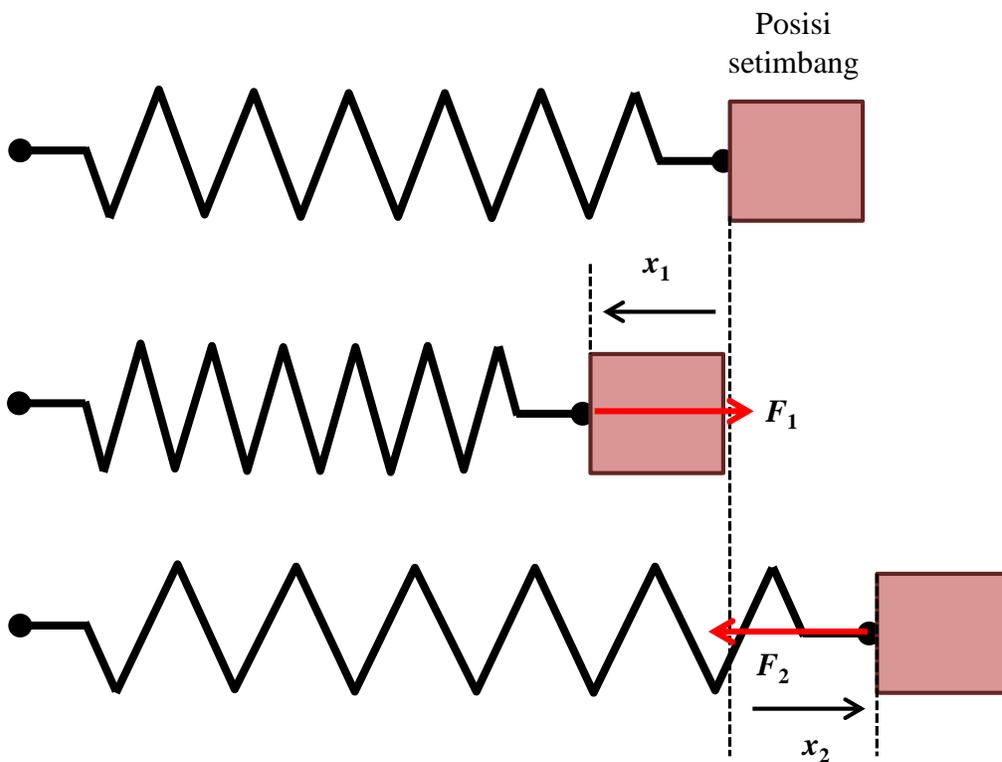
Secara umum, energi potensial gravitasi benda yang memiliki massa m dan berada pada posisi $\vec{r}$ (Gambar 5.22) adalah

$$U(\vec{r}) = -G\frac{M_B m}{r} \qquad (5.57)$$

Gambar 5.22 Energi potensial gravitasi bumi pada jarak yang sangat jauh dari bumi.

5.7.3 Energi Potensial Pegas

Di samping energi potensial gravitasi, energi potensial lain yang dapat kita jumpai adalah energi potensial pegas. Misalkan sebuah benda diikat di ujung sebuah pegas. Benda kemudian ditarik sehingga pegas bertambah panjang sebesar x dari posisi setimbang (posisi setimbang adalah posisi ketika pegas tidak terdorong atau tertarik). Berdasarkan hukum Hooke, gaya yang dilakukan pegas pada benda memenuhi persamaan

$$F = -kx \tag{5.58}$$

di mana k disebut konstanta pegas (N/m). Tanda negatif menunjukkan bahwa arah gaya selalu berlawanan dengan arah perubahan panjang pegas. Jika pegas ditarik ke kanan melampuai posisi setimbang maka gaya pegas berarah ke kiri. Sebaliknya jika pegas ditekan kiri melampaui posisi setimbang maka gaya pegas berarah ke kanan (Gambar 5.23).

Gambar 5.23 Ketika benda berada pada posisi setimbang (pegas tidak teregang atau tertekan) pegas tidak melakukan gaya pada benda. Jika benda ditekan ke kiri dari posisi setimbang maka pegas mendorong benda ke arah kanan, dan sebaliknya.

Sekarang kita akab menghitung kerja yang dilakukan oleh gaya pegas. Ketika pegas bertambah panjang dx maka kerja yang dilakukan pegas adalah

$$dW = Fdx \tag{5.59}$$

Kerja yang dilakukan pegas untuk menambah panjang dari x_1 ke x_2 adalah

$$W_1 = \int_{x_1}^{x_2} Fdx$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} (-kx)dx$$

$$= -k\int_{x_1}^{x_2} xdx$$

$$= -k\left[\frac{1}{2}x^2\right]_{x_1}^{x_2}$$

$$= -k\left[\frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}x_1^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 \tag{5.60}$$

Karena kerja yang dilakukan gaya konservatif sama dengan selisih energi potensial awal dan akhir maka kita dapatkan ungkapan energi potensial awal dan akhir pegas sebagai berikut

$$U(x_1) = \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$U(x_2) = \frac{1}{2}kx_2^2$$

Secara umum, energi potensial pegas yang menyipang sejauh x dari posisi setimbang adalah

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (5.61)$$

Contoh 5.10

Sebuah neraca menggunakan pegas sebagai sensor massa. Ketika digunaka untuk menimbang sayuran yang bermassa 4,5 kg, pegas neraca memendek sejauh 0,25 cm. Tentukan kerja yang dilakukan untuk menekan pegas neraca ketika menimbang buah-buahan 10 kg.

Jawab

Untuk menentukan kerja, terlebih dahulu kita tentukan konstanta pegas. Saat menimbang sayur 4,5 kg maka pegas neraca ditekan oleh gaya $F = mg$ = 4,5 × 10 = 45 N. Pegas mengalami perubahan panjang sebesar x = 0,25 cm = 0,0025 m. Dengan demikian, konstanta pegas neraca adalah $k = F/x$ = 45/0,0025 = 18.000 N/m.

Ketika menimbang sayuran 4,5 kg pegas memendek sebesar 0,25 cm. Maka, ketika menimbang buah 10 kg, pegas memendek sebesar x' = (10/4,5) × 0,25 = 0,56 cm = 0,0056 m. Kerja yang dilakukan untuk menekan pegas neraca adalah

$$W = \frac{1}{2}kx'^2 = \frac{1}{2}\times 18.000 \times (0,0056)^2 = 0,28 \text{ J.}$$

Osilasi pegas arah tiga dimensi. Jika pegas dapat bergetar dalam arah tiga dimensi maka gaya pegas secara umum memenuhi

$$\vec{F} = -k\vec{\rho} \tag{5.62}$$

dengan

$$\vec{\rho} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z \tag{5.63}$$

adalah vektor simpangan pegas diukur dari posisi setimbang. Kerja yang dilakukan pegas untuk mengubah vektor simpangan dari $\vec{\rho}_1$ ke $\vec{\rho}_2$ adalah

$$W_{12} = \int_{\vec{\rho}_1}^{\vec{\rho}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

$$= -k\int_{\vec{\rho}_1}^{\vec{\rho}_2} \vec{\rho} \bullet d\vec{r} \tag{5.64}$$

Mengingat $d\vec{r} = \hat{i}dx + \hat{j}dy + \hat{k}dz$ maka $\vec{\rho} \bullet d\vec{r} = xdx + ydy + zdy$. Dengan demikian,

$$W_{12} = -k\int_{\vec{\rho}_1}^{\vec{\rho}_2} (xdx + ydy + zdz)$$

$$= -k\int_{x_1}^{x_2} xdx - k\int_{y_1}^{y_2} ydy - k\int_{z_1}^{z_2} zdz$$

$$= -k\left[\frac{1}{2}x^2\right]_{x_1}^{x_2} - k\left[\frac{1}{2}y^2\right]_{y_1}^{y_2} - k\left[\frac{1}{2}z^2\right]_{z_1}^{z_2}$$

$$= -k\left[\frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}x_1^2\right] - k\left[\frac{1}{2}y_2^2 - \frac{1}{2}y_1^2\right] - k\left[\frac{1}{2}z_2^2 - \frac{1}{2}z_1^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}k\left(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2\right) - \frac{1}{2}k\left(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2\right) \qquad (5.66)$$

Jika kita kembali melihat definisi energi potensial maka kita simpulkan bahwa energi potensial pegas dalam ruang tiga dimensi memenuhi persamaan

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2}k\left(x^2 + y^2 + z^2\right) \qquad (5.67)$$

5.8 Energi Mekanik

Pada teorema kerja energi bentuk pertama, gaya yang bekerja pada benda yang mengubah energi kinetik adalah semua jenis gaya, baik yang konservatif maupun yang non konservatif. Kita telah memperoleh rumus umum $W = \Delta K$. Kita dapat memisahkan kerja yang dilakukan oleh gaya konservatif dan non konservatif dan menulis W sebagai berikut

$$W = W_{kons} + W_{non-kons} \qquad (5.68)$$

Tetapi, berdasarkan persamaan (5.51), $W_{kons} = U_1 - U_2$, sehingga kita dapat menulis $W = (U_1 - U_2) + W_{non-kons}$. Dengan menggunakan prinsip kerja energi bentuk pertama bahwa kerja yang dilakukan sama dengan perubahan energi kinetik maka dapat kita tulis $(K_2 - K_1) = (U_1 - U_2) + W_{non-kons}$, atau

$$W_{non-kons} = -(U_1 - U_2) + (K_2 - K_1)$$

$$= (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) \qquad (5.68)$$

Kita definisikan besaran yang dinamakan energi mekanik sebagai berikut

$$EM = U + K \qquad (5.69)$$

Dengan definisi ini maka kita dapat menulis persamaan (5.68) sebagai

$$W_{non-kons} = EM_2 - EM_1 \qquad (5.70)$$

Persamaan menyatakan bahwa ***usaha yang dilakukan oleh gaya non konservatif sama dengan perubahan energi mekanik benda***. Ini adalah ungkapan teorema kerja-energi bentuk ketiga.

Contoh 5.11

Seorang penerjun payung membuka payung pada ketinggian 2 km dari permukaan tanah. Dari posisi tersebut hingga menyentuh tanah diasumsikan bahwa kecepatan turun konstan. Jika massa total penerjun dan parasut 80 kg, berapakah kerja yang dilakukan oleh gaya gesekan udara?

Jawab

Gesekan udara adalah gaya non konservatif (gaya yang menghasilkan panas). Oleh karena itu kita gunakan persamaan (5.70) yang dapat ditulis menjadi

$$W_{nk} = (EK_2 + EP_2) - (EK_1 + EP_1)$$

Posisi 1 adalah posisi saat payung dibuka dan posisi 2 adalah tanah. Karena kecepatan penerjun tetap maka $EK_1 = EK_2$. Dengan demikian

$$W_{nk} = EP_2 - EP_1 = mg \times 0 - mgh$$

$$= - 80 \times 9{,}8 \times 2.000 = - 1{,}57 \times 10^6 \text{ J}$$

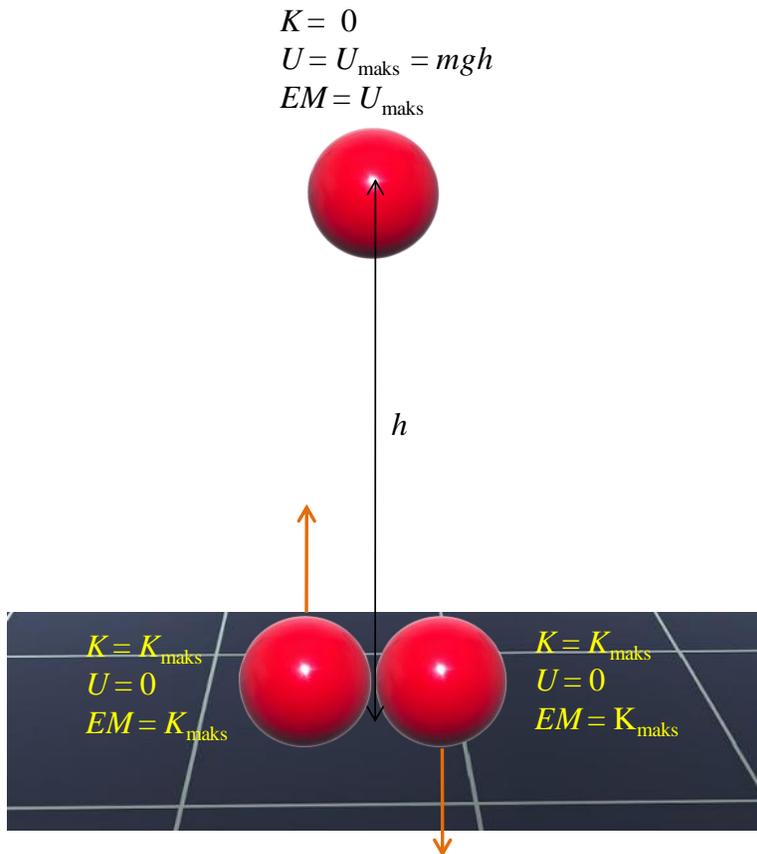
5.9 Hukum Kekekalan Energi Mekanik

Suatu kasus menarik muncul jika pada benda hanya bekerja gaya konservatif dan tidak ada gaya non-konservatif. Dalam kondisi demikian maka $W_{non-kons} = 0$ sehingga berdasarkan persamaan (5.64) $EM_2 - EM_1 = 0$ atau

$$EM_1 = EM_2 \qquad (5.65)$$

Hubungan ini adalah ungkapan dari hukum kekekalan energi mekanik. Jadi, ***jika tidak ada gayan non-konservatif yang bekerja pada benda maka energi mekanik benda kekal***.

Jika bola dilemparkan vertikal ke atas dari lantai maka bola berada dalam pengaruh medan gravitasi bumi yang bersifat konservatif (Gambar 5.24). Selama bola bergerak, energi mekanik konstan. Saat dilempar dari lantai, energi kinetik maksimum (K_{maks}) sedangkan energi potensial nol (karena ketinggian nol). Saat di puncak lintasan, energi kinetik nol (benda diam) sedangkan energi potensial maksimum (U_{maks}). Saat kembali akan menyentuh lantai, energi kinetik kembali maksimum (K_{maks}) sedangkan energy potensial nol (karena ketinggian nol). Karena energi mekanik kekal maka

$$K_{\text{maks}} = U_{\text{maks}} = EM$$

Gambar 5.24 Bola yang bergerak di bawah pengaruh medan gravitasi memenuhi hukum kekekalan energi mekanik.

Contoh 5.12

Sebuah benda jatuh dari ketinggian h di atas permukaan tanah dengan laju awal nol (Gambar 5.25). Berapa laju benda saat menyentuh tanah?

Jawab

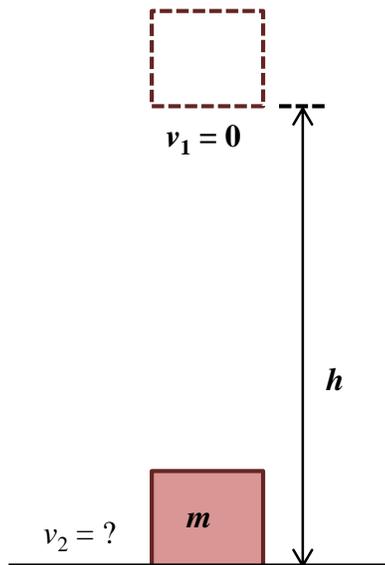
Kita asumsikan gesekan udara sangat kecil sehingga dapat diabaikan. Dengan demikian tidak ada gaya non konservatif yang bekerja sehingga energi mekanik kekal. Energi mekanik di posisi awal sama dengan energi mekanik di posisi akhir. Jadi

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + mg \times 0 = \frac{1}{2}m \times 0^2 + mgh$$

$$v_2^2 = 2gh$$

atau

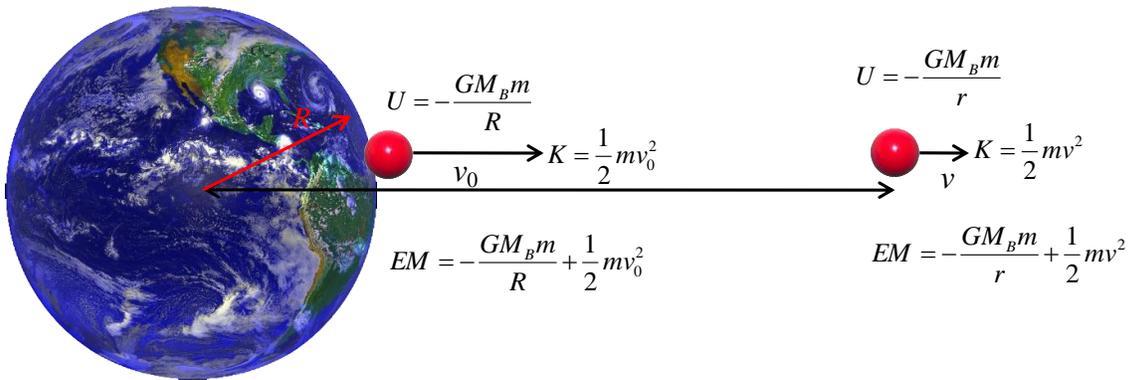
$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Gambar 5.25 Gambar untuk contoh 5.12

5.10 Kecepatan Lepas dari Bumi

Jika benda ditembak ke atas maka makin lama kecepatan benda makin berkurang. Benda mencapai kecepatan nol pada ketinggian tertentu, kemudian bergerak dalam arah berlawanan kembali ke tanah. Makin kecil kecepatan awal benda maka makin tinggi posisi benda membalik arah. Jika kecepatan awal benda sangat besar maka bisa terjadi kemungkinan benda tidak balik ke tanah, tetapi bergerak terus meninggalkan bumi. Pertanyaan, berapakah laju benda yang harus dimiliki di tanah agar bisa

lepas dari bumi (bergerak terus tanpa membalik arah)?

Untuk menentukan kecepatan benda untuk lepas dari bumi, perhatikan Gambar 5.26. Misalkan benda dilepas dengan laju awal v_o di permukaan bumi. Sampai dengan jarak r dari pusat bumi, laju benda menjadi v. Karena gaya gravitasi adalah gaya konservatif maka hukum kekekalan energi mekanik berlaku. Terapkan hukum tersebut untuk lokasi di permukaan bumi dan pada jarak r dari pusat bumi.

$$-G\frac{M_B m}{R}+\frac{1}{2}mv_0^2=-G\frac{M_B m}{r}+\frac{1}{2}mv^2 \quad (5.72)$$

Gambar 5.56 Menentukan kecepatan lepas benda dari bumi.

Benda dikatakan lepas dari bumi jika benda sanggup mencapai jarak tak berhingga ($r = \infty$) dan pada jarak tersebut laju benda minimal nol. Jadi syarat benda dapat lepa dari bumi adalah

$$-G\frac{M_B m}{R}+\frac{1}{2}mv_0^2\ge -G\frac{M_B m}{\infty}+\frac{1}{2}m\times 0^2$$

atau

$$-G\frac{M_B m}{R}+\frac{1}{2}mv_0^2 \ge 0 \qquad (5.73)$$

Solusi untuk v_0 dari persamaan (4.73) adalah

$$v_0 \ge \sqrt{\frac{2GM_B}{R}} \qquad (5.74)$$

Jika kita menggunakan data G = 6,67 × 10^{-11} N m^2/kg^2, MB = 5,96 × 10^{24} kg, dan R = 6,4 × 10^6 m, kita peroleh

$v_0 \ge$ 11,146 km/s

Tampak bahwa agar benda lepas dari bumi maka laju minimum adalah 11,146 km/s.

Mengapa atmosfer tidak lepas dari bumi? Atmosfer bumi terdiri dari lapisan udara dengan ketebalan sekitar 60 mil. Molekul-molekul udara penyusun atmosfer selalu bergerak ke segala arah (Gambar 5.27). Gas penyusun atmosfer bermacam-macam. Namun jika dirata-ratakan maka massa molekul gas penyusun atmosfer sekitar 4,8 × 10^{-26} kg. Suhu tertinggi atmosfer sekitar 70 ^{o}C. Dengan suhu sebesar ini maka laju rata-rata molekul udara dalam atmosfer sekitar 544 m/s atau 0,544 km/s. Laju rata-rata molekul gas penyusun atmosfer jauh lebih kecil daripada laju minimum yang diperlukan untuk lepas dari bumi. Oleh karena itulah, gas penyusun atmosfer tetap ada di permukaan bumi.

Contoh 5.13

Berapakah suhu atmosfer agar gas penyusunnya lepas dari bumi?

Jawab

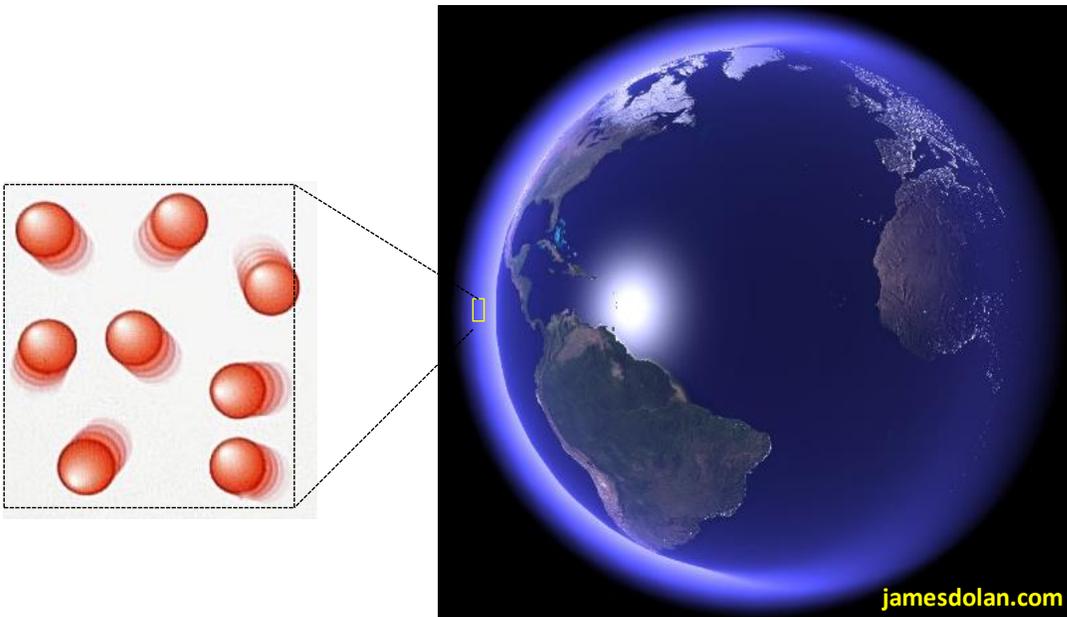
Agar atmosefer leps dari bumi maka laju molekul gas harus lebih besar daripada 11,146 km/s = 1,11 × 10^4 m/s. Dengan demikian, energi kinetik rata-rata molekul gas penyusun atmosfer harus memenuhi

$$\varepsilon_K \geq \frac{1}{2} m v_0^2$$

atau

$$\varepsilon_K \geq \frac{1}{2} \times (4{,}8 \times 10^{-26}) \times (1{,}11 \times 10^4)^2$$

atau

$$\varepsilon_K \geq 2{,}96 \times 10^{-18} \text{ J.}$$

Gambar 5.27 Laju gas penyusun atmosfer hanya sekitar 0,544 km/s. Laju ini jauh lebih kecil daripada laju yang diperlukan unuk lepas dari bumi, yaitu 11,146 km/s sehingga atmosfer tetap ada di permukaan bumi.

Kalau dinayatakan dalam besaran suhu maka energi kinetik rata-rata molekul gas memenuhi

$$\varepsilon_K = \frac{3}{2}kT$$

dengan k = 1,38 × 10^{-23} J/K dinamakan konstanta Boltzmann dan T adalah suhu dalam kelvin. Agar gas penyusun atmosfer terlepas dari bumi maka suhu atmosfer harus memenuhi

$$\frac{3}{2}kT \geq 2{,}96 \times 10^{-18}$$

atau

$$T \geq \frac{2}{3} \times \frac{2{,}96 \times 10^{-18}}{k}$$

atau

$$T \geq 143.000 \quad \text{K}$$

Contoh 5.14

Jika kita anggap bahwa energi potensial ketika benda berada di permukaan bumi adalah 0 maka pada jarak tak berhingga dari bumi, energi potensial benda adalah mgR dengan R adalah jari-jari bumi = 6.400 km. Sebuah pesawat luar angkasa tanpa bahan bakar ditembakkan dari permukaan bumi untuk menjelajahi luar angkasa. Berapakah minimal kecepapat lontaran pesawat tersebut agar bisa keluar meninggalkan bumi (lepas dari tarikan balik oleh gravitasi bumi)? Anggap tidak ada gaya gesekan oleh atmosfer.

Jawab

Karena tidak ada gesekan oleh atmosfer maka energi mekanik kekal. Energi mekanik saat di permukaan bumi sama dengan energi mekanik saat jauh dari bumi (pada jarak tak berhingga). Jadi, $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$. Kita anggap bahwa pada jarak tak bergingga dari bumi, kecepatan pesawat nol sehingga $K_2 = 0$. Di permukaan bumi, energi potensial nol, atau $U_1 = 0$. Dengan demikian

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgR$$

Dengan demikian, $v_0 = \sqrt{2gR} = \sqrt{2\times 10\times 6.400.000}$ = 11.314 m/s

5.11 Kerja oleh Gaya Gesekan

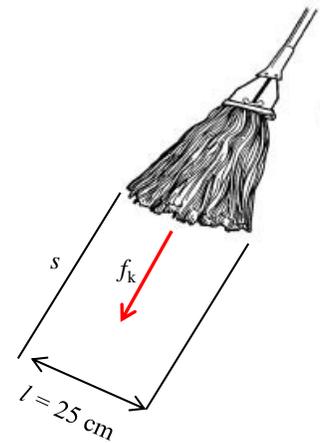
Salah satu sifat gaya gesekan adalah arah gaya selalu berlawanan dengan arah gerak benda. Oleh karena itu kerja oleh gaya gesekan selalu bernilai negatif. Itu sebabkan mengapa gaya gesekan selalu mengurangi energi benda.

Gaya gesekan ada dua, yaitu gaya gesekan statis dan kinetik. Gaya gesekan statis muncul ketika benda belum bergerak. Jadi, ketika gaya gesekan statis muncul benda tidak memiliki perpindahan. Oleh karena itu gaya gesekan statis tidak melakukan kerja (kerja = perkalian gaya dan perpindahan). Sebaliknya, gaya gesekan kinetik muncul saat benda bergerak (ada perpindahan). Jadi, gaya gesekan kinetik muncul bersama dengan perpindahan benda. Oleh karena itu gaya gesekan kinetik melakukan kerja. Kerja oleh gaya gesekan kinetik adalah

$$W = -f_k \Delta x \tag{5.75}$$

dengan f_k adalah gaya gesekan kinetik (N) dan Δx adalah perpindahan (m). Tanda negatif bermakna bahwa gaya gesekan selalu mengurangi energi benda.

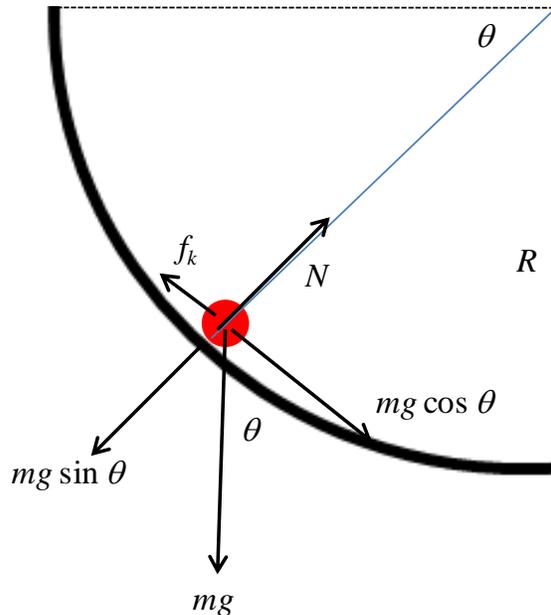
Contoh 5.15

Para siswa kerja bakti mengepel lantai ruangan sekolah (Gambar 5.28). Ukuran lantai adalah 10 m × 8 m. Satu lantai tersebut dipel oleh 5 siswa dengan pembagian luas yang sama. Lebar alat pel yang digunakan adalah 25 cm. Jika gaya dorong saat mengepel adalah 5 newton, berapakah perkiraan kerja yang dilakukan masing-masing siswa?

Gambar 5.28. Para siswa sedang kerja bakti membersihkan lantai sekolah (sekolahalamjogja.com).

Jawab

Luas total lantai adalah A = 10 × 8 = 80 m^2. Karena ada 5 siswa yang mengerjakannya dengan pembagian yang sama maka satu siswa mengepel 80/5 = 16 m^2. Lebar alat pengepel aadalah l = 25 cm = 0,25 m. Jika didorong sejauh s maka alat pel menyapu lantai seluas $\Delta x \times l$. Untuk mengepel lantai seluar 16 m^2 maka alat pel harus bergerak sejauh Δx yang memenuhi $\Delta x \times l$. =16, atau Δx = 16/l = 16/0,25 = 64 m. Dengan demikian kerja yang dilakukan tiap siswa adalah

$$W = f_k \Delta x = 5 \times 64 = 320 \text{ J.}$$

Sekarang kita coba bahas satu persoalan yang cukup rumit***. Kalian boleh melewatinya, kecuali yang berasa tertantang***. Benda yang meluncur pada setengah lingkaran yang memiliki gaya gesekan seperti pada Gambar 5.29.

Gambar 5.29 Benda meluncur pada lintasan seperempat lingkaran dan memiliki gaya gesekan.

Kesulitan di sini muncul karena gaya normal yang bekerja pada benda tidak konstan, melainkan bergantung pada posisi. Karena gaya normal tidak konstan maka gaya gesekan juga tidak konstan dan bergantung pada posisi juga. Kita akan menyelesaikan dengan dua cara, yaitu cara dinamika dan cara energi.

Perhatikan Gambar 5.29. Gaya ke pusat yang bekerja pada benda adalah

$$F_c = N - mg\sin\theta \qquad (5.76)$$

Karena gaya ke pusat merupakan gaya sentripetal maka berlaku F_c = mv^2/R. Dengan demikian, kita dapat menulis

$$N = mg\sin\theta + \frac{mv^2}{R} \quad (5.77)$$

Gaya gesekan kinetik yang bekerja pada benda adalah

$$f_k = \mu_k N$$

$$= \mu_k \left(mg\sin\theta + \frac{mv^2}{R} \right) \quad (5.78)$$

Gaya gesekan adalah gaya non konservatif. Usaha yang dilakukan gaya non konservatif sama dengan perubahan energi mekanik benda. Ambil potensial nol pada posisi puncak. Jika benda turun membentuk sudut θ maka energi potensialnya negatif, yaitu $-mgR$ sin θ. Jadi, energi mekanik mula-mula benda 0 (potensial dan kinetic nol). Energi mekanik benda setelah turun sejauh θ adalah $-mgR$ sin θ + (1/2)mv^2. Usaha oleh gaya gesekan adalah

$$W_f = 0 - \left(-mgR\sin\theta + \frac{1}{2}mv^2 \right)$$

$$= mgR\sin\theta - \frac{1}{2}mv^2$$

atau

$$v^2 = 2gR\sin\theta - 2\frac{W_f}{m} \quad (5.79)$$

Besar usaha yang dilakukan gaya gesekan adalah

$$W_f = \int f_k ds$$

$$= \int f_k (R d\theta)$$

$$= \int \mu_k (mg \sin\theta + mv^2 / R)(R d\theta)$$

Lakukan diferensi W_f terhadap θ dan diperoleh

$$\frac{dW_f}{d\theta} = \mu_k mR\left(g \sin\theta + \frac{v^2}{R} \right) \qquad (5.80)$$

Substitusi v^2 dan disederhanakan sehingga diperoleh

$$\frac{dW_f}{d\theta} + 2\mu_k W_f = 3\mu_k mg \sin\theta \qquad (5.81)$$

Kalikan dua ruas dengan $e^{(2\mu_k\theta)}$

$$e^{2\mu_k\theta}\left(\frac{dW_f}{d\theta}+2\mu_k W_f\right)=\left(3\mu_k mg\sin\theta\right)e^{2\mu_k\theta}$$

$$\frac{d}{d\theta}\left(e^{2\mu_k\theta}W_f\right)=\left(3\mu_k mg\sin\theta\right)e^{2\mu_k\theta}$$

$$e^{2\mu_k\theta}W_f=\int\left(3\mu_k mg\sin\theta\right)e^{2\mu_k\theta}d\theta \qquad (5.82)$$

Gunakan rumus integral yang diberikan sebelumnya, sehingga diperoleh

$$W_f=\frac{3\mu_k mgR}{4\mu_k^2+1}\left(2\mu_k\sin\theta-\cos\theta+e^{-2\mu_k\theta}\right) \qquad (5.83)$$

Dengan persamaan ini maka llaju benda tiap saat dapat dihitung berdasarkan prinsik usaha energy untuk gaya non konservatif, yaitu

$$v^2=2gR\sin\theta-2\frac{W_f}{m} \qquad (5.84)$$

5.12 Pengungkit

Paku yang menancap di kayu lebih mudah dicabut dengan palu pengungkit dibandingkan dengan ditarik langsung menggunakan tang. Kita lebih mudah menggeser batu menggunakan pengungkit dibandingkan dengan menarik atau mendorong langsung. Kita lebih mudah menaikkan benda menggunakan katrol dibandingkan dengan menarik langsung ke atas menggunakan tangan. Mengapa demikian? Bagaimana menjelaskannya dengan ilmu fisika?

Mari kita mulai dengan membahas pengungkit. Pada umumnya pengungkit memiliki dua lengan dan satu titik tumpu. Titik tumpu adalah bagian pengungkit yang tidak bergerak. Lengan adalah bagian yang

bergerak (berputar terhadap titik tumpu) dan masing-masing menahan gaya. Kita mulai dengan membahas pengungkit yang memiliki titik tumpu di tengah, seperti diilustrasikan pada Gambar 5.30. Gambar tersebut mengilustrasikan perputaran pengungkit serta gaya-gaya yang bekerja.

Kita misalkan ujung lengan penggerak ditarik ke bawah dengan gaya F_2. Akibat adanya gaya tersebut maka ujung lengan penggerak turun sejauh Δx_2. Dengan demikian, kerja yang kita lakukan adalah $W_2 = F_2 \Delta x_2$. Akibatnya turunnya ujung lengan penggerak maka lengan beban mengerjakan gaya ke atas pada beban sambil berpindah sejauh Δx_1. Misalkan gaya yang dilakukan ujung lengan beban adalah F_1 maka kerja yang dilakukan oleh lengan beban adalah $W_1 = F_1 \Delta x_1$. Yang dilakukan pada saat mengungkit adalah mentransfer kerja di lengan penggerak ke lengan beban. Dengan demikian

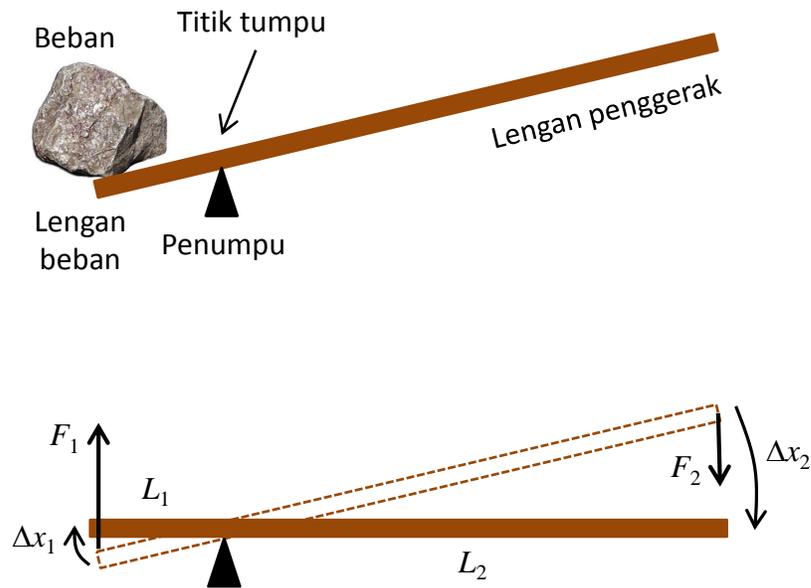
Kerja yang kita lakukan di lengan penggerak = kerja yang dilakukan lengan beban ke benda

atau

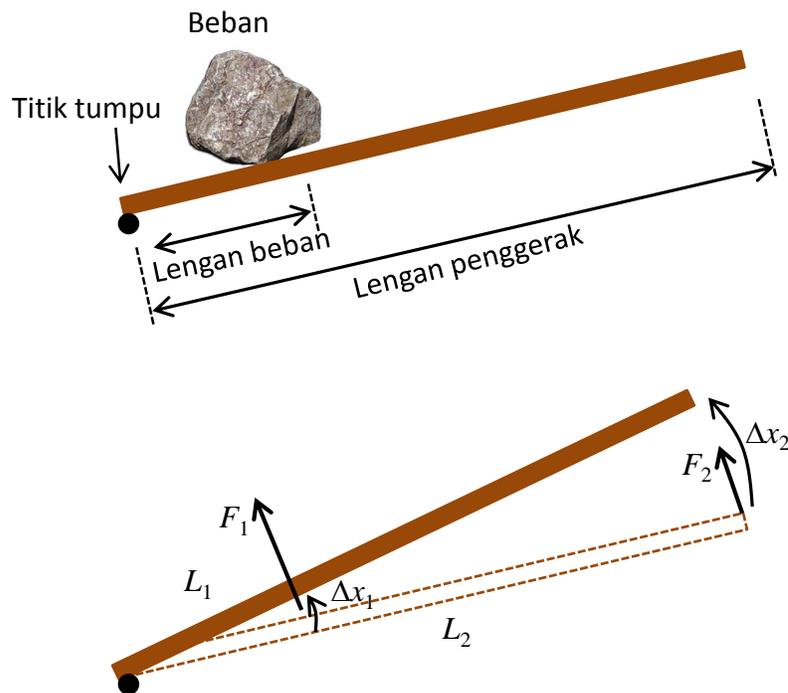
$$F_2 \Delta x_2 = F_1 \Delta x_1 \qquad (5.83)$$

Perhatikan segitiga yang dibentuk oleh ujung lengan penggerak sebelum dan sesudah diputar dengan titik tumpu. Segi tiga ini sebangun dengan segitiga yang dibentuk oleh dua ujung lengan beban dengan titik tumpu. Dengan demikian berlaku hubungan $\Delta x_1 / L_1 = \Delta x_2 / L_2$ atau $\Delta x_1 = (L_1 / L_2) \Delta x_2$. Substitusi ke dalam persamaan sebelumnya diperoleh $F_2 \Delta x_2 = F_1 (L_1 / L_2) \Delta x_2$ atau dapat disederhanakan menjadi

$$F_2 L_2 = F_1 L_1 \qquad (5.84)$$

Tampak dari persamaan (5.84) jika $L_2 > L_1$ maka $F_2 < F_1$. Makin besar F_2 dibandingkan dengan F_1 maka makin kecil F_2 dibandingkan dengan F_1. Jadi, agar mudah mengangkat benda-benda yang berat maka kita gunakan lengan penggerak yang beberapa kali lebih panjang dari lengan beban.

Gambar 5.30 Skema pengungkit dengan titik tumpu di tengah. Pengungkit terdiri dari tiga komponen utama: lenmgan beban, lengan penggerak, dan titik tumpu. Gambar sebe;ah bawah adalah ilustrasi besaran-besaran fisis ketika pengungkit bekerja.

Berikutnya kita bahas pengungkit yang memiliki titik tumbu di ujung, seperti diilustrasikan pada Gambar 5.31. Gambar tersebut mengilustrasikan perputaran pengungkit serta gaya-gaya yang bekerja.

Di sini juga kita misalkan ujung lengan penggerak ditarik ke atas dengan gaya F_2. Akibat adanya gaya tersebut maka ujung lengan penggerak naik sejauh Δx_2. Dengan demikian, kerja yang kita lakukan adalah $W_2 = F_2\ \Delta x_2$. Akibatnya naiknya ujung lengan penggerak maka lengan beban mengerjakan gaya ke atas pada beban sambil berpindah sejauh Δx_1. Misalkan gaya yang dilakukan ujung lengan beban adalah F_1 maka kerja yang dilakukan oleh lengan beban adalah $W_1 = F_1\ \Delta x_1$. Yang dilakukan pada saat mengungkit adalah mentransfer kerja di lengan penggerak ke lengan beban. Dengan demikian $F_2 \Delta x_2 = F_1 \Delta x_1$.

Gambar 5.31 Skema pengungkit dengan titik tumpu di ujung. Gambar sebelah bawah adalah ilustrasi besaran-besaran fisis ketika pengungkit bekerja.

Perhatikan segitiga yang dibentuk oleh ujung lengan penggerak sebelum dan sesudah diputar dengan titik tumpu. Segi tiga ini sebangun dengan segitiga yang dibentuk oleh dua ujung lengan beban dengan titik tumpu. Dengan demikian berlaku hubungan $\Delta x_1 / L_1 = \Delta x_2 / L_2$ atau $\Delta x_1 = (L_1 / L_2)\Delta x_2$. Substitusi ke dalam persamaan sebelumnya diperoleh $F_2 \Delta x_2 = F_1 (L_1 / L_2)\Delta x_2$ atau dapat disederhanakan menjadi $F_2 L_2 = F_1 L_1$, peris sama dengan persamaan untuk pengingkit yang memiliki titik tumpu di tengah.

Contoh 5.16

Bapak dan anak bermain ungkat-ungkit di taman. Panjang lengan ungkat-ungkit di dua sisi masing-masing 2 meter. Massa badan bapak adalah 65 kg dan massa badan akan 25 kg. Anak duduk di ujung lengan. Di manakah bapak harus duduk agar terjadi ungkat-ungkit?

Jawab

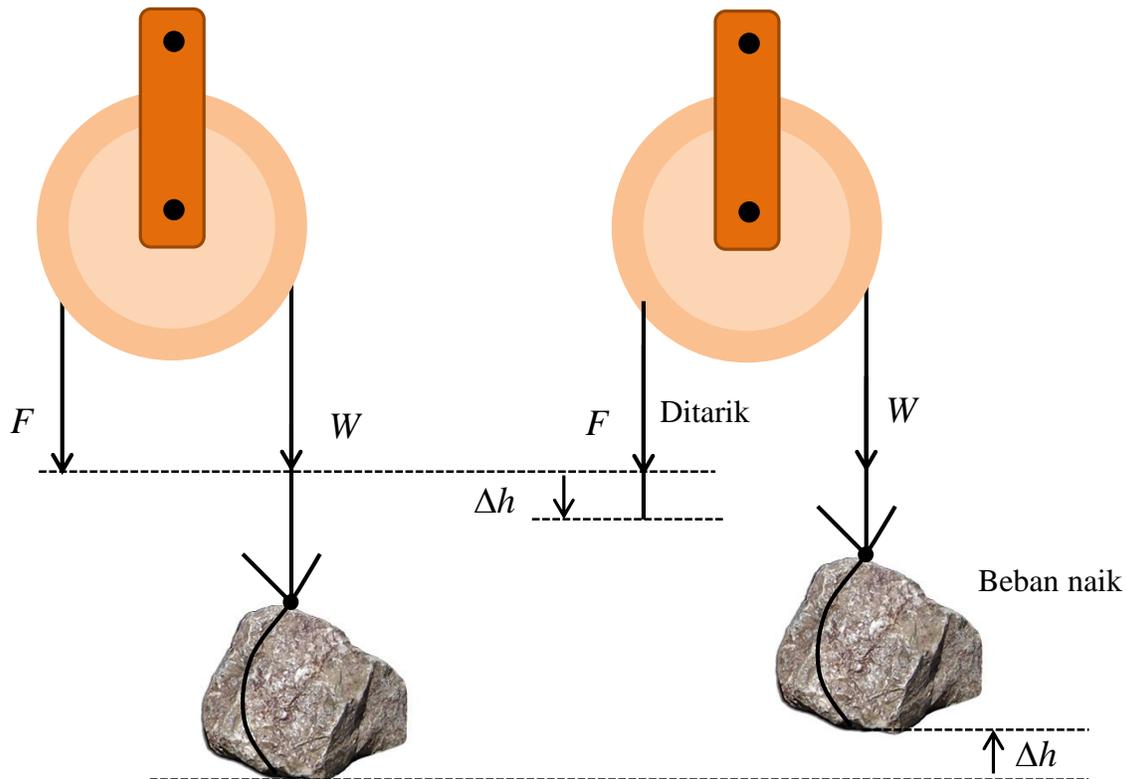
Agar terjadi ungkat-ungkit (naik turun secara bergantian) maka harus terjadi saling bertukar energi antara bapak dan anak. Ketika anak mengalami pengurangan energi maka bapak harus mendapat penambahan energi yang persis sama besarnya. Begitu pun sebaliknya. Ini hanya mungkin terjadi jika terpenuhi kondisi $W_{bapak} L_{bapak} = W_{anak} L_{anak}$, atau $(m_{bapak} g)L_{bapak} = (m_{anak} g)L_{anak}$, atau $m_{bapak} L_{bapak} = m_{anak} L_{anak}$. Masukkan data di soal, $65 \times L_{bapak} = 25 \times 2$, atau $L_{bapak} = 50/65 = 0,77$ m.

5.12. Katrol

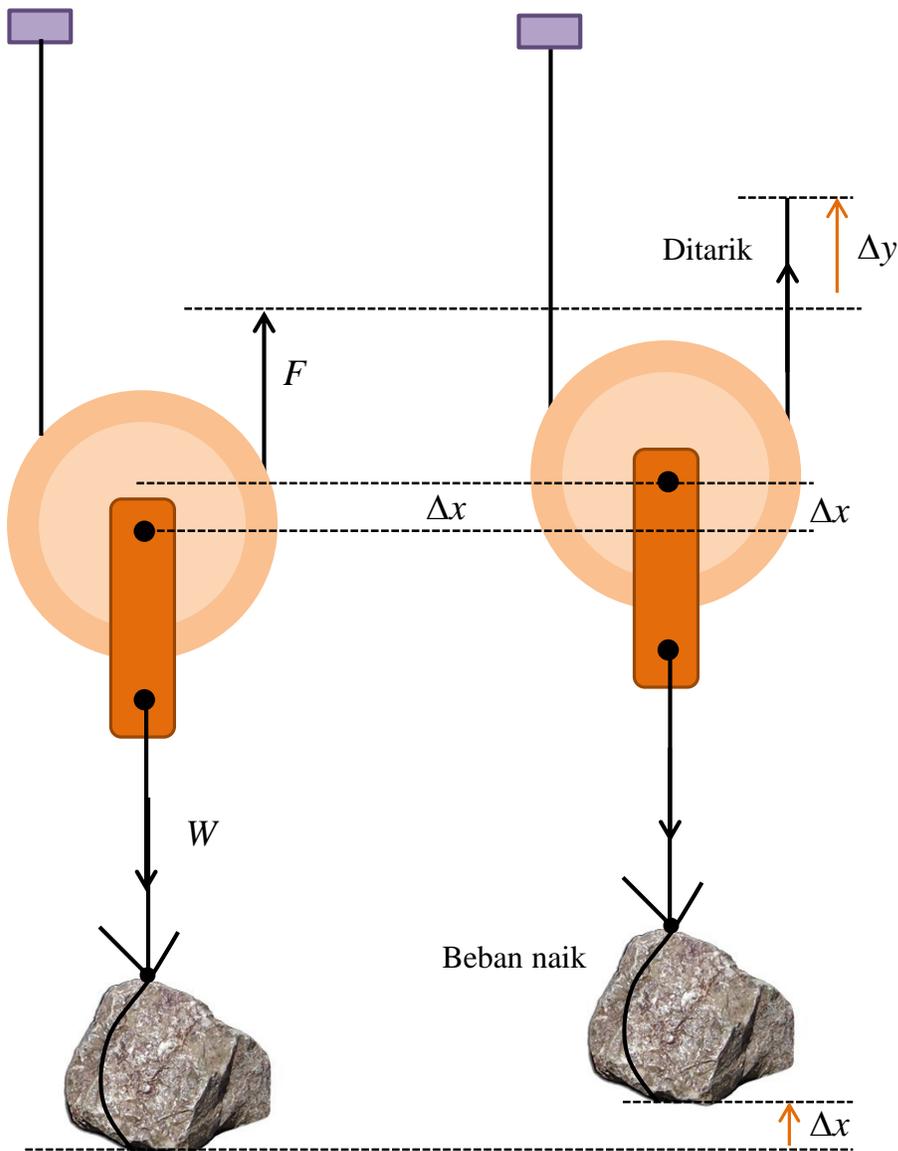
Orang jaman dahulu mengangkat air sumur dengat katrol. Penduduk di pedesaan saat ini masih banyak yang menggunakan katrol untuk mengangkat air sumur karena belum adanya listrik yang dapat digunakan untuk menggerakkan pompa air. Tukang bangunan sampai saat ini masih banyak yang menggunakan katrol untuk mengangkat bata atau adukan semen ke lantai atas bangunan. Dengan katrol benda akan lebih mudah diangkat. Mengapa demikian?

Mari kita mulai dengan membahas satu katrol yang digantung tetap. Gambar 5.32 adalah ilustrasi katrol tersebut. Tali di sisi kiri katrol ditarik ke bawah dengan gaya F. Tali turun sejauh Δh. Dengan demikian, kerja yang kita lakukan adalah $W_1 = F \Delta h$. Karena tali cuma satu dan dihubungkan langsung (hanya melengkung melewati katrol) maka beban naik sejauh Δh juga. Beban tersebut berada di bawah pengaruh gaya gravitasi. Akibat kenaikan beban maka energi potensial beban bertambah sebesar $\Delta EP = W \Delta h$. Kita asumsikan selama bergerak, kecepatan benda tetap sehingga energi kinetik tidak berubah. Dengan demikian, kerja yang kita lakukan semata-mata untuk menaikkan energi potensial benda. Dengan demikian $F\Delta h = W\Delta h$, atau $F = W$. Jadi, gaya yang kita berikan untuk mengangkat benda menggunakan katrol tetap persis sama dengan berat benda. Lalu, apa untungnya menggunakan katrol?

Walaupun gaya yang dikeluarkan persis sama dengan berat benda, katrol tetap mempermudah mengangkat benda. Penyebanya adalah kita memberikan gaya ke arah bawah. Dengan gaya ke arah bawah maka kita bisa menggunakan seluruh beban tubuh kita untuk menarik benda. Tinggal memperkuat genggaman tangan pada tali. Untuk mengangkat beban, kadang kita dapat menggelantung pada tali penarik.

Berbeda kalau kita mengangkat langsung benda dengan menarik ke atas. Hanya otot-otot tangan yang kita kerahkan untuk menarik dan menahan beban sehingga kita merasa berat.

Gambar 5.32. Katrol tetap. (kiri) adalah kondisi sebelum beban ditarik dan (kanan) adalah kondisi setelah beban ditarik naik sejauh Δh.

Gaya yang kita keluarkan bisa lebih kecil jika menggunakan katrol bergerak. Gambar 5.33 adalah ilustrasi satu katrol bergerak yang digunakan untuk mengangkat benda. Beban digantung pada poros katrol. Tali dililitkan (dilewatkan) pada katrol. Satu ujung tali dipaten secara tetap dan ujung lainnya ditarik.

Tali ditarik ke atas sejauh Δy dengan gaya F. Dengan demikian, kerja yang dilakukan adalah $F\Delta y$. Akibat penarikan ini maka katrol hanya naik setengah tarikan tersebut, yaitu $\Delta x = \Delta y/2$. Tinggi naiknya beban persis sama dengan tinggi naiknya katrol. Dengan kenaikan tersebut maka energi potensial beban bertambah sebesar $W\Delta x = W\Delta y/2$. Kerja yang kita berikan semata-mata digunakan untuk menambah energi potesial beban. Dengan demikian $F\Delta y = W \Delta y/2$, atau $F = W/2$. Dengan demikian, jika menggunakan katrol bergerak, gaya tarik yang dibutuhkan untuk mengangkat benda hanya setengah dari berat benda.

Gambar 5.33. Katrol bergerak. (kiri) adalah kondisi sebelum beban ditarik dan (kanan) adalah kondisi setelah beban ditarik naik sejauh Δx. Akibat beban ditarik sejauh Δx maka tarikan tali naik sejauh $\Delta y = 2\Delta x$.

Contoh 5.17

Tiap tali memiliki kemampuan maksimum untuk menahan beban. Jika

beban yang ditarik memiliki berat yang melampuaui kemampuan maksimum tali maka tali akan putus. Ketika memasuki lift suatu gedung, kita mendapat informasi yang ditempel di dinding lift tentang jumlah maksimum orang yang bisa berada dalam lift. Ini berkaitan dengan kemapuan rantai penarik lift. Jika jumlah orang yang masuk melampuai kekuatan rantai penarik lift maka dikhawatirkan rantai lift akan putus. Sebuah tali memiliki batas kemampuan maksimum 535 N. Tali tersebut akan digunakan untuk mengangkat benda yang memiliki massa 60 kg menggunakan katrol. Yang manakah yang akan dipilih? Apakah katrol tetap atau katrol bergerak?

Jawab

Berat benda adalah $W = m\ g = 60 \times 10 = 600$ N. Jika kita menggunakan katrol tetap maka gaya yang dikeluarkan sama dengan berat benda. Gaya yang dikeluarkan persis sama dengan tegangan tali. Jadi, jika menggunakan katrol tetap maka tegangan tali mencapai 600 N dan ini melebihi kemampuan maksimum tali. Akibatnya tali akan putus.

Jika kita menggunakan katrol tetap maka gaya yang dikeluarkan sama dengan setengah berat benda. Tengan demikian, tegangan tali hanya 600/2 = 300 N. Gaya ini masih di bawah batas maksimum kekuatan tali sehingga tali tidak putus.

Jadi dengan tali tersebut kita menggunakan sistem katrol bergerak.

5.13 Fisika di Sekitar Kita

Sekarang kita bahas beberapa fenomena fisika menarik di sekitar kita yang berkaitan dengan kerja dan energi

5.13.1 Mengapa Tetes Air Berbentuk Bola?

Ini fenomena yang kita amati sehari-hari. Percikan air membentuk teses-tetes berupa bola. Tetes air hujan juga berupa bola. Asalkan gaya kohesi antara molekul air lebih besar daripada gaya adhesi antara molekul air dengan molekul yang bersentuhan dengan permukaan maka bentuk bola lah yang muncul. Bentuk yang sama juga diamati pada tetesan air raksa di atas permukaan kaca.

Mengapa demikian? Karena bentuk bola menghasilkan energi interaksi total antar molekul paling kecil. Lebih detailnya mari kita bahas sebagai berikut.

Satu molekul air melakukan tarik-menarik dengan molekul air di sekelilingnya. Tarikan tersebut menyebabkan penurunan energi potensial. Ingat, jika ada gaya tarik maka energi potensial bernilai negatif. Misalkan akibat tarikan oleh molekul sekelilingnya, satu molekul mengalami penurunan energi sebesar γ. Karena jumlah molekul air sebanding dengan volume tetesan maka penurunan energi tetesan akibat tarikan antar molekul adalah

$$E_V = -\alpha\gamma V \tag{5.85}$$

dengan α konstanta pembading.

Persamaan (5.85) diturunkan atas asumsi bahwa jumlah molekul yang mengelilingi satu molekul semuanya sama. Namun, kondisi berbeda jika kita melihat molekul di permukaan air. Moekul di permukaan air hanya daitarik dalam satu arah (ke dalam) dan tidak ada tarikan ke arah luar (karena tidak ada molekul air di luar permukaan). Oleh karena itu penurunan energi molekul air di permukaan lebih kecil daripada γ. Ini artinya, energi pada persamaan (5.84) terlalu kecil untuk energi tarikan semua molekul air karena belum memperhatikan kehadiran permukaan. Jadi, pada energi tersebut harus ditambah faktor akibat kehadiran permukaan. Kehadiran permukaan menambah energi tetesan. Besarnya tambahan energi akibat kehadiran permukaan sebanding dengan luas permukaan dan dapat kita tulis

$$E_S = +\beta\gamma S \tag{5.86}$$

dengan β adalah konstanta pembanding lain. Akhirnya, energi total tetesan air memenuhi persamaan

$$E = E_V + E_S$$

$$= -\alpha\gamma V + \beta\gamma S \qquad (5.87)$$

Bentuk geometri paling stabil jika energi paling kecil. Energi paling kecil dicapai jika nilai suku volum (suku pertama di ruang kanan) paling besar dan nilai suku permukaan (suku kedua di ruas kanan) paling kecil. Artinya, energi akan minimal jika perbandingan luas permukaan dan volume sekecil mungkin. Gemoetri yang memiliki sifat demikian hanyalah bola. Tidak ada geometri lain yang memiliki perbandingan luas permukaan dengan volume yang lebih kecil daripada bola. Inilah penyeban mengapa bentuk tetes air atau zat cair lain adalah bola.

5.13.2 Berapakah jarak langkah yang optimal?

Jika kita berjalan maka kita melakukan kerja. Kerja tersebut menyebabkan energi yang dimiliki tubuh berkurang? Pertanyaan apakah ada jarak langkah yang optimak sehingga kerja yang dilakukan untuk jarak jalan tertentu paling kecil? Topik ini sudah dibahas oleh Bellemans [A.Bellemans, Power demand in walking and paces optimization, *American Journal of Physics* **49**, 25 (1981)] Kita akan membahas kembali di sini.

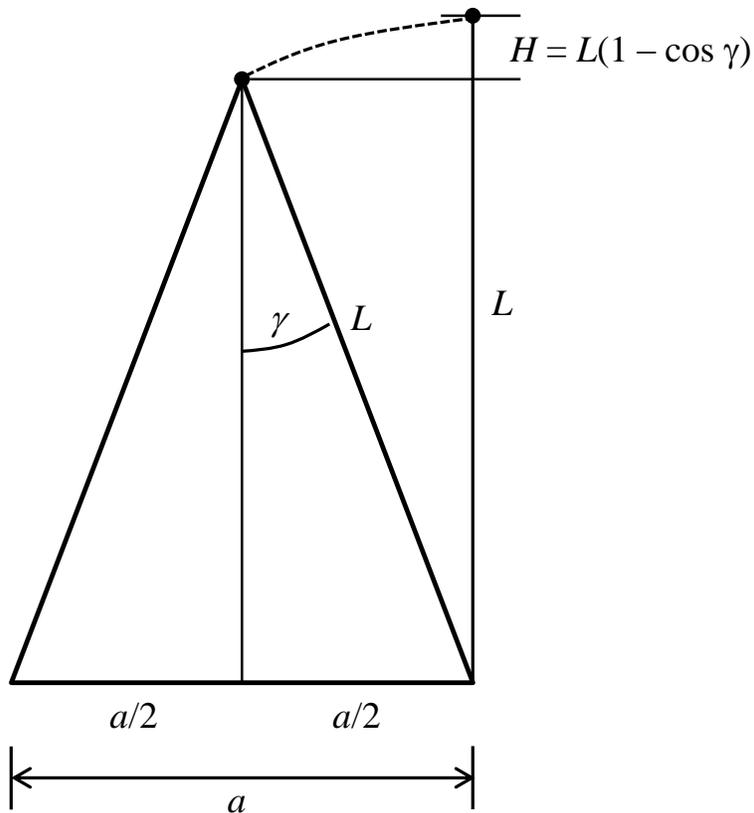
Seperti diilustrasikan pada Gambar 5.35, misalkan panjang kali adalah L dan panjang langkah adalah a. Misalkan orang tersebut berjalan dengan laju konstan v. Pertanyaan berikutnya adalah adalah jarak langkah optimal sehingga energi yang dikeluarkan paling kecil?

Misalkan massa tubuh orang adalah M. Dengan laju v maka energi kinetik tubuh jika dipandang sebagai sebuah benda tegar adalah

$$K = \frac{1}{2}Mv^2 \qquad (5.88)$$

Tetapi tubuh bukanlah benda tegar. Tiap bagian tubuh dapat bergerak sendiri-sendiri sehingga energi kinetiknya tidak persis sama dengan persamaan di atas. Namun demikian, orde energi kinetik tidak berbeda jauh dengan persamaan (5.88). Dengan demikian kita dapat menulsi energi kinetik tubuh dalam bentuk

$$K_{nyata} = \alpha M v^2 \tag{5.89}$$

dengan α adalah parameter positif yang nilainya antara 0 sampai satu.

Gambar 5.35 Ilustrasi proses berjalan. *L* adalah panjang kali, *a* adalah jauh satu lanngkah, dan *H* adalah perdaan ketinggian tubuh saat kaki dalam posisi vertikal dalam dalam posisi paling miring.

Panjang langkah adalah a. Dengan laju jalan sebesar v maka waktu yang diperlukan untuk melaklukan satu langkah adalah $\Delta t = a/v$. Dengan demikian daya yang dikeluarkan akibat laju badan kira-kira

$$P_1 \approx \frac{K}{\Delta t}$$

$$\approx \frac{\alpha M v^2}{a / v}$$

$$\approx \frac{\alpha M}{a} v^3 \tag{5.90}$$

Di samping itu, saat berjalan ada sedikit gerakan naik turun badan. Saat telapak kaki pada posisi paling jauh maka badan pada posisi paling rendah. Saat telapak tepat di bawah badan maka badan berada pada posisi paling tinggi. Misalkan perbeadaan ketinggian tersebut adalah *H*. Dengan melihat Gambar 5.35 maka

$$H = L - L\cos\gamma = L(1 - \cos\gamma) \tag{5.91}$$

Jika sudut dianggap tidak terllau besar maka kita dapat melakukan aproksimasi

$$\cos\gamma = 1 - \frac{\gamma^2}{2} \tag{5.92}$$

Dengan demikian kita dapat aproksimasi

$$H = \frac{1}{2} L\gamma^2 \tag{5.93}$$

Dengan memperhatikan Gambar 5.35 kita dapatkan

$$\sin\gamma = \frac{a/2}{L} \tag{5.94}$$

Untuk sudut yang kecil $\sin\gamma \approx \gamma$. Dengan demikian kiita dapatkan aproksimasi

$$\gamma \approx \frac{a/2}{L} \tag{5.95}$$

Dengan demikian

$$H = \frac{1}{2}L\left(\frac{a}{2L}\right)^2 = \frac{1}{8}\frac{a^2}{L} \tag{5.96}$$

Karena ada perubahan ketinggian badan sebesar H tiap langkah maka ada perubahan energi potensial tiap langah. Untuk mengubah energi potensial ini maka badan harus mengeluarkan kerja. Jika badan dianggap benda tegar maka kerja yang harus dilakukan oleh badan untuk menaikkan energi potensial adalah *MgH*. Namun, karena badan bukan benda tegar maka kerja yang dilakukan tidak persis sama dengan *MgH*. Jadi, secara umum kerja yang dikeluarkan badan untuk menaikkan posisi badan adalah

$$U = \beta MgH \tag{5.97}$$

dengan β adalah parameter yang nilainya antara 0 sampai 1.

Karena waktu yang diperlukan tiap langkah adalah a/v maka daya yang dikeluarkan badan untuk menaikkan energi potensial adalah

$$P_2 = \frac{\beta MgH}{a/v}$$

$$= \frac{\beta Mgv}{a}\left(\frac{a^2}{8L}\right)$$

$$= \frac{\beta Mgv}{8L} a \qquad (5.98)$$

Akhirnya kita dapatkan total daya yang dikelurkan bahda saat berjalan kira-kira

$$P = P_1 + P_2$$

$$\approx \frac{\alpha Mv^3}{a} + \frac{\beta Mgv}{8L} a \qquad (5.99)$$

Panjang langkah yang menghasilkan daya minimum memenuhi

$$\frac{dP}{da} = 0$$

$$-\frac{\alpha Mv^3}{a^2} + \frac{\beta Mgv}{8L} = 0$$

yang memberikan solusi

$$a^* = \left(\frac{8\alpha L}{\beta g}\right)^{1/2} v \tag{5.100}$$

Hasil pengukuran terhadap orang yang berjalan di atas *threat mill* yang bergerak dengan laju 4 km/jam diperoleh daya minimum dikeluarkan jika a^* = 0,7 m. Pada jarak langhak tersebut daya yang dikeluarkan sekitar 250 watt. Panjang langkah lebih kecil atau lebih besar dari 0,7 m memerlukan daya lebih besar. Dari sejumlah pengukuran yang dilakukan diperolah perkiraan untuk $\alpha \approx 0,1$ dan $\beta \approx 0,4$.

Pengamatan terhadap orang yang memiliki massa tubuh 68 kg dan panjang kaki 0,92 meter diperoleh persamaan panjang langkah dan daya minimum sebagai berikut

$$a^* \approx 0,43 v$$

$$P_{\min} \approx 110 + 157 v^2 \text{ watt} \tag{5.101}$$

Soal-Soal

1) Matahari menarik bumi dengan gaya yang sangat besar, yaitu $3,5 \times 10^{22}$ N. Akibat gaya tersebut, bumi bergerak mengelilingi matahari dalam orbit yang mendekati lingkaran dengan jari-jari $1,5 \times 10^{11}$ m. Massa matahari adalah 2×10^{30} kg sedangkan massa bumi adalah $5,96 \times 10^{24}$ kg. Berapa kerja yang dilakukan matahari pada bumi?

2) Seorang tukang menancapkan paku ke kayu menggunakan palu. Gaya rata-rata yang dilakukan paku adalah 13 N. Paku menancap sejauh 3 cm. Tentukan kerja yang dilakukan tukang untuk menancapkan paku

3) Mobil Daihatsu Xenia yang hanya bersisi sopir mula-mula diam. Massa total mobil dengan supir adalah 1.060 kg. Mobil tersebut kemudian dijalankan dan mencapai kelajuan 36 km/jam dalam waktu 15 detik. Hitung kerja total yang telah bekerja pada mobil/

4) Bata jatuh dari lantai dua sebuah rumah yang sedang dibangun. Massa bata adalah 800 g. Bata mencapai tanah yang berada 3,5 meter

dari lokasi jatuh. Berapa kerja yang dilakukan gaya gravitasi bumi pada bata.

5) Jika lintasan bulan mengelilingi bumi berbentuk ellips, apakah bumi melakukan kerja pada bulan selama bulan mengitari bumi?

6) Sebuah benda meluncur pada bidang miring yang memiliki kemiringan 30^o. Ketinggian salah satu ujung bidang miring terhadap ujung yang lain adalah 2,0 m. Massa benda adalah 2,5 kg dan koefisien gesekan kinetik antara benda dan bidang adalah 0,25. Berapa usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi kerika benda bergerak dari ujung atas ke ujung bawah bidang miring?

7) Benda yang mula-mula diam tiba-tiba memiliki energi kinetik 100 J setelah berpindah sejauh 10 m. Berapa usaha yang dilakukan gaya dan berapa besar gaya rata-rata? Anggap arah gaya sama dengan arah perpindahan benda.

8) Sebuah benda yang memiliki massa 8,0 kg mula-mula bergerak dengan laju 12,0 m/s di atas bidang datar. Antara benda dan bidang terdapat koefisien gesekan kinetik 0,3. Dengan menggunakan prinsip usaha energi, tentukan jarak yang ditempuh benda hingga berhenti.

9) Sebuah gaya sebesar 45 N menarik benda hingga berpindah sejauh 35 meter salam waktu 8 s. Arah gaya persis sama dengan arah perpindahan benda. Berapakah daya yang dilakukan gaya tersebut?

10) Sebuah benda yang massanya 12 kg yang mula-mula diam dikenai sutu gaya. Setelah berlangsung 10 s laju benda menjadi 5 m/s. Berapa daya yang dilakukan gaya tersebut?

11) Sebuah benda yang massanya 5 kg jatuh dari ketinggian 20 m ke ketinggian 5 m. Berapa perubahan energi potensial benda dan berapa usaha yang dilakukan gaya gravitasi?

12) Berapa energi potensial gravitasi sebuah benda yang memiliki jarak dari pusat bumi sebesar dua kali jari-jari bumi? Massa benda adalah 4 kg dan jari-jari bumi 6400 km.

13) Sebuah benda yang memiliki massa 0,5 kg meluncur turun dari bidang miring yang kasar dengan laju awal nol. Ketinggian bidang miring dari dasar adalah 3 m. Saat di dasar, laju benda adalag 6 m/s. Berapa usaha yang dilakukan oleh (a) gaya gravitasi dan (b) gaya gesekan?

14) Sebuah batu yang massanya 120 gram dilemparkan ke atas dengan laju awal 8,0 m/s. Dengan menggunakan hukuk kekekalan energi mekanik: (a) tentukan laju batu saat ketinggiannya 3,0 meter dan (b)

ketinggian maksimum yang dicaiap batu.

15) Ketika digantungkan dengan beban 1,5 kg, panjang pegas bertambah sebesar 4 cm. Berapa energi potensial pegas saat pegas menyimpang sejauh 2 cm?

16) Sebuah benda yang bermassa 200 g digantungkan pada ujung pegas yang memiliki konstanta 800 N/m. Benda tersebut kemudian disimpangkan dari titik keseimbangan barus sejauh 4 cm. Dengan menganggap bahwa energi potensial pada titik keseimbangan baru nol, hitunglah

a) Energi kinetik dan energi potensial saat benda akan dilepaskan dari simpangan maksimum.

b) Energi kinetik dan potensial saat simpangan pegas setngah dari simpangan maksimum

c) Energi kinetik dan potensial saat simpangan pegas nol.

17) Sebuah batu yang memiliki masss 50 kg jatuh dari sebuah tebing ke pantai yang berada 30 meter di bawah. Berapakah: (a) energi kinetik, dan (b) laju batu tepat saat akan menyentuh pantai?

18) Seorang pembalap sepeda menaiki tanjakan dengan laju tetap. Setelah 100 s, ketinggian yang dicapai adalah 25 m. Massa pembalap bersama sepedanya adalah 60 kg. Hitunglah daya rata-rata yang dihasilkan pembalap

19) Pada lintasan ski yang menurun, panjang total lintasan dari titik start ke titik finish adalah 1 800 m. Penurunan toyal secara vertikal titik finihs terhadap titik start adalag 550 m. Berat pemain ski (termasuk perlengkapannya) adalah 900 N. Waktu yang diperlukan pemain berpindah dari titik start ke titik finish adalah 65 s. Hitunglah

(a) Laju rata-rata pemain ski selama meluncur.

(b) Kehilangan energi gravitasi ketika pemain ski berpindah dari titik start ke titik finish.

(c) Jika gaya hambat rata-rata yang dialami pemain ski adalah 250 N, berapa usaha yang dilakukan untuk melawan gaya hambatan tersebut?

20) Berapa kerja maksimum yang diperlukan untuk mendorong mobil yang memiliki massa 1000 kg sejauh 300 m mendaki tanjakan yang kemiringannya $17,0^{o}$?

(a) Jika dianggap tidak ada gaya gesekan antara mobil dengan jalan

(b) Jika koefisien gesekan antara mobil dengan jalan adalah 0,25

21) Sebuah pegas vertikal memiliki onstanta 900 N/m dikaitkan pada meja. Pegas tersebut kemugian ditekan sejauh 0,15 m. (a) Berapa laju benda yang bermassa 300 g yang dapat diberikan oleh pegas tersebut? (b) Berapa jauh di atas posisi awal pegas (sebelum ditekan) bola akan terbang?

22) Sebuah bola bermassa 2,5 kg yang mula-mula diam jatuh secara vertikal sejauh 55 cm sebelum menhenai sebuah pegas vertikal. Benda tersebut menekan pegas sejauh 15 cm sebelum kemudian berhenti. Hitunglah konstanta pegas.

23) Sebuah mobil yang sedang bergerak dengan laju 60 km/jam direm sehingga berhenti pada jarak 20 m. Jika mobil tersebut mula-mula bergerak dengan laju 120 km/jam, berapa jauh mobil baru berhenti jika direm?

24) Sebuah kereta yang memiliki massa 50,0 kg ditarik sejauh 40,0 m dengan gaya 100,0 N yang membentuk sudut 37o terhadap arah perpindahan. Lantai bersifat licin dan menghasilkan gaya gesekan pada kereta sebesar 50,0 N. Tentukan kerja yang dilakukan oleh masing-masing gaya dan kerja total yang dilakukan oleh semua gaya.

25) Sebuah paku menancap sedalam 10 cm ke dalam sebuah kayu. Gaya gesek antara paku dengan kayu ketika paku dicabut adalah 100 N. Berapa kerja yang dilakukan untuk mencabut paku?

26) Massa planet Mars adalah $6,4 \times 10^{23}$ kg, jari-jarinya $3,39 \times 10^{6}$ m, dan periode rotasinya $8,862 \times 10^{4}$ s. (a) Hitung perubahan energi potensial per satuan massa yang dimiliki pesawat Mars Lander ketika berpindah dari jarak $2,0 \times 10^{7}$ m ke permukaan Mars. (b) Hitung laju minimum yang diperlukan benda untuk lepas dari tarikan Mars.

27) Seorang yang massanya 70 kg berlari menaiki tangga yang memiliki ketinggian vertikal 4,5 m. Waktu yang diperlukan untuk mencapai puncakn tangga adalah 4,0 m. (a) Berapa usaha yang dilakukan pelari tersebut. (b) Berapa daya yang dikeluarkan pelari tersebut?

28) Kereta yang memiliki berat 900 N mula-mula diam di lantai. Berapa kerja yang diperlukan untuk menggerakkan kerata pada laju konstan: (a) sejauh 6,0 meter sepanjang lantai yang melakukan gaya gesekan 180 N pada benda, (b) digerakkan secara vertikan setinggi 6,0 m?

29) Seorang laki-laki berenang melawan arus sungai. Jika ia tidak

bergerak terhadap tepi sungai, apakah ia melakukan kerja? Jika laki-laki tersebut diam mengambang saja dan dibawa oleh arus sungai, apakah ia melakukan kerja?

30) (a) Jika energi kinetik sebuah benda diperbesar menjadi dua kali, berapa kali perubahan lajunya? (b) Jika laju sebuah benda diperbesar menjadi dua kali, menjadi berapa kalikan energi kinetiknya?

31) Sebuah bola baseball yang memiliki massa 140 g bergerak dengan laju 35 m/s. Bola tersebut ditangkap oleh pemain lawan. Saat ditangkap, tangan pemain mundur ke belakang sejauh 25 cm. Berapa gaya rata-rata yang dilakukan tangan pemain?

32) Berapa usaha yang diperlukan untuk menghentikan electron yang sedang bergerak dengan laju $1,9 \times 10^{6}$ m/s. Massa electron $9,1 \times 10^{-31}$ kg.

33) Pemain bola menendang bola hingga mencapai ketinggian maksimum lintasan 7 meter. Massa bola sepak adalah 430 g. Berapa kerja yang dilakukan gaya gravitasi bumi pada bola dari posisi ditendang hingga di puncak lintasan?

34) Sebuah mobil yang sedang bergerak dengan laju 72 km/jam di jalan tol ingin menyalip mobil di depannya yang memiliki laju 80 km/jam. Berapa minimum kerja total yang harus diberikan pada mobil agar mobil di depan dapat dilewati? Massa mobil beserta penumpang adalah 1.200 kg.

35) Penujukkan speedometer mobil Honda CRV di jalan tol seperti paga Gambar 5.36. Massa mobil beserta penumpang adalah 2.000 kg. Berapa energi kinetik mobil tersebut?

Gambar 5.36 Gambar untuk soal 35 (wallpoper.com).

36) Pesawat CN235 dengan massa total beserta muatan di dalamnya sebesar 14.000 kg melakukan takeoff pada landasan sepangang 650

meter. Saat takeoff, laju pesawat adalah 150 km/jam. Berapa kerja total yang bekerja pada pesawat sejak start dari posisi ujung landasan hingga meninggalkan landasan?

37) Buah kelapa dari pohon setinggi 15 meter jatuh mengenai tanah. Massa buah kelapa adalah 750 g. Berapa perubahan energi potensial buah kelapa?

38) Kamu dorong troli di supermarket dengan laju 1,2 m/s dengan gaya 7 N. Kamu berkeliling ruang supermarket untuk mencari barang yang akan dibeli. Jauh jalur yang kamu tenpuh adalah 140 meter. Berapa kerja dan daya yang kamu keluarkan?

39) Toyoya Avanza dengan 5 penumpang memiliki massa total 1.350 kg. Mobil tersebut dari keadaan berhenti digas hingga mencapai laju 80 km/jam dalam waktu 25 detik. Berapa kerja yang dilakukan gaya total yang bekerja pada mobil tersebut?

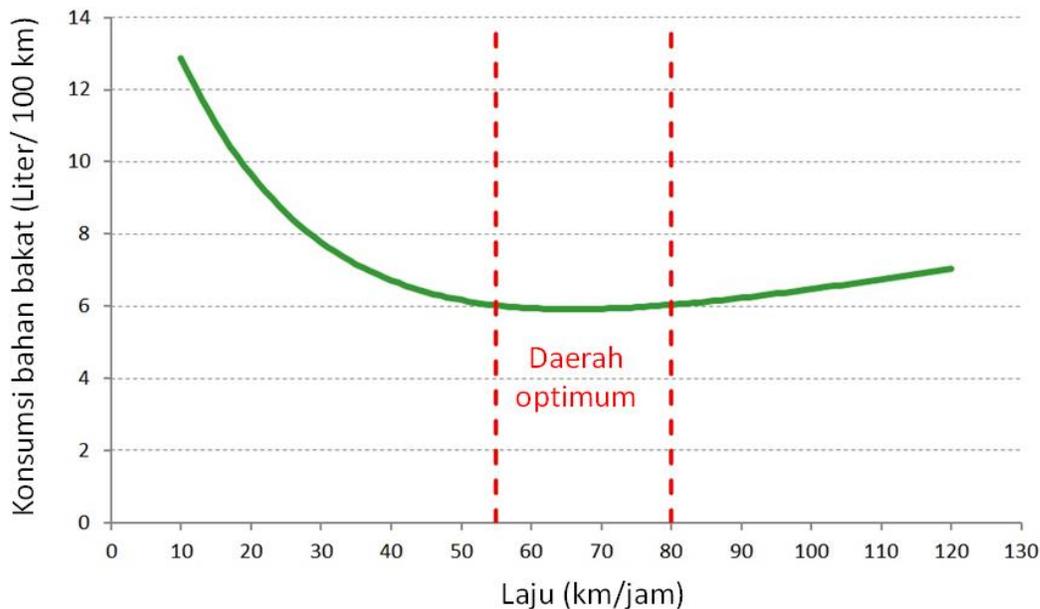
40) Pesawat Boeing 737-800NG sedangh terbang pada ketinggian 38.000 kaki dengan laju 810 km/jam. Massa total pesawat dan penumpang adalah 48.000 kg. Berapa energi kinetik dan energi potensial pesawat saat itu?

41) Pesawat Boeing 737-900ER digerakkan oleh dua mesin CFM 56-7B27 buatan CFM International. Gaya maksimal yang dihasilkan masing-masing mesin adalah 121,4 kN. Ketika pesawat terbang selama 30 menit dengan gaya mesin maksimal dan laju maksimum 876 km/jam hitung total kerja yang dilakukan dua mesin tersebut.

42) Ketika manusia berjalan berjalan dengan laju 0,8 m/s maka daya rata-rata yang dikeluarkan sekitar 200 watt. Saat pagi, seseorang berjalan sejauh 5 km dengan laju rata-rata 0,8 m/s. Berapa jumlah energi yang dibuang pada perjalanan pagi tersebut.

43) Hewan dengan kecepatan lari tercepat adalag cheetah. Cheetah dapat berlari hingga kecepatan 120 km/jam. Sedangkan rekor kecepatan lari tercepat untuk manusia adalah rekor dunia 100 meter putra sebesar 9,58 s (kecepatan 100 m/9.58 s = 10,4 m/s = 37,6 km/jam) yang diciptakan Usain Bolt dari Jamaika. Sebuah cheetah memiliki massa 68 kg mengejar mangsa dengan kecepatan maksimal di atas. Massa tubuh Usain Bolt adalah 94 kg. Berapa perbandingan energi kinetik maksimum cheetah dan Usain Bolt

44) Mobil Subaru Forester bergerak di jalan tol dengan laju 100 km/jam. Perkalian antara koefisien gesekan dan luas penampang kendaraan adalah 0,38. Massa jenis udara adalah 1,225 kg/m3. Berapa energi yang terbuang per detik akibat gesekan udara

45) Gambar 5.37 memperlihatkan hubungan antara laju kendaraan dengan konsumsi bahan bakar. Tampak bahwa pada laju rendah, kendaraan sangat boros bahan bakar. Pada laju tinggi juga adak boros bahan bakar. Laju dengan konsumsi bahan bakar paling efisien berkisar antara 55 – 80 km/jam. Sebuah kendaraan menempuh jarak sejauh 10 km. Berapa liter bahan bakar yang dihabiskan saat bergerak dengan laju 10 km/jam (jalan macet) dan saat bergerak dengan laju 65 km/jam (jalan lancar)

Gambar 5.37 Gambar untuk soal 45

46) Pembangkit listrik mikrohidro dapat dibuat dari air terjun kecil. Sebuah sungai kecil dengan ketinggian terjun 4 meter memiliki debit 0,08 m3/s. Berapa daya yang dimiliki air saat mencapai dasar terjunan.

47) Buktikan bahwa energi potensial gravitasi benda yang berjarak berapa pun dari bumi memenuhi persamaan umum EP = - $mg(R^2/r)$ dengan R adalah jari-jari bumi, m massa benda, g adalah percepatan gravtasi di permukaan bumi, dan r adalah jarak benda adri pusat bumi.

48) Palu memiliki panjang lengan penggerak 30 cm. Jarak titik paku ke titik tumpu adalah 5 cm. Misalkan gaya maksimum yang dapat dihasilkan tangan adalah 200 N. Tentukan maksimum gaya gesekan pada paku agar dapat dicabut dengan palu tersebut.

49) Sebuah benda berbentuk bola dengan jari-jari R sedang bergerak di udara dengan laju v. Tentukan laju perubahan energi akibat gesekan

oleh udara.

50) Ronaldo melakukan tendangan penalti dengan laju awla bola adalah 115 km/jam. Bola tepat mengenai pojok kanan atas gawang. Tinggi gawang adalah 8 kaki atau 2,44 m. Dari informasi tersebut berapa laju bola saat menghasilkan gol?

51) Rekor dunia lompat tinggi putra diciptakan oleh Javier Sotomayor dari Cuba tahun 1993 dengan lompatan setinggi 2,43 meter. Berapa kira-kira laju awal Sotomayor saat menciptakan rekor dunia tersebut?

52) Mengetik tombol keyboad memerlukan gaya yang setara dengan gaya yang diperlukan untuk mengangkat benda yang memiliki massa 55 g. Saat keyboard ditekan maka terjadi perpindahan tombol. Jauh perpindahan sekitar 1 mm. Misalkan seorang anak bermain game selama 2 jam. Misalkan pula tiap detik dia memencet tombol sebanyak 8 kali. Berapa kerja yang dilakukan anak tersebut selama 2 jam bermain game?

53) Seorang penjaga gawang menendang keras bola hingga memiliki kecepatan awal 15 m/s. Bola tersebut bergerak melengkung membentuk lintasan parabola hingga mencapai puncak lintasan pada ketinggian 8 meter. Massa bola 400 g. Barapakah

a) Energi kinetik dan energi potensial bola tepat setelah ditendang
b) Energi kinetik dan energi potensial bola saat di puncak lintasan
c) Energi kinetik dan energi potensial bola saat menyentuh tanah kembali.

54) Indonesia memiliki pabrik pengolahan aluminium di Sumatera Utara yang bernama PT Inalum. Produksi aluminium PT Inalum setahun sekitar 270 ribu ton. Industri aluminium adalah industri yang membutuhkan energi sangat besar. Untuk menghasilkan satu ton aluminum diperlukan energi listrik sekitar 15 MWh (megawatt jam).

a) Satu MWh setara dengan berapa joulkah?
b) Berapa energi listrik yang digunakan PT Inalum selama setahun untuk memproduksi aluminium tersebut?
c) Berapa jumlah rata-rata aluminium yang diprosuksi selama satu hari? Anggaplah bahwa selama satu tahun pabrik bekerja selama 300 hari.
d) Berapa energi listrik yang digunakan selama sehari (dalam stuan MWh)
e) Jika selama sehari pabrik bekerja selama 24 jam, berapakah daya listrik yang terpasang pada pabrik tersebut?

55) Pemerintah ingin membangun sebuah pembangkit listrik tenaga uap

(PLTU) menggunakan bahan bakar batubara. Batubara dibakar untuk menghasilkan uap air. Uap air digunakan untuk memutar generator sehingga dihasilkan listrik. Pemerintah berencana membangun PLTU dengan daya 100 MW. Batubara yang digunakan memiliki kandungan energi 20.000 J/kg. Artinya pembakaran 1 kg batubara menghasilkan energi kalor 20.000 J. Boiler pemanas air memiliki efisneisn 35%. Inia rtinya hanya 35% dari energi kalor yang dihasilkan dari pembakaran batubara yang menjadi energi uap. Generator yang digunakan memiliki efisienssi 85%. Ini berarti hanya 85% energi uap yang menjadi enegri listrik. Berdasarkan informasi di atas, hitunglah

a) Berapa massa batubara yang harus dibakar dalam satu hari
b) Berapa kebutuhan batubara selama satu tahun?

56) PLTA umumnya dibuat di lokasi air terjun. Jika air terjun tidak ada PLTA dibuat dengan membangun bendungan di antara dua bukit atau gunung. Yang diperlukan adalah adanya permukaan air yang tinggi yang dapat memutar turbin. Indonesia memiliki sungai-sungai besar di Sumatera dan Kalimantan seperti sungai Siak, Musi, Kapuas, Mahakam, Barito. Tetapi sungai-sungai tersebut sangat landai dan tidak dimungkinkan untuk membangun bendungan karena sungai-sungai tersebut tidak pernah melewati daerah antara dua gunung atau bukit. Jika tidak ada masalah dengan teknologi (teknologi sudah sangat maju) bisakah kita membuat PLTA pada sungai-sungai tersebut? Kira-kira bagaimana caranya?

57) Seorang penjaga gawang terkenal memiliki waktu respon 0,4 detik. Sejak melihat arah gerak bola hingga melakukan aksi dia memerlukan waktu 0,4 detik. Ketika proses tendangan penalti, penjaga gawang berdiri di tengah gawang. Ronaldo melakukan tendangan penalti dengan kecepatan 110 km/jam ke arah tepi gawang. Penjaga gawang dapat meloncat dengan kecepatan 5 m/s. Apakah penjaga gawang dapat menangkap bola? Lebar gawang sepak bola adalah 7,3 meter dan jarak titik penalti ke gawang adalah 11 meter.

58) Pesawat penumpang terbesar produksi perusahaan Boeing adalah seri 747-400. Saat ini pesawat tersebut banyak digunakan untuk mengangkut jemaah haji karena dapat membawa penumpang hingga 450 orang. Pesawat ini memiliki tangki bahan bakar dengan kapasitas 241.140 L dan dapat menjangkau jarak jelajah maksimum 14.205 km dan memiliki kecepatan jelajah maksimum 978 km/jam. Dari informasi tersebut hitunglah

a) Konsumsi bahan bakar pesawta per kilometer
b) Waktu yang diperlukan pesawat untuk terbang hingga bahan bakar habis.

59) Smartphone (telepon pintar) sanga boros baterei dibandingkan dengan telepon generasi awal yang hanya bisa digunakan untuk telepon dan SMS. Jelaskan mengapa demikian? Untuk memperpanjang umur baterei smartphone maka sering dipasang program yang bernama baterey saving. Jalaskan pula mengapa demikian?

60) Sebuah ayunan memiliki panjang tali 3 meter. Seaorang anak naik ayunan tersebut dari keadaan berhenti. Ia kemudian menggerakkan badannya sehingga ayunan menyimpang makin besar dan makin meninggi. Ini berarti energi ayunan makin besar. Darimana ayunan mendapat energi padahal tidak ada yang mendorong ayunan tersebut.

61)Misalkan tumpukan bata pada Gambar 5.38 memiliki ukuran panjang 20 cm, lebar 10 cm, dan tebal 5 cm. Massa satu bata sekitar 2,5 kg. Misalkan pada tumpukan berikut ini jumlah bata tiap lapis adalah 100 bata. Hitunglan energi potensial yang dimiliki semua bata dalam tumpukan tersebut.

Gambar 5.38 Gambar untuk soal 61 (galangancokro.blogspot.com)

62) Seseorang mendorong mobil mogok. Untuk memulai menggerakkan mobil diperlukan gaya 1.500 N dan gaya tersebut bertahan hingga mobil berpindah sejauh 10 cm. Selanjutnya mobil dapat tetap didorong

hingga berpindah sejauh 5 meter dengan gaya dorong 900 N. Berapa kerja total yang dilakukan?

Gambar 5.30 Gambar untuk soal 62 (www.wartabuana.com).

63) Gambar 5.31 mesin Trent800 yang diproduksi oleh Rolls Royce, Inggris. Mesin dini digunakan pada pesawat Boeing 777. Mesin ini mampu menghasilkan gaya maksimum 415 kN. Gaya sebesar itu sama dengan berat benda 41,5 ton. Dengan menggunakan dua mesin ini, pesawar Boeing 777 mampu terbang dengan laju maksiman 950 km/h dengan bobot maksimum 347.500 kg.

Gambar 5.31 Gambar untuk soal 63 (en.wikipedia.org)

a) Berapa energi kinetik maksimum yang dapat dimiliki pesawat Boeing 777 yang menggunakan dua mesin tersebut?

b) Berapa daya maksimum yang dapat dihasilkan dua mesin sekaligus?

64) Pesawat CN-235 buatan PT IPTN menggunakan mesin General Electric T700. Salah satu tipe mesin ini, yaitu tipe YT706-GE-700 mampu menghasilkan daya maksimum 1.967 kW. Jika CN-235 terbang selama 30 menit di mana mesin bekerja pada daya maksimum, berapa energi yang dihasilkan dua mesin?

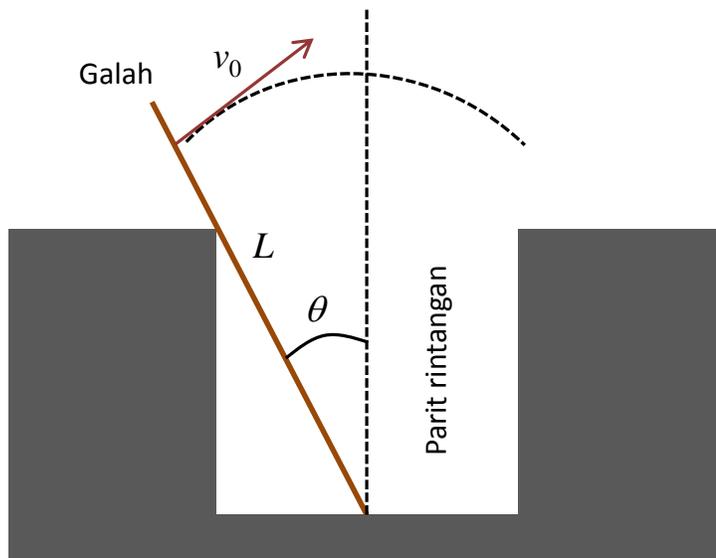
65) Senjata dengan rekor kecepatan peluru tercepat di dunia adalah

Winchester .223 Super Short Magnum. Senjata ini mampu melesatkan peluru dengan kecepatan 1.284 m/s. Massa peluru tipe HP adalah 40 g. Hitung

a) Energi kinetik peluru saat melesat keluar
b) Jika ditembakkan ke atas, berapa tinggi maksimum yang dapat dicapai peluru

66) Waduk Jatiluhur berada di kecamatan Jatiluhur, Kabupaten Purwakarta, Jawa Barat. Waduk ini memiliki 6 turbin pembangkit tenaga listrik dengan daya listrik total 187 MW. Ketinggian air di waduk tersebut 105 meter.

a) Berapa daya yang dihasilkan masing-masing turbin
b) Berapa kecepatan air saat mengenai turbin?
c) Berapa energi yang dihasilkan PLTA jatiluhur selama setahun?

67) ***Ninja Warrior Indonesia***. Dalam salah satu test Ninja Warrior peserta harus meloncat rintangan berupa parit menggunakan galah. Gambar 5.32 adalah ilustrasi rintangan yang harus dilewati. Galah mula-mula disandarkan dengan sudut θ terhadap arah vertikal. Buktikan bahwa peserta dapat melewati rintangan jika laju awalnya memenuhi $v_0 \geq \sqrt{3gL(1-(2/3)\cos\theta)}$ dengan L adalah jarak pusat massa peserta ke titik pangkal galah. Petunjuk: Gunakan hukum kekekalan energi mekanik dan syarat laju di pusat lintasan agar benda dapat melewati pusat lintasan. Aanggap juga massa galah diabaikan.

Gambar 5.32 Gambar untuk soal 67.

Bab 6
MOMENTUM

Salah satu besaran yang penting dalah fisika adalah momentum. Dari nilai momentum dan perubahan momentum kita dapat menentukan besaran-besaran lain seperti kecepatan, percepatan dan gaya. Bahkan, gerak mesin roket (Gambar 6.1) lebih mudah diungkapkan dalam hukum kekekalan momentum. Ketika mempelajari gaya pada Bab 4, kita mendefinsikan gaya yang bekerja pada benda sebagai laju perubahan momentum. Pada bab ini kita akan bahas momentum beserta implikasinya terhadap besaran-besaran fisika yang lain.

Dalam Bab 4 kita telah mendefinisikan momentum sebagai besaran yang merepresentasikan keadaan gerak benda. Secara matematis momentum merupakan perkalian massa dan kecepatan benda atau

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad (6.1)$$

Tampak bahwa besar momentum ditentukan oleh massa dan kecepatan sekaligus. Kapal tanker memiliki momentum sangat besar karena massanya sangat besar. Pesawat memiliki momentum sangat besar karena kecepatannya sangat besar (Gambar 6.2).

Gambar 6.1 Prinsip gaya dorong pada mesin roket memanfaatkan hukum-hukum tentang momentum.

Momentum pada persamaan (6.1) adalah momentum yang dimiliki sebuah benda. Momentum adalah besaran vektor dengan arah persis sama dengan arah vektor kecepatan. Jika kecepatan benda memiliki komponen arah sumbu x, y, z masing-masing v_x, v_y, dan v_z maka momentum pun memiliki komponen-komponen

$$p_x = mv_x$$

$$p_y = mv_y$$

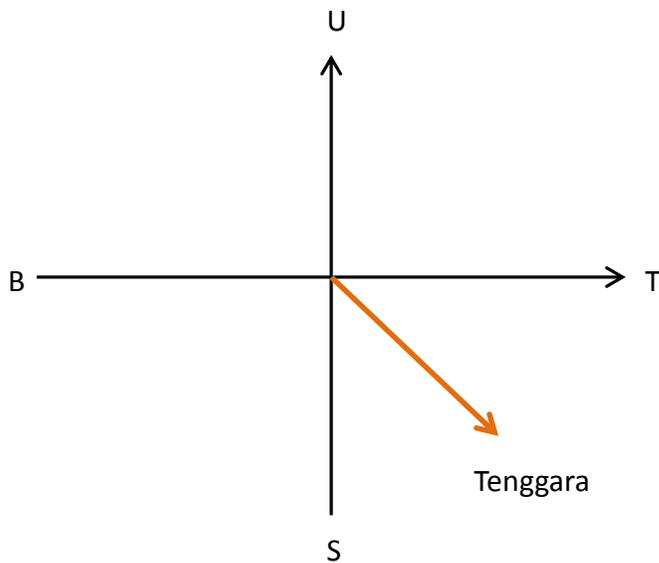
$$p_z = mv_z \quad (6.2)$$

Gambar 6.2 (atas) Kapal tanker terbesar yang pernah dibuat adalah Knock Nevis. Bobot kosong kapal ini adalah 260.941 ton dan bobot saat penuh berisi muatan adalah 564.763 ton. Walapun kecepatan maksimum hanya 30 km/jam, namun dengan bobot yang sangat besar tersebut kapal ini memiliki momentum sangat besar. (bawah) Pesawat jumbo jet Boeing 747-400 memiliki momentum sangat besar karena lajunya sangat besar. Laju maksimum pesawat ini adalah 939 km/jam. Dalam kondisi muatan penuh, bobot pesawat ini adalah 397 ton.

Contoh 6.1

Lokomotif diesel elektrik CC206milik PT Kereta Api Indonesia merupakan lokomotif baru buatan General Electric Transportation, Amerika Serikat. Lokomotif tersebut memiliki massa 90 ton dan dapat bergerak dengan laju maksimal 140 km/jam. Berapa momentum lokomotif tersebut saat bergerak pada laju maksimal dalam arah tenggara?

Jawab

Gambar 6.3 memperlihatka arah gerak lokomotif.

Gambar 6.3 Arah gerak lokomotif pada Contoh 6.1

Vektor satuan arah tenggara adalah $\frac{\hat{i}-\hat{j}}{\sqrt{2}}$.

Laju lokomotif adalah v = 140 km/jam = 140.000/3600 = 39 m/s.

Kecepatan lokomotif $\vec{v} = 39\left(\frac{\hat{i}-\hat{j}}{\sqrt{2}}\right)$ m/s.

Massa lokomotif m = 90 ton = 90.000 kg

Maka momentum lokomotif adalah

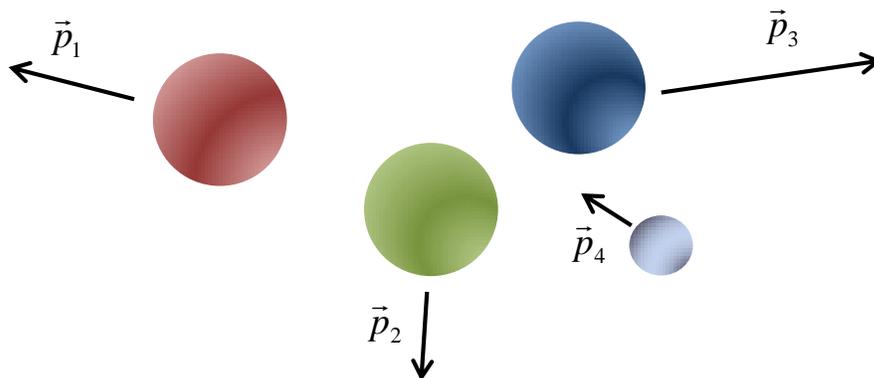
$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$= 90.000 \times 39 \left(\frac{\hat{i} - \hat{j}}{\sqrt{2}} \right) = 2{,}48(\hat{i} - \hat{j}) \times 10^{6} \text{ kg m/s}$$

6.1 Momentum Benda Banyak

Sistem yang kita jumpai sehari-hari tidak terbatas pada satu benda saja. Justru lebih sering kita jumpai sistem yang terdiri dari banyak benda. Jika sistem yang kita amati disusun oleh sejumlah benda maka momentum total sistem tersebut merupakan jumlah vektor dari momentum masing-masing benda. Penjumlahan harus dilakukan secara vektor karena momentum merupakan besaran vektor.

Misalkan sistem terdiri dari n benda dengan momentum masing-masing $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, ..., $\vec{p}_n$ (Gambar 6.3). Jika semua benda tersebut dipandang sebagai sebuah sistem maka momentum total sistem memenuhi

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n \tag{6.3}$$

Gambar 6.4 Sistem yang terdiri dari n buah benda dengan massa dan kecepatan masing-masing.

Jika diuraikan dalam komponen-kompnennya maka kita peroleh

$$p_x = p_{1x} + p_{2x} + \ldots + p_{nx} \qquad (6.4a)$$

$$p_y = p_{1y} + p_{2y} + \ldots + p_{ny} \qquad (6.4b)$$

$$p_z = p_{1z} + p_{2z} + \ldots + p_{nz} \qquad (6.4c)$$

Contoh 6.2

Benda yang bermassa masing-masing 2,0 kg dan 3,5 kg bergerak masing-masing dengan kecepatan $3\hat{i} + 2\hat{j}$ m/s dan $-5\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s. Berapakah momentum total sistem dua partikel tersebut?

Jawab

Momentum masing-masing benda

$$\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 = 2{,}0 \times (3\hat{i} + 2\hat{j}) = 6{,}0\hat{i} + 4{,}0\hat{j} \text{ kg m/s}$$

$$\vec{p}_2 = m\vec{v}_2 = 3{,}5 \times (-5\hat{i} + 4\hat{j}) = -17{,}5\hat{i} + 14{,}0\hat{j} \text{ kg m/s}$$

Momentum total sistem

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = (6{,}0\hat{i} + 4{,}0\hat{j}) + (-17{,}5\hat{i} + 14{,}0\hat{j}) = -11{,}5\hat{i} + 18{,}0\hat{j} \text{ kg m/s}$$

6.2 Hukum Kekekalan Momentum

Jika ada sejumlah gaya yang bekerja pada sistem maka gaya yang digunakan dalam hukum II Newton merupakan gaya total dan momentum yang digunakan juga momentum total. Hukum II Newton memiliki bentuk yang umum

$$\vec{F}_{tot} = \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} \quad (6.5)$$

di mana

$$\vec{F}_{tot} = \sum_i \vec{F}_i \quad (6.6)$$

$$\vec{p}_{tot} = \sum_{i=1} \vec{p}_i \quad (6.7)$$

Dalam menentukan gaya total pada persamaan di atas maka gaya antar anggota sistem tidak diperhitungkan karena akan saling menghilangkan. Sebagai contoh sistem kita terdiri dari dua benda. Gaya pada benda 1 oleh benda 2 dan gaya pada benda 2 oleh benda 1 merupakan gaya antar anggota sistem. Kedua gaya tersebut tidak diperhitungkan dalam menentukan gaya total. Sebab gaya pada benda 1 oleh benda 2 dan gaya pada benda 2 oleh benda 1 persis sama dan berlawanan arah sehingga saling menolkan pada saat dijumlahkan. Misalkan sistem terdiri dari dua muatan listrik. Dua muatan listrik tersebut saling menarik dengan gaya Coulumb. Tetapi karena dua benda tersebut dipandang sebagai sebuah sistem maka gaya Coulumb tersebut tidak diperhitungan. Yang diperhitungan adalah gaya dengan benda lain selain dua benda tersebut. Jika dua benda tersebut berada di bawah pengaruh gravitasi bumi maka hanya gaya gravitasi bumi yang dimasukkan dalam menghitung gaya total. Gaya total adalah jumlah gaya gravitasi bumi pada benda 1 dan benda 2.

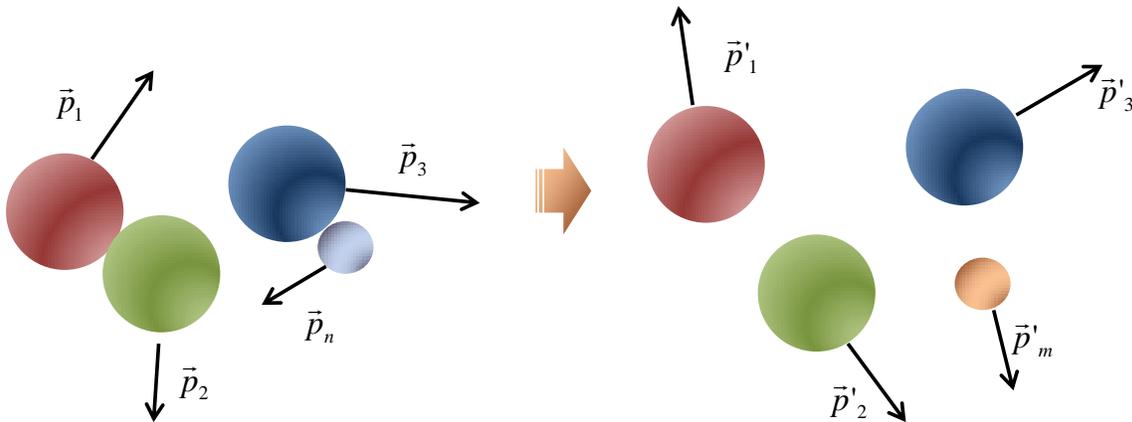
Kasus khusus terjadi jika gaya total yang bekerja pada sistem nol. Pada kasus ini maka diperoleh

$$\frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} = 0 \quad (6.8)$$

Persamaan ini menyatakan bahwa selama gaya total yang bekerja pada sistem sama dengan nol maka momentum sistem selalu tetap nilainya

pada saat kapanpun. Meskipun antar anggota sistem saling mengerjakan gaya, misalknya saling melakukan tumbukan, maka momentum total sistem tidak berubah selama tidak ada gaya luar yang bekerja pada sistem. Gaya antar sistem hanya mengubah momentum masing-masing anggota sistem, tetapi ketika dijumlahkan semua momentum tersebut maka tetap didapatkan momentum total yang nilainya konstan. Ini adalah ungkapan hukum kekekalan momentum. ***Momentum total sistem konstan jika tidak ada gaya luar yang bekerja pada sistem***, atau

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}'_{tot} \tag{6.9}$$

di mana tanda petik menyatakan keadaan akhir dan tanpa tanda petik menyatakan keadaan awal.

Gambar 6.5 Momentum total sebelum dan sesudah tumbukan sama.

Sebaga contoh adalah sebuah sistem yang mengandung n benda dengan momentum $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, ..., $\vec{p}_n$. Kemudian antar anggota sistem terjadi tumbukan sehingga dihasilkan m benda dengan momentum $\vec{p}'_1$, $\vec{p}'_2$, ..., $\vec{p}'_m$ (Gambar 6.6). Di sini m tidak harus sama dengan n (jumlah anggota sistem sebelum dan sesudah tumbukan tidak harus sama). Jika $m < n$ maka setelah terjadi tumbukan ada anggota sistem yang bergabung dan jika $m > n$ maka setelah tumbukan ada anggota sistem yang pecah. Karena selama tumbukan hanya terjadi gaya antar anggota sistem maka

momentum total sistem sebelum dan sesudan tumbukan sama, atau

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + ... + \vec{p}'_m \quad (6.10)$$

Contoh 6.3

Sebuah benda bermassa 0,5 kg bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_1 = 4\hat{i}$ m/s. Benda kedua yang bermassa 0,8 kg bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_2 = -4\hat{i} + 3\hat{j}$ m/s. Jika setelah tumbukan benda pertama memiliki kecepatan $\vec{v}_1' = -2\hat{i} + 1\hat{j}$ m/s, tentukan kecepatan benda kedua setelah tumbukan.

Jawab

Momentum benda pertama sebelum tumbukan

$$\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1 = 0,5 \times (4\hat{i}) = 2,0\hat{i} \text{ kg m/s}$$

Momentum benda pertama setelah tumbukan

$$\vec{p}_1' = m_1\vec{v}_1' = 0,5 \times (-2\hat{i} + 1\hat{j}) = -1,0\hat{i} + 0,5\hat{j} \text{ kg m/s}$$

Momentum benda kedua sebelum tumbukan

$$\vec{p}_2 = m_2\vec{v}_2 = 0,8 \times (-4\hat{i} + 3\hat{j}) = -3,2\hat{i} + 2,4\hat{j} \text{ kg m/s}$$

Karena tidak ada gaya luar yang bekerja maka berlaku hokum kekekalan momentu

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

atau

$$\vec{p}_2' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_1' = (2,0\hat{i}) + (-3,2\hat{i} + 2,4\hat{j}) - (-1,0\hat{i} + 0,5\hat{j})$$

$$= -0,2\hat{i} + 1,9\hat{j} \text{ kg m/s}$$

Dengan demikian kecepatan benda kedua setelah tumbukan

$$\vec{v}_2' = \frac{\vec{p}_2'}{m_2} = \frac{-0,2\hat{i} + 1,9\hat{j}}{0,8} = -0,25\hat{i} + 2,4\hat{j} \text{ m/s}$$

Contoh 6.4

Sebuah benda bermassa 1,0 kg melakukan tumbukan berhadap-hadapam dengan benda lain yang bermassa 8,0 kg. Setelah tumbukan kedua benda bersatu. Laju benda pertama sebelum tumbukan adalah 20,0 m/s dan laju benda kedua sebelum tumbukan adalah 5,0 m/s. Tentukan laju gabungan benda setelah tumbukan.

Jawab

Karena tumbukan berlangsung segaris, kita gunakan metode skalar.

Momentum benda pertama sebelum tumbukan

$$p_1 = m_1 v_1 = 1,0 \times 20,0 = 20,0 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda kedua sebelum tumbukan

$$p_2 = m_2 v_2 = 8,0 \times (-5,0) = -40,0 \text{ kg m/s}$$

Tanda negatif diberikan karena arah momentum benda kedua berlawanan dengan arah momentum benda pertama. Momentum total sebelum tumbukan adalah

$p = p_1 + p_2$ = 20 + (-40) = - 20 kg m/s

Momentum total setelah tumbukan hanya momentum benda yang telah menyatu, yaitu

$$p' = (m_1 + m_2)v' = (1{,}0 + 8{,}0)v' = 9v'$$

Dengan menggunakan hukum kekekalan momentum maka

$$p = p'$$

$$-20 = 9v'$$

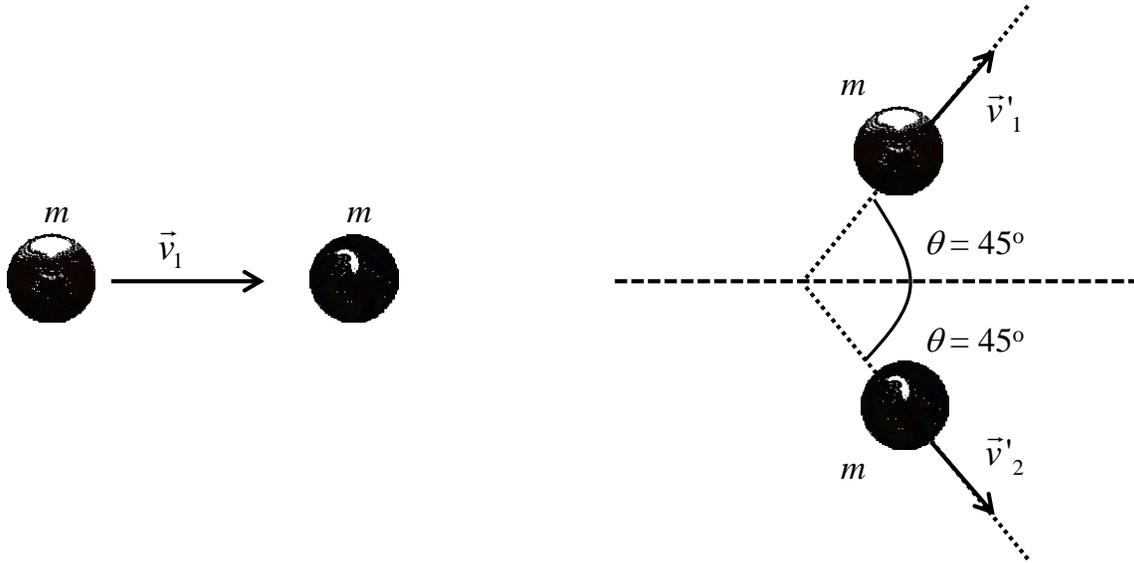
atau

$v' = -20/9$ = - 2,2 m/s

Jadi setelah tumbukan, gabungan kedua benda bergerak searah dengan arah datang benda kedua.

Contoh 6.5

Gambar 6.6 memperlihatkan sebuah bola biliar yang bergerak dengan laju 3,0 m/s ke arah sumbu *x* positif menumbuk bola biliar sejenis yang sedang diam. Setelah tumbukan kedua bola bergerak dengan membentuk sudut masing-masingt 45^o terhadap arah *x* positif. Berapakah kecepatan masing-masing bola setelah tumbukan?

Jawab

Gambar 6.6 Gambar untuk contoh 6.5

Berdasarkan Gambar 6.6 kecepatan awal dan kecepatan akhir masing-masing bola billiard adalah

$$\vec{v}_1 = 3\hat{i} \quad \text{m/s}$$

$$\vec{v}_2 = 0$$

$$\vec{v}'_1 = v'_1 \left(\hat{i} \cos 45^o + \hat{j} \sin 45^o \right)$$

$$\vec{v}'_2 = v'_2 \left(\hat{i} \cos 45^o - \hat{j} \sin 45^o \right)$$

Kita terapkan hukum kekekalan momentum sebagai berikut

$$m\vec{v}_1 = m\vec{v}'_1 + m\vec{v}'_2$$

$$3m\hat{i} = mv'_1 \left(\hat{i} \cos 45^o + \hat{j} \sin 45^o \right) + mv'_2 \left(\hat{i} \cos 45^o - \hat{j} \sin 45^o \right)$$

atau

$$3m\hat{i} = \hat{i}m(v'_1 + v'_2)\cos 45^o + \hat{j}m(v'_1 - v'_2)\sin 45^o$$

Samakan suku yang mengandung vektor satuan yang sama di ruas kiri dan kanan sehingga diperoleh

$$3m = m(v'_1 + v'_2)\cos 45^o$$

$$m(v'_1 - v'_2)\sin 45^o = 0$$

Dari persamaan teakhir kita simpulkan $v'_1 = v'_2$. Substitusi ke dalam persamaan sebelumnya diperoleh

$$3m = 2mv'_1 \cos 45^o$$

atau

$$v'_1 = \frac{3}{2\cos 45^o}$$

Jadi kecepatan loka biliar setelah tumbukan adalah

$$\vec{v}'_1 = \frac{3}{2\cos 45^o}\left(\hat{i}\cos 45^o + \hat{j}\sin 45^o\right)$$

$$= \frac{3}{2}\left(\hat{i} + \hat{j}\frac{\sin 45^o}{\cos 45^o}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\left(\hat{i} + \hat{j}\right) \text{ m/s}$$

$$\vec{v}'_1 = \frac{3}{2\cos 45^o}\left(\hat{i}\cos 45^o - \hat{j}\sin 45^o\right)$$

$$= \frac{3}{2}\left(\hat{i} - \hat{j}\frac{\sin 45^o}{\cos 45^o}\right)$$

$$= \frac{3}{2}\left(\hat{i} - \hat{j}\right) \text{ m/s}$$

6.3 Tumbukan Segaris Dua Benda

Pada proses tumbukan apapun, momentum selalu kekal selama tidak ada gaya luar yang bekerja (gaya luar total nol). Tetapi tidak demikian halnya dengan energi kinetik. Tumbukan biasanya diikuti munculnya panas pada permukaan dua benda yang melakukan kontak (Gambar 6.7). Panas tersebut berasal dari energi kinetik benda yang mengalami tumbukan. Akibatnya, setelah tumbukan terjadi, umumnya energi kinetik total lebih kecil daripada energi kinetik total sebelum tumbukan.

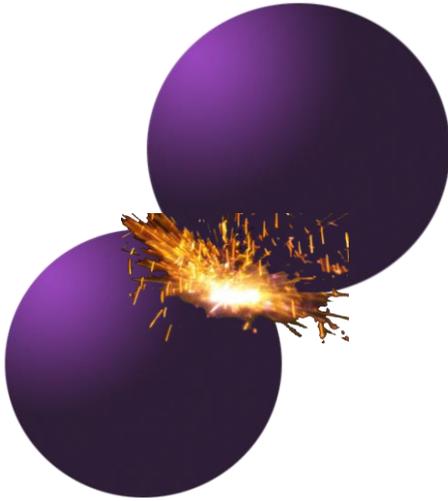
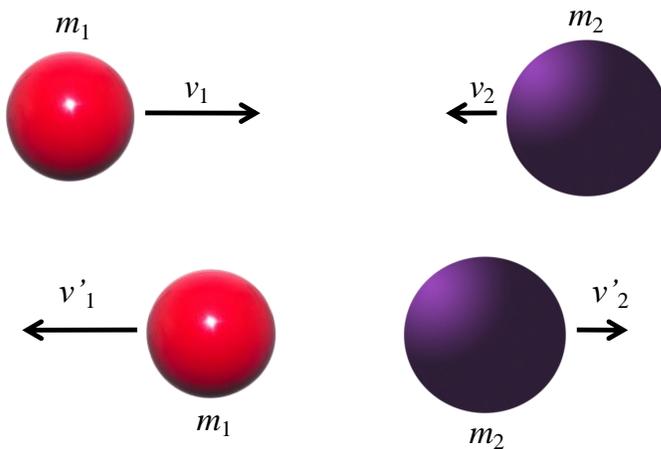
Pada bagian ini, kita akan analisis lebih detail tumbukan dua benda yang bergerak dalam garis lurus. Perhatikan Gambar 6.8 Jika tidak ada gaya luar yang bekerja maka berlaku hukum kekekalan momentum linier sehingga

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \tag{6.11}$$

Di sini kita anggap massa benda yang mengalami tumbukan masing-masing tidak berubah. Dalam proses tumbukan, di samping kecepatan, massa masing-masing benda sebelum dan sesudah tumbukan bisa saja berubah. Contonya, setelah tumbukan, kedua benda bergabung, atau setelah tumbukan ada benda yang pecah.

Energi kinetik benda sebelum dan sesudah tumbukan masing-masing

$$K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \tag{6.12}$$

$$K' = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \tag{6.13}$$

Gambar 6.7 Tumbukan dua benda umumnya diikuti pelepasan panas. Sebagian energi kinetik hilang menjadi energi panas sehingga energi kinetik setelah tumbukan umumnya lebih kecil daripada energi kinetik sebelum tumbukan. Tetapi momentum total sistem selalu tetap.

Gambar 6.8 Dua benda melakukan tumbukan segaris.

Pada proses tumbukan apa saja akan selalu terpenuhi $K' \le K$.

Sebelum tumbukan hanya ada energi kinetik. Setelah tumbukan ada energy kinetik dan sedikit muncul panas pada permukaan kontak. Panas itu berasal dari sebagian energi kinetik mula-mula sehingga energi kinetik setelah tumbukan lebih kecil. Dengan demikian kita dapat menulis

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \geq \frac{1}{2}m_1v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2v'^2_2$$

atau

$$m_1v_1^2 + m_2v_2^2 \geq m_1v'^2_1 + m_2v'^2_2 \quad (6.14)$$

Kita dapat menulis ulang persamaan (6.11) sebagai berikut

$$m_1(v_1 - v'_1) = m_2(v'_2 - v_2) \quad (6.15)$$

Kemudian kita tulis ulang dan faktorasi persamaan (6.14) sebagai berikut

$$m_1(v_1^2 - v'^2_1) \geq m_2(v'^2_2 - v_2^2)$$

$$m_1(v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) \geq m_2(v'_2 - v_2)(v'_2 + v_2) \quad (6.16)$$

Kita bagi persamaan (6.16) dengan persamaan (6.15) sebagai berikut

$$\frac{m_1(v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1)}{m_1(v_1 - v'_1)} \geq \frac{m_2(v'_2 - v_2)(v'_2 + v_2)}{m_2(v'_2 - v_2)}$$

atau

$$(v_1 + v'_1) \geq (v'_2 + v_2)$$

atau

$$v_2' - v_1' \leq -(v_2 - v_1) \qquad (6.17)$$

Mari kita definisikan besaran baru yang bernama **koefisien elastisitas** sebagai berikut

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} \qquad (6.18)$$

Dari definisi koefisien elastisitas dan persamaan (6.17) kita simpulkan bahwa untuk semua jenis tumbukan dua benda berlaku

$$e \leq 1 \qquad (6.19)$$

Contoh 6.6

Tentukan koefisien elastisitas tumbukan dua benda yang bermassa 1,0 kg dan 2,0 kg. Benda pertama bergerak ke kanan dengan kecepatan 40,0 m/s. Benda kedua juga bergerak ke kanan dengan kecepatan 10 m/s. Setelah tumbukan, benda kedua bergerak ke kanan dengan kecepatan 25 m/s.

Jawab

Ambil arah ke kanan positif. Momentum benda pertama sebelum tumbukan,

$$p_1 = m_1 v_1 = 1{,}0 \times 40 = 40{,}0 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda kedua sebelum tumbukan,

$$p_2 = m_2 v_2 = 2{,}0 \times 10 \ = 20{,}0 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda kedua setelah tumbukan,

$$p_2' = m_2 v_2' = 2{,}0 \times 25 \ = 50{,}0 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda pertama setelah tumbukan dihitung dengan hukum kekekalan momentu

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$$

atau

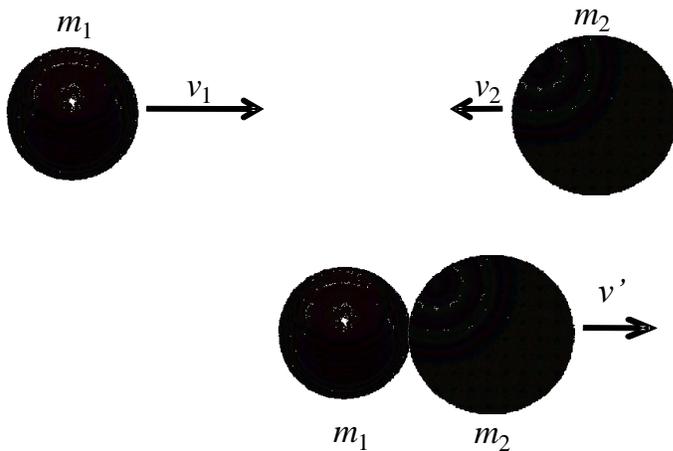
$$p_1' = p_1 + p_2 - p_2' = 40{,}0 + 20{,}0 - 50{,}0 \ = 10{,}0 \text{ kg m/s}$$

Kecepatan benda pertama setelah tumbukan

$$v_1' = \frac{p_1'}{m_1} = \frac{10{,}0}{1{,}0} \ = 10 \text{ m/s}$$

Koefisien elastisitas

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} = -\frac{25 - 10}{10 - 40} = 0{,}5$$

Persamaan (6.17) dan (6.18) juga dapat diterapkan pada tumbukan dua benda di mana setelah tumbukan kedua benda bergabung. Pada tumbukan jenis ini kita bisa mengatakan bahwa setelah tumbukan tetap ada dua benda namun bergerak dengan kecepatan yang sama seperti diilustrasikan pada Gambar 6.9. Kecepatan kedua benda setelah tumbukan adalah *v'* dan sama.

Gambar 6.9 Tumbukan dua benda menyebabkan dua benda bergabung setelah tumbukan.

Pada tumbukan seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 6.9 maka persamaan momentum dan energi kinetik menjadi

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \tag{6.20}$$

$$K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \tag{6.21}$$

$$K' = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v'^2 \qquad (6.22)$$

Persamaan (6.20) sampai (6.22) dapat ditulis ulang sebagai berikut

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v' + m_2 v' \qquad (6.23)$$

$$K' = \frac{1}{2} m_1 v'^2 + \frac{1}{2} m_2 v'^2 \qquad (6.24)$$

Perhatikan bahwa persamaan (6.23), (6.21), dan (6.24) persis sama dengan persamaan (6.11), (6.12), dan (6.13) di mana berlaku $v'_1 = v'_2 = v'$. Dengan memasukkan kesamaan ini ke dalam persamaan (6.18) maka kita dapatkan $e = 0$. Nilai ini tetap memenuhi persamaan (6.19).

Kasus sebaliknya adalah tumbukan yang disertai ledakan atau ledakan saja. Pada peristiwa ini energi kinetik total setelah tumbukan lebih besar daripada sebelum tumbukan (Gambar 6.10). Energi kinetik tambahan setelah tumbukan berasal dari perubahan energi kimia bahan peledak.

Gambar 6.10 Tumbukan bom dengan bumi sehingga menimbulkan ledakan menghasilkan energi kinetik setelah tumbukan lebih besar daripada sebelum tumbukan.

Sekarang kita lihat kasus tumbukan dua benda yang menghasilkan energi kinetik lebih besar setelah tumbukan. Misalnya saat tumbukan ada reaksi kimia sehingga minimal salah satu benda mendapat tambahan energi sat tumbukan sehingga enegri kientiknya bertambah setelah tumbukan. Persamaan momentum dan energi kinetik untuk kasus ini adalah

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \tag{6.25}$$

$$K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \tag{6.26}$$

$$K' = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \tag{6.27}$$

Namun, untuk kasus ini berlaku *K*' > *K*. Namun, demikian kita tetap sampai pada persamaan yang serupa dengan persamaan (6.17) hany dengan mengubah arah ketidaksamaan. Jadi, untuk tumbukan ini berlaku

$$v_2' - v_1' \geq -(v_2 - v_1) \tag{6.28}$$

Jika pada tumbukan dipenuhi e = 1 maka tumbukan tersebut dinamakan tumbukan elastis. Kondisi ini hanya dipenuhi jika di samping momentum total kekal, energi kinetik total juga kekal. Contoh tumbukan yang mendekati tumbukan elastis sempurna adalah tumbukan antar dua bola biliarg (Gambar 6.11). Yang paling mendekati elastik adalah tumbukan antar partikel subatomik seperti tumbukan antar elektron, antar proton, dan sebagainya. Pada tumbukan antar partikel atomik, para ahli langsung saja menggunakan persamaan kekekalan energi kinetik, tanpa perlu memberikan argumentasi tambahan.

Mengapa tumbukan yang mempertahankan enegri kinetik disebut tumbukan elastis? Dan apakah ada hubungan dengan sifat elastis bahas

karet atau pegas?.

Gambar 6.11 Tumbukan antar bola billiard dianggap mendekati tumbukan elastik. Pemilihan jenis material penyusun bola tersebut menentukan sifat elastik yang dihasilkan selama tumbukan.

Sebenarnya sifat elastisitas dapat dikaitkan dengan sifat elastisitas bahan. Jika bahan bersifat elastis maka energi yang dibukanan untuk mendeformasi bahan dapat diambil kembali. Misalnya energi yang digunakan untuk menekan atau meregangkan pedas dapat diambil kembali ketika pegas kembali ke posisi kesetimbangan. Hal serupa terjadi saat tumbukan. Atom-atom pada permukaan benda yang bersentuhan mengalami deformasi posisi. Energi yang digunakan untuk mendeformasi posisi atom-atom tersebut berasal dari energi kinetik benda yang bertumbukan. Jika energi yang digunakan untuk mendeformasi atom-atom dapat diambol kembali dan kembali menjadi energi kinetik benda yang bertumbukan maka energi kinetik benda setelah tumbukan sama dengan sebelum tumbukan. Ini hanya terjadi kalau material

penyusun benda bersifat elastis. Sebaliknya, jika deformasi posisi atom disertasi pembuangan kalor, maka tidak semua energi yang digunakan untuk mendeformasi atom-atom dapat diambil kembali. Sebagian berubah menjadi panas dan hanya sebagian yang kembali menjadi energi kinetik benda yang bertumbukan. Akibatnya energi kinetik total setelah tumbukan lebih kecil daripada sebelum tumbukan

Jika proses tumbukan memenuhi $e < 1$, maka tumbukan tersebut dikatagorikan sebagai tumbukan tidak elastik. Pada tumbukan ini energi kinetik total setelah tumbukan lebih kecil daripada energi kinetik sebelum tumbukan. Makin kecil nilai e maka makin besar energi kinetik yang hilang akibat tumbukan.

6.4 Ayunan Balistik

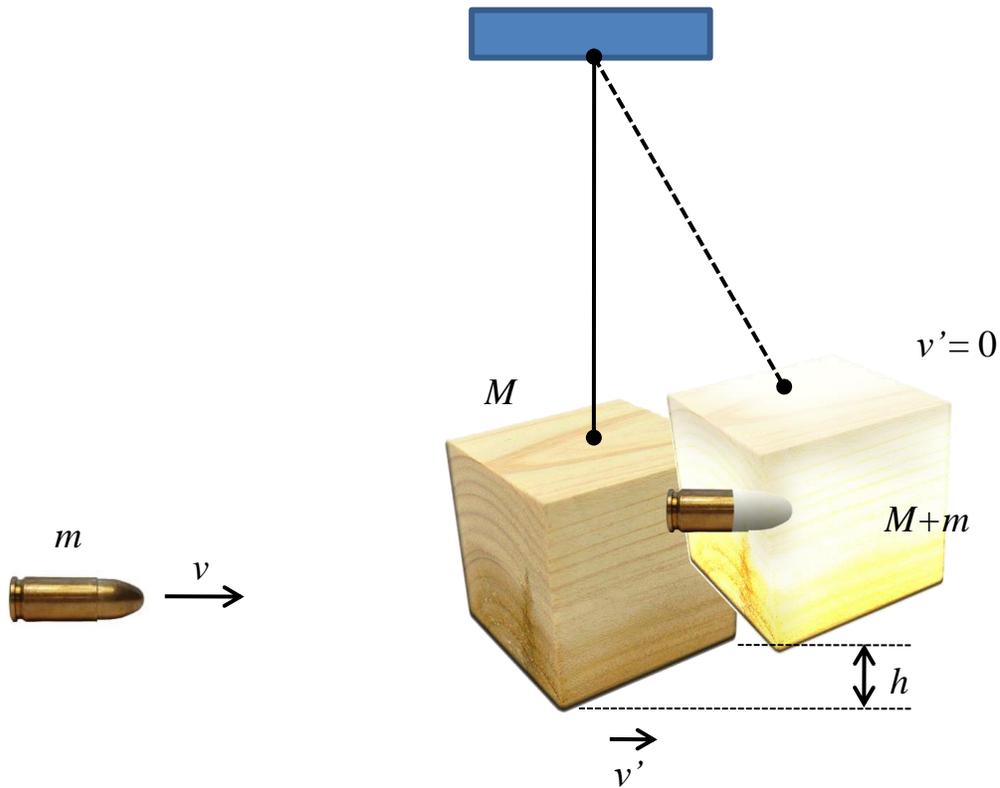
Di masa lalu ayunan balistik dapat digunakan untuk menentukan kecepatan gerak peluru. Namun, saat ini kecepatan peluru diukur dengan teknil yang modern. Waktu yang diperlukan peluru menempuh jarak tertentu dapat diukur dengan ketelitian sangat tinggi. Bahkan kecepatan cahaya yang merupakan kecepatan tertinggi di alam semeste dapat diukur dengan ketelitian yang sangat tinggi pula.

Ayunan balistik terdiri dari balok atau benda bentuk lain yang digantung pada tali tak bermassa dan dapat berayun bebas. Balok yang digunakan adalah bahan yang dapat menahan peluru yang menacnap di dalamnya sehingga tidak tembus dan lepas. Peluru ditembakkan ke balok dan menancap pada balok sehingga berayun bersama balok (Gambar 6.12). Peluru dan balok berhenti berayun pada ketinggian tertentu. Berdasarkan ketinggian ayunan maka diketahui laju awal balok dan peluru. Berdasarkan laju awal peluru dan balok maka diketahui laju peluru.

Energi yang dimiliki peluru dan balok saat berhenti berayun pada ketinggian h dari posisi mula-mula (hanya energi potensial) adalah

$$U = (M + m)gh \tag{6.29}$$

Energi balok dan peluru saat tepat peluru menancap di balok dan mulai bergerak bersama hanya energy kinetik, yaitu

$$K = \frac{1}{2}(M+m)v'^2 \qquad (6.30)$$

Gambar 6.12 Ayunan balistik digunakan untuk menentukan kecapatan peluru. Peluru menancap pada balok yang tergantung diam. Peluru kemudian bergerak bersama balok. Dari ketinggian maksimum ayunan balok maka laju awal peluru dan balok (setelah peluru menancap ke dalam balok) dapat ditentukan dengan menggunakan hukum kekekalaan energi mekanik. Dari laju awal peluru dan balok setelah peluru menancap ke dalam balok maka laju peluru dapat ditentukan dengan menggunakan hukum kekekalan momentum.

Sejak peluru dan balok bergerak bersama, berlaku hukum kekekalan energi mekanik sehingga

$$(M+m)gh = \frac{1}{2}(M+m)v'^2$$

atau

$$v' = \sqrt{2gh} \qquad (6.31)$$

Kita menentukan laju balok dan peluru dengan menggunakan hukum kekekalan momentum sebelum tumbukan dan tepat setelah peluru menumbuk balok dan bergerak bersama balok. Kita dapatkan

$$mv + 0 = (M + m)v'$$

atau

$$v = \frac{M + m}{m} v'$$

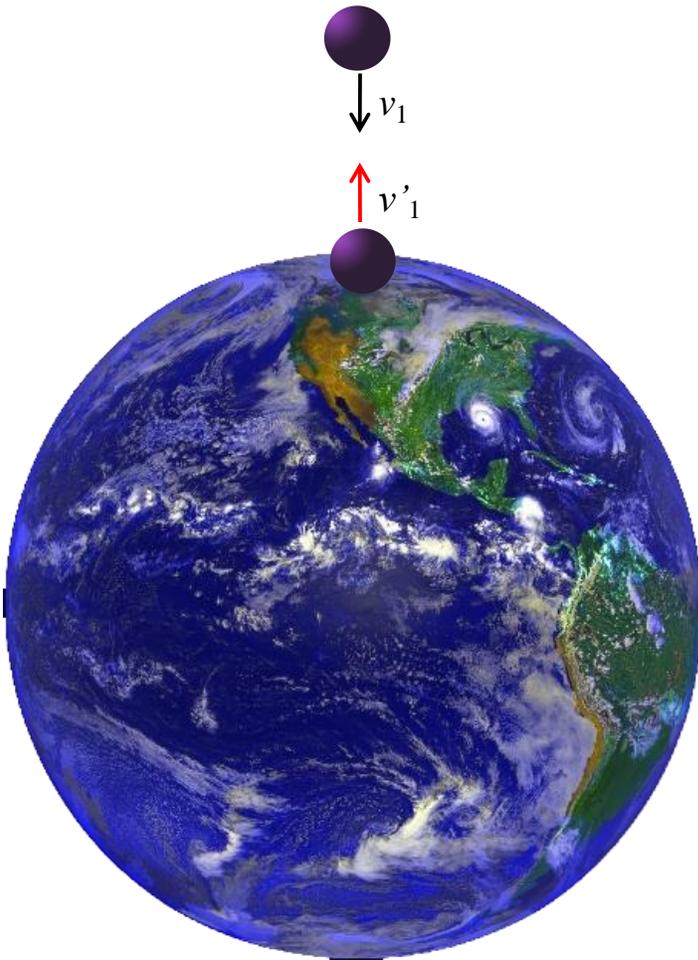
$$= \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh} \qquad (6.32)$$

Jadi, untuk menentukan laju peluru saat mengenai balok informasi yang kita butuhkan hanya massa peluru, massa balok, dan ketinggian maksimum ayunan balok. Semua besaran tersebut dapat diukur dengan mudah.

6.5 Tumbukan Benda dengan Lantai

Koefisien elastisitas dapat ditentukan dengan mengukur kecepatan sebuah benda yang melakukan tumbukan sebelum dan sesudah tumbukan. Perhitungan koefisien elastisitas menjadi lebih mudah jika salah satu benda tidak bergerak baik sebelum maupun sesudah tumbukan. Benda ini harus memiliki massa yang sangat besar dibandingkan dengan benda yang satunya. Salah satu contoh adalah tumbukan benda jatuh dengan lantai (bumi) (Gambar 6.13). Bumi tidak bergerak sebelum dan sesudah tumbukan, atau $v_2 = v_2' = 0$. Dengan

demikian, koefisien elastisaitas pada tumbukan benda dengan lantai memiliki bentuk lebih sederhana

$$e = -\frac{0 - v_1'}{0 - v_1} = -\frac{v_1'}{v_1} \qquad (6.33)$$

Gambar 6.13 Tumbukan benda dengan lantai (bumi) tidak memberikan kecepatan apa pun pada bumi karena massa bumi yang jauh lebih besar dari benda.

Jika benda dijatuhkan dari ketinggian tertentu, maka koefisien elastisitas dihitung dari kecepatan benda saat akan menumbuk lantai dan

tepat saat meninggalkan lantai. Kedua kecepatan tersebut dapat dihitung dari ketinggian benda saat dilepaskan dan ketinggian maksium benda setalah dipantulkan lantai. Misalkan benda dilepaskan dari ketinggian *h* dengan kecepatan awal nol. Kecepatan benda saat akan menumbuk lantai adalah

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

Jika benda memantul sejauh *h'*, maka kecepatan benda tepat setelah menumbuk lantai dapat dihitung dengan hukum kekekalan energi mekanik

$$\frac{1}{2} m v_1^{'2} + 0 = 0 + mgh' .$$

Dengan mengambil arah kecepatan ke atas berharga negatif, maka kita peroleh

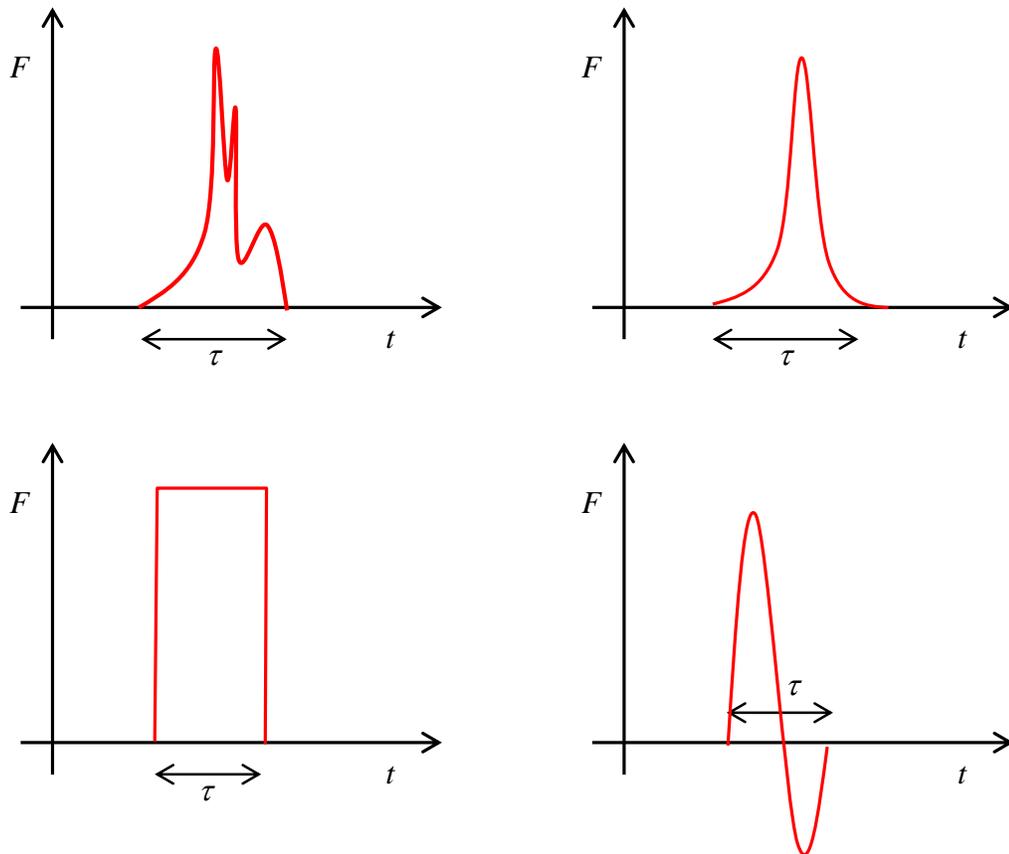
$$v_1' = -\sqrt{2gh'}$$

Dengan demikian, koefisien elastisitas adalah

$$e = -\frac{v_1'}{v_1} = -\frac{-\sqrt{2gh'}}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \qquad (6.34)$$

6.6 Impuls

Kasus yang cukup menarik adalah jika gaya yang bekerja pada benda berlangsung dalam waktu yang sangat singkat, tetapi efeknya

terasa. Misalkan gaya hanya berlansung dalam selang waktu τ yang sangat pendek. Contoh gaya tersebut dilukiskan pada Gambar 6.14. Walaupun berlangsung dalam waktu yang sangat singkat, namun gaya tersebut sangat besar sehingga efeknya terasa. Karena efeknya terasa maka gaya tersebut masih sanggup mengubah keadaan gerak benda bahkan mengubah bentuk benda, seperti ditunjukkan pada Gambar 6.15. Contoh gaya semacam ini adalah gaya tumbukan, tabrakan antar kendaraan, sodokan pada bola billiard, pukulan pada bola golf, dan lain-lain. Umumnya gaya tersebut berlansung dalam waktu kurang dari satu detik, tetapi efeknya sangat besar. Gaya semacam ini disebut **impuls.**

Gambar 6.14 Contoh gaya yang bekerja dalam selang waktu yang sangat pendek.

Untuk mendefinisikan impuls secara kuantitatif mari kita kembali melihat hukum II Newton. Hukum tersebut dapat ditulis menjadi

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \qquad (6.35)$$

Kita lakukan integral dari t_1 sampai t_2 sehingga diperoleh

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt \qquad (6.36)$$

Karena gaya berlangsung sesaat, misalkan selama selang wakty t_0 sampai $t_0+\tau$, di mana di luar selang waktu tersebut gaya bernilai nol maka kita dapat menulis

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_1}^{t_0} \vec{F}dt + \int_{t_0}^{t_0+\tau} \vec{F}dt + \int_{t_0+\tau}^{t_2} \vec{F}dt$$

$$= \int_{t_1}^{t_0} 0 \times dt + \int_{t_0}^{t_0+\tau} \vec{F}dt + \int_{t_0+\tau}^{t_2} 0 \times dt$$

$$= \int_{t_0}^{t_0+\tau} \vec{F}dt$$

Perubahan momentum dalam waktu yang sangat singkat tetapi nilainya cukup besar dinamakan impuls. Jadi, impuls didefinisikan sebagai

$$\vec{I} = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \vec{F}dt \qquad (6.37)$$

di mana τ adalah selang waktu yang sangat kecil.

Gambar 6.15 Tabrakan (tumbukan) kendaraan menghasilkan kerusakan yang hebat karena terjadi dalam waktu yang sangat singkat sehingga dihasilkan gaya yang sangat besar. Gaya tersebut tidak sanggup ditahan oleh body kendaraan sehingga rusak parah.

Jika kita ingin mengubah kecepatan kapal tanker Knock Nevis yang bermuatan penuh sebesar 1 km/jam maka harus diubah momentum sebesar 564.763.000 kg × (1.000 m/3.600 s) = $1,57 \times 10^8$ kg m/s. Gaya

pengereman kapal ini bisa mencapai 2 juta newton. Maka untuk mengerem kapal diperlukan waktu sekitar 79 detik. Tampak bahwa sangat lama mengubah kecepatan kapal tanker hanya 1 km/jam. Diperlukan waktu sekitar 1 menit 19 detik. Oleh karena itulah, jika tiba-tiba ada benda penghalang beberapa mil di depan kapal maka sangat sulit untuk menghindari tabrakan. Kapal pesiar ***Costa Concordia*** yang tidak bisa menghindari karang di depan karena momentum yang sangat besar sehingga sulit dihentikan atau dibelokkan tanggal 13 Januari 2012 (Gambar 6.16). Kejadian yang sama juga menimpa kapal pesiar terkenal Titanic tanggal 14 April 1912.

Gambar 6.16 Kapal pesiar Costa Concordia yang menabrak karang tanggal 13 Januari 2012. Costa Concordia mulai berlayar 2 september 2005. Massa kapal tersebut adalah 114.147 ton, dengan panjang 290,20 meter dan lebar 35,50 meter. Lajunya rata-rata adalah 36 km/jam dan laju maksimum bisa mencapai 43 km/jam. Dengan demikian saat bergerak momentumnya adalah 1.141.470.000 kg m/s. Kapal tersebut menabrak batu karang di laut Tyrrhenian (en.wikipedia.org)

Contoh 6.7

Sebuah benda jatuh ke lantai dengan kecepatan 10 m/s kemudian dipantulkan kembali dengan kecepatan 8 m/s. Jika massa benda adalah 0,8 kg dan lama peristiwa tumbukan antara benda dan lantai adalah 0,2 s, berapakah impuls yang dilakukan oleh lantai pada benda dan gaya yang dilakukan lantai pada benda?

Jawab

Ambil arah ke bawah positif dan arah ke atas negatif

Momentum benda sebelum tumbukan

$$p_1 = 0{,}8 \times 10 \;\; = 8 \text{ kg m/s}$$

Momentum benda setelah tumbukan

$$p_2 = 0{,}8 \times (-8) = -\ 6{,}4 \text{ kg m/s}$$

Impuls yang dilakukan lantai pada benda sama dengan perubahan momentum benda, yaitu

$$I = p_2 - p_1 \;\; = -6{,}4 - 8 = -\ 14{,}4 \text{ kg m/s}$$

Gaya yang dilakukan lantau pada benda

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-14{,}4}{0{,}2} \;\; = -\ 72 \text{ N}$$

6.7 Pusat Massa

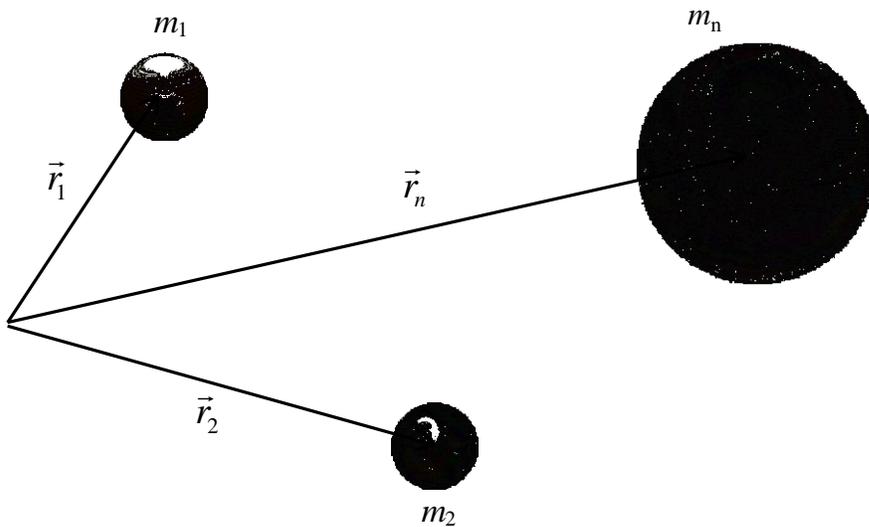
Sekarang kita membahas konsep pusat massa. Konsep ini sering kita jumpai ketika membahas sisten yang terdiri dari sejumlah benda atau partikel. Apabila semua benda yang menyusun sistem bisa direduksi menjadi titik massa di mana massa titik sama dengan jumlah massa benda penyusun maka titik massa tersebut harus diletakkan di koordinat pusat massa agar gerakannya memenuhi hukum Newton seperti sistem

benda awal. Jika sejumlah gaya luar bekerja pada sistem benda, maka pusat massa benda akan bergerak mengikuti kaidah seolah-olah resultan gaya tersebut hanya bekerja pada pusat massa titik di pusat massa.

Pada bagian ini kita akan membahas sedikit pusat massa benda diskrit dan membahas cukup banyak pusat massa benda kontinu.

Pusat Massa Benda Diskrit

Dalam membahas gerakan sejumlah benda, kadang kita tertolong jika menggunakan konsep pusat massa. Misalkan kita memiliki beberapa partikel dengan massa m_1, m_2, ... m_n (Gambar 6.17). Partikel-partikel tersebut berada pada posisi $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, ... $\vec{r}_n$. Pusat massa system tiga partikel tersebut didefinisikan sebagai

$$\vec{r}_{pm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} \tag{6.38}$$

Gambar 6.17 Benda tidak berada pada satu garis lurus.

Apa sebenarnya pusat massa tersebut? Apabila semua benda yang menyusun system bisa direduksi menjadi titik massa di mana massa titik sama dengan jumlah massa benda penyusun maka titik massa tersebut harus diletakkan di koordinat pusat massa agar gerakannya memenuhi hukum Newton seperti system benda awal. Jika sejumlah gaya luar bekerja pada sistem benda, maka pusat massa benda akan bergerak mengikuti kaidah seolah-olah resultan gaya tersebut hanya bekerja pada pusat massa titik di pusat massa.

Contoh 6.6

Tiga buah benda yang bermassa 1,5 kg, 4,5 kg, dan 10,0 kg masing-masing berada pada posisi $\vec{r}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ m, $\vec{r}_2 = -10\hat{j}$ m, dan $\vec{r}_3 = -4\hat{i} + 5\hat{j}$ m. Tentukan posisi pusat massa benda.

Jawab

Kita dapat langsung menggunakan rumus (6.38)

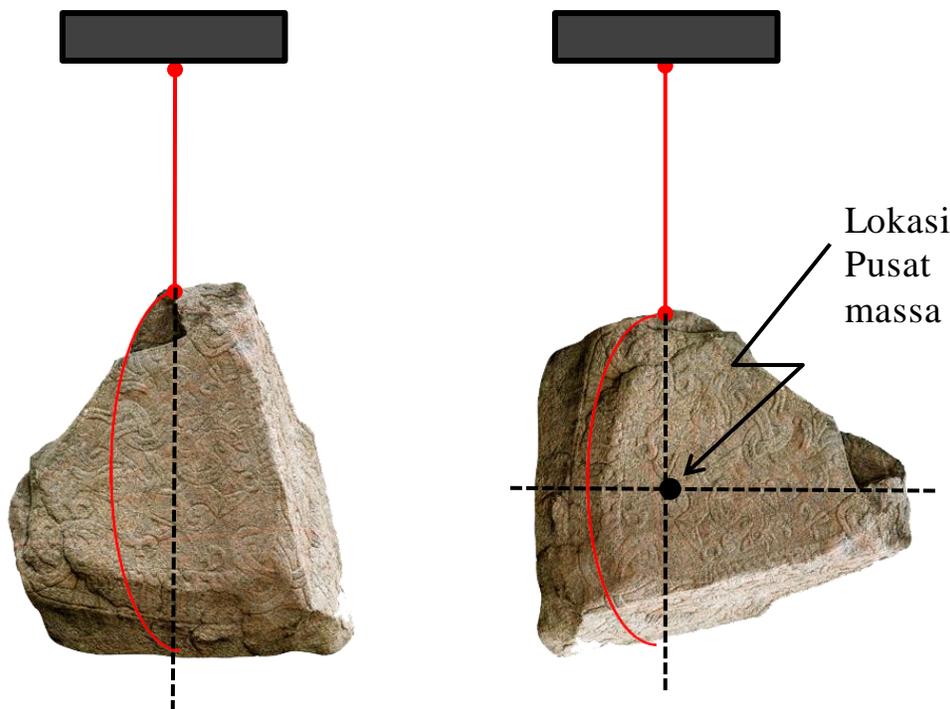
$$\vec{r}_{pm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{1{,}5\times(2\hat{i} + 3\hat{j}) + 4{,}5\times(-10\hat{j}) + 10{,}0\times(-4\hat{i} + 5\hat{j})}{1{,}5 + 4{,}5 + 10{,}0}$$

$$= \frac{1{,}5\times(2\hat{i} + 3\hat{j}) + 4{,}5\times(-10\hat{j}) + 10{,}0\times(-4\hat{i} + 5\hat{j})}{1{,}5 + 4{,}5 + 10{,}0}$$

$$= \frac{-37\hat{i} + 9{,}5\hat{j}}{16} = -2{,}3\hat{i} + 0{,}6\hat{j} \text{ m}$$

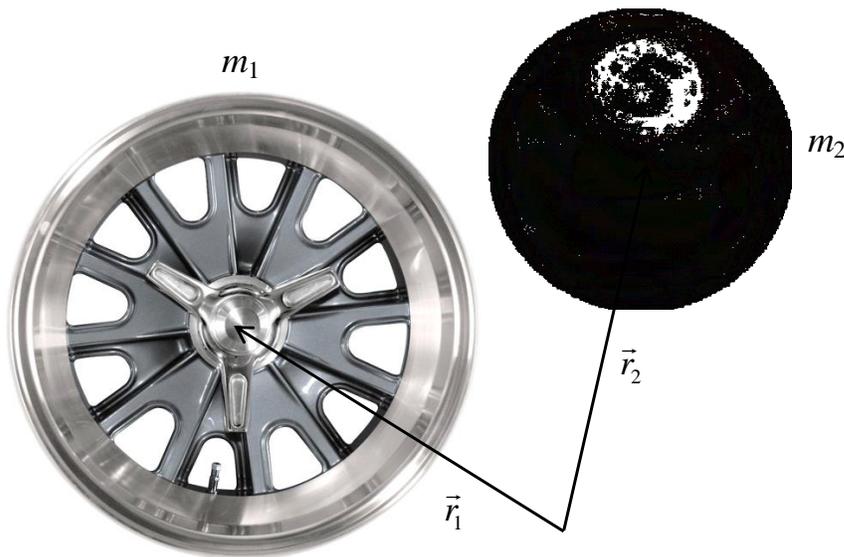
Pusat Massa benda Kontinu

Benda-benda kontinu yang memiliki bentuk terature dan rapat massa yang tersebar secara merata memiliki lokasi pusat massa yang dapat ditentukan dengan mudah. Bola homogem miliki pusat massa di pusat bola, tongkat homogen memiliki pusat massa di tengah-tengah tongkat, kubus homogen memiliki pusat massa di pusat kubus. Untuk benda yang bentuknya tidak teratur, lokasi pusat massa tidak dapat ditebak langsung. Tetapi kita dapat menentukan pusat massa dengan percobaan sederhana. Salah satu cara tampak pada Gambar 6.18.

Gambar 6.18 Menentukan lokasi pusat massa benda yang bentuknya tidak teratur.

Ikat satu titik permukaan benda dengan tali dan gantungkan secara bebas. Bikin garis vertikal sejajar tali melalui benda. Kemudian ikat titik yang lain pada benda tersebut dengan tali dan gantungkan secara bebas. Bikin garis lain yang sejajar tali melalui benda. Perpotongan dua garis yang dibuat merupakan lokasi pusat massa benda.

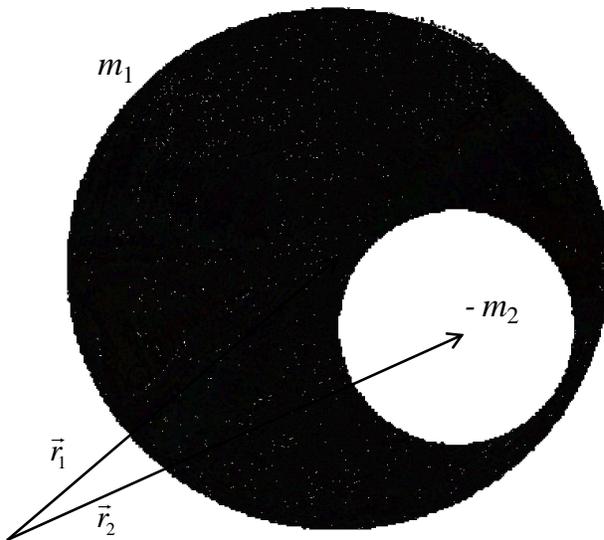
Umtuk benda yang bentuknya teratur dan fungsi kerapatan massa diketahui maka lokasi pusat massa dapat ditentukan dengan metode integral. Metode perhitungan tidak akan diberikan di sini karena perlu pengetahuan matematika tingkat tinggi.

Pusat Massa Sistem Benda Besar

Jika kita memiliki sejumlah benda besar, bagaimana menentukan pusat massa system benda tersebut? Kita tetap bisa menggunakan persamaan (6.38). Contohnya, pada Gambar 6.19 kita memiliki roda dan bola. Lokasi pusat massa masing-masing benda diketahui. Setelah digambarkan koordinat, lokasi pusat massa masing-masing (x_1,y_1,z_1) dan (x_2,y_2,z_1). Jika massa roda m_1 dan massa bola m_2 maka lokasi pusat massa sistem dua benda tersebut adalah

Gambar 6.19 Menentukan pusat massa sistem benda besar.

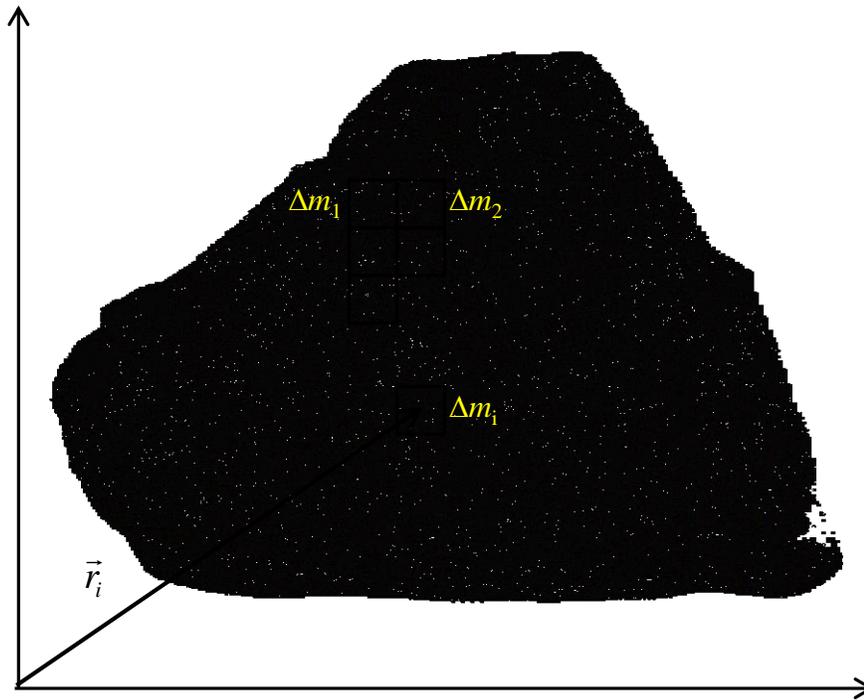
$$\bar{r}_{pm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \tag{6.39}$$

Pusat massa benda yang mengandung lubang dapat pula ditentukan dengan rumus serupa. Lubang dapat dianggap sebagai benda yang memiliki massa negatif. Contoh pada Gambar 6.20 terdapat sebuah cakram homogen dengan jari-jari R_1 massa awal m_1 (massa sebebelum adanya lubang). Pada cakram tersebut kemudian dibuat lubang dengan jari-jari R_2. Misalkan massa yang dibuang saat membuat lubang adalah m_2. Pusat massa cakram berlubang dihitung dengan menentukan pusat cakram asal (tanpa lubang) dan pusat lubang. Dalam perhitungan, massa lubang diberi nilai negative. Rumus yang digunakan adalah

$$\vec{r}_{pm} = \frac{m_1\vec{r}_1 - m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad (6.40)$$

Gambar 6.20 Menentukan pusat massa benda berlubang.

6.8 Menentukan Pusat Massa dengan Metode Integral

Pencarian pusat massa menjadi lebih sulit untuk benda pejal yang tidak dapat diukur secara langsung seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.21. Misalkan kita hanya mengetahui massa jenis benda sebagai

fungsi posisi dan kita ingin mengetahui pusat massa benda tersebut. Bagaimana cara menentukannya? Salah satu yang umum digunakan adalah metode ingegral. Caranya sebagai berikut.

Gambar 6.21 Menentukan lokasi pusat massa benda kontinu yang besar.

Kita bagi benda besar atas elemen-elemen massa yang sangat kecil. Elemen ke-i memiliki massa Δm_i dan berada pada posisi $\vec{r}_i$. Jumlah elemen massa adalah N dan menuju tak berhingga karena ukuran masing-masing elemen menuju nol. Dengan pembagian ini maka lokasi pusat massa memenuhi persamaan (6.38) yang dapat ditulis ulang menjadi

$$\vec{r}_{pm} = \frac{\Delta m_1 \vec{r}_1 + \Delta m_2 \vec{r}_2 + \ldots + \Delta m_i \vec{r}_i + \ldots + \Delta m_N \vec{r}_N}{\Delta m_1 + \Delta m_2 + \ldots + \Delta m_i + \ldots + \Delta m_N}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \vec{r}_i}{M} \tag{6.41}$$

dengan $M = \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i$ adalah massa total benda.

Jika ukuran elemen massa menuju nol dan jumlah elemen massa (jumlah suku penjumlahan) menuju tak berhingga maka pen jumlahan (6.41) dapat diganti dengan integral dengan transformasi sebagai berikut

$$\Delta m_i \rightarrow dm$$

$$\vec{r}_i \rightarrow \vec{r}$$

$$\sum_{i=1}^{N} (\ldots) \rightarrow \int (\ldots)$$

Dengan transformasi ini maka persamaan (6.41) berubah menjadi

$$\vec{r}_{pm} = \frac{\int \vec{r}\, dm}{M}$$

$$= \frac{\int \rho \vec{r} dV}{M} \tag{6.42}$$

dengan ρ adalah massa jenis dan memenuhi hubungan $dm = \rho dV$. Dengan cara serupa maka massa benda memenuhi persamaan integral

$$M = \int \rho dV \tag{6.43}$$

Untuk kasus khusus satu dimensi, persamaan (6.42) dan (6.43) dapat ditulis dalam bentuk sederhana sebagai berikut

$$x_{pm} = \frac{\int \lambda x dx}{M} \tag{6.44a}$$

$$M = \int \lambda dx \tag{6.44b}$$

di mana λ adalah massa per satuan panjang. Massa per satuan panjang bisa konstan atau bisa juga bergantung posisi. Berikut adalah contoh perhitungan pusat massa.

Contoh 6.7

Sebuah batang memiliki panjang L. Ujung kiri batang berada pasa posisi $x = 0$ dan ujung kanan berada pada posisi $x = L$. Massa per satuan panjang batang memenumi $\lambda = a + bx^2$ di mana a dan b adalah konstanta. Tentukan lokasi pusat massa batang.

Jawab

Pertama kita hitung massa batang

$$M = \int_0^L \lambda dx$$

$$= \int_0^L \left(a + bx^2\right) dx$$

$$= \left[ax + \frac{1}{3} bx^3 \right]_0^L$$

$$= aL + \frac{1}{3} bL^2$$

Lokasi pusat massa batang

$$x_{pm} = \frac{\int_0^L \lambda x dx}{M}$$

$$= \frac{\int_0^L \left(a + bx^2\right) x dx}{M}$$

$$= \frac{\int_0^L \left(ax + bx^3\right) dx}{M}$$

$$= \frac{\left[\frac{1}{2} ax^2 + \frac{1}{4} bx^4 \right]_0^L}{M}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}aL^2 + \frac{1}{4}bL^4}{aL + \frac{1}{2}bL^2}$$

$$= \frac{2aL + bL^3}{4a + 2bL}$$

6.8 Kecepatan Pusat Massa

Setelah mendefinisikan posisi pusat massa, selanjutnya kita akan mendefinisikan kecepatan pusat massa. Berdasarkan persamaan (6.38) kita dapat menulis perubahan pusat massa

$$\Delta\vec{r}_{pm} = \frac{m_1\Delta\vec{r}_1 + m_2\Delta\vec{r}_2 + ... + m_3\Delta\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} \tag{6.41}$$

Apabila ruas kiri dan ruas kanan sama-sama dibagi Δt maka, kita peroleh

$$\frac{\Delta\vec{r}_{pm}}{\Delta t} = \frac{m_1\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + m_2\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} + ... + m_3\frac{\Delta\vec{r}_n}{\Delta t}}{m_1 + m_2 + ... + m_n} \tag{6.42}$$

Dengan mengingat definisi kecepatan, kita selanjutnya dapat menulis

$$\vec{v}_{pm} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} \tag{6.43}$$

Tampak bahwa rumus untuk menghitung kecepatan pusat massa persis sama dengan rumus untuk menghitung posisi pusat massa. Yang dilakukan hanya mengganti posisi dengan kecepatan. Selanjutnya, mengingat $\vec{p} = m\vec{v}$, kita juga dapat menulis persamaan (6.43) sebagai

$$\vec{v}_{pm} = \frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} \quad (6.44)$$

6.9 Percepatan Pusat Massa

Setelah mendefinisikan posisi pusat massa dan kecepatan pusat massa, terakhir kita akan mendefinisikan percepatan pusat massa. Dari persamaan (6.43) kita dapat menulis

$$\Delta\vec{v}_{pm} = \frac{m_1\Delta\vec{v}_1 + m_2\Delta\vec{v}_2 + \ldots + m_n\Delta\vec{v}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

Bagi ruas kanan dan kiri dengan Δt sehingga diperoleh

$$\frac{\Delta\vec{v}_{pm}}{\Delta t} = \frac{m_1\dfrac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} + m_2\dfrac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t} + \ldots + m_n\dfrac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

atau

$$\vec{a}_{pm} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \ldots + m_n\vec{a}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} \quad (6.45)$$

Tampak juga bahwa rumus untuk menghitung percepatan pusat massa persis sama dengan rumus untuk menghitung posisi pusat massa

maupun kecepatan pusat massa. Selanjutnya, mengingat hukum Newton II $\vec{F} = m\vec{a}$, kita juga dapat menulis

$$a_{pm} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} \quad (6.46)$$

Hubungan gerakan pusat massa dan hukum kekekalan momentum linier

Telah kita bahas bahwa jika tidak ada gaya luar yang bekerja pada system maka momentum total sistem konstan meskipun terjadi tumbukan antar sistem. Atau $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ...\vec{p}_n = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + ... + \vec{p}'_m$. Kita bagi ke dua ruas dengan $(m_1 + m_2 + ... + m_n)$ maka diperoleh

$$\frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} = \frac{\vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + ... + \vec{p}'_m}{m_1 + m_2 + ... + m_n} \quad (6.47)$$

Selama tumbukan tidak terjadi perubahan massa total. Jumlah partikel bisa saja berubah (makin sedikit atau makin banyak) tetapi massa total partikel sama. Dengan demikian

$$m_1 + m_2 + ... + m_n = m_1 + m_2 + ... + m_m$$

Dengan kesamaan ini maka penyebut di ruas kanan dapat diganti dengan $(m_1 + m_2 + ... + m_m)$ sehingga kita peroleh

$$\frac{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} = \frac{\vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + ... + \vec{p}'_m}{m_1 + m_2 + ... + m_m} \quad (6.47)$$

Kalau kalian perhatikan, ruas kiri tidak lain daripada kecepatan pusat massa sebelum tumbukan dan ruas kanan adalah kecepatan pusat massa sesudah tumbukan. Jadi **pada proses tumbukan yang tidak melibatkan gaya luar, pusat massa bergerak dengan kecepatan konstan,**

$$v_{pm} = v'_{pm} \qquad (6.48)$$

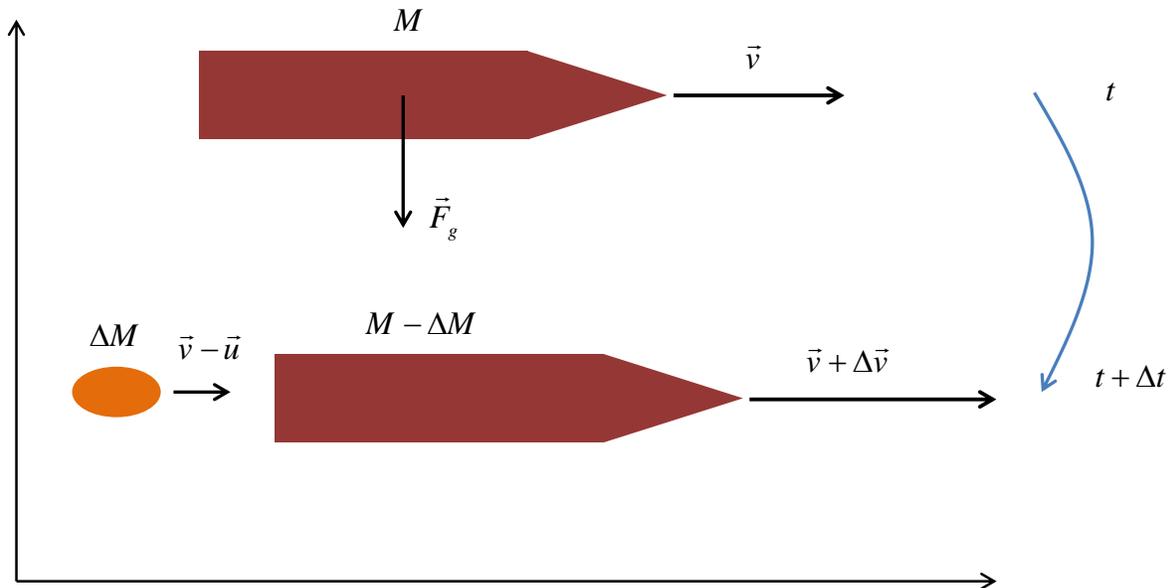
6.10 Gerak Roket

Roket adalah mesin yang mengalami percepatan (mendapat gaya dorong) akibat pelepasan udara hasil pembakaran ke arah belakang. Mesin jet juga bekerja pada prinsip yang serupa. Bahan bakar pesawt jet dibakar dan dodorong ke balakang dengan kecepatan yang sangat tinggi. Dorongan tersebut menyebabkan mesin (pesawat) mendapat gaya dorong ke depan. Mesin roket dan mesin jet hanya berbeda pada jenis bahan bakar, namun prinsip utamanya sama yaitu melontarkan gas ke belakang dengan kecepatan tinggi. Bahan bakar pesawat jet dibakar melaui reaksi oksidasi dengan menyerap oksigen dari atmosfer. Mesin roket tidak menyerak gas dari luar untuk melakukan proses pembakaran karena mesin roket dapat bekerja dalam ruang hampa. Semua gas yang diperlukan untuk proses pembakaran dibawa bersama roket. Irulah sebabnya sebagian besar massa roket adalah massa bahan bakar. Massa bahan bakar roket dapat mencapai 90% dari massa total. Dengan demikian di tahap pembakaran massa roket tinggal 10% massa saat peluncuran.

Kita akan jelaskan secara sederhana munculnya gaya dorong pada roket. Sebagai ilustrasi perhatikan Gambar 6.22. Kita lihat dua kondisi pada saat t dan pada saat $t+\Delta t$.

Kita ukur gerakan roket relatif terhadap koordinat di permukaan bumi. Pada saat t roket memiliki kecepatan $\vec{v}$ dan massa M. Roket juga memancarkan gas ke belakang dengan kecepatan $\vec{u}$ yang nilainya konstant relatif terhadap roket. Dengan demikian, kecepatan gas relatif terhadap koordinat di bumi adalah $\vec{v} - \vec{u}$. Selama selang waktu Δt massa gas yang dibuang roket adalah ΔM. Pada roket juga bekerja gaya gravitasi $\vec{F}_g$ ke arah pusat bumi.

Momentum sistem pada saat t adalah

$$\vec{p}(t) = M\vec{v} \tag{6.49}$$

Gambar 6.22. Skema gerakan roket.

Momentum sistem pada saat $t+\Delta t$ adalah

$$\vec{p}(t + \Delta t) = (M - \Delta M)(\vec{v} + \Delta\vec{v}) + \Delta M(\vec{v} - \vec{u}) \tag{6.50}$$

Perubahan momentum roket

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}(t + \Delta t) - \vec{p}(t)$$

$$= (M - \Delta M)(\vec{v} + \Delta\vec{v}) + \Delta M(\vec{v} - \vec{u}) - M\vec{v}$$

$$= M\vec{v} + M\Delta\vec{v} - \vec{v}\Delta M - \Delta M\Delta\vec{v} + \vec{v}\Delta M - \vec{u}\Delta M - M\vec{v}$$

$$= M\Delta\vec{v} - \vec{u}\Delta M - \Delta M\Delta\vec{v} \quad (6.51)$$

Kita buang suku yang mengandung perkalian dua buah delta karena nilainya sangat kecil dibandingkan dengan suku yang hanya mengandung satu komponen delta. Jadi

$$\Delta\vec{p} = M\Delta\vec{v} - \vec{u}\Delta M$$

Laju perubahan momentum adalah

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = M\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} - \vec{u}\frac{\Delta M}{\Delta t} \quad (6.52)$$

Berdasarkan hukum II Newton, laju perubahan momentum sama dengan gaya luar yang bekerja pada benda. Gaya luar yang bekerja pada roket hanya gaya gravitasi. Dengan demikian, persamaan gerak roket menjadi

$$M\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} - \vec{u}\frac{\Delta M}{\Delta t} = \vec{F}_g \quad (6.53)$$

Jika diambil waktu yang sangat kecil (menuju nol) maka pembagian delta menjadi diferensial. Persamaan (6.53) berubah menjadi

$$M\frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{u}\frac{dM}{dt} = \vec{F}_g \qquad (6.54)$$

Gerakan pada daerah tanpa gravitasi. Jika roket sudah sangat jauh dari bumi sehingga gaya gravitasi bumi sudah dapat diabaikan maka persamaan (6.54) dapat disederhanakan menjadi

$$M\frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{u}\frac{dM}{dt} = 0 \qquad (6.55)$$

Kita dapat mencari solusi persamaan (6.55) agak mudah melalui integral tang menghasilkan fungsi logaritma natural. Persamaan (6.55) dapat ditulis sebagai

$$d\vec{v} = \vec{u}\frac{dM}{M}$$

Jika diasumsikan bahwa kecepatan lontaran gas terhadap roket selalu konstant maka kita dapatkan integral berikut

$$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \vec{u}\int_{M_0}^{M}\frac{dM}{M}$$

atau

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{u}\ln\left(\frac{M}{M_0}\right)$$

atau

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}\ln\left(\frac{M}{M_0}\right) \tag{6.56}$$

Saat bahan bakar habis, massa roket adalah M_f. Dengan demikian kecepatan akhir roket adalah

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}\ln\left(\frac{M_f}{M_0}\right) \tag{6.57}$$

6.11 Tumbukan Berantai (Kasus khusus 1)

Sekarang kita membahas satu kasus menarik, yaitu tumbukan berantai tiga benda yang bersifat tidak elastis. Topik ini dibahas cukup detail oleh Hart dan Hermann [J.B. Hart and R.B. Hermann, *American Journal of Physics* **36**, 46 (1968)]. Kita mulai dengan membahas tumbukan dua benda lalu memperluas menjadi tumbukan tiga benda. Agar lebih mudah kita anggap tumbukan terjadi dalam satu arah. Tumbukan dua benda diilustrasikan pada Gambar 6.23. Sebuah benda dengan massa M dan kecepatan awal U menumbuk benda m yang mula-mula diam. Akibat tumbukan tersebut maka terjadi transver momentum dan energi kinetik dari benda M ke benda m. Transfer momentum memenuhi hukum kekekalan momentum sedangkan transfer energi kinetik tidak memenuhi hukum kekekalan energi kinetik karena tumbukan tidak elastis. Kita anggap koefisien elastisitas tumbukan adalah e.

Gambar 6.23 Tumbukan tidak elastis dua benda. Benda yang ditumbuk mula-mula diam.

Dengan menggunakan persamaan (6.18) maka koefisien elastisitas dapat ditulis menjadi

$$e = -\frac{v - V}{0 - U}$$

atau

$$V = v - eU \tag{6.58}$$

Hukum kekekalan momentum selalu berlaku pada semua jenis tumbukan. Persamaan hukum kekekalan momentum untuk tumbukan di atas adalah

$$MU = MV + mv \tag{6.59}$$

Jika kita substitusi persamaan (6.58) ke dalam persamaan (6.59) maka kita dapatkan

$$MU = M(v - eU) + mv$$

$$(1+e)MU = (M+m)v$$

atau

$$v = \frac{(1+e)M}{M+m}U \tag{6.60}$$

Energi kinetik mula-mula benda pertama (sebelum tumbukan) adalah

$$K_0 = \frac{1}{2} MU^2 \tag{6.61}$$

Energi kinetik yang ditrasfer ke benda kedua adalah

$$K' = \frac{1}{2} mv^2$$

$$= \frac{1}{2} m \left[\frac{(1+e)M}{M+m} U \right]^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(1+e)^2 mM}{(M+m)^2} U^2 \tag{6.62}$$

Dengan demikian perbandingan energi kinetik yang ditrasfer dengan energi kinetik benda penumbuk adalah

$$\varepsilon_{M,m} = \frac{K'}{K_0} = \frac{(1+e)^2 mM}{(M+m)^2} \tag{6.63}$$

Sekarang kita perluas kasus dengan melihat sistem tiga benda. Kita sisipkan benda bermassa m' antara dua benda. Mula-mula benda *m*' dan *m* dalam keadaan diam. Benda *M* menumbuk benda *m*' kemudian benda *m*' menumbuk benda m seperti diilustrasikan pada Gambar 6.24. Kita akan menentukan berapa energi kinetik yang ditrasfer ke benda *m*. Dan berapa massa benda *m*' agar energi kinetik yang ditransfer ke benda m paling besar.

Misalkan setelah tumbukan, laju *m*' adalah *u*. Energi kinetik m' setelah ditumbuk oleh *M* adalah $(1/2)m'u^2$. Dengan demikian, fraksi energi benda *M* yang ditransfer ke menda m adalah

$$\varepsilon_{M.m} = \frac{(1/2)mv^2}{(1/2)MU^2}$$

$$= \frac{(1/2)mv^2}{(1/2)m'u^2} \times \frac{(1/2)m'u^2}{(1/2)MU^2}$$

$$= \frac{(1+e)^2 mm'}{(m'+m)^2} \times \frac{(1+e)^2 m'M}{(M+m')^2} \qquad (6.64)$$

Gambar 6.24 Tumbukan berantai tiga benda. Mula-mula hanya benda *M* yang memiliki laju awa. Benda *m*' dan *m* mula-mula dalam keadaan diam.

Pertanyaan berikutnya adalah berapakan *m*' agar terjadi transfer energi paling besar dari *M* ke *m*? Kita dapat menulis ulang fraksi transfer energi pada persamaan (6.64) sebagai berikut

$$\varepsilon_{M.m} = (1+e)^4 mM \frac{m'^2}{(m'+m)^2(M+m')^2} \qquad (6.65)$$

Nilai m' yang menyebabkan $\varepsilon_{M,m}$ maksimum adalah yang memenuhi

$$\frac{d\varepsilon_{M.m}}{dm'} = 0 \qquad (6.66)$$

Dengan menggukana kalkulus sederhana maka kita akan dapatkan persamaan berikut ini

$$2mMm' - 2m'^3 = 0 \qquad (6.67)$$

Dengan demikian, nilai *m'* yang menyebabkan transfer energi paling besar dari *M* ke *m* adalah

$$m' = \sqrt{mM} \qquad (6.68)$$

Persamaan ini sangat mirip dengan persamaan "impendance matching". Jika kita ingin melewatkan gelombang dari medium 1 ke medium 2 dan antara dua mediam dipasang medium perantara. Misalkan impedansi medium 1 adalah Z_1 dan impedansi medium 2 adalah Z_2. Gelombang akan ditransfer sebesar-besarnya dari medium1 ke medium 2 jika impedansi medium perantara memenuhi $Z = (Z_1 Z_2)^{1/2}$. Jika pada kaca yang dolapisi film tipis. Jika indeks biasa kaca adalah nk dan indeks bias udara adalah nu. Maka agar cahaya dapat menembus lapisan tipis sebanyak mungkin maka indeks bias lapisan tipis harus memenuhi $n = (n_k n_u)^{1/2}$.

6.12 Laju Minimum Elektron untuk Mengeksitasi Atom (kasus khusus 2)

Kita membahas kasus khusus lain di mana elektron akan digunakan untuk mengeksitasi atom dan ementukan berapa laju minimum agar elektron dalam atom terkesitasi. Tereksitasi artinya meloncat dari tingkat energi rendah ke tingkat energi tinggi. Pada kasus ini tumbukan yang terjadi tidak elestis. Sebagian energi elektron penumbuk diserap untuk memindahkan elektorn dalama tom dari tingkat energi rendah ke tingkat energi tinggi. Akibatnya, energi kinetik total setelah

tumbukan lebih kecil daripada sebelum tumbukan.

Misalkan sebuah atom memiliki massa *M*. Misalkan pula energi yang diperlukan untuk mengeksitasi atom tersebut ke tingkat energi berikutnya adalah *E*. Misalkan laju awal elektron adalah *v*. Hukum kekekalan momentum memenuhi

$$m_e v = m_e v' + MV \tag{6.69}$$

Hukum kekekalan energi dengan mempertibnagkan sebagian energi kinetik awal digunakan untuk mengeksitasi atom adalah

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{2}m_e v'^2 + \frac{1}{2}MV^2 + E \tag{6.70}$$

Dari persamaan (6.69) kita mendapatkan ungkapan laju elektron setelah menumbuk atom adalah

$$v' = v - \frac{M}{m_e}V \tag{6.71}$$

Substitusi persamaan (6.71) ke dalam persamaan (6.70) maka kita dapatkan

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{1}{2}m_e\left(v - \frac{M}{m_e}V\right)^2 + \frac{1}{2}MV^2 + E$$

$$= \frac{1}{2}m_e\left(v^2 - 2\frac{Mv}{m_e}V + \frac{M^2}{m_e^2}V^2\right) + \frac{1}{2}MV^2 + E$$

$$= \frac{1}{2} m_e v^2 - MvV + \frac{1}{2}\frac{M^2}{m_e} V^2 + \frac{1}{2} MV^2 + E$$

Buang suku yang sama di ruas kiri dan kana sehingga diperoleh

$$0 = -MvV + \frac{1}{2} M \left(1 + \frac{M}{m_e}\right) V^2 + E$$

atau

$$\left(1 + \frac{M}{m_e}\right) V^2 - 2vV + \frac{2E}{M} = 0 \qquad (6.72)$$

yang dapat ditulis dalam bentuk $Ax^2 + Bx + C = 0$ dengan $A = 1+M/m_e$, $B = -2v$, dan $C = 2E/M$. Persamaan (6.72) memiliki solusi jika diskriminan lebih atau sama dengan nol, atau $B^2 - 4AC \geq 0$ atau

$$(-2v)^2 - 4\left(1 + \frac{M}{m_e}\right)\left(\frac{2E}{M}\right) \geq 0$$

atau

$$v^2 \geq \left(1 + \frac{M}{m_e}\right)\left(\frac{2E}{M}\right)$$

atau

$$v^2 \geq \frac{2(M + m_e)E}{m_e M}$$

atau

$$v \geq \sqrt{\frac{2(M+m_e)E}{m_e M}} \tag{6.73}$$

Dengan demikian, laju minimum elektron agar dapat meneksitasi atom adalah

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2(m_e+M)E}{m_e M}} \tag{6.74}$$

Jika massa atom yang dieksitasi sangat besar dibandingkan dengan massa elektron maka $m_e+M \approx M$ sehingga dapat ditunjukkan bahwa laju minimum eletron kira-kira

$$v_{\min} \approx \sqrt{\frac{2E}{m}} \tag{6.75}$$

Hubungan ini menyatakan bahwa untuk mengeksitasi atom maka energi kinetik elektron kira-kira sama dengan energi eksitasi atom. Tetapi jika massa atom tidak terlalu besar dibandingkan dengan massa eletron maka energi kinetik elektron harus lebih besar daripada energi eksitasi atom agar atom dapat dieksitasi.

Penyebanya adalah karena atom juga akan mengalami perubahan laju jika ditembuk elektron agar hukum kekelakan momentum. Dengan demikian, energi kinetik yang dimiliki elekltron sebagian digunakan untuk mengeksitasi atom juga untuk menghasilkan energi kinetik pada atom. Jika massa atom sangat besar maka setelah tumbukan dengan elektron,

atom hampir tidak bergerak. Tidak ada energi kinetik atom yang dihasilkan. Energi kinetik elektron semata-mata hanya untuk mengeksitasi atom.

Buktikan bahwa aproksimasi yang lebih teliti jika massa atom jauh lebih besar daripada massa elektron adalah

$$v_{\min} \approx \sqrt{\frac{2E}{m}}\left(1+\frac{m}{2M}\right) \quad (6.\ 76)$$

Untuk membuktikan aproksimasi (6.76) kalian perlu menggunakan aproksimasi binomial. Persamaan (6.76) bermakna bahwa laju elektron tetap harus lebih besar darimada laju yang menyebabkan energi kinetik sama dengan energi eksitasi atom.

Soal-Soal

1) Gerbong kereta api yang massanya 10 000 kg dan bergerak dengan laju 24,0 m/s menumbuk gerbong serupa yang sedang diam. Akhirnya, kedua gerbong tersambung dan bergerak bersama. Berapa laju gabungan dua gerbong tersebut?

2) Sebuah senapan yang massanya 5,0 kg melepaskan peluru yang massanya 0,05 kg dengan laju 120 m/s. Berapakah kecepatan ke belakang senapan tersebut?

3) Sebuah proton yang memiliki massa 1,01 sma bergerak dengan laju 3,6 $\times$ 10^4 m/s. Proton tersebut bertumbukan secara elastik dengan inti helium yang memiliki massa 4,0 sma yang berada dalam keadaan diam. Berapa kecepatan proton dan helium setelah tumbukan?

4) Sebuah ledakan memecah sebuah benda menjadi dua bagian. Satu bagian memiliki massa 1,5 kali bagian yang lain. Jika energi sebesar 7500 J dilepaskan saat ledakan, berapakah energi kinetik masing-masing pecahan tersebut?

5) Sebuah pelat lingkaran dengan sebarang massa homogen memiliki jari-jari 2*R*. Pelat tersebut memiliki lubang yang berjari-jari *R*. Jarak

pusat lubang ke pusat pelat semula adalah 0,8R. Di mana posisi pusat massa pelat berlubang tersebut?

6) Dua buah bola bilir yang memiliki massa yang sama melakukan tumbukan hadap-hadapan. Jika laju awal salah satu bola adalah 2,0 m/s dan bola kedua adalah 3,0 m/s, berapakah laju akhir masing-masing bola jika tumbukan bersifat elastis?

7) Sebuah bola tenis yang memiliki massa 0,06 kg dan bergerak dengan laju 2,5 m/s menumbuk bola yang bermassa 0,09 kg yang sedang bergerak dalam arah yang sama dengan laju 1,0 m/s. Anggap bahwa tumbukan bersifat elastis sempurna, berapakah laju masing-masing bola setelah tumbukan?

8) Sebuah bola softbal yang bermassa 0,22 kg yang bergerak dengan laju 5,5 m/s menumbuk bola lain yang sedang diam. Tumbukan tersebut bersifat elastik. Setelah tumbukan, bola pertama terpantul dengan laju 3,7 m/s. Hitunglan laju bola kedua setelah tumbukan dan massa bola kedua.

9) Peluru yang memiliki mass 18,0 g dan bergerak dengan laju 230 m/s mengenai sebuah balok yang tergantung bebas kemudian menancap diam di dalam balok. Balok tersebut digantungkan pada tali yang panjangnya 2,8 m. Akibat tumbukan oleh peluru, balok menyimpang ke atas pada lintasan lingkaran. Berapakah simpangan maksimum balok dalam arah vertikal dan horisontal?

10) Sebuah mobil memiliki pusat massa yang berlokasi 2,5 m dari ujung depan. Lima orang kemudian naik ke dalam mobil. Dua orang duduk pada kursi yang berjarak 2,8 m dari ujung depan mobil dan tiga orang duduk pada kursi yang berjarak 3,9 m dari ujung depan mobil. Massa mobil adalah 1050 kg dan massa masing-masing penumpang adalah 70,0 kg. Berapakah jarak pusat massa sekarang diukur dari ujung depan mobil?

11) Seorang perempuan yang bermassa 55,0 kg berdiri pada jarak 10,0 m dari seorang laki-laki yang massanya 90,0 kg berditi di atas lantai es. Berapa jarak pusat massa kedua orang tersebut diukur dari posisi perempuan berdiri? Jika kedua orang tersebut saling perpegangan tali, kemudian si laki-laki menarik tali sehingga ia bergerak maju sejauh 2,5 m, berapa jauh gerak maju si perempuan? Berapa jauh si laki-laki bergerak maju saat ia bertumbukan dengan si perempuan?

12) Sebuah kereta api bak terbuka bergerak dengan laju 8,6 m/s di atas rel tanpa gesekan. Salju kemudian mulai turun dan mengisi bak kereta dengan debit 3,5 kg/menit. Berapa laju kereta setelah 90 menit?

13) Lokomotif BB204 merupakan lokomotif diesel elektrik di Indonesia buatan Swiss Locomotive and Machine Works, Swiss. Massa kosong lokomotif ini adalah 52,8 ton. Lokomotif ini akan dipasang di depan susunan 7 gerbon yang sudah tersambung dan dalam keadaan diam. Massa tiap gerbong sekitar 10 ton. Lokomotid tersebut bergerak dengan laju 5 km/jam menuju gerbong terdepan. Jika tidak dilakukan pengereman setelah penyambungan, tentukan laju sistem lokomotif dan tujuh gerbong tersebut setelah tumbukan.

14) Seorang anak dengan massa badan 40 kg berdiri di atas arena sky di sebuah mall. Anak tersebut tiba-tiba melempar tang yang dia pegang ke arah ibunya yang sedang duduk di tepi arena. Tah dilempar ke arah barat dengan laju 5 m/s. Massa tas adalah 2 kg. Tentukan laju dan arah gerak anak tersebut sesaat setelah melempar tas.

Bab 7
OSILASI

Osilasi atau getaran adalah gerak bolak-balik di sekitar posisi setimbang. Pada posisi setimbang gaya netto yang bekerja pada sistem. Gerak osilasi adalah gerak menuju ke titik kesetimbangan. Tetapi saat mencapai posisi setimbang sistem masih memiliki kelebihan energi sehingga melampaui posisi setimbang. Tetapi sistem akan kembali berbalik arah menuju titik setimbang.

Banyak peristiwa osilasi yang dapat kita amati dalam kehidupan sehari-hari. Getaran daun atau cabang pohon yang ditiup angin adalah contoh osilasi (Gambar 4.1). Gerak dawai gitar adalah osilasi. Gerak pegas yang digantungi beban adalah osilasi. Gerak penggaris yang ditempel salah satu ujungnya di meja dan ujung lain disimpangkan lalu dilepas adalah osilasi. Gerak dawai piano (bukan piano elektrik) adalah osilasi. Gerak selaput suara manusia juga osilasi. Salah satu ciri yang jelas terlihat dari peristiwa osilasi adalah meskipun bergerak, namun benda yang berosilasi tidak bepindah tempat. Ketika osilasi berakhir benda kembali ke posisi setimbang.

Apa manfaat osilasi? Kita tidak akan mendengar suara piano atau gitar tanpa osilasi dawai alat musik tersebut. Osilasi dawai menggetarkan udara di sekitar dawai. Getaran udara tersebut merambat di udara hingga sampai ke telinga kita. Tanpa osilasi muatan listrik pada antene handphone kita maka tidak akan dipancarkan gelombang mikro untuk berkomunikasi dengan orang lain. Tanpa piranti yang menghasilkan osilasi (namanya osilator) kita tidak mengenal komputer, handphone, dan peralatan digital lainnya. Tanpa memahami osilasi kita tidak akan berada di era teknologi informasi dan komunikasi seperti saat ini.

Pada dasarnya teknologi komunikasi dan informasi adalah aplikasi peristiwa osilasi dalam teknologi pemrosesan dan pengiriman data. Data dikirim dalam bentuk osilasi, data duterima dalam bentuk osilasi, dan data diproses dalam bentuk osilasi. Oleh karena itu tidak ada alasan bagi kita untuk tidak belajar fenomena osilasi secara seksama.

Gambar 7.1. Contoh osilasi yang dapat kita amati dalam kehidupan sehari-hari: (a) gerak daun yang ditiup angin, (b) gerak dawai gitar, (c) gerak selaput kendang (imgarcade.com, footage.framepool.com,kidsdiscover.com).

7.1 Frekuensi Osilasi

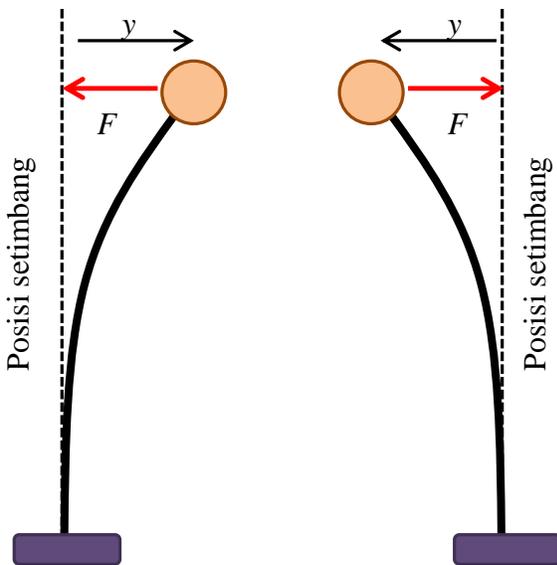
Apa syarat agar benda berosilasi? Perhatikan Gambar 7.2. Seperti sudah dijelaskan di atas bahwa osilasi adalah gerak bolak balik di sekitar posisi setimbang. Agar ini dapat terwujud maka saat benda menyimpang dari posisi setimbang harus ada gaya yang menarik kembali benda ke arah posisi setimbang. Ini berarti pada peristiwa osilasi arah gaya selalu berlawanan dengan arah simpangan. Bentuk paling sederhana persamaan osilasi yang memenuhi kriteria di atas adalah

$$F = -Cy \tag{7.1}$$

dengan

y adalah simpangan benda dari posisi setimbang;

F adalah gaya yang menarik kembali benda ke posisi setimbang;

C adalah sebuah konstanta.

Gambar 7.2. Pada setiap gerak osilasi, arah gaya selalu berlawanan dengan arah simpangan. Gaya tersebut cenederung menarik kembali benda ke posisi setimbang. Pada posisi setimbang gaya netto yang dialami benda nol. Tetapi, ketika balik ke posisi setimbang, benda bergerak melampaui posisi setimbang, sehingga ditarik balik ke arah berlawanan. Begitu seterusnya sehingga osilasi berlangsung.

Tanda negatif pada persamaan (7.1) menjamin bahwa arah gaya selalu berlawanan dengan arah simpangan. Dengan demikian gaya menarik kembali benda ke posisi setimbang. Gaya yang memenuhi persamaan (7.1) dikenal dengan hukum Hooke. Hukum Hooke pertama kali diterapkan pada gaya pegas, namun selanjutnya diaplikasikan pada smeua jenis gaya yang sebanding dengan simpangan tetapi berlawanan arah. Jika osilasi terjadi dalam ruang tiga dimensi maka gaya penyebab osilasi memenuhi persamaan

$$\vec{F} = -k\vec{r} \quad (7.2)$$

dengan

$\vec{r}$ adalah vektor simpangan benda relatif terhadap posisis setimbang.

Misalkan benda yang berosilasi memiliki massa *m*. Berdasarkan hukum II Newton, $F = ma$ maka percepatan benda yang berosilasi memenuhi $ma = -Cy$ atau

$$a = -\frac{C}{m}y \quad (7.3)$$

Dalam ruang tiga dimensi, percepatan tersebut memenuhi persamaan $\vec{a} = -(C/m)\vec{r}$. Menarik untuk melihat bahwa percepatan benda yang berosilasi berbanding lurus dengan simpangannya. Tidak semua gerakan memenuhi kriteria ini. Gerakan yang memenuhi kriteria tersebut memiliki sifat yang khas. Fungsi simpangan tidak boleh sembarang, tetapi harus memiliki bentuk tertentu. Dan memang hanya fungsi sinusoidal yang menghasilkan kesebandingan antara percepatan dan simpangan dengan arah berlawanan. Fungsi sinusoidal dapat berupa fungsi sinus atau cosinus.

Jika waktu bagi benda melakukan satu osilasi penuh adalah *T* (dalam satuan detik) yang dikenal dengan periode osilasi, maka jumlah osilasi per detik memenuhi

$$f = \frac{1}{T} \quad (7.4)$$

Jumlah osilasi per satuan waktu disebut frekuensi. Satuan frekeunsi adalah osilasi per detik (1/s) dan diberi nama hertz (Hz). Untuk frekuensi yang besar, satuan frekuensi sering disingkat menggunakan singkatan baku, seperti kHz (kilo hertz = 1.000 Hz), MHz (mega hertz = 1.000.000 Hz), dan GHz (giga hertz = 1.000.000.000 Hz).

Contoh 7.1

Sebuah stasiun radio FM bekerja pada frekuensi 100 HMz. Berapakah periode osilasi muatan listrik di antene yang memancarkan gelombang radio tersebut?

Jawab

Frekuensi gelombang radio f = 100 MHz = 100.000.000 Hz. Periode osilasi muatan listrik sama dengan periode osilasi gelombang yang dipancarkan, yaitu T = 1/f = 1/100.000.000 = 10^{-8} s.

Contoh 7.2

Ayunan di sebuah taman bermain mengayun 5 kali dalam waktu 10 detik. Berapa frekuensi osilasi ayunan tersebut?

Jawab

Periode osilasi ayunan, T = waktu total ayunan/jumlah ayunan = 10/5 = 2 s. Frekuensi osilasi ayunan, f = 1/T =1/2 = 0,5 Hz.

Pertanyaan selanjutnya adalah, bagaimanakah hubungan antara frekuensi osilasi dengan sifat-sifat benda yang berosilasi? Karena kita menduga bahwa simpangan benda yang berosilasi memenuhi fungsi sinusoidal maka kita dapat memasukkan fungsi coba-coba berikut ini untuk menyatakan simpangan benda yaitu

$$y = A\cos(\omega t + \varphi_0) \tag{7.5}$$

dengan A dan φ_0 adalah konstanta. Konstanta A dikenal dengan amplitudo, yaitu simpangan maksimum benda yang berosilasi, ω dikenal dengan frekuensi sudut osilasi, dan φ_0 dikenal dengan fase awal. Fakse di sini adalah faktor yang beraad dalam tanda cosinus atau sinus, yaitu $\omega t + \varphi_0$. Fase awal adalah fase saat t = 0 yaitu φ_0. Satuan fase adalah radian.

Dari asumsi simpangan pada persamaan (7.5) maka kita dapatkan kecepatan osilasi benda adalah

$$v = \frac{dy}{dt}$$

$$= -\omega A\sin(\omega t + \varphi_0) \tag{7.6}$$

dan percepatan osilasi adalah

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$= -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi_0) \qquad (7.7)$$

Kita substitusi persamaan (7.5) dan (7.7) ke dalam persamaan (7.3) diperoleh

$$-\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi_0) = -\sqrt{\frac{C}{m}} A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Dengan demikian diperoleh frekuensi sudut osilasi memenuhi persamaan

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{m}} \qquad (7.7)$$

Menginat $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ maka frekuensi osilasi memenuhi persamaan

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{m}} \qquad (7.8)$$

Jadi, frekuensi osilasi$f$ ditentukan oleh konstanta C dan massa benda yang berosilasi. Nilai f di atas disebut juga *frekuensi alamiah* benda yang berosilasi.

Secara umum, jika diperoleh hubungan $a = -\alpha y$ dengan α adalah konstanta maka frekuensi osilasi memenuhi

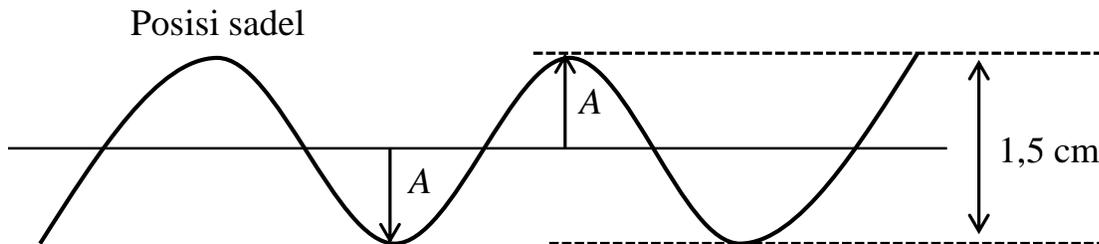
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\alpha} \qquad (7.9)$$

Contoh 7.3

Ketika melewati jalan berlubang, *shockbreaker* sepeda motor bergetar 8 kali dalam 10 detik. Misalkan jarak antara posisi terendah dan tertinggi sadel sepeda motor adalah 1,5 cm tentukan

a) Periode osilasi pegas *shockbreaker.*
b) Frekuensi osilasi pegas *shockbreaker.*
c) Amplitudo simpangan pegas *shockbreaker.*

Jawab

a) Periode osilasi pegas shockbreaker, T = 10/8 = 1,25 s
b) Frekuensi osilasi pegas shockbreaker, f = 1/T = 1/1,25 = 0,8 Hz
c) Amplitudo seimpangan. Untuk menentukan aplitudo simpangan, perhatikan Gambar 7.3. Tampak pada gambar di atas bahwa jarak antara posisi terendah dan tertinggi sadel sama dengan dua kali amplitudo simpangan. Jadi, amplitudo simpangan adalah A = 1,5/2 = 0,75 cm = 0,0075 m.

Gambar 7.3 Simpangan motor sebagai fungsi waktu

7.2. Bandul Matematis Sederhana

Salah satu bentuk gerak osilasi yang lain adalah gerak bandul matematis sederhana. Badul tersebut diilustrasikan pada Gambar 7.4. Bandul tersebut terdiri dari seutas tali yang dianggap tidak memiliki massa dan sebuah beban diikat di ujung bawah tali. Ujung atas tali dikaitkan pada posisi tetap (seperti paku). Beban bergantung bebas dan bergerak bolak-balik akibat pengaruh gaya gravitasi bumi.

Sifat bandul matematis sederhana adalah simpangan tidak boleh terlalu besar. Kalau simpangan sangat besar maka gaya yang bekerja pada benda tidak lagi berbanding lurus dengan simpangan. Gaya berbanding lurus simpangan hanya untuk simpangan kecil.

Pada Gambar 7.4 gaya penarik benda ke posisi setimbang (gaya yang menyinggung lintasan benda) adalah

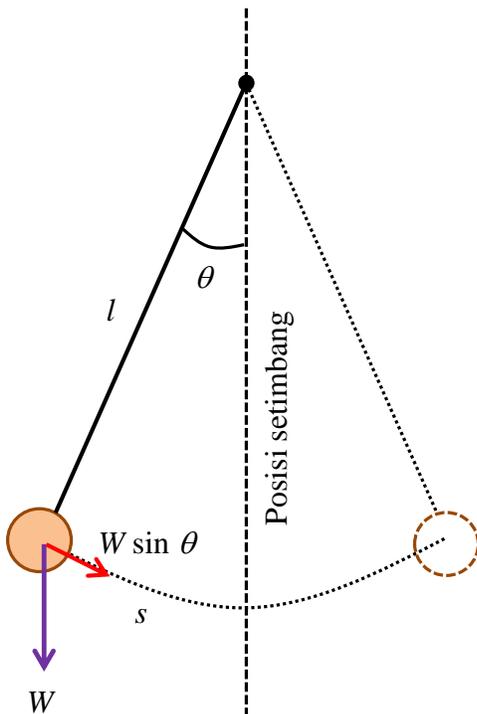
$$F = -W \sin\theta \tag{7.10}$$

Untuk simpangan yang kecil maka kita dapat mengambil pendekatan

$$\sin\theta \approx \theta \tag{7.11}$$

(sudut θ harus dinyatakan dalam satuan radian). Dengan demikian, untuk simpangan kecil maka gaya penarik benda ke posisi setimbang didekati dengan

$$F \approx -W\theta = -mg\theta \tag{7.12}$$

Tanda negatif menyatakan arah gaya dan simpangan berlawanan.

Gambar 7.4. Skema bandul matematis sederhana. Beban digantung pada tali yang dianggap tidak memiliki massa. Posisi setimbang adalah posisi vertikal. Beban disimpangkan sedikit dari posisi setimbang lalu dilepas maka benda melakukan osilasi.

Besar simpangan benda adalah $s = l\theta$ di mana l adalah panjang tali bandul dan sudut θ dinyatakan dalam radian. Dengan demikian, gaya penarik benda ke arah posisi setimbang menjadi

$$F = -mg(s/l)$$

$$= -(mg/l)s$$

Dengan menggunakan hukum II Newton $F = ma$ maka

$$-(mg/l)s = ma$$

sehingga kita dapatkan percepatan benda memenuhi

$$a = -\left(\frac{g}{l}\right)s \tag{7.13}$$

Dengan mengacu ke persamaan (7.9) kita dapatakan frekuensi osilasi bandul matematis sederhana adalah

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \tag{7.15}$$

Tampak dari persamaan (7.14) bahwa frekuensi osilasi hanya bergantung pada panjang tali bandul dan percepatan gravitasi bumi di lokasi tersebut. Makin panjang bandul maka frekuensi osilasi makin kecil.

Contoh 7.4

Salah satu cara sederhana membuktikan bahwa bumi berotasi adalah percobaan bandul Foucault. Percobaan tersebut dipelopori oleh Leon Foucault tahun 1851 di Paris, Prancis. Foucault menggunakan bandul yang terdiri dari beban timbal yang dilapisi kuningan dengan massa 28 kg dan digantung di atas kawat sepanjang 67 meter seperti diilustrasikan pada Gambar 7.5. Karena massa beban yang cukup berat maka gesekan udara dapat diamaikan dan bandul seolah-olah berayun tanpa gangguan. Diamati bahwa selama satu jam berayun, arah ayunan bandul menyimpang 11^{o}. Arah ayunan bandul kembali ke arah semula setelah 32,7jam. Hasil ini membuktikan adanya rotasi bumi.

Perubahan arah ayunan bandul semata-mata disebabkan oleh rotasi bumi. Berdasarkan informasi di atas, berapakan periode ayunan bandul Foucault?

Jawab

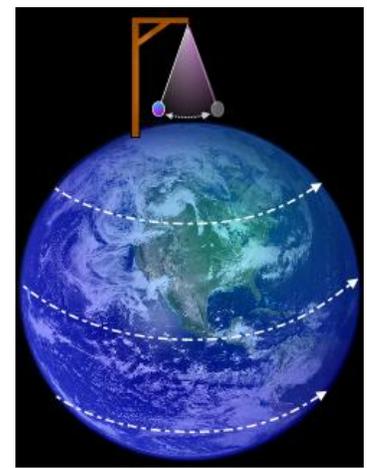
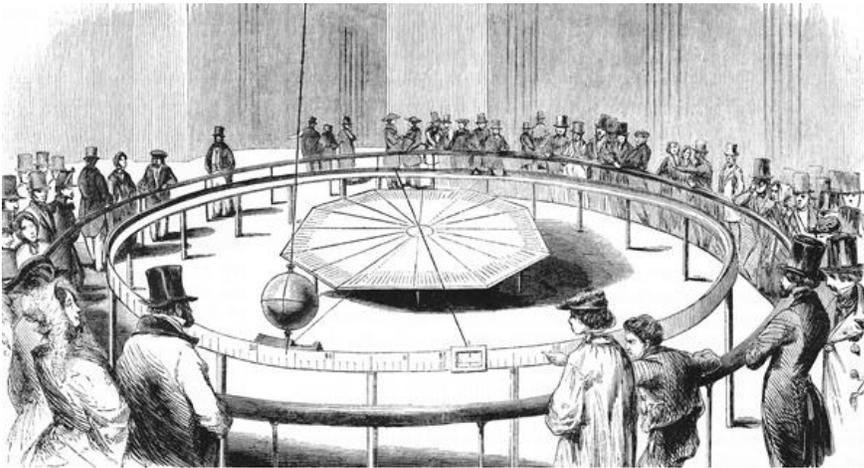
Frekuensi ayunan dihitung dengan persamaan (4.8), f = $(1/2\pi)$ $(g/l)^{1/2}$ = $(1/2\times3,14)(10/67)^{1/2}$ = 0,061 Hz. Periode ayunan, T = $1/f$ = 1/0,061 = 16,4 detik.

7.3. Osilasi Pegas

Perhatikan pegas yang digantungi beban seperti pada Gambar 7.6. Massa beban adalah m dan pegas dianggap tidak memiliki massa. Ketika beban ditarik sejauh y yang tidak terlalu besar maka pegas menarik benda tersebut dengan gaya $F = -ky$. Inilah ungkapan hukum Hooke yang awal dan k dikenal dengan konstanta pegas. Berdasarkan hukum II Newton kita dapatkan

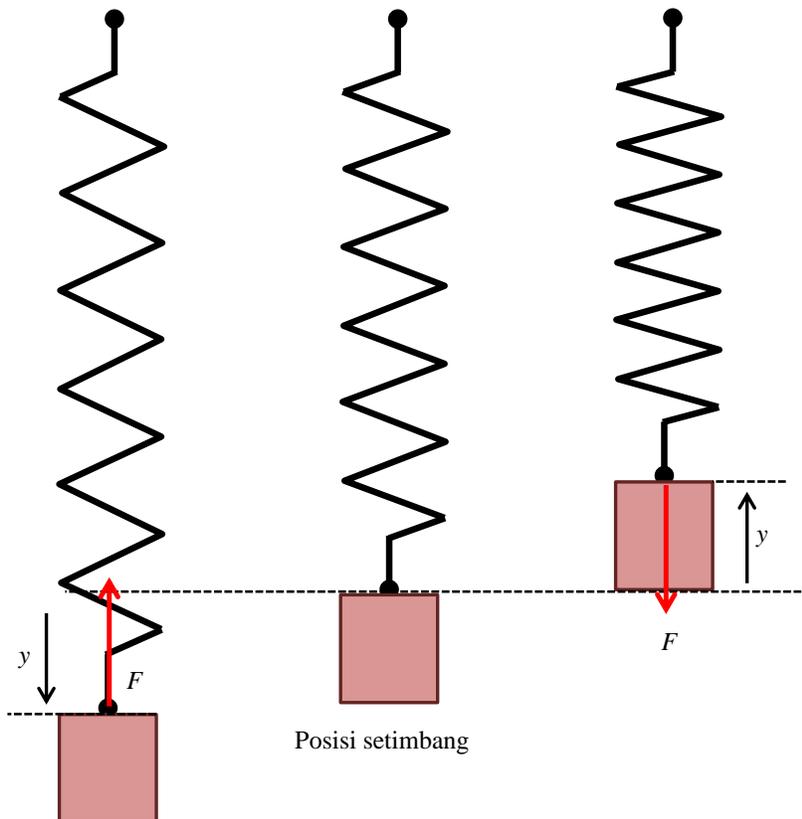
$$-ky = ma$$

atau

$$a = -\frac{k}{m}y \qquad (7.16)$$

Gambar 7.5. Eksperimen bandul Foucault yang merupakan cara sederhana untuk membuktikan bahwa bumi berotasi. Saat berayun, bidang yang dibentuk osilasi bandul tidak berubah meskipun bumi berotasi. Setelah beberapa jam ketika bumi sudah berotasi dengan sudut yang cukup besar maka arah ayunan bandul menjadi berubah. Karena arah ayunan bandul tidak dipengaruhi oleh rotasi bumi, maka perubahan arah ayunan bandul membuktikan bahwa bumi sedang berotasi. Percobaan bandul Foucault mudah diamati di lokasi dekat kutup bumi, dan paling jelas diamati di kutub bumi (66south.com, zh.wikipedia.org).

Dengan mengacu ke persamaan (7.9) kita dapatkan frekuensi osilasi bandul matematis sederhana adalah

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7.17)$$

Tampak dari persamaan (7.17) bahwa periode osilasi pegas bergantung pada konstanta pegas dan massa beban yang digantung pada pegas. Konstanta pegas yang besar menunjukkan bahwa pegas sulit ditekan atau diregangkan. Pegas jenis ini menghasilkan frekuensi osilasi yang besar. Sebaliknya, semakin besar massa beban yang digantung pada pegas maka osilasi pegas makin kecil. Penyebabnya adalah makin besar massa maka makin sulit diubah-ubah gerakannya (makin sulit diosilasikan).

Gambar 7.6. Pegas yang digantungi beban. Posisi setimbang adalah posisi ketika benda diam. Benda disimpangkan sedikit dari titik setimbang sehingga berosilasi di sekitar titik setimbang.

Contoh 7.5

Pegas dari sebuah neraca memiliki panjang 20 cm. Ketika digunakan untuk menimbang sayuran 100 g, pegas mengalami pertambahan panjang 2 cm. Jika gantungan sayran tersebut sedikit ditarik sehingga berosilasi, berapakah frekuensi osilasi yang terjadi?

Jawab

Pertama kita hitung dulu konstanta pegas. Besar gaya yang dialami pegas akibat menahan sayuran sama dengan berat sayuran atau $F = W_{sayuran} = m_{sayuran}g = 0{,}1 \times 10 = 1$ N. Gaya gravitasi ini setimbang dengan gaya pegas (saat pegas menyimpang sejauh x = 2 cm = 0,02 m). Dengan demikian, $k\,x = F$ atau $k \times 0{,}02 = 1$. Dengan demikian, konstanta pegas adalah k = 1/0,02 = 50 N/m.

Frekuensi osilasi yang terjadi jika gantungan sayur sedikit disimpangkan adalah $f = (1/2\pi)\sqrt{k/m}$ = $[1/(2\times 3{,}14)]\sqrt{50/0{,}1}$ = 3,56 Hz.

7.4 Energi Osilasi

Benda yang sedang berosilasi memiliki dua besaran yang selalu berubah-ubah, yaitu laju dan posisi. Dengan adanya laju maka benda memiliki energi kinetik $EK = (1/2)\ mv^2$. Dengan adanya posisi benda memiliki energi potensial. Dengan demikian, energi total benda yang sedang berosilasi di bawah pengaruh gaya konservatif adalah EM = $(1/2)mv^2$ + EP. Bentuk EP bergantung pada jenis gaya yang bekerja: apakah gaya gravitasi atau gaya pegas atau gaya lainnya.

Ciri benda yang berosilasi adalah

1) Pada saat benda memiliki laju maksimum, vm, maka energi potensial nol, $EP = 0$. Dengan demikian $EM = (1/2)mv_m^2 + 0$, atau $EM = (1/2)mv_m^2$. Dengan demikian, persamaan energi benda yang sedang beosilasi pada sembarang laju dan posisi adalah

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}mv^2 + EP \tag{7.18}$$

2) Pada posisi maksimum, laju benda nol dan energi potensial memenuhi $(1/2)mv_m^2 = 0 + EP_m$, atau $EP_m = (1/2)mv_m^2$.

Bandul Sederhana

Bandul sederhana berosilasi di bawah pengaruh gaya gravitasi. Dengan demikian, energi potensial bandul memenuhi $EP = mgy$ dengan m adalah massa beban, g adalah percepatan gravitasi, dan y adalah ketinggian beban

dari posisi terendah. Dengan memasukkan persamaan ini ke dalam persamaan (7.18) diperoleh (1/2) mv_m^2 = (1/2) $mv^2 + mgy$, atau

$$v_m^2 = v^2 + 2gy \tag{7.19}$$

Saat di ketinggian maksimum, $v = 0$ dan $y = y_m$. Dengan demikian $v_m^2 = v^2 + 2gy_m$.

Pegas

Energi potensial pegas adalah $EP = (1/2)ky^2$. Dengan demikian, persamaan energi mekanik benda yang berosilasi di bawah pengaruh gaya pegas adalah (1/2) mv_m^2 = (1/2) mv^2 + (1/2) ky^2, atau $v_m^2 = v^2 + (k/m)y^2$. Dengan menggunakan persamaan (7.18) kita dapat menulis

$$v_m^2 = v^2 + 4\pi^2 f^2 y^2 \tag{7.20}$$

Benda memiliki simpangan maksimum $y = A$ saat laju benda nol. Dengan demikian, $v_m^2 = 0 + 4\pi f^2 A^2$, atau $v_m = 2\pi f A$.

Contoh 7.6

Teman kamu duduk di ayunan yang cukup panjang. Kamu simpangkan posisi temanmu sehingga naik setinggi 20 cm diukur dari posisi terendah. Ketika dilepas, temanmu berayun 3 kali dalam satu detik. Massa tubuh temanmu adalah 55 kg.

a) Berapa energi osilasi total temanmu?
b) Berapa laju maksimum temanmu?
c) Berapa ketinggian temanmu saat lajunya sama dengan setengah laju maksimum?

Jawab

a) Energi mekanik temanmu EM = (1/2) $mv^2 + mgy$. Energi mekanik sama dengan energi potensial maksimum. Ketinggian maksimum temanmu, y_m = 20 cm = 0,2 m. Dengan demikian, $EM = mgy_m = 55 \times 10 \times 0,2 = 110$ J. Jadi, energi osilasi total temanmu adalah EM = 110 J.
b) Energi kinetik maksimum sama dengan energi total. Jadi, (1/2) mv_m^2 = 110 J, atau (1/2) × 55 ×v_m^2 = 110, atau $v_m^2 = 4$, atau v_m = 2 m/s.
c) Kembali ke persamaan umum 110 = (1/2) $mv^2 + mgy$. Saat laju menjadi setengah laju maksimum maka $v = v_m/2 = 2/2 = 1$ m/s. Ketinggian

benda memenuhi 110 = (1/2) × 55 × 1^2 + 55 × 10 ×y atau 2 = 1/2 + 10y. Dengan demikian y = 3/20 = 0,15 m.

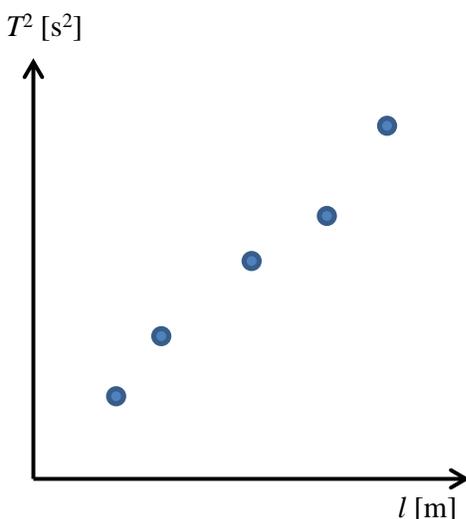
7.5. Mengukur Percepatan Gravitasi Bumi

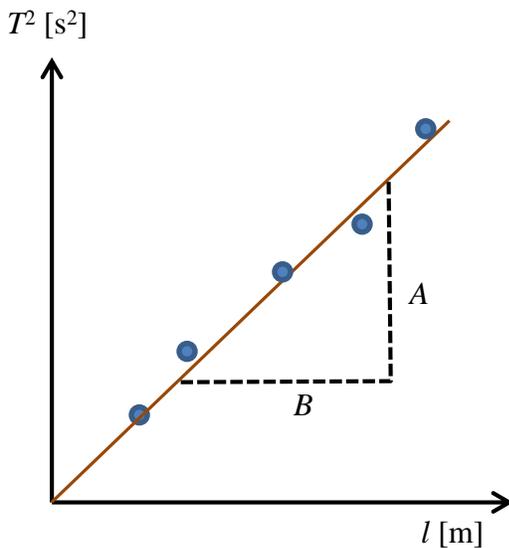
Dengan bandul sederhana kita dapat mengukur percepatan gravitasi bumi di tempat kita berada. Dengan perlatan yang mudah dan murah tersebut kalian dapat menalukan percobaan fisika yang menarik. Alat yang dibutuhkan cuma tali, beban apa saja (bisa batu), meteran dan *stopwatch*. Untuk *stopwatch* kalian dapat menggunakan hp, karena hp yang paling sederhana pun sudah memiliki *stopwatch*.

Kita mulai dari persamaan untuk frekuensi osilasi bandul $f = (1/2\pi)\sqrt{g/l}$ atau $f^2 = (1/4\pi^2)g/l$. Karena $T = 1/f$ maka kita dapat menulis $1/T^2 = (1/4\pi^2)g/l$ atau

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}l \qquad (7.21)$$

Langkah percobaan yang harus kalian lakukan sebagai berikut. Catat waktu yang diperlukan bandul untuk melakukan 20 kali ayunan penuh. Berdasarkan waktu tersebut kalian hitung periode ayunan bandul (lama waktu/20). Ubah panjang bandul dan lakukan langkah serupa (menghitung periode). Lakukan untuk 5 buah panjang yang berbeda. Jadi kalian memiliki lima pasang data, yaitu panjang bandul dan periode.

Buat kurva kuadrat periode ayunan bandul (sumbu tegak) sebagai fungsi panjang bandul (sumbu horisontal). Kalian dapatkan lima titik pada kurva tersebut seperti pada Gambar 7.7.

Gambar 7.7. Kurva kuadrat periodik terhadap panjang bandul.

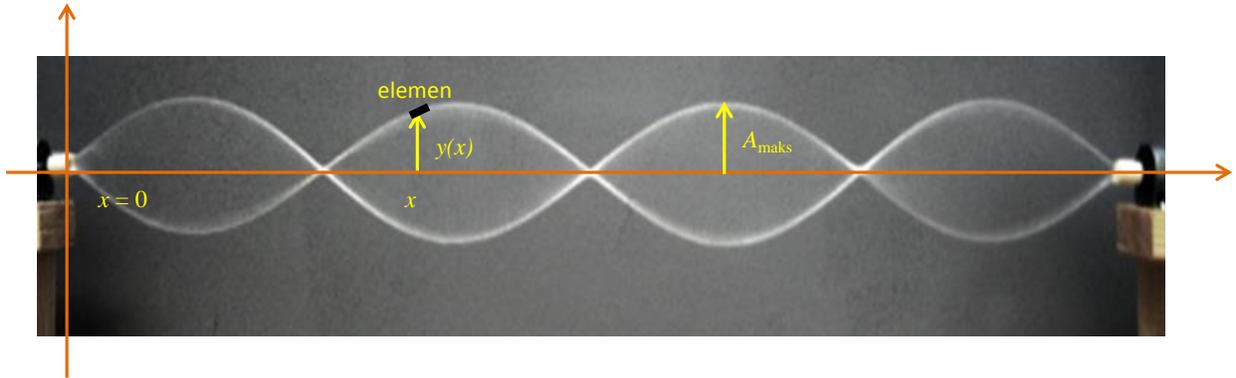
Selanjutnya tarik garus lurus yang melewati titik-titik tersebut sedekat mungkin (Gambar 7.8). Jelas tidak mungkin garis lurus tersebut melewati semua titik yang kalian dapat karena setiap percobaan pasti mengandung kesalahan.Kemudian cari kemiringan garis yang kalian buat dengan mengukur A dan B pada Gambar 7.8. Kemiringan garis tersebut adalah A/B. Kemiringan tersebut sama dengan $4\pi^2/g$. Dengan demikian nilai percepatan gravitasi bumi dapat kalian tentukan. Nilai yang lebih teliti akan kalkian dapatkan juga menggunakan variasi panjang bandul lebih banyak.

Gambar 7.8. Titik pengamatan dihubungkan dengan garis lurus. Pilih garis lurus yang paling mendekati semua titik pengamatan. Selanutknya cari kemiringan garis yang dibuat, yaitu *A*/*B*

7.6. Osilasi Dawai

Kalau kita potret dawai yang sedang dipetik akan tampak seperti Gambar 7.9. Tampak terbentuknya sejumlah perut dan simpul. Karena dua ujung dawai diikat pada titik tetap maka ujung dawai selalu memiliki simpangan nol.

Mengapa polanya demikian? Sebenarnya dawai gitar dapat dianggap sebagai sejumlah elemen yang berosilasi. Bayangkan dawai gitar dipotong-potong atas sejumlah elemen yang sangat pendek. Jumlah elemen menuju tak berhingga karena panjang tiap elemen mendekati nol. Tiap elemen bersosilasi dengan frekuensi yang sama tetapi dengan amplitudo yang berbeda. Jadi, amplitudo osilasi elemen-elemen dawai merupakan fungsi posisi.

7.7. Resonansi

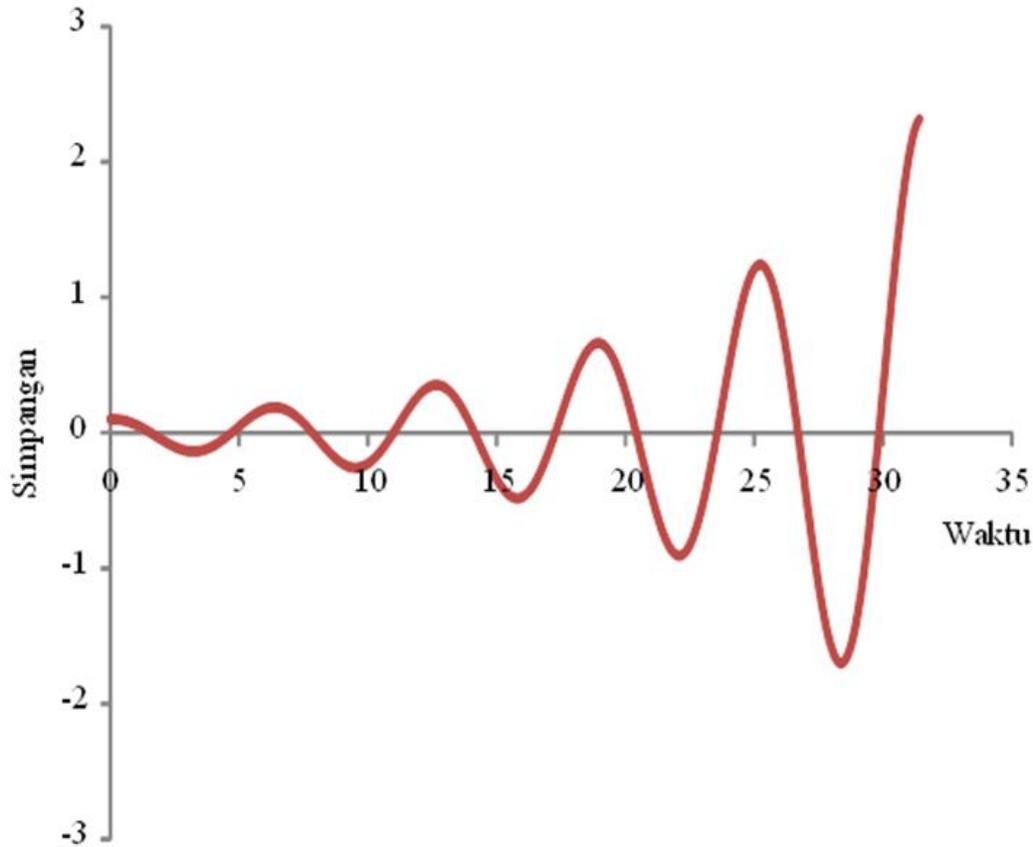
Ketika disimpangkan dari posisi setimbang maka benda berosilasi pada frekuensi tertentu. Frekuensi ini disebut *frekuensi alamiah* benda. Untuk bandul matematis sederhana, frekuensi alamiahnya adalah $f = (1/2\pi)\ (g/l)^{1/2}$. Untuk pegas yang digantungi beban, frekuensi alamiahnya adalah $f = (1/2\pi)\ (k/m)^{1/2}$. Apa istimewanya frekuensi alamiah?

Gambar 7.9. Pola simpangan dawai yang digetarkan. Terbentuk sejumlah perut dan simpul. Karena dua ujung dawai diikat pada titik tetap maka ujung dawai selalu memiliki simpangan nol.

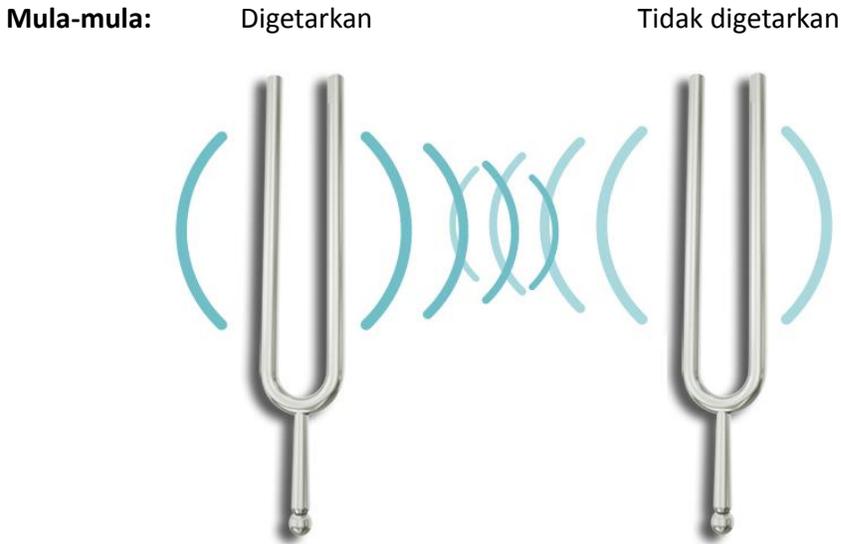
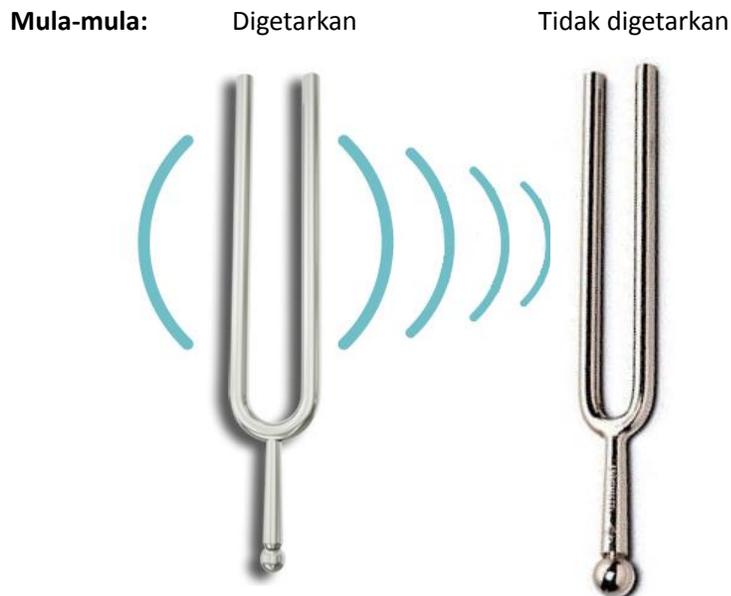
Yang istimewa dari frekuensi alamiah adalah jika pada benda diberi gangguan secara periodik (terus menerus) dengan frekuensi pemberian gangguan sama dengan frekuensi alamiah, maka benda akan berosilasi dengan amplitudo yang makin lama makin besar. Simpangan akan sangat besar jika gangguan berlangsung cukup lama, meskipun kekuatan tiap gangguan cukup kecil. Perubahan simpangan benda terhadap waktu diilustrasikan pada Gambar 7.10.

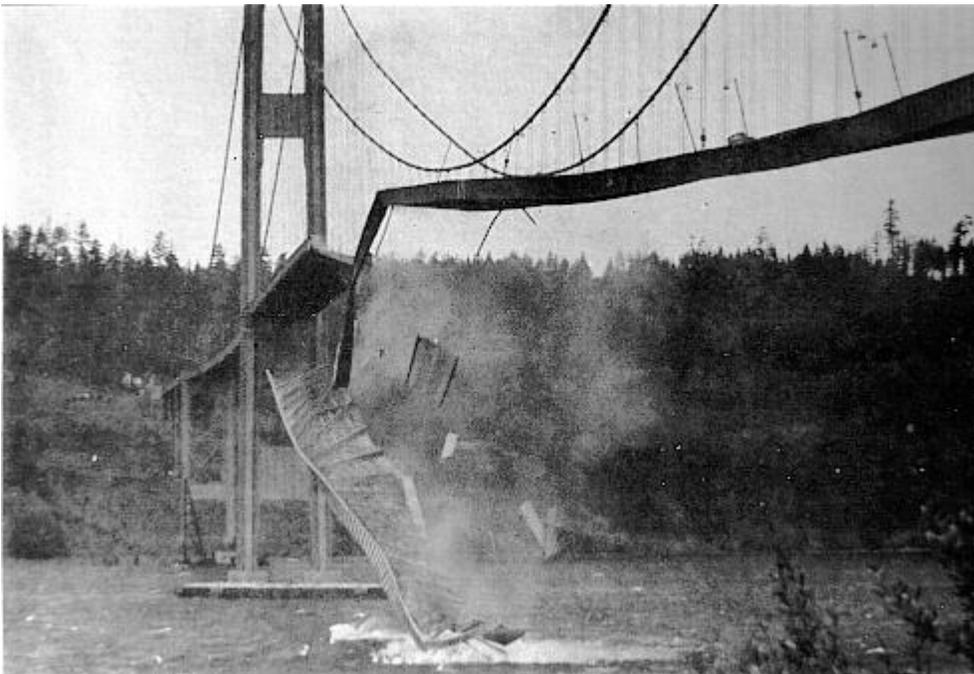
Sebagai contoh adalah bandul matematis sederhana yang sedang diam. Kemudian kalian tiup beban dengan tiupan kecil berulang-ulang. Atur agar frekuensi tiupan yang kalian berikan persis sama dengan frekuensi alamiah bandul. Kalian akan amati bahwa simpangan bandul sedikit demi sedikit membesar. Pada kasus ini frekuensi pengganggu persis sama dengan frekuensi alamiah benda yang diganggu. Sebagai akibatnya, amplitudo benda yang berosilasi makin besar jika pengganggu berlangsung terus menerus. Inilah peristiwa resonansi.

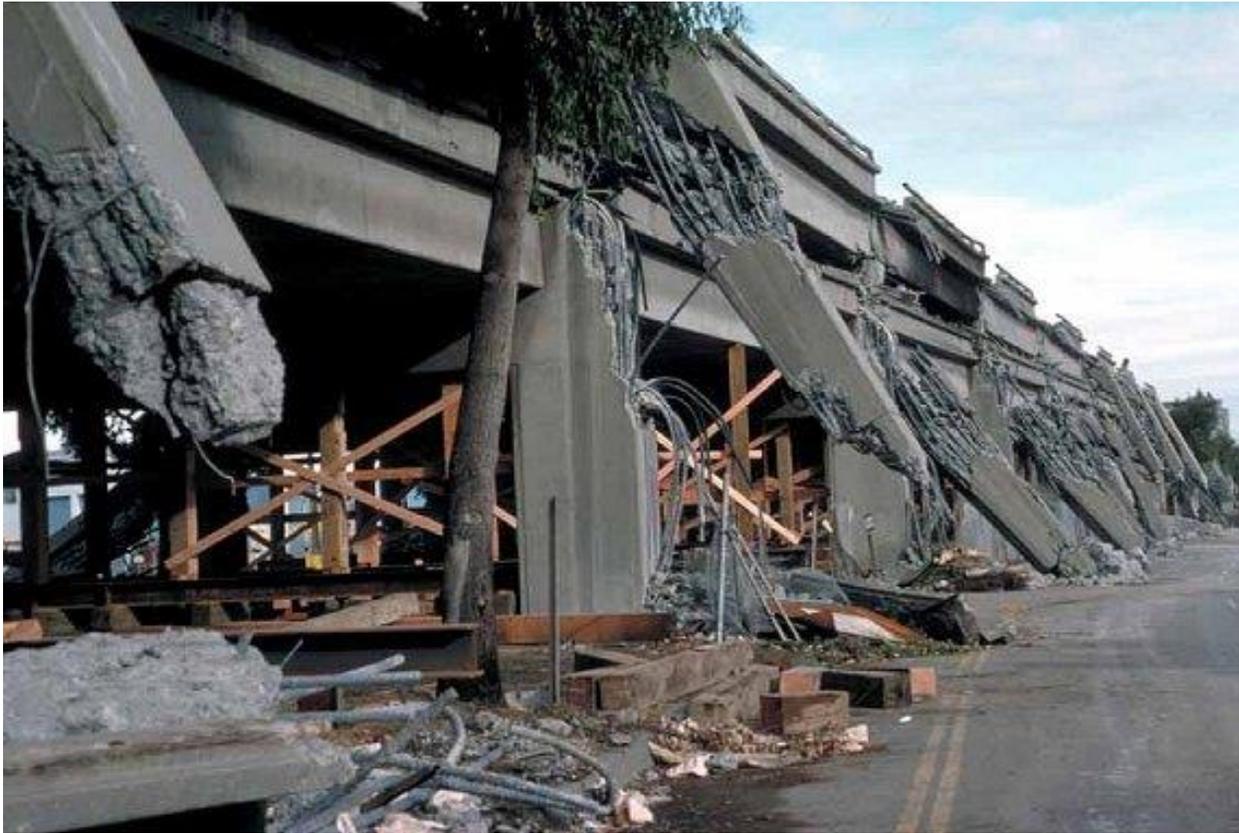
Contoh lain adalah garpu tala sejenis yang ditempatkan berdekatan, seperti ditunjukkan pada Gambar 7.11. Garpu tala kiri digetarkan, namun garpu tala kanan tidak digetarkan. Jika ditunggu maka garpu tala kanan mulai bergetar, mula-mula dengan simpangan kecil, lalu simpangan makin membersar. Mengapa demikian?

Garpu tala sejenis memiliki frekuensi alamiah yang sama. Ketika garpu tala kiri digetarkan maka udara di sekitar garpu tala kiri ikut bergetar pada frekuensi yang sama. Udara yang bergetar makin jauh hingga udara yang

bersentuhan dengan garpu tala kanan. Karena frekuensi getaran udara sama dengan frekuensi alamiah garpu tala, maka garpu tala kanan mulai mendapatkan gangguan yang persis sama dengan frekuensi alamiahnya. Walaupun gangguan oleh udara kecil, namun karena berlangsung pada frekuensi alamiah dan terus menerus maka amplitudo garpu talan kanan makin lama makin besar. Jika garpu tala kiri digetarkan dalam waktu yang cukup lama maka garpu tala kanan dapat berosilasi hingga simpangan terbesar. Inilah peristiwa resonansi.

Gambar 7.10 Perubahan simpangan benda yang diberi gangguan dengan frekuensi sama dengan frekuensi alamiahnya.

Kondisi berbeda jika dua garpu tala tidak identik, atau frekuensi alamiah tidak sama (Gambar 7.12). Berapa lama pun garpu tala kiri bergetar, garpu tala kanan tetap tidak bergetar karena resonansi tidak akan terjadi.

Gambar 7.11. Dua garpu tala identik dan memiliki frekuensi alamiah yang sama. Garpu tala kiri saja yang digetarkan sedangkan garpu tala kanan tidak diganggu. Namun, beberapa saat kemudian garpu tala kanan akan ikut bergetar dengan frekuensi yang sama. Inilah peristiwa resonansi.

Gambar 7.12. Dua garpu tala tidak identik sehingga memiliki frekuensi alamiah yang tidak sama. Garpu tala kiri saja yang digetarkan sedangkan garpu tala kanan tidak diganggu. Berapa lama pun garpu tala kiri digetarkan, garpu tala kanan tetap tidak bergetar akibat tidak terjadi peristiwa resonansi.

Resonansi dapat memiliki efek yang luar biasa pada banguan. *Tacoma Narrow Bridge* (jembatan Tacoma) yang merupakan jembatan gantung di Washington, USA ambruk tanggal 7 November 1940 (Gambar 7.13). Padahal jembatan tersebut baru saja dibuka tanggal 1 Juli 1940. Jembatan gantung sepanjang 1,8 km tersebut ambruk oleh tiupan angin dengan kecepatan 64 km/jam. Banyak yang menyebutkan bahwa ambruknya jembatan tersebut disebabkan peristiwa resonansi. Angin yang bertiup membawa getaran pada frekuensi yang sama dengan frekuensi alamiah jembatan sehingga jembatan mengalami osilasi dengan amplitudo makin besar. Osilasi dengan amplitudo tak terkontrol menyebabkan kegagalan struktur jembatan sehingga jembatan ambruk.

Gambar 7.13. Jembatan *Tacoma Narrow Bridge* diduga ambruk karena peristiwa resonansi. Angin yang bertiup pelan membawa osilasi yang sama persis dengan frekuensi alamiah jembnatan. Akibatnya terjadi resonansi. Osilasi jembatan makin lama makin besar sehingga terjadi kegagalan struktur dan ambruk (faculty.plattsburgh.edu)

Ambruknya jalan bebas hambatan Nimitz di Oakland, California tahun 1989 juga contoh peristiwa resonansi. Dimulai dari gempa bumi yang memiliki getaran pada berbagai frekuensi rendah. Frekuensi getaranyang dibawa gempa biasanya tersebar antara 1 Hz sampai 10 Hz. Bagian jembatan Nimitz ada yang dibangun di atas tanah berlumpur yang memiliki frekuensi alamiah sekitar 2,5 Hz. Ketika terjadi gempa, maka frekuensi 2,5 Hz yang terkandung dalam gempa menggetarkan tanah berlumpur tempat jembatan dibangun. Terjadi resonansi sehingga lapisan tanah bergetar sangat kencang yang berakibat jembatan yang dibagun di atasnya ambruk (Gambar 7.14).

Gambar 7.14. Jalan bebas hambatan Nimitz di Oakland, California yang ambruk tahun 1989 akibat peristiwa resonansi saat terjadi gempa bumi. Gempa bumi membawa frekuensi yang sama dengan frekuensi alamiah lapisan tanah tempat jembatan dibangun (vias.org)

Saat ini para insinyur harus memperhitungkan kondisi lingkungan ketika membuat bangunan atau jembatan. Pada lokasi tersebut, berapa saja frekuensi yang dibawa oleh angin dan kalau terjadi gempa, berapa frekuensi yang dibawa getaran gempa. Tanah yang ada juga harus diketahui frekuensi alamiahnya sehingga tidak bergoncang keras saat terjadi gempa yang menyebabkan bangunan di atasnya ambruk. Berdasarkan data tersebut maka bangunan atau jembatan dirancang agar memiliki frekuensi alamiah yang jauh dari frekuensi angin atau gempa yang terjadi atau mungkin terjadi di tempat tersebut. Dengan demikian saat terjadi tiupan angin atau saat muncul gempa tidak terjadi resonansi. Sehingga jembatan atau bangunan tidak ambruk.

Mengapa resonansi terjadi? Gangguan yang diberikan pada benda yang berosilasi dapat dipandang sebagai penyerahan energi pada benda berosilasi tersebut. Jika energi diberikan pada saat yang tepat maka energi tersebut akan terus-menerus diserap oleh benda yang sedang berosilasi sehingga energi benda yang berosilasi makin besar. Energi akan terus menerus diserap benda

apabila frekuensi pemberian gangguan persis sama dengan frekuensi alamiah osilasi benda.

Berikut ini adalah hasil perhitungan frekuensi alamiah sejumlah bangunan di Amerika Serikat. Pine Flat Dam di Sacramento yang memiliki ketinggian 400 kaki (Gambar 7.15) memiliki frekuensi alamiah 3,47 Hz pada kedalaman 310 kaki dan 3,27 Hz pada kedalaman 345 kaki. Golden Gate Bridge memiliki frekuensi alamiah 0,055 Hz untuk getaran arah transversal, 0,092 Hz untuk getaran vertikal, 0,26 Hz untuk getaran agah longitudinal, dan 0,23 Hz untuk getaran torsional.

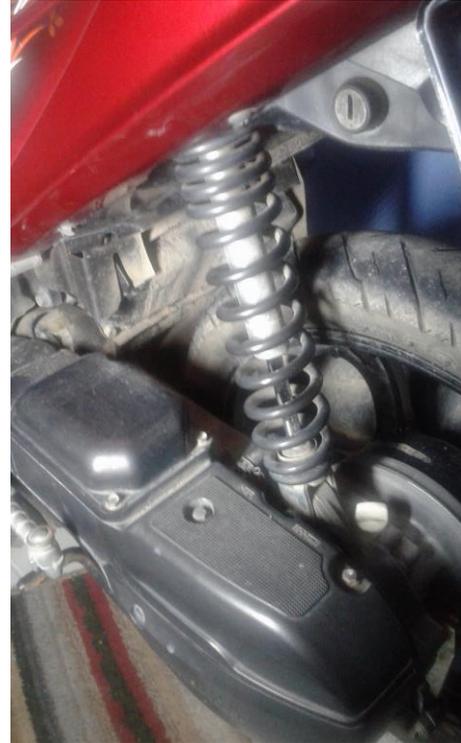
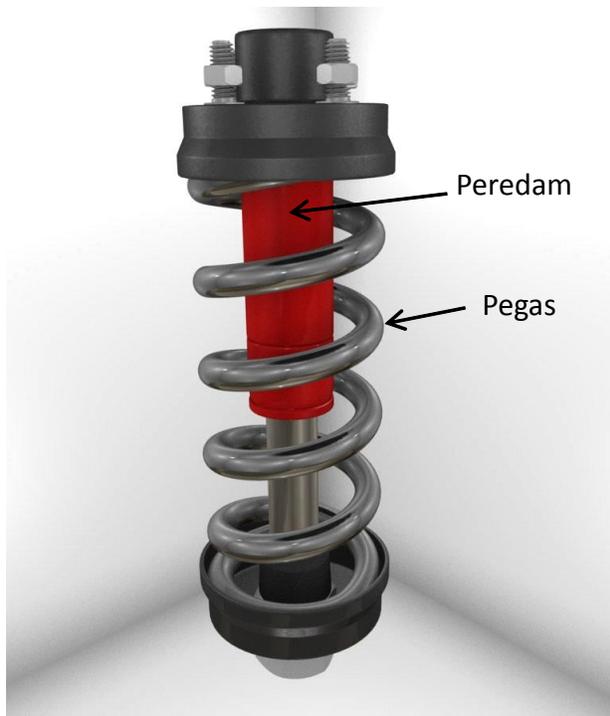
Gambar 7.15 Pine Flat Dam di Sacramento, Californai, Amerika Serikat memiliki frekuensi alamiah 3,47 Hz pada kedalaman 310 kaki dan 3,27 Hz pada kedalaman 345 kaki (gambar: www.spk.usace.army.mil)

7.8. Osilasi Teredam

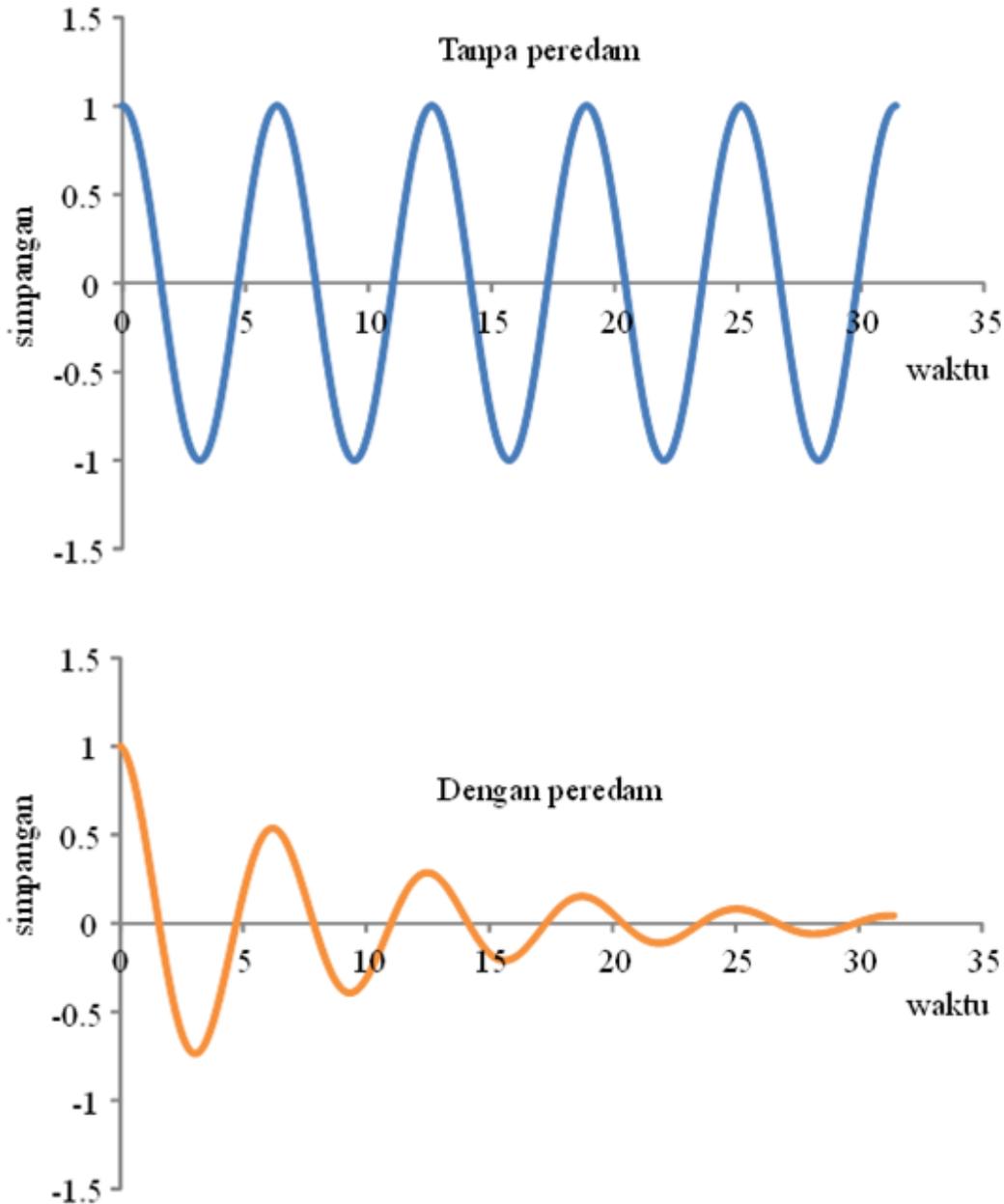
Pernah melihat *shockbreaker* motor? Bentuknya seperti pegas yang sangat kuat (gambar 7.17). Mobil pun sekarang dilengkapi dengan shockbreaker, khususnya mobil ukuran kecil. Kalau mobil jaman dulu tidak menggunakan shockbreaker tetapi sejumlah lempengan baja tempat melekatkan as mobil. Mobil besar seperti bus dan truk hingga saat ini masing menggunakan lempengan baja tersebut.

Sakitnya jatuh dan desain shockbreaker. Misalkan kamu jatuh dari ketinggian 1 meter dan lutut mengenai tanah. Jika diasumsikan bahwa lama lulut menyentuh tanah 0,1 detik maka gaya yang dialami lutut 2.214 N. Sakit yang dirasakan lutut sama dengan sakit yang dirasakan saat menahan batu bermassa 221 kg (lebih dari 2 karung goni beras).

Gambar 7.16 Golde Gate Dridge memiliki frekuensi alamiah 0,055 Hz untuk getaran arah transversal, 0,092 Hz untuk getaran vertikal, 0,26 Hz untuk getaran agah longitudinal, dan 0,23 Hz untuk getaran torsional.

Untuk memperkecil gaya yang dirasakan saat jatuh, maka waktu berhenti saat jatuh harus diperbesar. Salah satu caranya adalah jatuh pada pegas. Jika jatuh pada pegas maka pegas akan memendek secara perlahan-lahan baru berhenti. Waktu berhenti kira-kira seperempat periode osilasi pegas. Jika perode osilasi pegas 1 detik maka gaya yang dirasakan ketika jatuh dari ketinggian 1 meter hanya 886 N atau setara dengan menahan beban 88,6 kg. Kalau periode pegas 3 detik maka beban yang ditahan sekitar 30 kg. Sifat pegas seperti inilah yang dimanfaatkan dalam pembuatan *shockbreaker*.

Gambar 7.17.(kiri) contoh shockbreaker dan (kanan) shockbreaker yang dipasang di motor (kiosonderdil.com , luweh.com)

Salah satu bagian utama shockbreaker adalah pegas. Guna pegas adalah untuk menghasilkan osilasi. Tujuan pemasangan *shockbreaker* adalah agar kendaraan jatuh atau naik secara perlahan-lahan ketika melintasi jalan yang tidak rata. Tanpa *shockbreaker*, goncangan kendaraan akan sangat kasar dan tiba-tiba jika roda melintasi jalan berlubang atau melewati penghalang seperti batu. Pegas pada *shockbreaker* menghindari goncangan kasar dan tiba-tiba tersebut dan goncangan yang terjadi menjadi mulus. Jika ada jalan rusak maka kendaraan melakukan gerakan osilasi sehingga terasa lebih nyaman bagi penumpang. Konstanta pegas *shockbreaker* dirancang sedemikian rupa sehingga frekuensi osilasi kendaraan berada pada frekuensi kenyamanan manusia.

Tetapi menjadi tidak nyaman jika osilasi berlangsung terus menerus meskipun kendaraan sudah memasuki jalan mulus. Jika *shockbreaker* hanya terdiri dari pegas maka osilasi kendaraan kendaraan akan terjadi sangat lama. Bisa jadi osilasi kendaraan berlangsung terus hingga jarak ratusan meter. Tentu tidak nyaman bukan? Oleh karena itu, *shockbreaker* dilengkapi bagian lain yaitu peredam.

Gambar 7.15. (atas) simpangan pegas kalau tidak ada peredam (b) simpangan pegas yang memiliki peredam.

Guna peredam adalah membuang energi osilasi sehingga osilasi segera hilang setelah beberapa saat. Peredam dapat berupa benda yang bergerak maju mundur dalam wadah berisi bubuk atau zat cair kental. Ketika terjadi osilasi maka benda dalam bubuk atau cairan tersebut ikut berosilasi. Gesekan dengan bubuk atau caran menyebabkan hilangnya energi osilasi menjadi panas. Akibatnya, amplitudo iosilasi makin lama makin kecil dan akhirnya

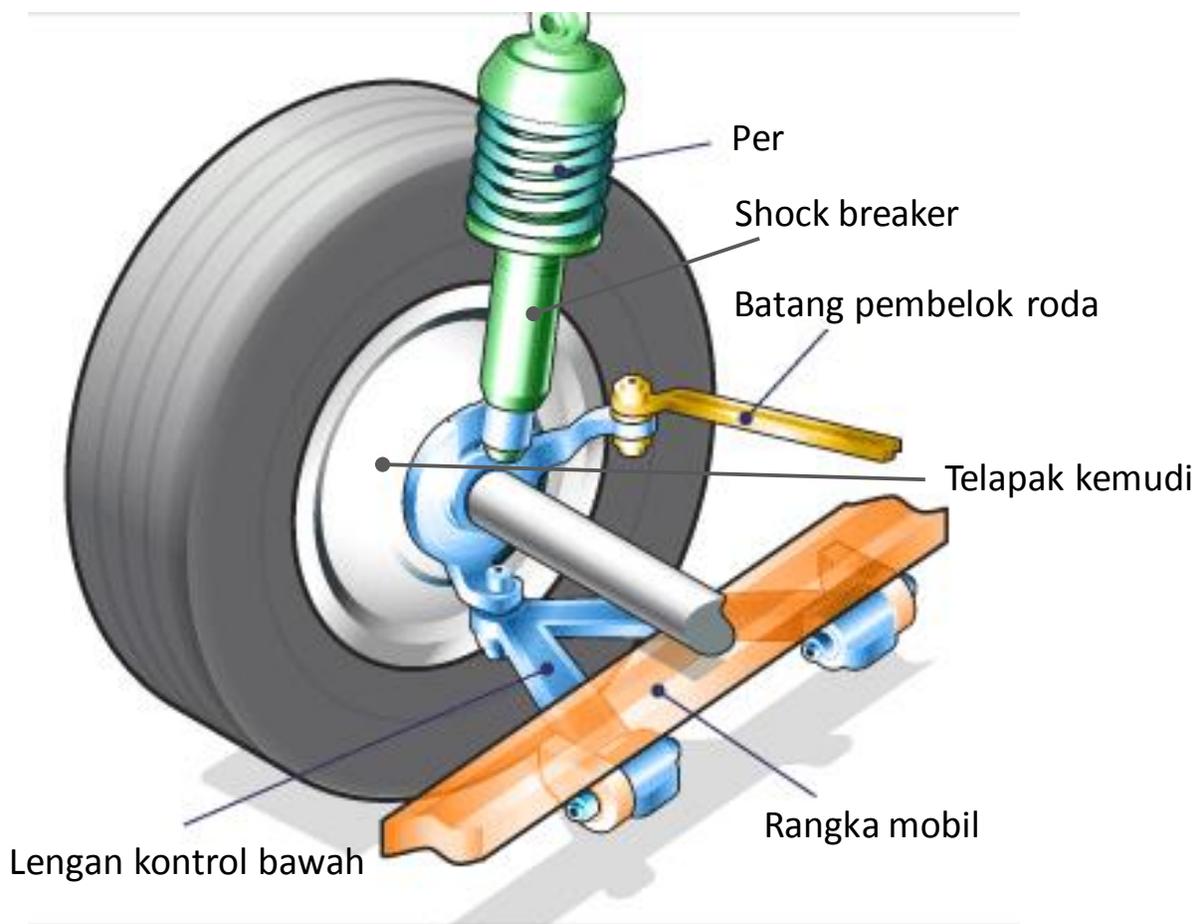
hilang. Gambar 7.18 adalah simpangan osilasi tanpa dan dengan adanya peredam.

Kalian dapat mepraktekkan osilasi teredam dengan menggunakan bandul matematis atau pegas yang memiliki beban. Amati simpangan bandul ketika beban beroislasi bebas di udara dan ketika beban berosilasi di dalam wadah berisi air. Amati simpangan pegas ketika beban berosilasi bebas di udara dan ketika beban berosilasi dalamw adah berisi air.

Mungkin sebagian kali pernah naik kereta api. Amati rel kereta api. Rel tersebut diletakkan di atas batu kerikil bukan? (Gambar 7.19) Apa guna batu kerikil tersebut? Batu kerikil adalah peredam getaran rel. Ketika kereta lewat maka rel bergetar. Getaran rel harus segera dihentikan agar tidak terjadi pembengkokan permanen atau tidak memperlonggar baut pengikat rel. Caranya adalah energi geratan rel harus segera dibuang. Bahan yang cukup efektif dan murah untuk menyerap energi getaran rel adalah kerikil. Getaran rel menyebabkan kerikil yang bersentuhan dengan rel ikut bergetar. Getaran tersebut menyebabkan tumbukan antar kerikil sehingga timbul panas. Ini berarti energi getaran rel berubah menjadi panas. Akibatnya amplitudo getaran rel makin kecil dan akhirnya rel berhenti bergetar.

Gambar 7.19. Rel kereta api ditempatkan di atas kerikil atau pecahan batu kecil-kecil. Guna kerikil adalah meredam getaran rel. Saat kereta lewat, rel bergetar. Setelah kereta melintas, getaran rel harus segera berhenti agar rel tidak bengkok permanen (beritakalimantan.co).

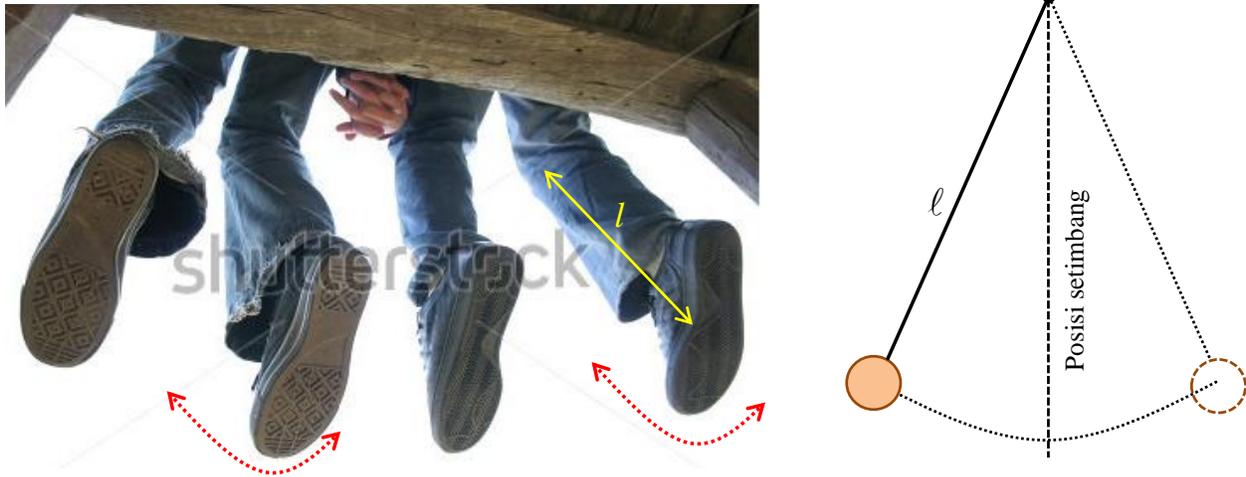
7.9 Strut MacPherson

Kendaraan moderen yang digunakan saat ini banyak yang menggunakan MacPherson strut sebagai sistem suspensi. Sistem suspensi adalah sistem yang berosilasi sekaligus meredam osilasi. Sistem ini dirancang oleh Earle S. MacPherson, yang merupakan kepala teknisi pada pengembangan mobil kecil Chevrolet tahun 1945. Sistem ini pertama kali digunakan pada pabrik mobil Ford di Inggris pada model *Consul* dan *Zephyr*. Prinsip kerjanya cukup sederhana. Sistem per vertikal yang sangat kuat menyangga body kendaraan. Sistem per tersebut dapat diubah arahnya oleh setir. Pada sistem per dipasang roda. Pada sistem per juga dipasang shokcbreaker sebagai penghasil redaman. Gambar 7.20 adalah ilustrasi strut MacPherson.

Gambar 7.20 Sistem strut MacPherson (gambar hasil modifikasi dari auto.howstuffworks.com)

Telapak kemudi yang menempel di sistem roda. Bagian inilah yang membelok jika setir diputar sehingga kendaraan membelok arah. Pada bagian ini juga menempel cakram rem. Lengan kontrol bawah sebagai penahan bagian bawah roda agar tetap stabil. Batang pembelok roda berhubungan langsung

dengan setir dan berfungsi memutar telapak kemudi. Per pada bagian atas menghasilkan gerak osilasi ketika kendaraan mewati jalan rata. Osilasi diperlukan agar kendaraan tidak berguncang tiba-tiba dan frekuensi osilasi berada pada wilayah kenyamanan manusia. Hasil penelitian menunjukkna bahwa frekuensi osilasi yang nyaman dirasakan manusia berada antara 1 – 2 Hz. Per pada MacPherson strut memiliki frekurnsi osilasi sekitar 1,5 Hz yang berarti berada di tengah frekuensi kenyamanan manusia. Bagian di bawah per atau yang dilingkupi per adalah shockbreaker yang berfungsi meredam osilasi sehingga osilasi tidak berlangsung lama dan kendaran kembali tenang.

7.10 Osilasi dan Ayunan Kaki

Misalkan kalian sedang duduk dengan kaki menggelantung. Misalnya duduk di tepi saung atau tepi bangku yang agak tinggi sehingga kaki tidak mencapai tanah. Lalu ayunkan kaki kalian (Gambar 7.21). Jika ayunan terlalu cepat atau terlalu lambat maka kaki terasa cape dan mungkin sakit. Ada frekuensi ayunan tertentu yang membuat kaki sangat nyaman. Frekuensi ini adalah frekuensi alamiah kaki. Orang yang memiliki lutut panjang memiliki frekuensi alamiah lebih kecil sehingga merasa nyaman jika mengayun agak lambat.

Gambar 7.21 Orang yang berkaki panjang lebih nyaman mengayunkan kaki dengan frekuensi lebih kecil (shutterstock.com).

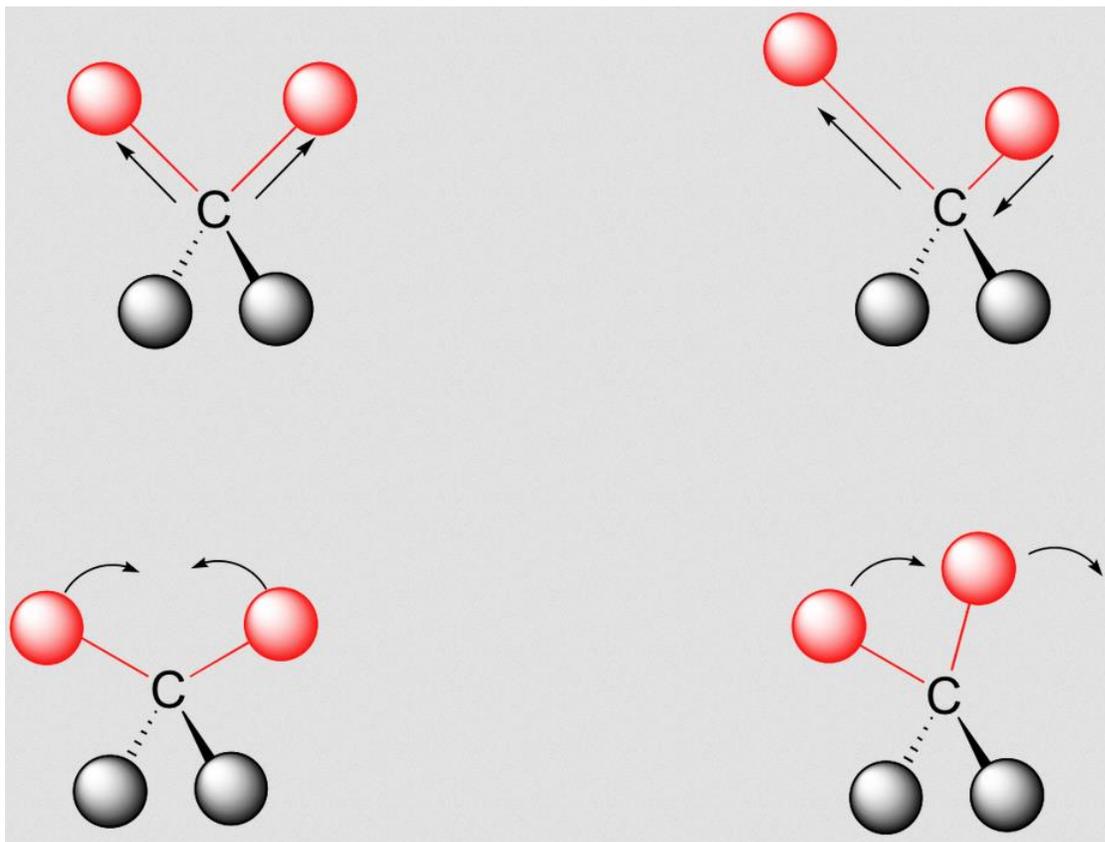
Kita dapat memodelkan telapak kaki sampai lutut sebagai bandul fisis. Frekuensi osilasi bandul fisis bergantung pada panjang bandul. Makin panjang bandul maka makin kecil frekuensi alamiahnya (frekuensi osilasinya).

Hal serupa, orang yang tumbuhnya pendek (kaki pendek) cenderung mengayunkan kaki lebih sering daripada orang yang berkaki panjang. Kaki dapat dimodelkan sebagai bantuk dengan pangkal ada di paha dan beban ada di sekitar ujung bawah kaki (Gambar 7.22) . Orang yang berkaki panjang seolah memiliki bandul dengan tali yang panjang sehingga frekuensi alamiah kecil. Dengan demikian, orang yang berkaki panjang lebih nyaman berjalan dengan mengayunkan kaki lebih lambat.

Gambar 7.22 Orang yang berkaki panjang lebih nyaman mengayunkan kaki dengan frekuensi lebih kecil (picgifs.com). Mengayunkan kaki dapat dianlogikan sebagai mengayunkan bandul. Ayunan paling mudah dihasilkan pada frekuensi alamiahnya. Makin panjang bandul (panjang kaki) maka frekuensi alamihanya makin kecil.

7.11 Spektrometer Inframerah

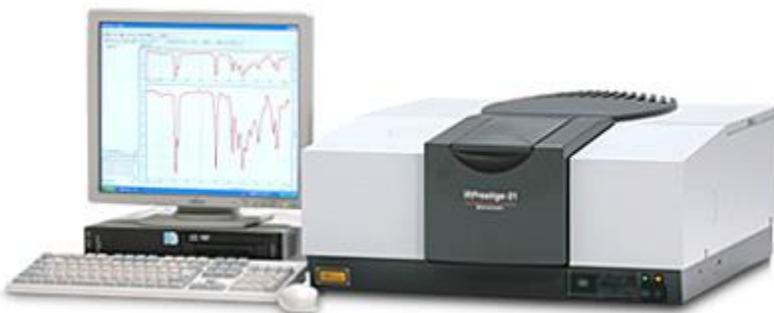
Salah satu alat utama riset tentang molekul atau material adalah spektrometer inframerah. Spektrometer ini dirancang atas pemahaman para ahli bahwa semua atom penyusun molekul selalu bervibrasi atau berosilasi.

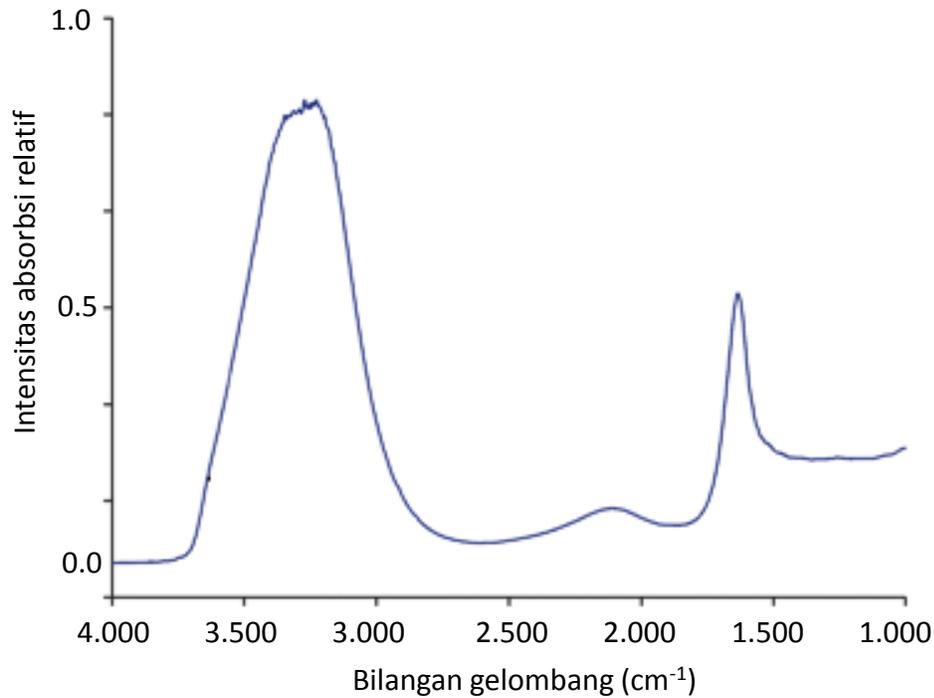
Atom-atom yang berikatan dalam molekul selalu bergerak menjauh dan mendekat di sekitar titik setimbang. Dengan kata lain, atom-atom yang berikatan dalam molekul selalu berosilasi (Gambar 7.23). Frekuensi osilasi bergantung pada jenis atom berikatan. Tabel 7.1 adalah contoh frekuensi osilasi atom-atom yang berikatan.

Gambar 7.23. Atom-atom yang berikatan dalam molekul selalu berosilasi (chemwiki.ucdavis.edu). Frekuensi osilasi bergantung pafa jenis atom yang berikatan.

Dari Table 7.1 tampak bahwa frekuensi osilasi atom dalam molekul berada dalam rentang antara 3×10^{13} Hz sampai $1,1 \times 10^{14}$ Hz. Frekuensi ini berada di daerah inframerah. Panjang gelombang inframerah berada dalam rentang 700 nm hingga 1 mm atau pada rentang frekuensi 3×10^{11} Hz – $4,3 \times 10^{14}$ Hz. Dengan demikian, jika gelombang inframerah diarahkan ke kumpulan molekul maka frekuensi yang tepat sama dengan frekuensi osilasi ikatan molekul akan menghasilkan peristiwa resonansi sehingga diserap oleh molekul tersebut. Frekuensi lainnya yang tidak sama dengan frekuensi ikatan molekul akan diloloskan (tidak diserap). Jika sinar inframerah yang menembus kumpulan molekul tersebut ditangkap dengan detektor maka ada sejumlah frekuensi yang hilang atau berkurang drastis intensitasnya. Frekuensi ini adalah frekuensi yang persis sama dengan frekuensi osilasi ikatan dalam

molekul. Jadi, berdasarkan intensitas cahaya inframerah yang menembus molekul maka kita akan tahu ikatan apa saja yang dimiliki molekul tersebut. Dari jenis ikatan yang dimiliki maka kita akan tahu jenis molekulm apa yang sedang kita ukur. Inilah prinsip yang digunakan dalam spektrometer inframerah (Gambar 7.24).

Tabel 7.1 Frekuensi osilasi sejumlah ikatan antar atom

Jenis ikatan	Frekuensi osilasi ($\times 10^{13}$ Hz)	Jenis ikatan	Frekuensi osilasi ($\times 10^{13}$ Hz)
Ikatan N - H	9,9 – 11,1	Ikatan C - H	9,03 – 9,9
Ikatan C = O	4,9 – 5,22	Ikatan C - N	3,1 – 4,02
Ikatan C = N	6,7 – 6,8	Ikatan C - O	3,0 – 3,78
Ikatan O - H	7,5 – 1,07	Ikatan C - F	3,0 – 4,2
Ikatan C = C	6,3 - 6,8	Ikatan N - O	4,04 – 4,16 dan 4,55 – 4,68

Gambar 7.24. Contoh spektrometer inframerah. Prinsip kerja alat ini adalah menembakkan sinar inframerah ke material. Cahaya inframerah yang lolos dideteksi. Cahaya yang lolos memiliki intensitas yang bervariasi: ada yang tetap tinggi dan ada yang sangat lemah. Intensitas yang sangat lemah menunjukkan bahwa pada frekuensi tersebut telah terjadi penyerapan oleh molekul karena terjadinya resonansi dengan osilasi ikatan molekul. Dari informasi ini dapat diketahui jenis ikatan apa yang ada. Dan pada akhirnya dapat diketahui jenis molekul yang ada (www.shimadzu.com).

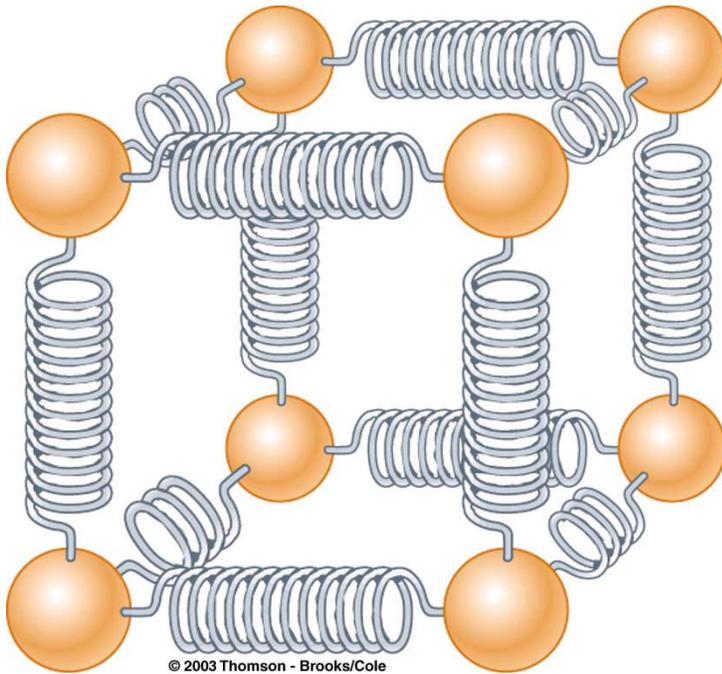
Karena data frekuensi alamiah osilasi molekul sudah diukur dan ditabelkan maka dengan melihat data yang ada kita segera mengetahui ikatan-ikatan yang ada dalam material yang sedang diukur. Sebagai contoh, Gambar 7.25 adalah spektrum absorpsi inframerah molekul air. Jika kita mengukur spektrum inframerah zat dan didapat kurva seperti pada Gambar 7.25 maka dapat dipastikan bahwa zat tersebut adalaha ir atau mengandung banyak air.

Gambar 7.25. Spektrum absorpsi inframerah molekul air.

7.12 Osilator Atom dalam Zat Padat

Dalam zat padat atom-atoms elalu berosilasi di sekitar titik setimbang. Atom-atom dalam zat padat dapat dipandang terhubung oleh pegas satu sama lainnya seperti diilusrtasikan pada Gambar 7.25. Pertanyaanya adalah berapakah frekuensi osilasi atom dalam zat padat?

Hal yang menarik di sini adalah ternyata atom dalam zat padat dapat memiliki frekuensi osilasi yang bermacam-macam tetapi nilainya diskrit. Diskrit artinya antara satu frekuensi dengan frekuensi lainnya memiliki nlai tertentu. Kebalikannya adalah kontinu, di mana antara dua frekuensi berdekatan selisihnya mendekati nol. Frekuensi osilasi yang boleh dimiliki atom dalam zat padat yang berosilasi memenuhi persamaan

$$\omega = \left(n + \frac{1}{2} \right) \omega_0 \qquad (7.22)$$

dengan n adalah bilangan bulat dari 0 sampai tak berhingga (n = 0, 1, 2, 3, ... ∞) dan ω_0 adalah konstanta yang sering juga disebut frekuensi dasar. Hasil ini adalah implikasi dari teori kuantum untuk sistem atomik.

Gambar 7.26 Aatom-atom dalam zat padat dapat dipandang terhubung oleh pegas satu dengan lainnya.

7.13 Frekuensi Kepakan Sayap Serangga

Berapakah frekuensi kepakan sayap serangga? Adakah hubungan frekuensi tersebut dengan ukuran tubuh serangga? Persoalan ini telah dibahas oleh Deakin [M.A.B. Deakin, The physics and physiology of insect flight, *American Journal of Physics* **38**, 1003 (1970)]. Mari kita mencoba membahas ulang karena tampaknya cukup menarik. Menarik karena banyak fenomena yang sering kita amati sehari-hari memiliki makna fisika yang dalam.

Ada sejumlah parameter utama yang dianggap mempengaruhi saerangga yang sedang terbang. Parameter tersebut beserta dimensinya adalah

a) Massa jenis udara, ρ (ML^{-3})
b) Massa serangga, m (M)
c) Percepatan gravitasi, g (LT^{-2})
d) Frekuensi kepakan sayap serangga, f (T^{-1})
e) Luas efektif sayap seranggal, A (L^2)

Kalau parameter-parameter di atas digabung sedemikan rupa (campuran perkalian dan pembagian) maka kita akan mendapatkan dua parameter yang tidak berdimensi. Parameter tersebut adalah

$$x = \rho A^{3/2} / m \qquad (7.23)$$

dan

$$y = f^2 A^{1/2} / g \qquad (7.24)$$

Kalian dapat mengecek dengan mudah bahwa dua parameter di atas tidak memiliki dimensi.

Dari dua parameter pada persamaan (7.23) dan (7.24) yang tidak berdimensi tersebut kita dapat membentuk sebuah fungsi yang memenuhi persamaan

$$F(x, y) = 0$$

atau

$$y = \psi(x) \qquad (7.25)$$

Masukkan definisi paremeter y ke dalam persamaan (7.25) maka kita peroleh persamaan berikut ini

$$f^2 A^{1/2} / g = \psi(x) \qquad (7.26)$$

Dengan demikian frekuensi kepakan sayap seranggan memenuhi persamaan

$$f = g^{1/2} A^{-1/4} \sqrt{\psi(x)} = g^{1/2} A^{-1/4} \phi(x) \qquad (7.27)$$

dengan $\phi(x)$ adalah sebuah fungsi baru.

Perhatikan parameter x yang didefinisikan pada persamaan (7.23). Nilai $A^{3/2}$ ordenya kira-kira sama dengan volume udara yang ditempati serangga. Dengan demikian $\rho A^{3/2}$ kira-kira sama dengan massa udara yang dipindahkan oleh tubuh serangga dan $x = \rho A^{3/2} / m$ adalah perbandingan massa udara yang dipindahkan oleh tubuh serangga terhadap massa serangga. Tentu massa

serangga jauh lebih besar daripada massa udara yang dipindahkan oleh tubuh serangga sehingga x << 1. Karena nilai x sangat kecil maka kita dapat menulis $\phi(x)$ dalam deret Taylor berikut ini

$$\varphi(x) = \kappa x^{\alpha}\left(1 + a_1 x + a_2 x^2 + ...\right) \tag{7.28}$$

Karena x << 1 maka kita dapat mengambil suku pertama saja sebagai approksimasi untuk $\phi(x)$. Dengan aproksimasi ini maka

$$\varphi(x) \approx \kappa x^{\alpha} \tag{7.29}$$

sehingga

$$f \approx g^{1/2} A^{-1/4} \kappa x^{\alpha} = \kappa g^{1/2} \rho^{\alpha} m^{-\alpha} A^{3\alpha/2-1/4} \tag{7.30}$$

Mari kita definisikan $L = m/A$, Yaitu perbandingan antara massa serangga dengan luas sayap. Substitusi definisi tersebut ke dalam persamaan (7.30) dan kita peroleh

$$f \approx \kappa g^{1/2} \rho^{\alpha} m^{\alpha/2-1/4} L^{-(3\alpha/2+1/4)} \tag{7.31}$$

Secara eksperimen diperoleh bahwa hubungan antara frekuensi dan L untuk serangga yang memiliki massa yang sama adalah

$$f \propto L \tag{7.32}$$

[lihat N. Rashevsky, *Mathematical Biophysics* **2**, 274-275 (1960)]. Dengan membandingkan (7.31) dan (7.32) kita dapatkan

$$-(3\alpha/2 + 1/4) = 1 \tag{7.33}$$

Solusi persamaan (7.33) adalah α = -1/2. Akhirnya kita dapatkan frekuensi kepakan sayap serangga adalah

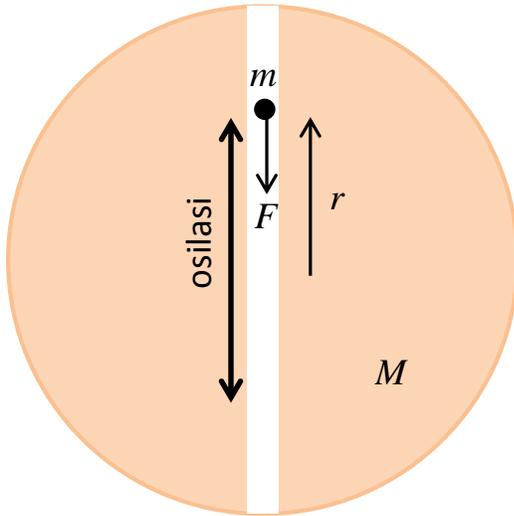
$$f \approx K\frac{\sqrt{m}}{A} \tag{7.34}$$

dengan $K = \kappa\sqrt{g/\rho}$. Secara eksperimen nilai K sekitar 65 dalam satuan cgs [lihat N. Rashevsky, *Mathematical Biophysics* 2, 274-275 (1960)]. Untuk lebah (Gambar 7.27), massa kebanyakan lebah sekitar $m \approx 0{,}001$ g, dan luas efektif sayap sekitar $A \approx 0{,}006$ cm^2. Dengan memasukkan nilai tersebut ke dalam persamaan (7.34) maka diperoleh perkiraan frekuensi kepakan sayap lebar sebesar

$$f \approx 65\frac{\sqrt{0{,}001}}{0{,}006} = 343 \text{ Hz}$$

Gambar 7.27 Secara umum massa lebah sekitar 0,001 g dan luas efektif sayap sekitar 0,006 cm^2. Dari dua nilai tersebut diprediksi frekuensi kepakan sayap lebah sekitar 343 Hz (sumber gambar: newscirntist.com)

7.14 Osilasi Melalui Pusat Bumi

Sekarang kita bahas sebuah soal virtual, yaitu osiliasi benda melalui pusat bumi di bawag pengaruh gaya gravitasi bumi. Dianggap dibuang lubang diamteral yang melewati pusat bumi. Tentuk panjang lubang sama dengan diameter bumi yaitu 12.800 km (Gambar 7.28)

Gambar 7.28 Benda berosilasi melaui pusat bumi.

Gaya gravitasi bumi pada benda yang berjarak *r* dari pusat bumi adalah (hukum gravitasi Newton)

$$F(r) = -G\frac{M(r)m}{r^2}$$

dengan *M*(r) adalah massa bumi dari pusat hingga jari-jari *r*. Tanda negatif artinya gaya menarik benda ke pusat bumi. Dengan asumsi kerapatan masa bumi konstan maka

$$M(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \qquad (7.35)$$

Dengan demikian gaya yang dilami benda menjadi

$$F(r) = -G\frac{(4\pi r^3 \rho / 3)m}{r^2}$$

$$= -\frac{4\pi G\rho}{3} mr \qquad (7.36)$$

Selanjutnya kita gunakan hukum II Newton sehingga percepatan benda adalah

$$ma = -\frac{4\pi G\rho}{3} mr$$

atau

$$a = -\frac{4\pi G\rho}{3} r \qquad (7.37)$$

Perhatikan dengan seksama bahwa persamaan (7.37) memiliki bentuk $a = -\alpha r$. Dengan $\alpha = 4\pi G\rho / 3$ Dengan demikian persamaan tersebut menyatakan gerak osilasi. Frekuensi osilasi diberikan oleh persamaan (7.9) yaitu

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}} \qquad (7.38)$$

Dari persamaan (7.38) kita peroleh periode osilasi, yaitu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{4\pi G\rho}} \qquad (7.39)$$

Jika benda dilepas dari permukaan bumi maka benda mencapai titik pusat bumi dalam waktu

$$\tau = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{3}{4\pi G\rho}} \qquad (7.40)$$

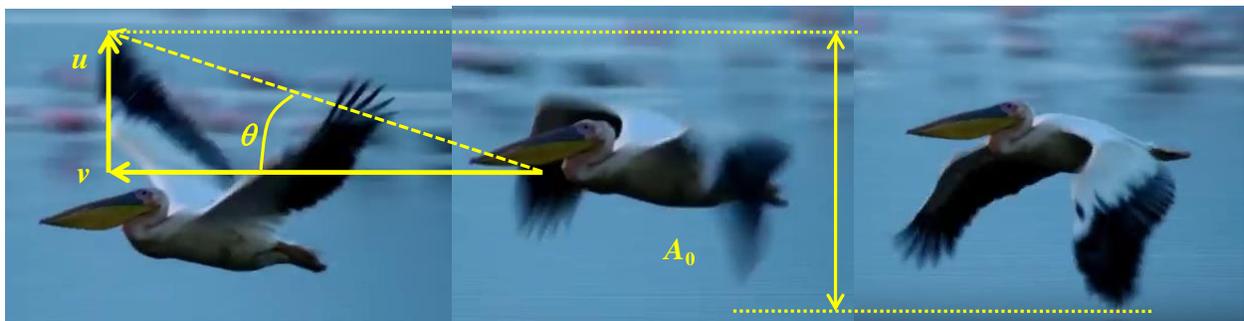
Jika kita masukkan massa jenis rata-rata bumi 5,6 × 10^3 kg maka waktu yang diperlukan benda mencapai pusat bumi adalah 397 detik = **6,6 menit**.

7.15 Kepakan Sayap Burung

Perhatikan video burung yang sedang terbang. Video tersebut dapat kamu tonton dengan mudah di Youtube. Saat terbang ada dua fenomena yang muncul sekaligus, yaitu gaya angkat dan gerak ke depan. Pertanyaanya, faktor apa yang menentukan gaya angkat dan gaya dorong ke depan pada burung yang sedang terbang? Mari kita coba bahas fenomena yang menarik ini.

Dari sejumlah laporan para peneliti tentang fenomena terbang burung dan serangga, ternyata ada suatu bilangan yang cukup penting. Bilangan tersebut dinamakan bilangan Strouhal yang didefinsikan sebagai

$$\sigma = \frac{A_0 f}{v} \qquad (7.41)$$

di mana A_0 adalah selisih posisi tertinggi dan terendah ujung sayap yang mengepak, v adalah laju terbang burung (lihat Gambar 7.29), dan f adalah frekuensi kepalan sayap. Kebanyakan burung dan serangga mengalami gaya dorong ke depan paling efisien jika bilangan Strouhal berada antara 0,2 – 0,4 [lihat G.K. Taylor, R. Nudds, and A.L. Thomas, *Nature* **425**, 707 (2003)]. Kebanyakan burung memiliki bilangan Strouhal 0,2.

Gambar 7.29 Bentuk sayap butung saat terbang (Gambar adalag hasil modifikasi dari https://www.youtube.com/watch?v=6s7EfYpKy0o)

Karena frekuensi kepakan sayap adalah f maka periode kepakan sayap adalah $T = 1/f$. Waktu yang diperlukan sayap mengepak dari posisi terendah ke

posisi tertinggi sama dengan setengah periode. Pada selang waktu tersebut, sayap bergerak sejauh A_0. Dengan demikian laju vertikal kepakan sayap adalah

$$u = \frac{A_0}{T/2}$$

$$= 2fA_0 \quad (7.42)$$

Dengan mengacu pada Gambar 7.26 maka kita dapatkan hubungan berikut ini

$$\tan\theta = \frac{u}{v}$$

$$= \frac{2fA_0}{v}$$

$$= 2\sigma \quad (7.42)$$

Karena kebanyakan burung memiliki bilangan Strouhal σ = 0,2 maka kebanyakan burung akan membentuk sudut θ yang memenuhi

$$\tan\theta = 0{,}4$$

atau

$$\theta = 22^{o}$$

Dengan merujuk pada laporan Linton [J.O. Linton, *Physics Education* **42**, 358 (2007)] maka kita dapatkan sejumlah besaran yang dimiliki burung saat terbang. Besaran-besaran tersebut adalah:

Gaya dorong ke depan akibat kepakan sayap

$$F_{tract} = \frac{5}{6} S_w \rho \sigma^2 v^2 \quad (7.43)$$

Gaya angkat akibat kepakan sayap

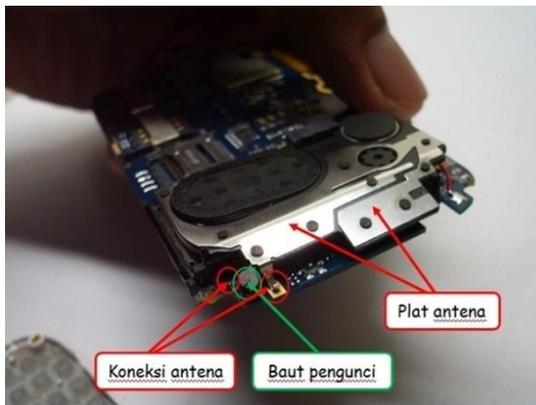
$$F_{lift} = \frac{5}{4}\beta S_w \rho v^2 \tag{7.44}$$

di mana

S_w adalah luas sayap burung.

ρ adalah massa jenis udara.

Soal-soal

1) Dalam hp kita terdapat antene kecil yang tercetak pada rangakaian atau dalam bentuk pelat koduktor (Gambar 7.30). HP memancarkan gelombang ketika muatan listrik pada antene tersebut bergetar. Frekuensi getaran muatan pada antene persis sama dengan frekuensi gelombang elektromagnetik yang dipancarkan hp saat berkomunikasi. Hp yang digunakan di Indonesia banyak menggunakan frekuensi GSM 850/900/1800/1900 MHz. Daria informasi ini tentukan periode osilasi elektron pada antene hp

Gambar 7.30 Bagian dalam sebuah HP (icity.indosat.com)

2) Sebuah pegas memiliki konstanta pegas 15 N/m. Pada pegas digantung beban 250 g. Beban disimpangkan kemudian dilepas sehingga berosilasi. Berapa frekuensi osilasi beban
3) Gempa bumi yang terjadi di suatu kota membuat banyak bangunan di kota tersebut roboh. Yang roboh juga termasuk bangunan yang dibuat dengan mengikuti standar yang ketat. Menurut kalian, apa penyebab utama robohnya bangunan tersebut.

4) Sekelompok sisiwa ingin mengukur nilai percepatan gravitasi bumi di dalam kelas. Mereka membuat bandul matematis sederhana dengan panjang tali 1,6 meter dan massa beban 50 g. Setelah dilakukan pengukuran berulang-ulang maka mereka mendapatkan nilai rata-rata periode ayunan bandul adalahh 2,54 s. Dari data tersebut, berapa percepatan gravitasi bumi?
5) Di dalam peralatan digital, khususnya yang melakukan proses perhitungan, umumnya ada bagian yang bernama osilator. Bagian ini selalu berosilasi dan osilasinya menghasilkan pulsa listrik berulang-ulang yang sering disebut clock. Sebuah IC bekerja dengan bantuan osilastor yang memiliki frekuensi 4MHz. IC tersebut melakukan satu proses setiap osilator menghasilkan 7 pulsa. Berapa jumlah proses yang dapat dilakukan IC dalam 1 detik
6) Ketika memasuki udara turbulensi pesawat terbang mengalami goncangan. Pada saat bersamaan, sayap pesawat berayun (berosilasi). Tujuan ayunan sayap adalah untuk membuang energi energi getaran pesawat sehingga segera berhenti bergetar. Misalkan frekuensi ayunan sayap pesawat adalah 0,8 Hz. Jika sayap berayuan selama 10 detik berapa jumlah ayunan sayap hingga pesawat berhenti bergoncang
7) Kalian diminta membuat bandul matematis sederhana dengan periode 1 detik. Jika percepatan gravitasi di tempat yang akan kalian buat bandul adalah 10 m/s^2, berapa panjang tali bandul yang harus kalian gunakan
8) Sebuah pegas memiliki konstanta 25 N/m. Pegas tersebut digantungi beban 50 g. Dari posisi setimbang, pegas diberi laju awal 0,5 m/s. Berapa simpangan mnaksimum osilasi pegas
9) Pegas dengan beban 800 g sedang berosilasi. Kamu melakukan pengukuran osilasi pegas tersebut dengan mistar. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa frekuensi osilasi pegas adalah 5 Hz. Dengan menggunakan mistar kamu mengukur bahwa jarak antara posisi terendah dan tertinggi beban adalah 10 cm. Dari hasil tersebut berapa energi total osilasi pegas
10) Saat akan memasuki udara turbulen, pramugari pesawat memberi pengumuman agar penumpang segera kembali ke tempat duduk dan memasang sabuk pengaman. Seorang siswa SMP yang kreatif berinisiatif mengukur frekuensi goncangan pesawat. Dengan menggunakan waktu di jam tangan (karena hp sudah dimatikan) dia mencatat turbulen terjadi selama 35 detik dan dia menghitung pesawat bergoncang sekitar 18 kali. Di layar TV yang berada di sandaran kursi penumpang di depan, siswa tersebut juga melihat bahwa laju pesawat saat itu adalah 800 km/jam. Dari data tersebut perkirakan frekuensi goncangan pesawat dan jarak tempuh pesawat dalam satu goncangan
11) *Global Positioning System* (GPS) (Gambar 7.31) pertama kali dikembangkan oleh Departemen Pertahanan Amerika (U.S. Department of Defense) untuk kepentingan militer. Perkembangan selanjutnya menunjukkan bahwa GPS dapat menjadi perangkat yang bermanfaat pada sejumlah aplikasi sipil. Dan pada saat ini, semua orang di dunia dapat memiliki GPS untuk menentukan lokasinya di permukaan bumi. Banyak hp yang diproduksi saat ini dilengkapi dengan GPS. Mobil-mobil keluaran terbaru sudah banyak dilengkapi GPS. GPS bekerja atas bantuan kontelasi satelit yang terus-menerus mengelilingi bumi. Semua satelit terus-menerus memancarkan sinyak ke bumi yang berisi waktu dan posisi satelit. Sinyal ini ditangkap oleh perangkat GPS yang ada di bumi sehingga perangkat

tersebut mengetahui koordinat posisinya saat ini. Tiap satelit GPS memancarkan sinyal dalam dua frekuensi: frekuensi L1 (1575.42 MHz) dan frekuensi L2 (1227.60 MHz). (garmin.com, solarracing.org). Hitung panjang gelombang L1 dan L2 yang dipancarkan GPS. Ketinggian satelit GPS dari permukaan bumi adalah 20.200 km, tentukan waktu yang diperlukan sinyal GPS mencapai bumi. Dalam satu hari, tiap satellite GPS mengorbit bumi sebanyak dua kali. Dengan menggunakan jari-jari bumi 6.400 km, tentukan kecepatan orbit satelit GPS.

Gambar 7.31 Sistem GPS

12) Dari Gambar 7.32 (onespotcare.com) siapakah yang paling nyaman berjalan dengan ayunan kaki lebih cepat? Jelaskan jawaban kalian.

Gambar 7.32 Frekuensi ayunan kaki bergantung pada panjang kaki (onespotcare.com).

13) Gambar 7.33 adalah kondisi dalam kabin pesawat ketika pesawat memasuki udara dengan turbelensi hebat. Di lokasi tersebut pesawat mengalami goncagan/osilasi hebat hingga *plafond* pesawat ada yang copot. Coba kalian diskusikan bersama teman-teman apa itu turbelensi dan mengapa terjadi goncangan saat pesawat memasuki udara turbulensi.

Gambar 7.33 Kondisi kabin pesawat setelah terjadi turbulensi hebat (news.com.au).

14) Diskusikan dengan teman-temanmu mengapa kita bisa membuat ayunan makin lama makin tinggi meskipun tidak ada yang mendorong? (Gambar 7.34)

Gambar 7.34 Ayunan bisa makin tinggi meskipun tidak didorong (Gambar dari : theresiaregina.wordpress.com)

15) Pulsar adalah bintang neutron yang mengandung medan magnet sangat tinggi dan berotasi cepat. Bintang ini memancarkan berkas gelombang elektromagnetik dan dapat dideteksi di bumi saat arah pancaran mengarah

ke bumi (Gambar 7.35). Berdasarkan penerimaan dua pancaran secara berurutan maka dapat diketahui periode rotasi bintang neutron tersebut. Selang waktu dua pancaran berurutan sama dengan periode rotasi bintang. Pulsar pertama kali dideteksi oleh Jocelyn Bell Burnell and Antony Hewish tanggal 28 November 1967. Mereka mendeteksi pulsa dari bintang dalam selang waktu 1,33 detik. Gambar berikut ini adalah pulsar Vela (en.wikipedia.org) yang berputar 11,195 kali dalam satu detik. Pulsan ini memancarkan sinar X dan sinar gamma. Hitunglah frekuensi pancaran berkas ke arah bumi oleh pulsar tersebut.

Gambar 7.35 Pulsar merupakan bintang neutron yang mengandung medan magnet sangat tinggi dan berotasi cepat.

16) Mengukur percepatan gravitasi di permukaan bulan berdasarkan siaran televisi pendaratan Apollo 14. Materi ini dibahas oleh Hooper [W. Hooper, *American Journal of Physics* **39**, 974 (1971)]. Ketika kompartment pendaratan dibuka setelah mendarat di permukaan bulan tampak ada ikatan menggelantung dan bergerak bolak-balik beberapa kali. Di ujung tali pengikat ada semacam beban sehinga dapat didekati dengan bandul sederhana. Hooper melakukan pengukuran gerak bolak-balik penggantung pada ikatan tersebut berdasarkan gambar yang tampak di layar TV yang menyiarkan pendaratan tersebut dan diperoleh periode rata-rata sekitar 5 detik. Kemudian Hooper memperkirakan panjang tali pengikat dengan memperhatikan tinggi badan astronot yang sedang berjalan di permukaan bulan. Dengan mengamboil tinggi badan astronit sekitar 1,8 meter maka Hooper memperkirakan panjang tali penggantung sekitar 1 meter. Dari informasi tersebut perkirakan percepatan gravitasi di permukaan bulan.

Bab 8
GRAVITASI

Planet-planet bergerak mengitari Matahari dalam lintasan mendekati lingkaran (Gambar 8.1). Bulan dan satelit buatan mengitari bumi dalam lintasan yang menyerupai lingkaran pula. Galaksi-galaksi bergerak mengelilingi pusat galaksi pada orbit yang menyerupai lingkaran. Kenapa benda-benda tersebut tetap berada pada lintasannya? Kenapa benda-benda tersebut tidak terlempar ke luar? Tentulah ada gaya yang menahan benda-benda tersebut ke arah pusat lintasannya. Lalu gaya apakah itu? Bukankan antara bumi dan matahari hanya ada ruang kosong? Bukankan antara bumi dan bulan hanya ada ruang kosong?

Untuk menjelaskan fenomena ini Newton mengusulkan teori gravitasi universal. Universal artinya berlaku untuk semua benda di alam semesta. Tiap-tiap benda di alam semesta melakukan gaya tarik-menarik (Gambar 8.2). Besarnya gaya berbanding lurus dengan perkalian massa ke dua benda dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak ke dua benda tersebut. Secara matematik, besarnya gaya gravitasi adalah

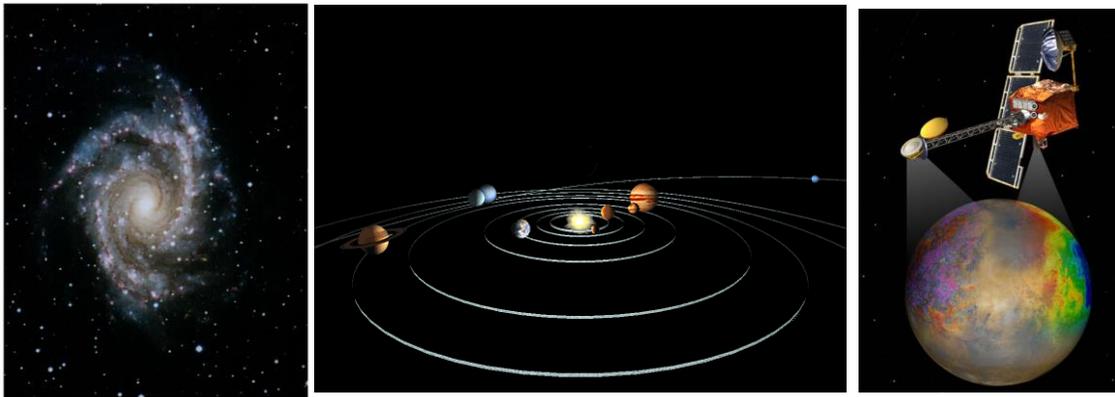
$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (8.1)$$

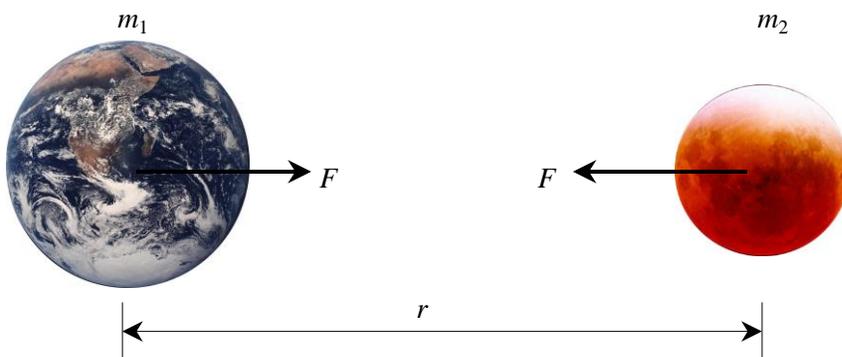
dengan

m_1 massa benda pertama;

m_2 massa benda kedua;

r jarak ke dua benda (Gambar 8.2);

G memiliki nilai $6,67 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2 dan dikenal dengan **konstanta gravitasi umum**.

Gambar 8.1 Bintang-bintang berkumpul membetuk galaksi, planet-planet bergerak mengitari matahari pada orbit-orbitnya dan satelit mengelilingi bumi terjadi karena adanya gaya gravitasi.

Gaya gravitasi inilah yang mengikat planet-planet sehingga tetap berada di sistem tata surya meskipun planet-planet tersebut selalu bergerak.

Gambar 8.2 Dua massa saling tarik-menarik dengan gaya gravitasi

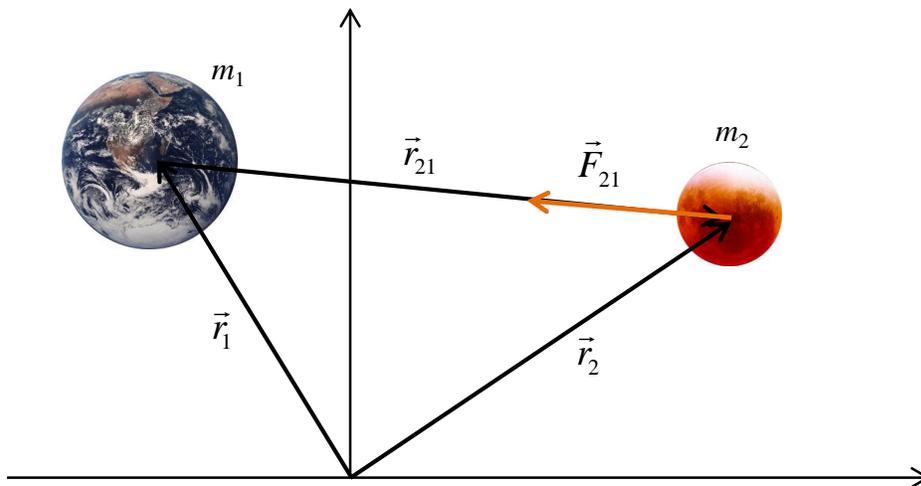
Gaya adalah vektor, demikian pula dengan gaya gravitasi. Bagaimana perumusan gaya gravitasi dalam bentuk vektor? Misalkan benda m_1 berada pada posisi $\vec{r}_1$ dan benda m_2 berada pada posisi $\vec{r}_2$ (Gambar 8.3). Gaya gravitasi pada benda m_2 oleh benda m_1 dapat ditulis sebagai

$$\vec{F}_{21} = -G\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\hat{r}_{21} \qquad (8.2)$$

dengan

$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$;

$r_{21} = |\vec{r}_{21}|$;

$\hat{r}_{21} = \dfrac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$ yaitu vektor satuan yang mengarah dari benda m_1 ke benda m_2.

Gambar 8.3 Gaya gravitasi pada benda m_2 oleh benda m_1 dalam notasi vektor.

Contoh 8.1

Hirung besar gaya gravitasi matahari pada bumi. Massa matahari dan

massa bumi masing-masing $2,0 \times 10^{30}$ kg dan $5,96 \times 10^{24}$ kg. Jarak rata-rata bumi ke matahari adalah 150 juta km.

Jawab

Besar gaya gravitasi

$$F = G\frac{M_m M_b}{r_{mb}^2}$$

$$= (6,67 \times 10^{-11}) \times \frac{(2,0 \times 10^{30})(5,96 \times 10^{24})}{(150.000.000.000)^2}$$

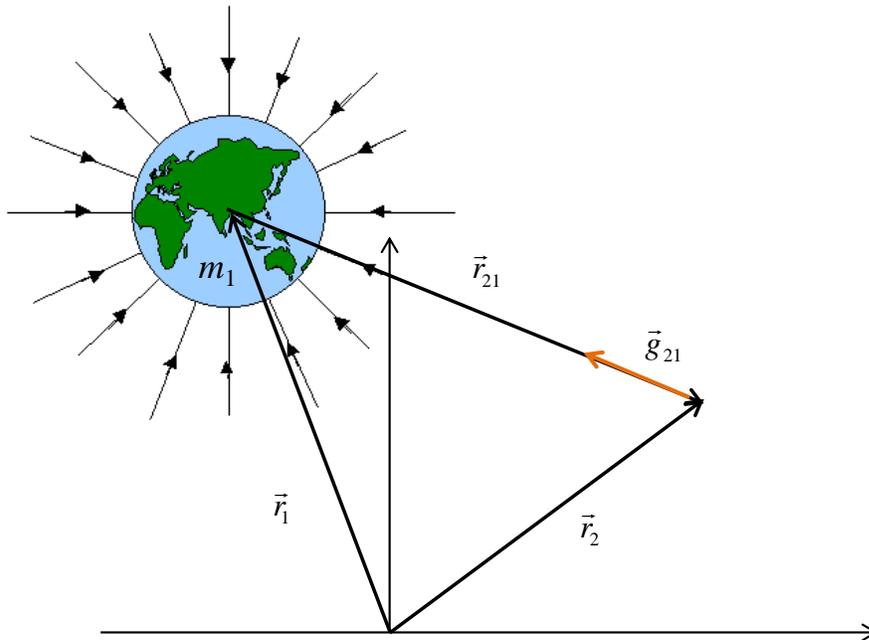
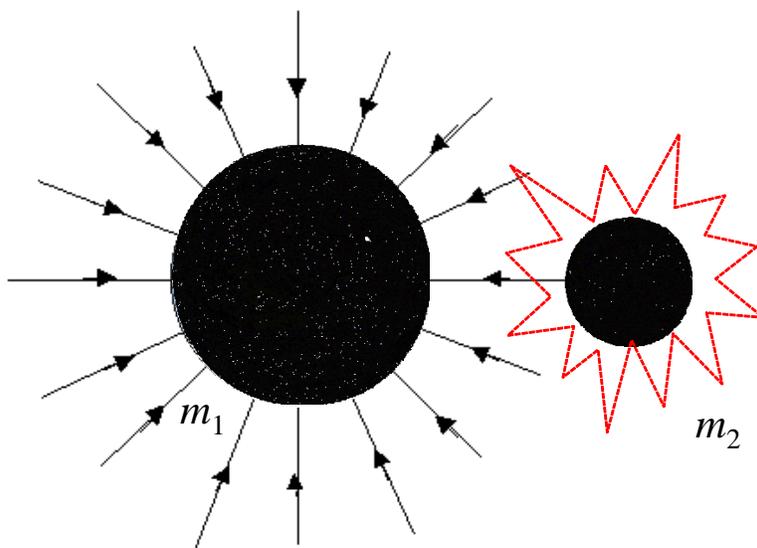
$$= 3,5 \times 10^{22} \text{ N}$$

8.1 Gaya Tanpa Sentuhan

Mengapa dua benda yang tidak bersentuhan dapat saling tarik-menarik? Mengapa matahari dapat menarik bumi meskipun keduanya tidak bersentuhan? Untuk menjelaskan masalah ini diperkenalkan konsep **kuat medan gravitasi**.

Setiap benda menghasilkan medan graviasti pada seluruh ruang di sekitarnya (Gambar 8.4). *Tarikan gravitasi bumi pada bulan dapat dipandang sebagai interaksi antara medan gravitasi bumi di lokasi bulan dengan massa bulan* (Gambar 8.5). Kuat medan graviasi benda yang bermassa m_1 yang berada di posisi $\vec{r}_1$ pada posisi $\vec{r}_2$ adalah

$$\vec{g}_{21} = -G\frac{m_1}{r_{21}^2}\hat{r}_{21} \tag{8.3}$$

Arah kuat medan gravitasi adalah menuju ke pusat benda seperti tampak pada Gambar 8.4.

Gambar 8.4 Arah medan gravitasi selalu menuju ke pusat benda.

Gambar 8.5 Gaya gravitasi muncul akibat interaksi antara medan gravitasi yang dihasilkan suatu massa dengan massa lain yang berada pada lokasi medan gravitasi itu.

Jika kita ambil pusat benda m_1 sebagai pusat koordinat maka kuat medan gravitasi pada posisi $\vec{r}$ sembarang adalah

$$\vec{g}(\vec{r}) = -G\frac{m_1}{r^2}\hat{r} \quad (8.4)$$

Dengan demikian, besar medan gravitasi pada jarak r dari pusat benda m_1 adalah

$$g(r) = G\frac{m_1}{r^2} \quad (8.5)$$

Tampak dari persamaan (8.5) bahwa kuat medan gravitasi berbanding terbalik dengan jarak dari pusat benda.

Tampak dari persamaan (8.2) dan (8.3), gaya yang dilakukan benda m_1 pada benda m_2 dapat ditulis sebagai

$$\vec{F}_{21} = \vec{g}_{21}m_2 \quad (8.6)$$

Arti indeks dalam persamaan (8.7) sebagai berikut.

- $\vec{F}_{21}$ = gaya pada benda 2 yang dilakukan benda 1
- $\vec{g}_{21}$ = percepatan gravitasi pada posisi benda 2 yang dihasilkan benda 1
- m_2 = massa benda 2

Persamaan (8.6) dapat dinyatakan sebagai berikut. Gaya yang dialami benda bermassa m_2 sama dengan kekuatan interaksi antara massa m_2 dengan medan gravitasi tempat massa tersebut berada. Dalam fisika interaksi sering diungkapkan sebagai perkalian.

8.2 Medan Gravitasi di Permukaan Bumi

Jari-jari bumi adalah 6370 km. Variasi ketinggian tempat-tempat di permukaan bumi sangat kecil dibandingkan dengan jari-jari bumi. Lokasi tertinggi di permukaan bumi, yaitu gunung Everest tingginya sekitar 9 km, sangat kecil dibandingkan dengan jari-jari bumi. Dengan demikian, kuat medan gravitasi di berbagai tempat di permukaan bumi tidak berbeda jauh. Kita hitung besar medan gravitasi pada tempat yang memiliki ketinggian h dari permukaan bumi,

$$g = G\frac{M_B}{(R_B + h)^2} \tag{8.8}$$

dengan M_B adalah massa bumi dan R_B adalah jari-jari bumi. Karena $h << R_B$ maka $R_B + h \approx R_B$ sehingga percepatan gravitasi pada berbagai ketinggian h dari permukaan bumi mendekati

$$g \approx G\frac{M_B}{R_B^2} \tag{8.9}$$

Contoh 8.2

Massa matahari adalah $2,0 \times 10^{30}$ kg dan jar-jarinya adalah $6,95 \times 10^8$ m. Hitung kuat medan gravitasi di permukaan matahari. Jika di akhir hidupnya matahari berubah menjadi bintang katai putih dengan massa jenis 10^{10} kg/m^3, berapa percepatan gravitasi di permukaan matahari?

Jawab

Paercepatan gravitasi di permukaan matahari pada kondisi saat ini adalah

$$g = G\frac{M_M}{R_M^2}$$

$$= (6{,}67 \times 10^{-11}) \times \frac{2 \times 10^{30}}{(6{,}95 \times 10^{8})^{2}}$$

= 276 m/s^2

Jika matahari menjadi bintang katai putih maka volume matahari menjadi

$$V = \frac{M_M}{\rho}$$

$$= \frac{2 \times 10^{30}}{10^{10}}$$

= 2 × 10^{20} m^3.

Jari-jari matarahi setelah menjadi bintang katai putih memenuhi

$$\frac{4\pi}{3} R'^3 = V$$

atau

$$R' = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3}$$

$$= \left(\frac{3 \times (2 \times 10^{20})}{4\pi} \right)^{1/3}$$

= 3,63 × 10^6 m.

Percepatan gravitasi di permukaan matahari setelah menjadi bintang katai putih adalah

$$g = G\frac{M_M}{R'}$$

$$= (6,67 \times 10^{-11}) \times \frac{2 \times 10^{30}}{(3,63 \times 10^{6})^{2}}$$

$= 1,01 \times 10^{7}$ m/s^{2}

8.3 Medan Gravitasi di Dalam Bumi

Makin jauh dari permukaan bumi, kuat medan gravitasi makin kecil. Perubahannya berbanding terbalik dengan kuadrat jarak dari pusat bumi. Bagaimana dengan sebaliknya. Bagaimana perubahan kuat medan gravitasi bumi jika posisi tersebut masuk ke dalam bumi? Apakah makin besar atau makin kecil?

Ketika kita masuk ke dalam bumi hingga berada pada jarak r dari pusat bumi ($r < R_B$) maka gaya gravitasi yang dialami semata-mata dihasilkan oleh bola yang berjari-jari r. Bagian bumi di sebelah luar yang memiliki ketebalan $R_B - r$ tidak memberi kontribusi pada gaya gravitasi. Jadi kita seolah-olah mencari kuat medan gravitasi di permukaan bola yang berjari-jari r (Gambar 8.6). Untuk mencari kuat medan tersebut kita perlu terlebih dahulu mencari massa bola berjari-jari r. Untuk maksud ini kita pakai perbandingan volum.

- Volum bumi keseluruhan: $V_B = (4\pi/3)R_B^3$
- Volum bola berjari-jari r: $V_b = (4\pi/3)r^3$

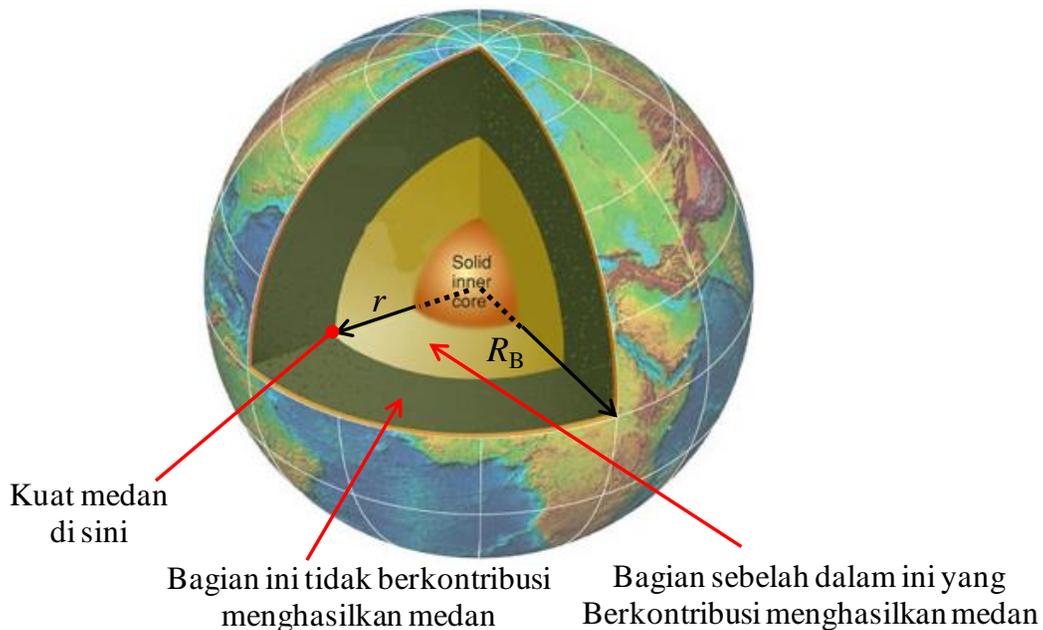
Jika massa bumi M_B maka massa bola adalah $m = (V_b/V_B)M_B$ = $(r^3/R_B^3)M_B$.

Kuat medan gravitasi di permukaan bola sama dengan kuat medan gravitasi pada jarak r dari pusat bumi adalah

$$g = G\frac{m}{r^2}$$

$$= G\frac{(r^3/R_B^3)M_B}{r^2}$$

$$= \frac{GM_B}{R_B^3} r \tag{8.10}$$

Tampak bahwa medan gravitasi di permukaan bumi berbanding lurus dengan jarak dari pusat bumi. Medan gravitasi di pusat bumi nol. Gambar 8.7. Adalah skema kuat medan gravitasi bumi dari pusat bumi hingga jarak tak berhingga dari bumi. Jelas bahwa medan gravitasi terbesar ada di permukaan bumi.

Gambar 8.6 Medan gravitasi pada jarak *r* dari pusat bumi hanya disumbangkan oleh bola berjari-jari *r*. Kulit bumi setebal $R_B - r$ tidak memberi kontribusi.

Contoh 8.3

Pada jarak berapa dari pusat bumi (di luar bumi) adar kuat medan gravitasi persis aam dengan kuat medan gravitasi di dalam bumi pada jarak setengah jari-jari dari pusat bumi?

Jawab

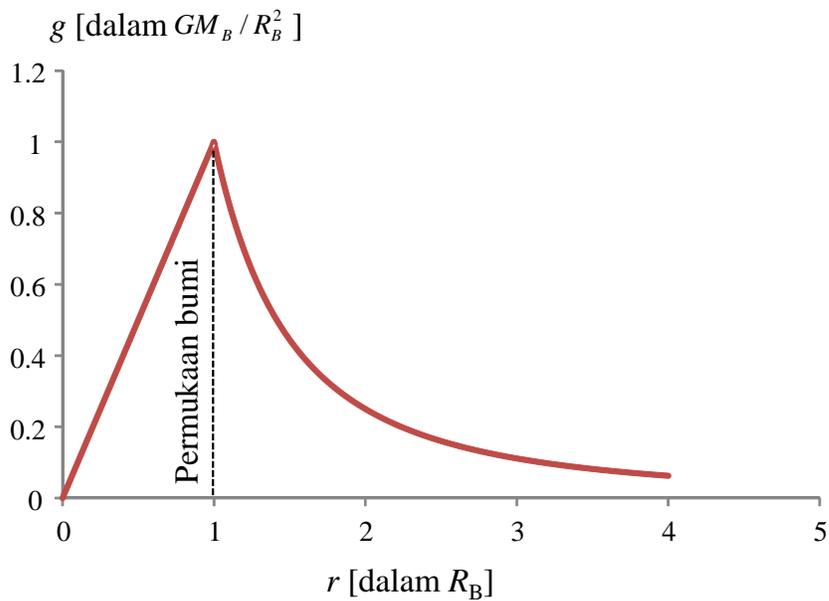
Dengan menggunakan persamaan (8.6) dan (8.10) maka kita dapat menulis

$$G\frac{M_B}{r^2} = G\frac{M_B}{R_B^3}(R_B/2)$$

atau

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{2R_B^2}$$

atau

$$r = \sqrt{2}R_B$$

Gambar 8.7 Kuat medan gravitasi bumi pada berbagai jarak dari pusat bumi.

8.4 Energi Potensial Gravitasi di Luar Benda

Sekarang kita akan menghitung energi potensial gravitasi bumi

secara umum. Apa yang kita bahas pada bab-bab sebelumnya hanyalah energi potensial gravitasi di sekitar permukaan bumi. Di sekitar permukaan bumi energi potensial gravitasi sebanding dengan ketinggian dari permukaan bumi dengan asumsi bahwa permukaan bumi diambil sebagai acuan dengan energi potensial nol. Pada bagian ini kita akan menentukan energi potensial pada jarak sembarang dari permukaan bumi, termasuk jarak yang berpuluh-puluh kali lipat jari-jari bumi, bahkan hingga jarak tak berhingga dari bumi.

Kita mulai dengan memisalkan sebuah benda bermassa *M* (bisalnya bumi) yang dipilih berada di pusat koordinat. Gaya gravitasi pada benda yang bermassa *m* yang berada pada posisi $\vec{r}$ adalah $\vec{F} = -GMm\hat{r}/r^2$. Karena gaya gravitasi merupakan gaya konservatif maka kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi untuk memindahkan benda m dari posisi $\vec{r}_1$ ke posisi $\vec{r}_2$ sama dengan selisih energi potensial di $\vec{r}_1$ dan $\vec{r}_2$, atau

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r} = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

Jika kita lakukan integrasi maka kita dapatkan

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left(-\frac{GMm}{r^2}\hat{r} \right) \bullet d\vec{r} = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

$$-GMm \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \frac{dr}{r^2} = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

$$-GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

$$\left(-\frac{GMm}{r_1} \right) - \left(-\frac{GMm}{r_2} \right) = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

Dari bentuk persamaan terakhir kita mengidentifikasi bahwa

$$U(\vec{r}_1) = -\frac{GMm}{r_1}$$

$$U(\vec{r}_2) = -\frac{GMm}{r_2}$$

Dari sini kita simpulkan bahwa secara umum, energi potensial gravitasi yang dimiliki benda *m* yang berjarak *r* dari benda bermassa *M* adalah

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} \qquad (8.11)$$

Contoh 8.4

Berapakan energi potensial gravitasi yang dimiliki bulan akibat gaya gravitasi bumi? Massa bulan adalah $7,4 \times 10^{22}$ kg dan jarak dari bumi adalah 384.404 km.

Jawab

Dengan menggunakan persamaan 8.11 maka kita dapatkan energi potensial gravitasi bulan adalah

$$U = -\frac{(6,67 \times 10^{-11}) \times (5,96 \times 10^{24}) \times (7,4 \times 10^{22})}{384.404.000}$$

$= -7,65 \times 10^{28}$ J.

8.5 Energi Potensial Gravitasi di Dalam Benda

Sekarang kita akan menentukan energi potensial gravitasi di

dalam benda bermassa *M* dan berjari-jari *R*. Seperti diungkapkan oleh persamaan (8.10), kuat medan gravitasi pada posisi $\vec{r}$ dari pusat benda *M* di mana $r < R$ memenuhi persamaan $\vec{g} = -GM\vec{r}/R^3$. Dengan demikian, gaya gravitasi yang bekerja pada benda *m* yang berada pada posisi $\vec{r}$ tersebut adalah $\vec{F} = m\vec{g}$ = $-GMm\vec{r}/R^3$. Kerja yang dilakukan untuk memindahkan benda *m* dari posisi $\vec{r}_1$ ke posisi $\vec{r}_2$ adalah

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r} = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left(\frac{GMm}{R^3} \vec{r} \right) \bullet d\vec{r} = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

$$-\frac{GMm}{R^3} \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} r dr = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

$$-\frac{GMm}{R^3} \left[\frac{1}{2} r^2 \right]_{r_1}^{r_2} = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

$$-\frac{GMm}{R^3} \left[\frac{1}{2} r_2^2 - \frac{1}{2} r_1^2 \right] = U(\vec{r}_1) - U(\vec{r}_2)$$

Dari bentuk persamaan terakhir kita mengidentifikasi bahwa

$$U(\vec{r}_1) = \frac{1}{2} \frac{GMm}{R^3} r_1^2 + C$$

$$U(\vec{r}_2) = \frac{1}{2} \frac{GMm}{R^3} r_2^2 + C$$

dengan C adalah sebuah konstanta. Dari sini kita simpulkan bahwa Secara umum, energi potensial gravitasi yang dimiliki benda m yang r dari benda bermassa M di mana lokasi benda m berada di dalam benda M adalah

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{2}\frac{GMm}{R^3}r^2 + C \qquad (8.12)$$

Berapakah konstanta C? Konstanta C ditentukan dengan menyamakan energi potensial di permukaan jika menggunakan persamaan (8.11) dan (8.12). Dengan menyamakan dua persamaan tersebut maka

$$-\frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}\frac{GMm}{R^3}R^2 + C$$

$$C = -\frac{3}{2}\frac{GMm}{R}$$

Akhirnya bentuk umum energi potensial di dalam benda menjadi

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{2}\frac{GMm}{R^3}r^2 - \frac{3}{2}\frac{GMm}{R} \qquad (8.13)$$

Contoh 8.5

Neutron yang dihasilkan dari reaksi di dalam matahari mencapai permukaan matahari dengan jahu 5×10^5 m/s. Misalkan neutron dihasilkan neutron dihasilkan pada posisi setengah jari-jari matahari. Massa neutron adalah $1{,}7 \times 10^{-26}$ kg.

Jawab

Dengan menggunakan persamaan (8.13), energi mekanik neutron di permukaan matahari adalah

$$EM = \frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{GMm}{R}$$

Energi mekanik di tempat penciptaan neutron adalah

$$EM = \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}\frac{GMm}{R^3}(R/2)^2 - \frac{3}{2}\frac{GMm}{R}$$

$$= \frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{11}{8}\frac{GMm}{R}$$

Karena energi mekanik konstan maka

$$\frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{11}{8}\frac{GMm}{R}$$

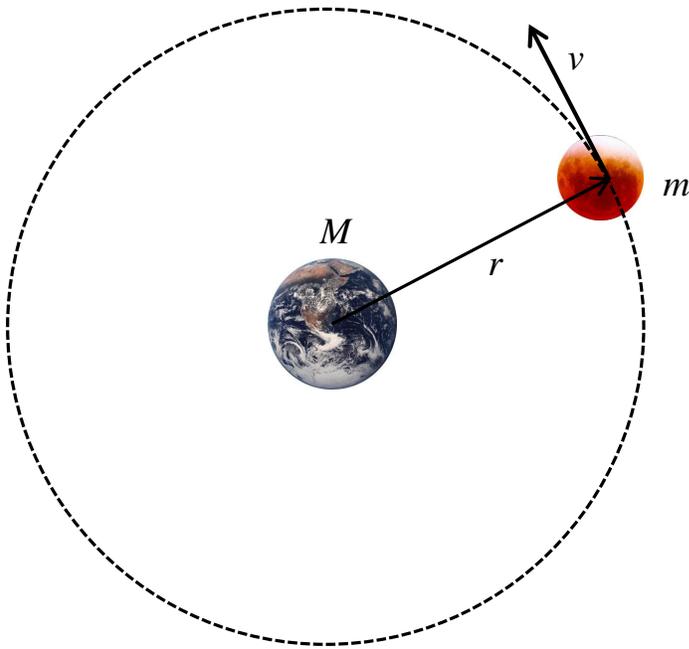
atau

$$v_i = \sqrt{v_p^2 + \frac{3}{4}\frac{GM}{R}}$$

$$= \sqrt{(5\times 10^5)^2 + \frac{3}{4}\times\frac{(6,67\times 10^{-11})\times(2\times 10^{30})}{6,95\times 10^8}}$$

$= 6,3 \times 10^5$ m/s

8.6 Energi Mekanik Benda dalam Orbit

Sekarang kita fokus pada benda yang berada di luar benda lain. Gaya gravitasi pada benda ini berbanding terbalik dengan jarak dari benda penghasil medan. Misalkan sebuah benda m bergerak mengitari benda M pada orbit lingkaran yang memiliki jari-jari r (Gambar 8.8).

Gambar 8.8 Benda *m* mengorbit benda *M* pada lintasan yang berjari-jari *r*.

Energi mekanik benda m yang sedang mengorbit benda M adalah jumlah energi kinetik dan energi potensial, atau

$$EM = K + U$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \qquad (8.14)$$

Karena benda bergerak dalam orbit lingkaran maka laju benda memenuhi persamaan

$$\frac{mv^2}{r} = F$$

atau

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Fr \qquad (8.15)$$

Substitusi persamaan (8.15) ke dalam persamaan (8.14) kita peroleh ungkapan energi mekanik benda yang sedang berada dalam orbit adalah

$$EM = \frac{1}{2}Fr - \frac{GMm}{r}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{GMm}{r^2}\right)r - \frac{GMm}{r}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r} \qquad (8.16)$$

Tampak dari persamaan (8.16) bahwa energi mekenaik benda yang sedang bergerak pada orbit lingkaran mengelilingin benda lain sama dengan setengah energi potensial. Tetapi karena kedua energi tersebut bertanda negatif maka energi mekanik lebih besar daripada energi potensial.

8.7 Gangguan pada Kecepatan Orbit

Misalkan benda m sedang mengorbit benda M pada lintasan lingkaran dengan jari-jari r_1. Misalkan secara tiba-tiba laju benda m berubah misalnya oleh tabrakan benda lain (planet ditabrak oleh asteroid besar). Pertanyaan, apa yang terjadi dengan orbit planet tersebut?

Jelas di sini bahwa yang mengalami perubahan adalah energi kinetik benda sedangkan energi potensial tidak berubah. Dengan berubahnya energi kinetik maka energi mekanik benda berubah. Karena energi mekanik benda memenuhi persamaan (8.16) maka benda tidak bisa lagi bertahan di orbit berjari-jari r_1. Benda akan berpindah ke orbit dengan jari-jari r_2 sedemikian sehingga energi mekanik baru memenuhi persamaan (8.16). Berapa jari-jari orbit baru tersebut? Mari kita hitung dan perhatikan Gambar 8.9.

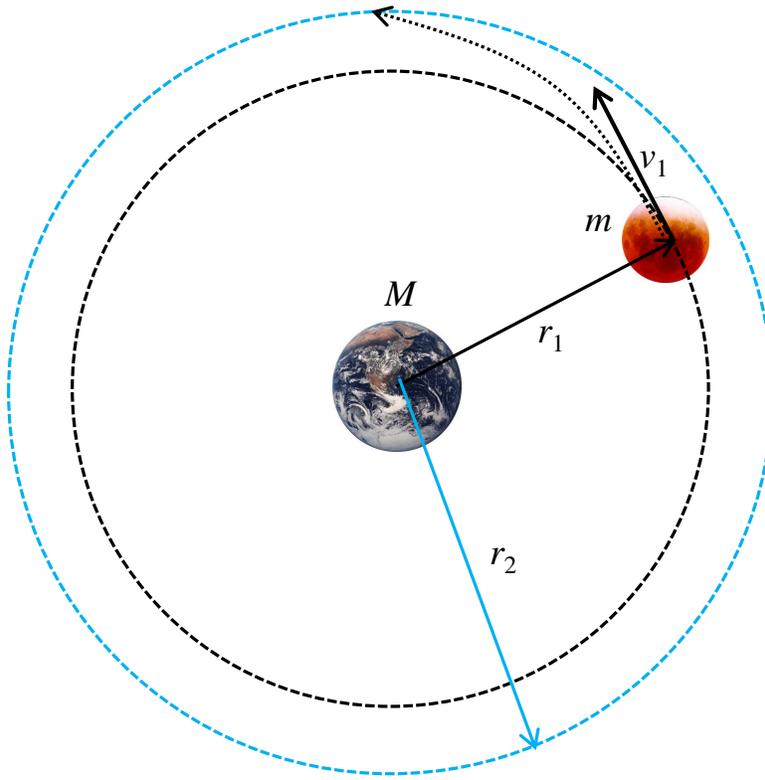
Ketika masih berada di orbit dengan jari-jari r_1 maka energi kinetik dan energi mekanik benda m adalah

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$EM_1 = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r_1}$$

Jika laju benda tiba-tiba berubah sebesar Δv maka energi kinetik benda m berubah menjadi

$$K'_1 = \frac{1}{2}m(v_1 + \Delta v)^2$$

$$= \frac{1}{2}m\left(v_1^2 + 2v\Delta v + \Delta v^2\right)$$

Gambar 8.9 Benda bepindah orbit jika tiba-tiba lajunya berubah

Perubahan energi kinetik benda adalah

$$\Delta K = K'_1 - K$$

$$= \frac{1}{2} m\left(2v\Delta v + \Delta v^2\right) \tag{8.17}$$

Dan energi mekanik benda berubah menjadi

$$EM' = EM_1 + \Delta K$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r_1} + \frac{1}{2}m\left(2v\Delta v + \Delta v^2\right) \qquad (8.18)$$

Benda m akan meloncat ke orbit dengan jari-jari r_2 sehingga energi mekaniknya sama dengan energi mekanik yang diberikan persamaan (8.18). Jadi, jari-jari orbit baru memenuhi

$$-\frac{1}{2}\frac{GMm}{r_2} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r_1} + \frac{1}{2}m\left(2v\Delta v + \Delta v^2\right)$$

atau

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{GM}\left(2v\Delta v + \Delta v^2\right) \qquad (8.19)$$

Mudan dibuktikan pada persamaan (8.19) jika $\Delta v > 0$ atau laju benda tiba-tiba bertambah maka suku kedua di ruas kanan negatif. Akibatnya $1/r_2 < 1/r_1$ atau $r_2 > r_1$. Dengan demikian benda meloncat ke orbit dengan jari-jari lebih besar. Sebaliknya, jika $\Delta v < 0$ atau laju benda dan $|\Delta v| < v$ maka suku kedua di ruas kanan berharga positif. Akibatnya Akibatnya $1/r_2 > 1/r_1$ atau $r_2 < r_1$. Dengan demikian benda meloncat ke orbit dengan jari-jari lebih kecil.

Kondisi yang menarik terjadi jika suku di ruas kanan nol. Jika ini terjadi mana $1/r_2 = 0$, yang berarti $r_2 = \infty$. Ini adalah kondisi benda m lepas dari ikatan dengan M dan bergerak menuhi tak berhingga. Berapakah pertambahan kecepatan agar kondisi ini terjadi?

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{GM}\left(2v\Delta v + \Delta v^2\right) = 0$$

$$\Delta v^2 + 2v\Delta v + \Delta v^2 - \frac{GM}{r_1} = 0$$

Solusi persamaan ini adalah

$$\Delta v = \frac{-2v + \sqrt{(2v)^2 + 4GM/r_1}}{2}$$

$$= -v + \sqrt{v^2 + GM/r_1} \qquad (8.20)$$

Karena pada orbit r_1 terpenuhi hubungan

$$\frac{mv^2}{r_1} = \frac{GMm}{r_1^2}$$

atau

$$\frac{GM}{r_1} = v^2 \qquad (8.21)$$

Substitusi persamaan (8.21) ke dalam (8.20) kita peroleh

$$\Delta v = -v + \sqrt{v^2 + v^2}$$

$$= \left(\sqrt{2} - 1\right)v$$

$$= 0{,}414 v \qquad (8.22)$$

Persamaan (8.22) memberikan informasi bahwa benda akan lepas dari orbit jika tambahan laju minimal 0,414 dari laju stasioner ketika berada di orbit lingkaran.

Contoh 8.6

Jarak planet merkurius ke matahari asalah 0,387 AU (1 AU = jarak bumi-matahari). Jika merkurius ditabrak oleh asteroid yang sangat beras, berapakah perbuahan laju merkurius agar lepas dari ikatan matahari?

Jawab

Jari-jari orbit merkuriaus r_m = 0,387 × 150 juta km = 58 juta km = 5,8 × 5,8 × 10^{10} m. Karena merkurius berada pada orbit stasioner maka terpenuhi

$$G\frac{M_M M_m}{r_m^2} = \frac{M_m v^2}{r_m}$$

atau

$$v_m = \sqrt{\frac{GM_M}{r_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{(6{,}67 \times 10^{-11}) \times (2 \times 10^{30})}{5{,}8 \times 10^{10}}}$$

= 4,8 × 10^4 m/s

Merkurius dapat lepas dari ikatan dengan matahari jika terjadi perubahan laju yang memenuhi persamaan (8.22), yaitu

$$\Delta v = 0{,}414v$$

$$= 0{,}414 \times (4{,}8 \times 10^4)$$

$$= 2 \times 10^4 \text{ m/s}$$

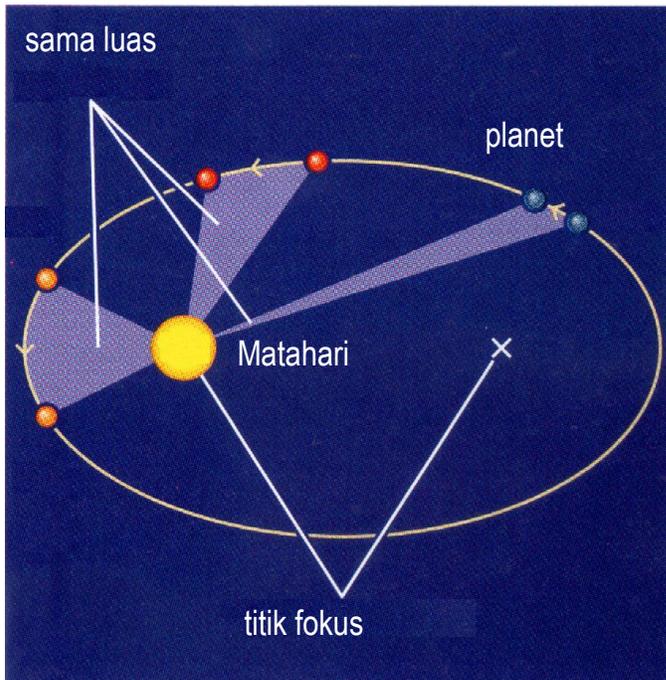
8.8 Hukum Kepler untuk Gerak Planet

Hukum gravitasi umum Newton dapat menjelaskan dengan sangat teliti gerakan planet-planet mengelilingi matahari. Namun, sebelum Newton merumuskan hukum gravitasi, Johannnes Kepler telah merumuskan tiga hukum gerak planet yang sangat terkenal saat itu.

Hukum I Kepler

Setiap planet bergerak mengelilingi matahari dalam lintasan berbentuk ellips dan matahari terletak pada salah satu titik fokus ellips (ellips memiliki dua titik fokus) (Gambar 8.10).

Hukum II Kepler

Pada selang waktu yang sama, garis penghubung planet dan matahari menyapu daerah yang sama luasnya (Gambar 8.10).

Gambar 8.10 Lintasan planet mengelilingi matahari berbentuk ellips. Pada selang waktu yang sama garis hubung planet dan matahari menyapu daerah yang luasnya sama.

Hukum III Kepler

Perbandingan kuadrat periode revolusi planet mengelilingi matahari dengan pangkat tiga jarak rata-rata planet ke matahari sama untuk semua planet.

8.9 Pembuktian Hukum Kepler dengan Hukum Gravitasi Newton

Sangat mencengangkan ternyata semua hukum Kepler dapat dijelaskan dengan menggunakan hukum gravitasi umum Newton. Untuk membuktikan hukum I Kepler kita perlu pengetahuan matematika yang lebih tinggi, yaitu kalkulus. Di sini kita buktikan buktikan bahwa hukum gravitasi Newton dapat menurunkan hukum II dan III Kepler.

Pebuktian Hukum II Kepler

Lihat Gambar 8.11. Selama selang waktu Δt planet menyapu daerah yang diarsir. Kita akan hitung luas daerah yang diarsir tersebut.

i. Kecepatan planet saat itu adalah v dan menyinggung lintasan.

ii. Jika planet bergerak lurus mengikuti arah kecepatan, maka jarak tempuh planet selama selang waktu Δt adalah $v\Delta t$.

iii. Tetapi karena ada tarikan matahari, mata lintasan planet membelok mengikuti lengkungan ellips. Akibatnya, selama selang waktu Δt, planet hanya menempuh jarak lengkung ellips yang panjangnya kira-kira sama dengan $v\Delta t \sin\theta$. Kedua panjang tersebut menjadi persis sama jika diambil $\Delta t \to 0$. Di sini θ adalah sudut yang dibentuk oleh vektor jari-jari dengan vektor kecepatan planet.

iv. Daerah yang disapu planet berbentuk segitiga. Panjang alas segi tiga kira-kira sama dengan $v\Delta t \sin\theta$ dan tingginya kira-kira sama dengan jari-jari orbit planet. Dengan demikian, luas daerah yang disapu planet selama Δt adalah

$$\Delta A = \frac{1}{2} \times panjang \times tinggi$$

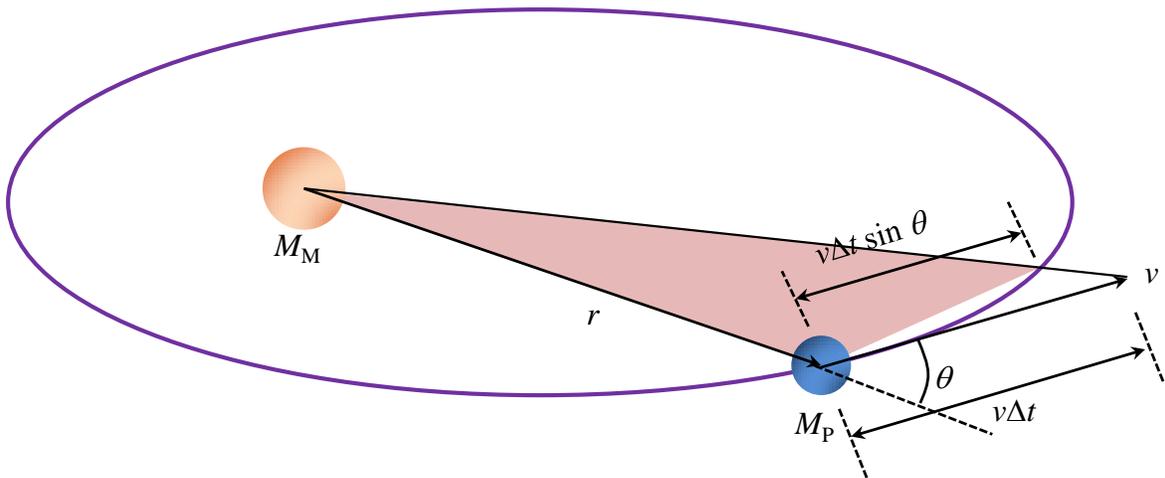
$$= \frac{1}{2} \times r \times (v\Delta t \sin\theta)$$

$$= \frac{1}{2M_p}(M_p r v \sin\theta)\Delta t \qquad (8.23)$$

Momen gaya yang bekerja pada planet akibat gaya gravitasi matahari adalah

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \vec{r} \times \left(-G \frac{M_M M_p}{r^3} \vec{r} \right)$$

$$= -G \frac{M_M M_p}{r^3} \vec{r} \times \vec{r} = 0$$

Gambar 8.11 Sketsa untuk membuktian hukum II Kepler.

Karena momen gaya nol maka momentum sudut planet konstan atau kekal (topik ini akan kita bahas secara detail pada Bab 9). Momentum sudut planet yang mengitari matahari adalah

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Besarnya momentum sudut adalah

$$L = rp \sin \theta$$

$$= rM_p v \sin\theta \qquad (8.24)$$

Substitusi persamaan (8.24) ke dalam persamaan (8.23) kita peroleh

$$\Delta A = \frac{L}{2M_p}\Delta t \qquad (8.25)$$

Karena L konstan untuk tiap planet maka persamaan (8.25) menyatakan bahwa untuk satu planet, luas daerah yang disapu berbanding lurus dengan selang waktu. Dengan perkataan lain, ***pada selang waktu yang sama, luas daerah yang disapu garis hubung planet dengan matahari selalu sama***. Ini adalah ungkapan hukum II Kepler.

Pembuktian Hukum III Kepler

Untuk membuktikah hukum III Kepler, kita anggap lintasan planet sekitar matahari berbentuk lingkaran. Hal ini tidak tertalu salah, karena walaupun lintasan planet sekitar matahari berbentuk ellips, namun ellips yang terbentuk sangat mendekati bentuk lingkaran. Gaya gravitasi matahari pada planet adalah $F = GMm/r^2$, dengan M massa matahari, m massa planet, r jarak matahati-planet. Gaya ini berperan sebagai gaya sentripetal pada planet sehingga

$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \quad \text{atau}$$

$$G\frac{M}{r} = v^2 \qquad (8.26)$$

Dengan asumsi lintasan yang mendekati lingkaran maka laju revolusi planet memenuhi $v = 2\pi r/T$ sehingga $GM/r = (2\pi r/T)^2$ yang selanjutnya dapat ditulis sebagai

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \tag{8.27}$$

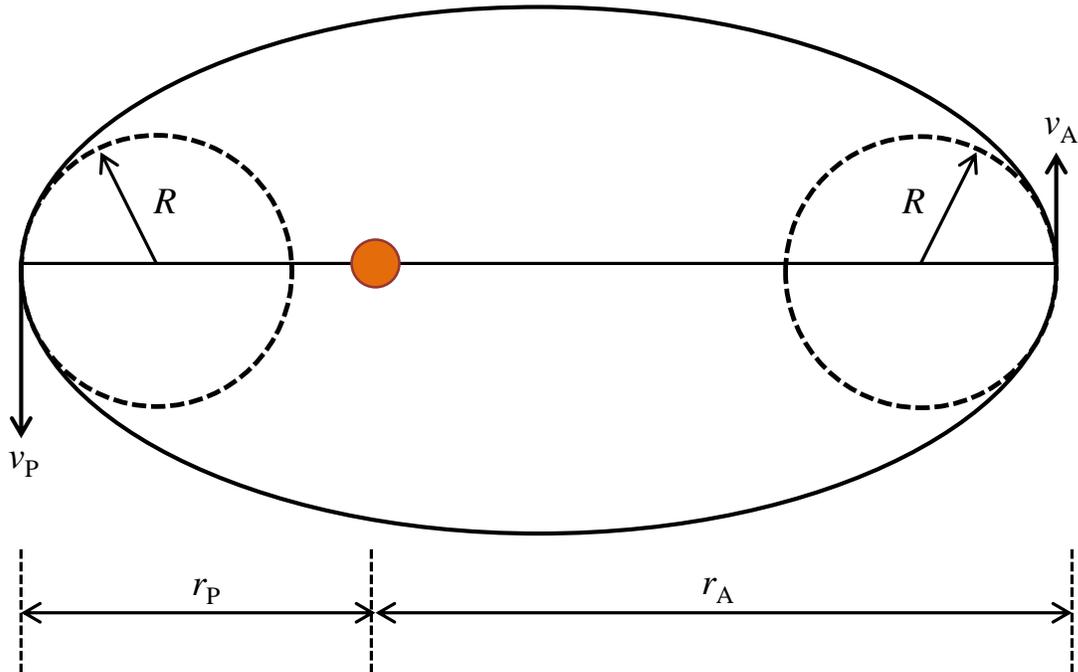
Ruas kanan persamaan (8.27) hanya bergantung pada massa matahari. Jadi T^2/r^3 akan sama untuk semua planet, sesuai dengan hukum III Kepler. Dengan memasukkan massa matahari dan konstanta gravitasi mama nilai di ruas kanan persamaan (8.27) adalah $2{,}97 \times 10^{-20}$ s^2 m^{-3}.

Hukum Kepler tidak hanya berlaku bagi planet yang mengitari matahari, tetapi juga untuk satelit yang mengitari planet, termasuk satelit buatan manusia yang mengitari bumi. Intinya adalah hukum Kepler berlaku bagi semua benda yang mengorbit benda lain di bawah pengarus gaya tarik yang berbanding terbalik dengan kuadrat jarak. Dengan demikian, hukum Kepler juga berlaku bagi elektron yang mengitari inti pada atom karena berada di bawah pengarus gaya Coulomb yang memiliki bentuk serupa dengan hukum gravitasi.

8.10 Pembuktikan Persamaan Gravitasi dari Hukum Kepler

Tiga hukum Kepler ditemukan sebelum hukum gravitasi universal Newton ditemukan. Setelah Newton menemukan hukum gravitasi ternyata tida hukum Kepler merupakan konsekuansi dari hukum gravitasi Newton. Dengan kata lain tiga hukum Kepler dapat diturunkan dari hukum gravitasi Newton.

Namun kita dapat membalik argumentasi di atas bahwa hukum gravitasi Newton dapat diturunkan dari hukum Kepler. Lebih khusus lagi kita dapat menurunkan hukum gravitasi di mana gaya antara planet dan matahari berbanding terbalik dengan pangkat dua jarak antar planet matahari. Topik ini didiskusikan oleh Macklin dan kita menerangkan ulang di sini penjelasan Macklin [P.A. Macklin, *American Journal of Physics* **39**, 1088 (1971)].

Hukum pertama Kepler menyatakan bahwa planet mengitari matahari dalam orbit yang berbentuk ellips di mana matahari berada pada salag satu titik fokus ellips. Perhatikan Gambar 8.12.

Gambar 8.12 Saat berada di apogee dan perigee, planet seolah bergerak dalam lintasan lingkaran dengan jari-jari yang sama.

Di titik *apogee* (titik terjauh dari matahari) dan *perigee* (titik terdekat dengan matahari) planet bergerak dalam arah tegak lurus vektor penghubungn dengan matahari. Pada titik tersebut seolah-olah planet bergerak dalam orbit lingkaran dengan jari-jari *R* (sama dengan jarik-jari kelengkungan kurva di titik apogee dan perigee). Laju planet pada titik apogee adalah v_A dan pada titik perigee adalah v_P. Gaya ke arah matahari yang bekerja pada planet saat berada di titik apogee menjadi

$$F_A = \frac{mv_A^2}{R} \tag{8.28}$$

Karena ellips adalah bangun yang bersifat simetri maka jari-jari kelengkungan di titik perigee juga *R*. Dengan demikian, gaya ke arah matahari yang bekerja pada planet saat berada di titik apogee menjadi

$$F_P = \frac{mv_P^2}{R} \tag{8.29}$$

Akibatnya pergandingan gaya pada dua titik tersebut adalah

$$\frac{F_A}{F_P} = \frac{v_A^2}{v_P^2} \tag{8.30}$$

Berdasarkan persamaan (8.23) luas bidang yang ditempuh planet selama selang waktu Δt ketika berada di titik apogee adalah

$$\Delta A_A = \frac{1}{2M_p}(M_p r_A v_A \sin(90^o)\Delta t$$

$$= \frac{1}{2} r_A v_A \Delta t \tag{8.31}$$

Dengan penurunan yang sama maka luas bidang yang ditempuh planet selama selang waktu Δt ketika berada di titik perigee adalah

$$\Delta A_P = \frac{1}{2} r_P v_P \Delta t \tag{8.32}$$

Dengan hukum II Kepler maka

$$\Delta A_P = \Delta A_P$$

yang menghasilkan

$$r_P v_P = r_A v_A$$

Atau

$$\frac{v_A^2}{v_P^2} = \frac{r_P^2}{r_A^2} \qquad (8.33)$$

Substirusi persamaan (8.33) ke dalam persamaan (8.30) kita dapatkan

$$\frac{F_A}{F_P} = \frac{r_P^2}{r_A^2} \qquad (8.34)$$

Dari bentuk persamaan (8.34) dapat kita simpulkan bahwa gaya yang bekerja pada planer memenuhi persamaan umum

$$F = -\frac{K}{r^2} \qquad (8.35)$$

dengan K adalah konstanta yang bergantung pada sifat planet dan matahari. Tanda negatif dimasukkan untuk menyatakan gaya tarik. Tampak bahwa persamaan (8.35) persis sama dengan hukun gravitasi Newton dengan asumsi $K = GM_1M_2$. Dengan perkataan lain bahwa berdasarkan hukum Kepler I dan II kita dapat membuktikan bahwa gaya tarik antara planet dan matahari berbanding terbalik dengn pangkat dua jarak antara planet dan matahari.

8.11 Lubang Hitam (*Black Hole*)

Di akhir masa hidupnya bintang akan mengerut karena gaya gravitasi antar materi penyusun bintang menjadi lebih kuat daripada gaya akibat tekanan radiasi dari dalam sehingga energi potensial benda yang berada di permukaan bintang makin kecil. Pada saat bintang masih hidup kedua gaya tersebut sama besar sehingga bentuk dan ukuran bintang stabil. Dengan berakhirnya reaksi nuklir di dalam bintang maka tekanan radiasi menurun drastis. Pertanyaa adalah bagaimana efek pengkerutan tersebut pada benda yang berada di permukaan bintang?

Energi potensial benda bermassa m yang berada di permukaan bintang adalah

$$U = -\frac{GMm}{R}$$

dengan

M = massa bintang;

R = jari-jari bintang.

Pada jarak yang tak berhingga dari bintang, energi potensial massa m adalah 0 (tidak merasakan lagi pengaruh gravitasi bintang).

Misalkan energi kinetik benda saat di permukaan bintang adalah K_1 dan energi kinetik pada jarak yang tak berhingga dari bintang adalah K_2. Dengan menggunakan hukum kekekalan energi mekanik kita dapat menulis

$$-\frac{GMm}{R} + K_1 = 0 + K_2 \qquad (8.36)$$

Benda dapat melepaskan diri dari ikatan oleh bintang apabila energi kinetik pada jarak tak berhingga lebih besar atau sama dengan nol, atau $K_2 \geq 0$. Syarat ini berimplikasi

$$-\frac{GMm}{R}+K_1 \geq 0$$

atau

$$\frac{1}{2}mv^2 \geq \frac{GMm}{R}$$

atau

$$v^2 \geq \frac{2GM}{R} \quad (8.37)$$

Laju terbesar di alam adalah laju cahaya. Jadi, tidak akan ada benda yang dapat lepas dari permukaan bintang jika terpenuhi

$$\frac{2GM}{R} \geq c^2$$

atau

$$R \leq \frac{2GM}{c^2} \quad (8.38)$$

Persamaan (8.38) menyatakan bahwa ada satu jari-jari kiritis yang menjadi batas benda dapat lolos atau tidak dapat lolos benda dari bintang. Jari-jari kritis tersebut adalah

$$R_{Sc} = \frac{2GM}{c^2} \quad (8.39)$$

Jari-jari R_{Sc} disebut jari-jari *Schwarzschild*. Bintang dengan jari-jari lebih kecil daripada jari-jari *Schwarzschild* tidak melepaskan benda apapun yang ada di permukaannya, termasuk gelombang elektromagnetik (foton). Dengan kata lain tidak ada informasi apa pun yang keluar dari bintang tersebut. Bintang dengan sifat semacam ini disebut **lubang hitam** atau ***black hole***. Sebagai contoh jari-jari matahari kita agar menjadi black hole adalah

$$R_{Sc} = \frac{2\times(6{,}67\times10^{-11})\times(2\times10^{30})}{(3\times10^{8})^{2}}$$

= 2.964 meter ≈ 3 km.

8.12 Pembelokan Cahaya oleh Medan Gravitasi

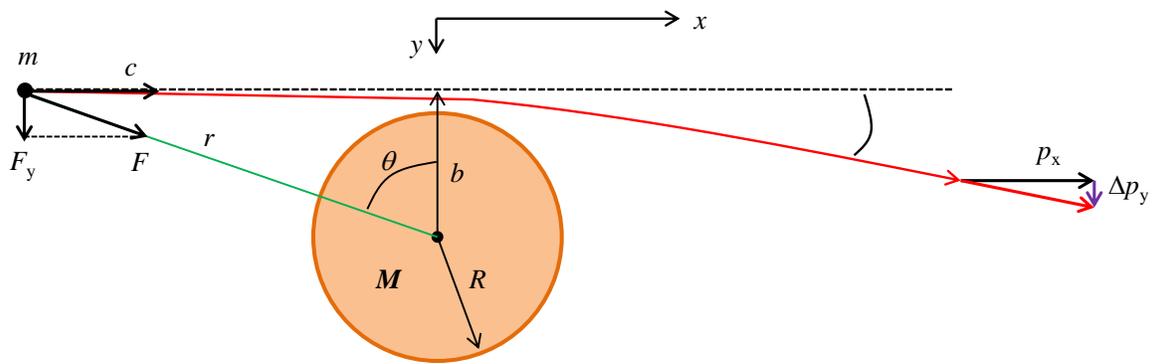
Cahaya dapat dipandang paket-paket energi yang dinamakan foton. Energi satu paket energi cahaya adalah $E = hf$ dengan h konstanta Planck dan f adalah hrekuensi cahaya. Berdasarkan kesetaraan massa dan energi yang dirumuskan dalam teori relativitas (kita akan bahan secara khusus teori relativitas pada semester 2) maka foton dapat dianggap memiliki massa m yang memenuhi

$$m = \frac{E}{c^2}$$

$$= \frac{hf}{c^2} \qquad (8.40)$$

Karena foton dapat dianggap memiliki massa tentu foton akan ditarik oleh gaya gravitasi. Memang massa foton amat kecil. Sebagai contoh, untuk cahaya dengan panjang gelombang 5000 angstrom (cahaya hijau) maka massa foton hanyalah $4{,}42 \times 10^{-36}$ kg. Karena massanya yang kecil maka gaya gravitasi yang bekerja pada foton sangat kecil. Namun, ada fenomena menarik yang akan diamati, yaitu ketika foton melintasi di dekat permukaan bintang yang sangat masif. Medan gravitais bintang sangat kuat sehingga gaya gravitasi yang dialami foton bisa cukup besar. Akibatnya lintasan foton di sekitar bintang melengkung ke arah bintang.

Pertanyaan kita adalah berapa besar kelengkungan lintasan foton dikaitkan dengan ukuran bintang? Mari kita diskusikan.

Untuk memudahkan pemahaman, perhatikan Gambar 8.13. Foton bergerak dari jarak tak berhingga dan melintas di permukaan bintang yang memiliki massa *M* dan jari-jari *R*. Jarak lintasan foton diukur dari pusat bintang adalah *b*. Karena foton terus-menerus mengalami tarikan ke pusat bintang maka setelah jauh meninggalkan bintang arah gerak foton membentuk sudut tertentu terhadap arah datang di awal. Kita akan menentukan besar sudut tersebut.

Gambar 8.13 Foton bergerak melintas di sekitar permukaan bintang. Foton dapat dianggap sebagai sebuah partikel yang memiliki massa $m = E/c^2 = hf/c^2$. Dengan demikian, selama melintasi bintang maka foton selalu mendapat gaya gravitasi ke arah pusat bintanh. Komponen gaya gravitasi yang tegak lurus lintasan menyebabkan pembelokan lintasan foton.

Gaya gravitasi setiap saat yang dilakukan bintang pada foton ke arah pusat bintang adalah

$$F = G\frac{Mm}{r^2} = G\frac{Mm}{b^2 + x^2} \tag{8.41}$$

Pembelokan terjadi akibat bekerjanya komponen gaya gravitasi dalam arah *y*, yaitu

$$F_y = F\cos\theta$$

$$= F\frac{b}{r}$$

$$= G\frac{Mm}{b^2+x^2}\times\frac{b}{\sqrt{b^2+x^2}}$$

$$= G\frac{Mmb}{\left(b^2+x^2\right)^{3/2}} \qquad (8.42)$$

Akibat adanya gaya ini maka terjadi perubahan momentum dalam arah y yang memenuhi hukum II Newton yaitu

$$dp_y = F_y dt$$

$$= F_y\frac{dt}{dx}dx$$

$$= F_y\frac{1}{c}dx$$

$$= \frac{GMmb/c}{\left(b^2+x^2\right)^{3/2}}dx \qquad (8.43)$$

Perubahan total momentum dalam arah y setelah foton jauh meninggalkan bintang adalah

$$\Delta p_y = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{GMmb/c}{\left(b^2+x^2\right)^{3/2}}dx \qquad (8.44)$$

Dengan menggunakan *Integral Calculator* pada *Wolfram Alpha* maka kita dapatkan

$$\Delta p_y = \frac{2GMm}{cb} \qquad (8.45)$$

Sudut pembelokan cahaya cukup kecil. Dengan demikian terpenuhi

$$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{\Delta p_y}{p} = \frac{2GM}{c^2 b} \qquad (8.46)$$

Tampak dari persamaan (8.46) bahwa besar sudut belok tidak bergantung pada frekuensi foton. Semua foton gelombang elektromagnetik membelok dengan sudut yang sama. Sudut pembelokan hanya bergantung pada massa bintang dan jarak tegak lurus lintasan dari pusat bintang. Jika foton melintas di sekitar permukaan bintang maka jarak tegak lurus lintasan ke pusat bintang kira-kira sama dengan jari-jari bintang sehingga $\alpha \approx 2GM/c^2R = 2(GM/R^2)\ R/c^2 = 2gR/c^2$.

Contoh 8.7

Perkirakan sudut pembelokan cahaya yang melintas di sekitar permukaan matahari dan di sekitar permukaan bumi?

Jawab

Sudut pembelokan cahaya yang melintas di permukaan matahari adalah

$$\alpha \approx \frac{2GM_M}{c^2 R_M}$$

$$= \frac{2\times(6{,}67\times10^{-11})\times(2\times10^{30})}{(3\times10^{8})^{2}\times(6{,}95\times10^{8})}$$

$= 4{,}26 \times 10^{-6}$ rad.

Sudut pembelokan cahaya yang melintas sekitar permukaan bumi adalah

$$\alpha \approx \frac{2gR}{c^{2}}$$

$$= \frac{2\times9{,}82\times(6{,}4\times10^{6})}{(3\times10^{8})^{2}}$$

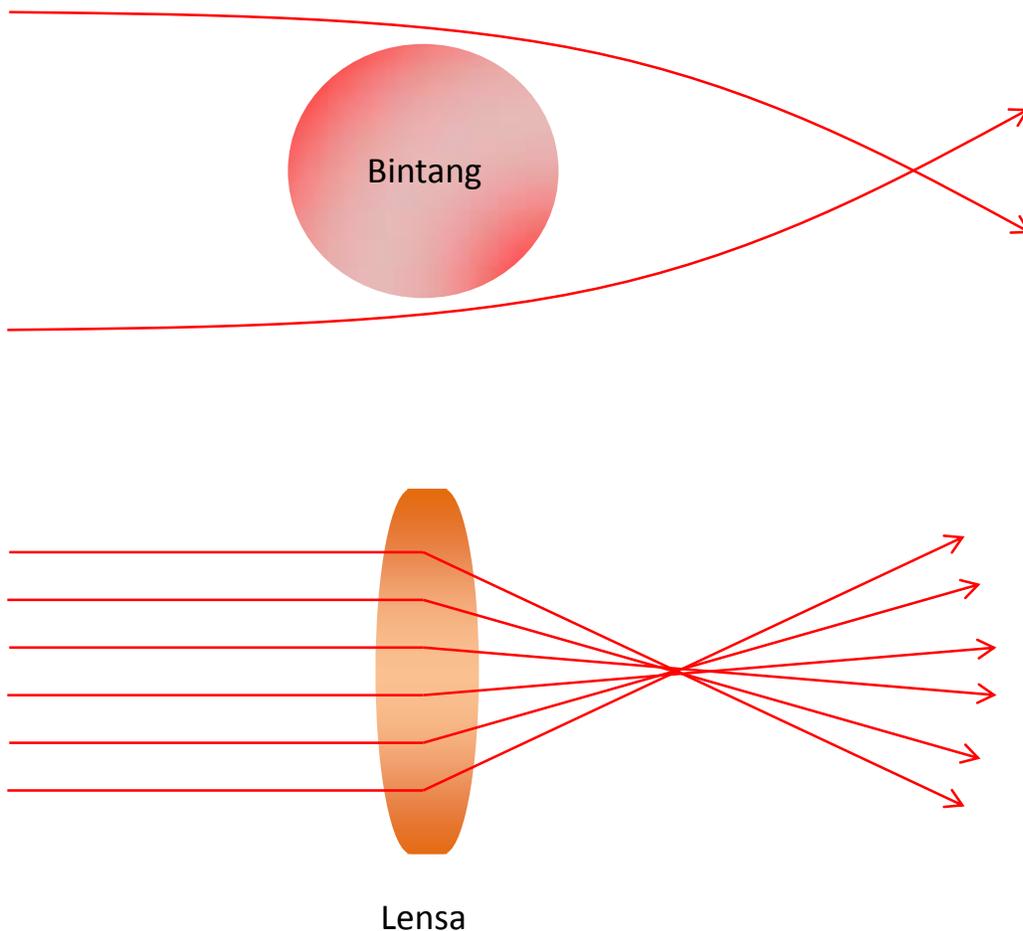
$= 1{,}4 \times 10^{-9}$ rad

Lensa Gravitasi.

Lensa yang pernah kita pelajari di bangku sekolah menengah adalah medium yang dapat membelokkan arah rambat cahaya. Medium yang digunakan adalah medium transparan sehingga dapat ditembus cahaya dengan mudah. Pembelokan cahaya sangat ditentukan oleh kelengkungan permukaan medium. Kita mendapatkan lensa cembung jika medium makin tebal di posisi yang makin ke tengah. Sebaliknya kita mendapatkan lenda cekung jika medium makin tipis di posisi yang makin ke tengah. Lenda cembung bersifat mengumpulkan cahaya sedangkan lensa cekung bersifat menghamburkan cahaya.

Seperti baru saj kita bahas bahwa benda masif membelokkan cahaya atau gelombang elektromagnetik yang lewak di sekitar permukaannya. Dengan demikian benda tersebut bersifat seperti sebuah lensa. Inilah yang dinamakan dengan lensa gravitasi. Jika ada sejumlah cahaya sejajar yang mengarak ke benda masif dari berbagai sisi di sekeliling permukaan maka cahaya tersebut akan dibelokkan menuju satu garis di tengah. Ini sangat serupa dengan pembelokan cahaya oleh lensa cembung (Gambar 8.14).

Pembelokan cahaya oleh medan gravitasi sering diamati saat gerhana matarahi total. Bintang yang berada di belakang matahari tidak dapat diamati ketika matahari bersinar terang. Penyebabnya karena

cahaya matarahi sangat silau dan cahaya bintang tertutupi. Namun, saat gerhana matahari total, cahaya matahari tertutupi dan beberapa bintang yang berada di belakang matahari dapat diamati. Posisi bintang tersebut di koorinat langit sebenarnya sudah ada. Namun saat terjadi gerhana matahari total apakah terdeteksi perubahan posisi bintang? Jika terjadi perubahan posisi bintang maka dapat disimpulkan bahwa telah terjadi pembelokkan cahaya bintang saat melintas dekat matahari. Fenomena inilah yang dikejar para ahli fisika dan ahli astronomi saat terjadi gernana matahari total. Saat gerhana matahari di Indonesia tanggal 9 Maret 2016 banyak ahli dari luar negeri datang ke Palembang, Bangka-Belitung, Palu, dan Halmahera ingin mengukur fenomena tersebut.

Gambar 8.14 (atas) Lensa gravitasi: cahaya dibelokkan oleh medan gravitasi dan (bawah) lensa optik: cahaya dibelokkan oleh medium ransparan.

8.13 Pasang Surut Akibat Gravitasi Matahari dan Bulan

Pasang surut air laut terjadi akibat gaya gravitasi matahari dan bulan pada air laut. Air laut adalah zat cair yang mudah berubah bentuk akibat dikenai gaya. Karena gaya gravitasi matahari atau bulan pada tempat yang berbeda di laut berbeda besarnya maka bentuk permukaan laut bisa berbeda akibat dikenai gaya tersebut. Ini mengakibatkan ada permukaan laut yang naik (pasang) dan ada permukaan laut yang turun (surut). Karena bumi berotasi maka dalam satu hari suatu tempak minimal mengalami dua kali pasang dan dua kali surut. Gambar 8.15 adalah contoh kondisi laut pasang dan surut di tempat wisata Tanah Lot, Bali.

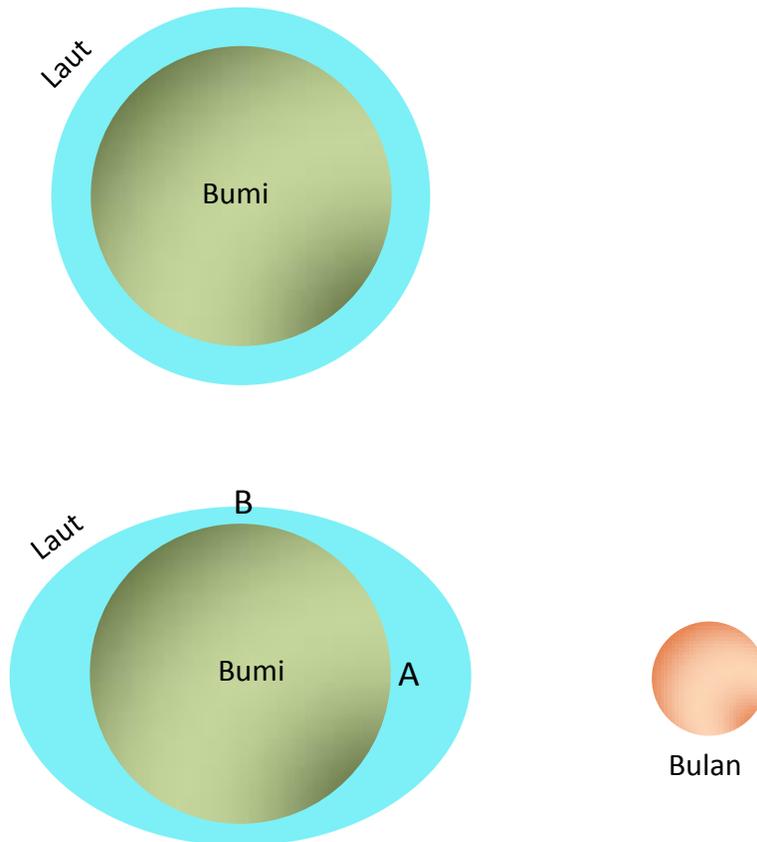
Kuat medan gravitasi matahari di bumi lebih besar daripada kuat medan gravitasi yang dihasilkan oleh oleh bulan. Kalian bisa membuktikannya dengan menggunakan hukum gravitasi Newton. Tetapi, pasang surut yang disebabkan oleh gravitasi bulan lebih besar daripada yang disebabkan oleh gaya gravitasi matahari. Mengapa demikian? Ternyata besarnya pasang surut tidak ditentukan oleh kuat medan gravitasi, tetapi ditentukan oleh perbedaan besar kuat medan gravitasi pada berbagai titik di laut. Untuk jelasnya, lihat skema pada Gambar 8.16.

Sebagai ilustrasi kita anggap bumi ditutupi oleh laut dengan ketebalan tertentu. Tanpa adanya tarikan matahari atau bulan, ketebalan air laut di berbagai tempat di permukaan bumi sama sehingga tidak terjadi pasang atau surut. Saat terjadi pasang-surut, bagian permukaan laut yang menghadap atau membelakangi matahari atau bulan meninggi sedangkan bagian permukaan laut di sisi samping menurun. Kuat lemah pasang surut ditentukan oleh perbedaan kuat gaya gravitasi pada permukaan laut yang menghadap matahari atau bulan dengan permukaan laut yang berada di sisi samping. Makin kuat tarikan pada sisi yang menghadap matarahi/bulan dan makin lemah tarikan pada sisi samping maka makin besar pasang surut yang dihasilkan. Berdasarkan Gambar 8.16, kekuatan pasang-surut ditentukan oleh selisih kuat medan gravitasi pada titik A dan titik B.

Untuk menentukan beda kuat medan tersebut mari kita misalkan massa matahari M_{m}, massa bumi M_{bm}, massa bulan M_{bl}, jarak bumi-matahari $r_{bm\text{-}m}$, jarak bumi-bulan $r_{bm\text{-}bl}$, dan jari-jari bumi R_{b}. Dengan perhitungan yang cukup panjang, dapat dibuktikan bahwa perbedaan kuat medan gravitasi matahari di permukaan bumi yang menghadap matahari (titik A) dan yang berada di sisi samping (titik B) adalah

Gambar 8.15 Tanah Lot, Bali saat laut pasang (atas) dan laut surut (bawah)

$$\Delta g_m = g_{mA} - g_{mB}$$

$$= 2GM_m \frac{R_b}{r_{bm-m}^3} \quad (8.47)$$

Gambar 8.16 Ilustrasi peristiwa pasang surut air laut. (atas) Bumi tidak mendapat gaya gravitasi, (bawah) bumi mendapat gaya gravitasi dari bulan atau matahari.

Perbedaan kuat medan gravitasi bulan di permukaan bumi yang menghadap bulan (titik A) dan yang berada di sisi samping (titin B) adalah

$$\Delta g_{bl} \approx 2GM_{bl} \frac{R_b}{r_{b-bl}^3} \qquad (8.48)$$

Perandingan selisih kuat medan gravitasi bulan dan matahari pada bumi adalah

$$\frac{\Delta g_{bl}}{\Delta g_m} = \frac{2GM_{bl}R_b / r_{bm-bl}^2}{2GM_m R_b / r_{bm-m}^2} = \left(\frac{M_{bl}}{M_m}\right)\left(\frac{r_{bm-m}}{r_{bm-bl}}\right)^3 \quad (8.49)$$

Dengan menggunakan data $M_{\rm bl}$ = 7,4 × 10^{22} kg, $M_{\rm m}$ = 2 × 10^{30} kg, $r_{\rm bm-bl}$ = 3,85 × 10^5 km, dan $r_{\rm bm-mt}$ = 1,5 × 10^8 km kita peroleh

$$\frac{\Delta g_{bl}}{\Delta g_m} = \left(\frac{7{,}4\times 10^{22}}{2\times 10^{30}}\right)\left(\frac{1{,}5\times 10^8}{3{,}85\times 10^5}\right)^3 = 2{,}2$$

Dengan demikian, perbandingan perbedaan tinggi pasang surut akibat pengaruh bulan dan matahari lebih dari dua banding satu. Atau pasang yang diakibatkan oleh bulan lebih tinggi daripada yang diakibatkan oleh matahari.

8.14 Percepatan Gravitasi Benda yang Memiliki Kerapatan tidak Uniform

Ada pertanyan yang menarik, manakan yang lebih besar percepatan gravitasi bumi di mulut dan di dasar tambang? Untuk membandingkannya mari kita anggap bumi tersusun oleh material yang memiliki simetri bola. Madda jenis lapisan bumi bisa bervariasi tetapi pada jarak yang sama dari pusat bumi masa jenis konstan. Dengan perkataan lain, satu lapisan bumi memiliki massa jenis yang sama dan bisa berbeda dengan lapisan lainya. Dengan asumsi demikian maka rapat massa bumi hanya merupakan fungsi jarak dari pusat bumi, atau $\rho(r)$.

Besar percepatan gravitasi bumi pada jarak r dari pusat bumi memenuhi

$$g(r) = G\frac{M(r)}{r^2} \quad (8.50)$$

dengan $M(r)$ adalah massa bola di dalam bumi yang memiliki jari-jari r dari pusat bumi.

Perhatikan kulit bumi yang berjarak r dari pusat bumi dan memiliki ketebalan dr. Luas kulit tersebut adalah $4\pi r^2$ dan volumenya adalah $dV = 4\pi r^2 dr$. Dengan demikian massa kulit tersebut adalah

$$dM = \rho(r) dV$$

$$= 4\pi\rho(r) r^2 dr \tag{8.51}$$

Dari hubungan ini kita dapatkan

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi\rho(r) r^2 \tag{8.52}$$

Jika dua sisi persamaan (8.50) didiferensial terhadap jari-jari maka diperoleh

$$\frac{dg}{dr} = G\left[\frac{1}{r^2}\frac{dM}{dr} + M\frac{d}{dr}\frac{1}{r^2}\right]$$

$$= G\left[\frac{1}{r^2} \times 4\pi\rho(r) r^2 - \frac{2M}{r^3}\right]$$

$$= G\left[4\pi\rho(r) - \frac{2M}{r^3}\right] \tag{8.53}$$

Kita definsikan massa jenis rata-rata bola di dalam bumi yang memiliki jari-jari *r* menurut hubungan berikut ini

$$M(r) = \left(\frac{4\pi}{3}r^3\right)\bar{\rho}(r) \qquad (8.54)$$

Dengan definisi ini maka

$$\frac{M(r)}{r^3} = \frac{4\pi}{3}\bar{\rho}(r) \qquad (8.55)$$

Substitusi persamaan (8.55) ke dalam persamaan (8.53) sehingga diperoleh turunan percepatan gravitasi terhadap jari-jari menjadi

$$\frac{dg}{dr} = G\left[4\pi\rho(r) - \frac{8\pi}{3}\bar{\rho}(r)\right]$$

$$= 4\pi G\left[\rho(r) - \frac{2}{3}\bar{\rho}(r)\right] \qquad (8.56)$$

Dari persamaan (8.56) tampak bahwa turunan *g* terhadap *r* positif jika $\rho(r) > 2\bar{\rho}(r)/3$. Dengan demikian, jika satu lapisan kulit ditambahkan pada bola yang sudah ada maka percepatan gravitasi di permukaan lapisan yang ditambahkan lebih besar dari percepatan gravitasi di permukaan bola awal jika massa jenis kulit yang ditambahkan lebih besar daripada 2/3 massa jenis rata-rata bola semula. Dari data yang ada kita memiliki massa jenis rata-rata bumi adalah 5.600 kg/m^3. Massa jenis *crust* (lapisan permukaan bumi) sekitar 3.000 kg/m^3. Karena 3.000 < (2/3) 5.600 maka ketika kita baik pada lapisan crust bumi, justru *dg*/*dr*

negatif. Ini artinya percepatan gravitasi bumi di permukaan atas crust (lapisan kulit bumi) lebih kecil daripada percepatan gravitasi di sisi bawahnya. Dari sini kita simpulkan bahwa percepatan gravitasi di mulut tambang lebih kecil daripada di dasar tambang.

8.15 Efek Pengurangan Konstanta Gravitasi Universal

Para ahli kosmologi meramalkan bahwa konstanta gravitasi universal *G* ternyata tidak konstan. Nilai *G* bergantung pada waktu, yaitu makin mengecil dengan bertambahnya waktu, walaupun pengurangan tersebut sangat lama dan baru memiliki efek setelah puluhan miliar tahun. Karena gerak planet-planet mengelilingi matahari ditentukan oleh nilai konstanta gravitasi universal maka menjadi menarik untuk menyelidiki efek pengurangan tersebut terhadap periode edar planet dalam puluhan milir tahun yang akan datang.

Menurut teori yang ada, laju pengurangan konstanta gravitasi universal memenuhi persamaan

$$\frac{dG}{dt} = -\alpha G \qquad (8.57)$$

dengan α adalah konstanta yang nilainya disetimasi 3×10^{-11}/tahun [R.H. Dicke, *The Theoretical Significance of Experimental Relativity*, NY: Gordon and Breach (1964)].

Kita kembali lihat hukum III Kepler yang dapat ditulis sebagai

$$G = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 M} \qquad (8.58)$$

Dengan berubahnya konstanta gravitasi maka periode maupun jari-jari orbit planet akan berubah. Jika dua sisi persamaan (8.58) didiferensial terhadap waktu maka diperoleh

$$\frac{dG}{dt} = \frac{4\pi^2}{M}\left(\frac{1}{T^2}\frac{d}{dt}r^3 + r^3\frac{d}{dt}\frac{1}{T^2}\right)$$

$$= \frac{4\pi^2}{M}\left(\frac{3r^2}{T^2}\frac{dr}{dt} - 2\frac{r^3}{T^3}\frac{dT}{dt}\right)$$

Dengan demikian

$$\frac{dG/dt}{G} = \frac{\frac{4\pi^2}{M}\left(\frac{3r^2}{T^2}\frac{dr}{dt} - 2\frac{r^3}{T^3}\frac{dT}{dt}\right)}{\frac{4\pi^2 r^3}{T^2 M}}$$

$$= -\frac{2}{T}\frac{dT}{dt} + \frac{3}{r}\frac{dr}{dt} \qquad (8.59)$$

Momentum sudut planet yang mengitari matahari selalu konstant (gerakan di bawah pengaruh gaya sentral memiliki momentum sudut yang konstan). Momentum sudut memenuhi

$$L = m\omega r^2$$

$$= m\frac{2\pi}{T}r^2 \qquad (8.60)$$

Diferensial dua sisi persamaan (8.60) terhadap waktu sehingga diperoleh

$$\frac{dL}{dt} = 2\pi m\left(-\frac{r^2}{T^2}\frac{dT}{dt} + \frac{2r}{T}\frac{dr}{dt}\right)$$

Karena momentum sudut konstan maka ruas kiri nol sehingga kita dapatkan

$$-\frac{r^2}{T^2}\frac{dT}{dt}+\frac{2r}{T}\frac{dr}{dt}=0$$

atau

$$\frac{2}{r}\frac{dr}{dt}=\frac{1}{T}\frac{dT}{dt} \quad (8.61)$$

Substitusi persamaan (8.61) ke dalam persamaan (8.59) sehingga diperoleh

$$\frac{dG/dt}{G}=-2\left(\frac{2}{r}\frac{dr}{dt}\right)+\frac{3}{r}\frac{dr}{dt}$$

$$=-\frac{1}{r}\frac{dr}{dt} \quad (8.62)$$

Dengan menggunakan persamaan (8.57) maka kita dapat menulis

$$-\frac{1}{r}\frac{dr}{dt}=-\alpha$$

atau

$$\frac{dr}{r}=\alpha dt \quad (8.63)$$

Lakukan integral persamaan (8.63) dengan batas r_0 dampai r untuk sisi kiri dan t_0 sampai t untuk sisi kanan sehingga diperoleh

$$\int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r} = \alpha \int_{0}^{t} dt$$

$$\ln \frac{r}{r_0} = \alpha t$$

$$\frac{r}{r_0} = e^{\alpha t}$$

atau

$$r(t) = r_0 e^{\alpha t} \qquad (8.64)$$

Dari persamaan momentum sudut kita dapat menulis

$$T = \frac{2\pi m}{L} r^2$$

atau

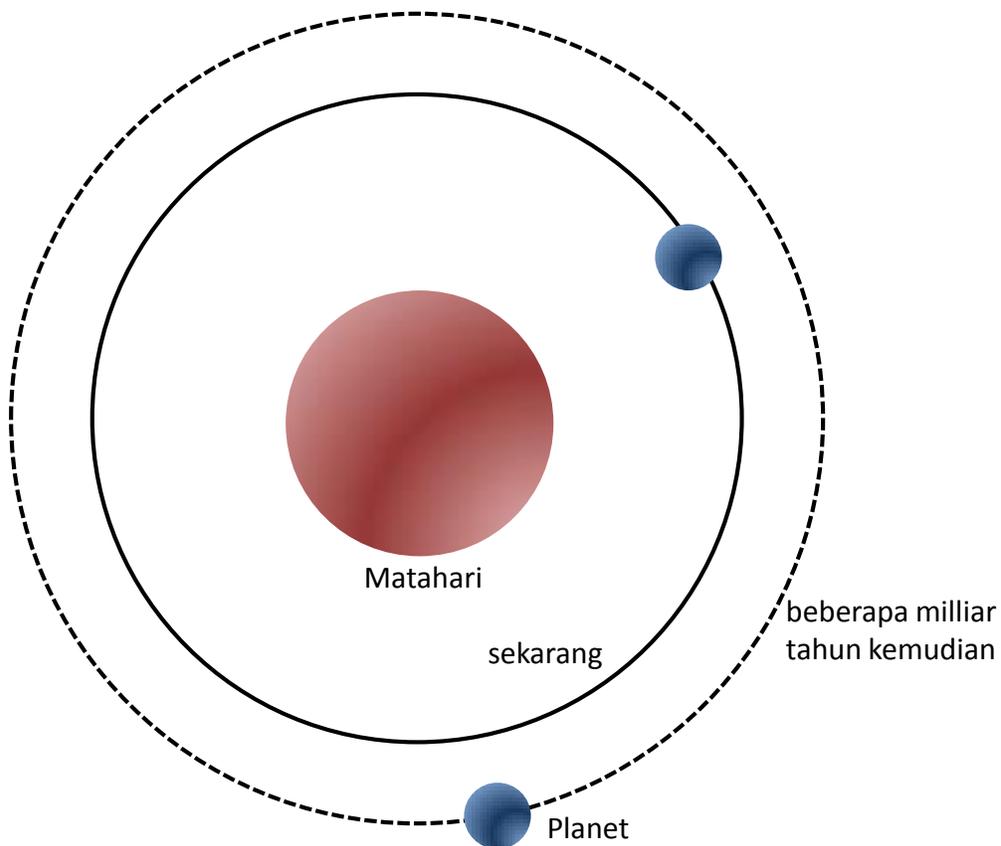
$$T = \frac{2\pi m}{L} r_0^2 e^{2\alpha t} \qquad (8.65)$$

Mari kita definsikan

$$T_0 = \frac{2\pi m}{L} r_0^2 \qquad (8.66)$$

Dengan definisi tersebut maka kita dapatkan periode orbit planet beubah terhadap waktu menurut persamaan

$$T(t) = T_0 e^{2\alpha t} \quad (8.67)$$

Dari persamaan (8.64) dan (8.67) terlihat bahwa dengan mengecilnya konstanta gravitasi universal maka jari-jari dan periode orbit planet-planet makin besar secara eksponensial seperti diilustrasikan pada Gambar 8.17.

Gambar 8.17 Prediksi orbit planet saat ini dan beberapa miliar tahun kemudian akibat mengecilnya konstanta gravitasi universal.

8.16 Batas Terkecil Massa Jenis Pulsar

Periode pulsar yang terukur bervariasi antara 3,3 x 10^{-2} s sampai 3,5 s [L.G. Green, *Sky and Telescope* **37**, 214 (1969)]. Berdasarkan informasi tersebut, Poss memperkirakan batas terkecil massa jenis pulsar [H.L. Poss, *American Journal of Physics* **36**, 109 (1968)]. Di sini kita akan diskusikan kembali pembasahan Poss karena cukup menarik.

Misalkan gelombang pulsar dihasilkan oleh osilasi plasma yang ada di permukaan pulsar. Plasma adalah partikel bebas yang bermuatan listrik. Kita mengetahui bahwa osilasi muatan listrik menghasilkan pancaran gelombang elektromagnetik. Persitiwa tersebut yang terjadi pada antene pemancar. Osilasi muatan pada antene pemancar menyebabkan pemancaran gelombang elektromagnetik ke segala arah. Frekuensi gelombang yang dihasilkan persis sama dengan frekuensi osilasi muatan listrik tersebut. Berdasarkan data periode pulsar maka kita dapat simpulkan bahwa periode osilasi plasma di permukaan pulsar antara 3,3 × 10^{-2} s sampai 3,5 s. Dari data ini kita akan memperkirakan massa jenis pulsar.

Misalkan ada sebuah benda yang memiliki massa M (massa jenis konstant ρ) dan jari-jari R. Misalkan di permukaan benda tersebut ada benda yang memiliki massa m. Benda m akan tetap berada di permukaan benda jika kecepatan sudut benda tersebut, ω, memenuhi

$$G\frac{Mm}{R^2} = m\omega^2 R$$

atau

$$G\frac{M}{R^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \qquad (8.68)$$

Massa benda memenuhi persamaan

$$M = \frac{4\pi}{3}R^3\rho$$

Dengan demikian

$$G\frac{(4\pi R^3\rho/3)}{R^2}=\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$$

yang memberikan

$$\rho=\frac{3\pi}{G}\frac{1}{T^2} \tag{8.69}$$

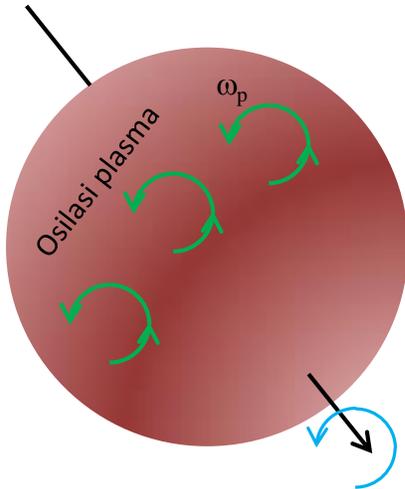
Misalkan benda yang memiliki massa jenis tersebut adalah pulsar dan benda yang mengelilinginya adalah plasma (Gambar 8.18). Agar plasma tetap berada di permukaan pulsar (tidak meninggalkan pulsar) maka frekuensi osilasi plasma tidak boleh melebihi frekuensi gerak melingkar yang mensyaratkan benda tetap di atas permukaan pulsar. Dengan demikian, jika T_p adalah periode osilasi plasma maka agar plasma tetap di permukaan pulsa harus terpenuhi $T_p \geq T$. Jika mengganti T pada persamaan (8.69) maka massa jenis pulsar harus memenuhi

$$\rho\geq\frac{3\pi}{GT_p^2} \tag{8.70}$$

Ini berati massa jenis minimum yang dimiliki pulsar adalah

$$\rho_{\min}\approx\frac{3\pi}{GT_p^2}\approx\frac{3\pi}{(6,67\times 10^{-11})\times 3,5^2}$$

$$\approx 10^{10} \text{ kg/m}^3$$

Massa jenis matahari adalah $\rho_M = M_M/(4\pi R_M^3/3)$ = 1.422 kg/m³. Dengan demikian massa jenis minimum pulsar sekitar 7 juta kali massa jenis matahari.

Gambar 8.17 Ilustrasi sebuah pulsar. Plasma berosilasi di permukaan pulsar. Osilasi tersebut menghasilkan pemancaran gelombang elektromagnetik.

8.17 Panjang Bulan Kalender Hijriyah

Bulan mengelilingi bumi satu kali salam satu bulan. Jarak rata-rata bulan dengab bumi adalah 384.404 km. Dari jarak orbit ini kita dapat menentukan periode edar bulan mengelilingi bumi sebagai berikut. Gaya tarik bumi pada bulan adalah

$$F = \frac{GM_B M_b}{r_b^2} \tag{8.71}$$

dengan

M_B adalah massa bumi 5,96 × 10^{24} kg;

M_b adalah massa bulan $7,4 \times 10^{22}$ kg;

r_b = 384.404 km.

Agar bulan tetap berada pada orbitnya maka gaya ini persis sama dengan gaya sentripetal yang bekerja pada bulan. Dengan demikian kita dapat menulis

$$\frac{GM_B M_b}{r_b^2} = M_b \omega^2 r_b$$

$$\frac{GM_B}{r_b^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_b$$

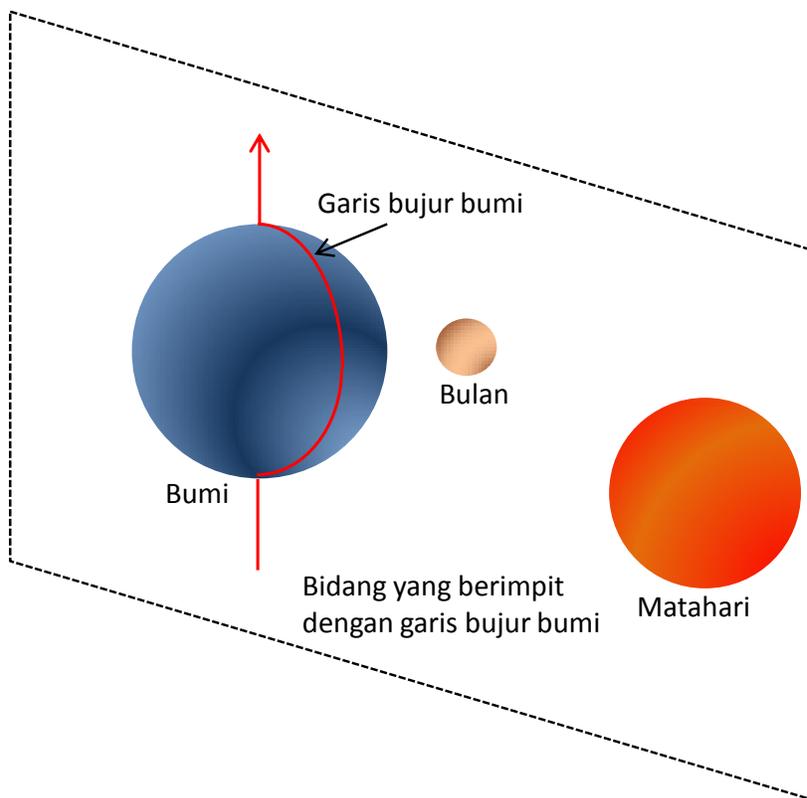
yang memberikan

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r_b^3}{GM_B}} \quad (8.72)$$

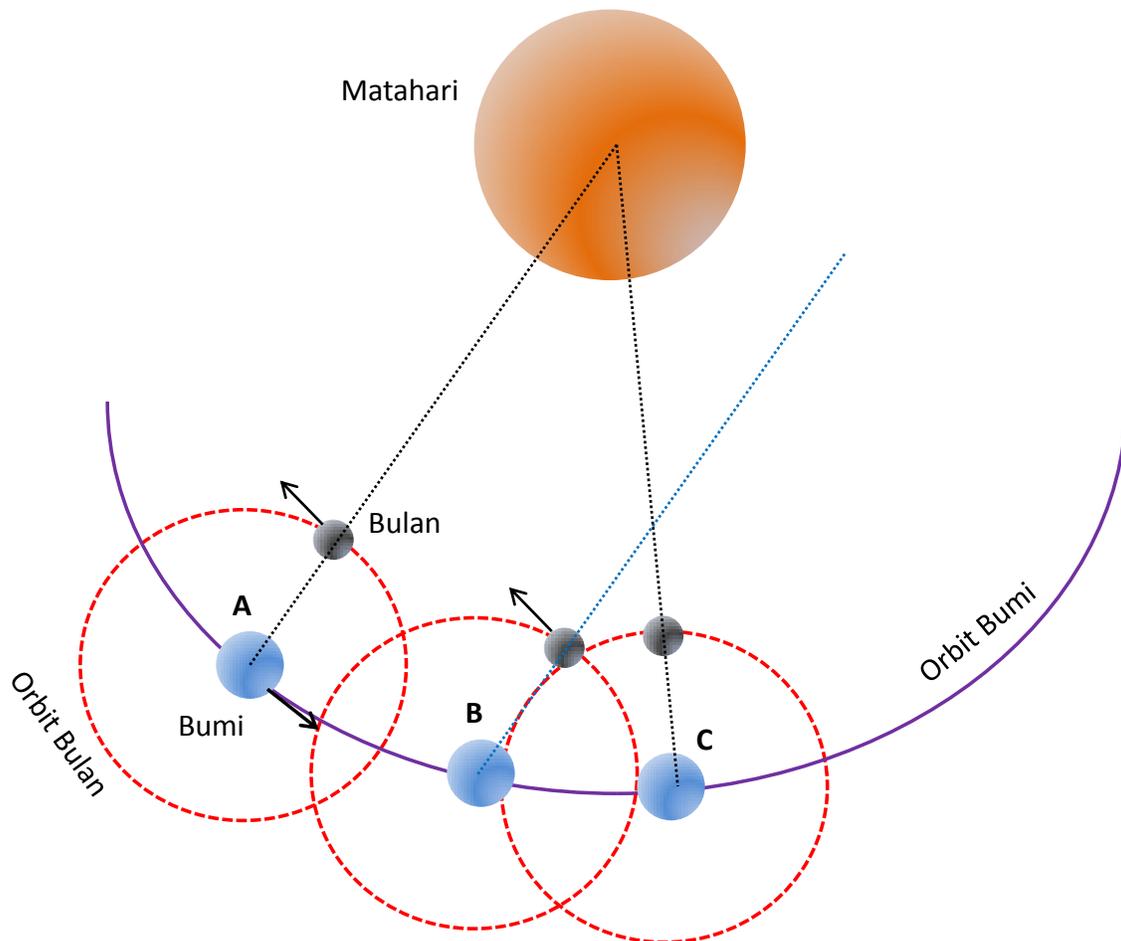
Dengan memasukkan nilai yang ada maka kita dapatkan $T = 2,375 \times 10^6$ s. Karena 1 hari = 24 jam × 3.600 s/jam = 86.400 s maka periode bulan mengelilingi bumi dalam satuan hari adalah T = 27,488 hari dan sering dubulatkan menjadi 27,5 hari.

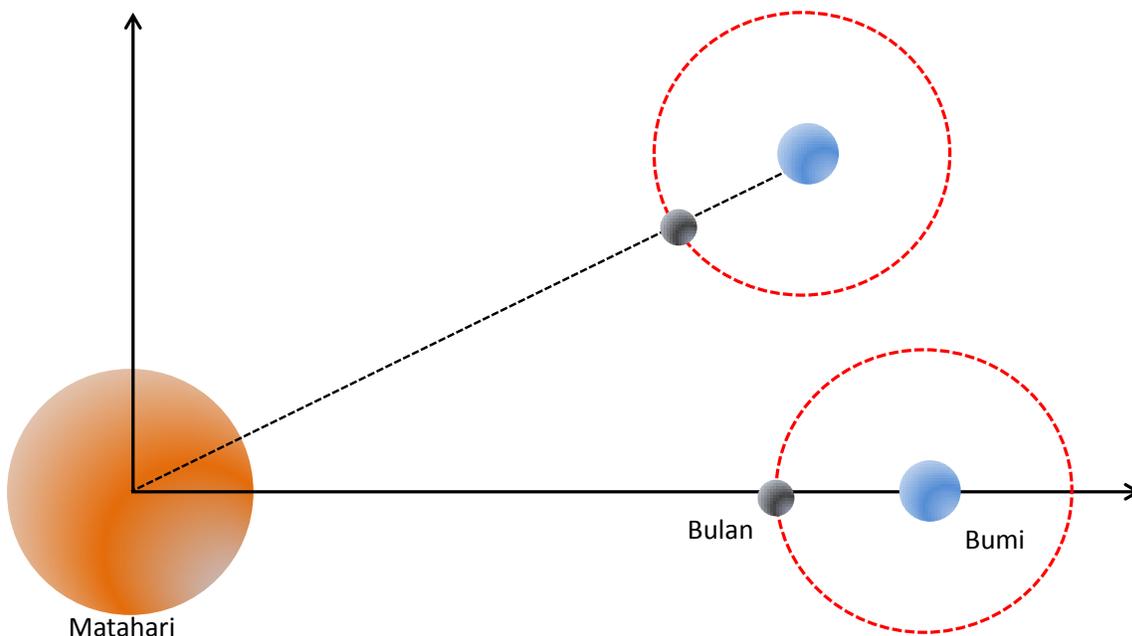
Dalam kalender Hijriyah jumlah hari dalam satu bulan berselang-seling 29 dan 30 hari. Ini berarti panjang rata-rara satu bulan dalam kalender Hijriyah adalah 29,5 hari. Dengan demikian kita simpulkan bahwa kalender Hijriyah tidak hanya berdasarkan gerakan bulan mengelilingi bumi karena periode edar bulan mengelilingi bumi hanya 29,5 hari. Lalu berdasarkan apakah kalender Hijriyah ditetapkan? Mari kita bahas.

Awal bulah hijriyah ditetapkan saat terjadi bulan baru. Dan bulan purnama terjadi pada pertengahan bulan kalender hijriyah (Gambar 8.18). Pergantian bulan dalam kalender hijriyah terjadi saat bulan dan matahari berada pada koordinat bujur bumi yang sama. Dengan demikian, bumi, bulan, dan matahari berada pada sebuah bidang yang berinpit dengan salah satu bujur bumi (Gambar 8.19). Posisi ini disebut konjungsi.

Gambar 8.18 (kiri) bulann baru menandai masuknya tanggal 1 kalender hijriyah dan bulan purnama terjadi pada tanggal 15 bulan hijriyah (photo.accuweather.com, en.wikipedia.org).

Gambar 8.18 Bulan baru terjadi ketika bulan dan matahari berada pada satu bidang yang berimpit dengan satu garis bujur bumi. Tetapi saat itu belum tentu matahari, bulan, dan bumi berada pada satu garis lurus. Jika kebetulan matahari, bulan, dan bumi di samping berada pada satu bidang bujur yang sama namun juga berada pada satu garis lurus maka terjadi gerhana matahari.

Jika kebetulan bumi, bulan, dan matahari berada pada satu garis lurus maka terjadi gernaha matahari. Tetapi jika hanya berada pada bidang bujur yang sama tetapi tidak dalam satu garis maka yang terjadi hanyalah pergantian bulan kalender hijriyah. Dari sini dapat kita simpulkan bahwa gerhana matahari terjadi saaat pergantian bulan kalender hijriyah.

Selang waktu antara munculnya dua bulan baru lebih lama daripada periode bulan mengelilingi bumi. Hal ini disebabkan peredaran bumi mengelilingi matahari. Jadi kita simpulkan di sini bahwa kalender hijriyah didasarkan pada peredaran bulan mengelilingi bumi dan peredaran bumi mengelilingi matahari. Ini diilustrasikan pada Gambar 8.20.

Gambar 8.20 Posisi bumi, bulan, dan matahari saat bulan tepat mengelilingi bumi satu putaran penuh (A → B) dan saat terjadi dua bulan baru berurutan (A → C). Tampak bahwa selang waktu antara dua bulan baru lebih lama daripada periode bulan mengelilingi bumi. Ini disebabkan oleh peredaran bumi mengelilingi matahari.

Posisi A adalah saat terjadi bulan baru. Lihat posisi bulan sedikit membelok ke kanan terhadap posisi bumi. Perhatikan keadaan B. Posisi bulan terhadap bumi persis sama dengan posisi A. Saat ini bulan tepat satu kali mengelilingi bumi. Waktu yang diperlukan adalah 27,5 hari. Tetapi pada posisi B belum terjadi bulan baru karena bulan dan matahari tidak berada pada bidang bujur bumi. Bulan baru terjadi di posisi C. Jadi agar muncul bulan baru berikutnya maka tidak cukup bagi bulan untuk melakukan satu orbit penuh. Perlu tambahan waktu lagi sehingga bulan dan matahari kembali berada di bidang bujur bumi. Pertanyaan selanjutnya adalah berarapa lamakan selang waktu terjadinya dua bulan baru? Mari kita bahas.

Gambar 8.21 Posisi bumi, bulan, dan matahari pada saat dua bulan baru berurutan. Pada saat tersebut vektor posisi bulan terhadap mataharai dan vektor posisi bumi terhadap matahari searah.

Pehatikan Gambar 8.21 yang menyatakan posisi bumi, bulan, dan matahari pada saat dua bulan baru berututan. Kita ambil matahari sebagai pusat koordinat. Kita misalkan juga bahwa saat t = 0 bumi dan bulan berada pada sumbu x. Dengan demikian koordinat posisi bumi dan bulan adalah

$$\vec{r}_B = r_B\left(\hat{i}\cos\omega_B t + \hat{j}\sin\cos\omega_B t\right) \tag{8.73}$$

$$\vec{r}_b = \vec{r}_B - r_b\left(\hat{i}\cos\omega_b t + \hat{j}\sin\cos\omega_b t\right) \tag{8.74}$$

dengan

r_B adalah jari-jari orbit bumi;

r_b adalah jari-jari orbit bulan;

ω_B kecepatan sudut revolusi bumi;

ω_b kecepatan sudut revolusi bulan.

Misalkan bulan baru berikutnya (setelah $t = 0$) terjadi setelah selang waktu τ maka posisi bulan dan bumi memenuhi

$$\vec{r}_B = r_B\left(\hat{i}\cos\omega_B \tau + \hat{j}\sin\cos\omega_B \tau\right) \tag{8.75}$$

$$\vec{r}_b = \vec{r}_B - r_b\left(\hat{i}\cos\omega_b \tau + \hat{j}\sin\cos\omega_b \tau\right) \tag{8.76}$$

Karena saat bulan baru vektor posisi bulan dan bumi sejajar maka terpenuhi

$$\vec{r}_b \bullet \vec{r}_B = |\vec{r}_b||\vec{r}_B| \tag{8.77}$$

Mudah ditunjukkan bahwa

$$|\vec{r}_B| = r_B$$

$$\left|\vec{r}_b\right| = r_B - r_b$$

$$\vec{r}_b \bullet \vec{r}_B = \left[\vec{r}_B - r_b\left(\hat{i}\cos\omega_b\tau + \hat{j}\sin\omega_b\tau\right)\right]\bullet \vec{r}_B$$

$$= \vec{r}_B \bullet \vec{r}_B - r_b\left(\hat{i}\cos\omega_b\tau + \hat{j}\sin\omega_b\tau\right)\bullet \vec{r}_B$$

$$= r_B^2 - r_b r_B\left(\cos\omega_b\tau\cos\omega_B\tau + \sin\omega_b\tau\sin\omega_B\tau\right)$$

$$= r_B^2 - r_b r_B\cos\left[(\omega_b - \omega_B)\tau\right]$$

Dengan memasukkan persamaan (8.77) maka kita dapatkan

$$r_B^2 - r_b r_B\cos\left[(\omega_b - \omega_B)\tau\right] = r_B\left(r_B - r_b\right)$$

atau

$$r_B^2 - r_b r_B\cos\left[(\omega_b - \omega_B)\tau\right] = r_B^2 - r_B r_b \tag{8.78}$$

Dari persamaan ini kita dapatkan

$$\cos\left[(\omega_b - \omega_B)\tau\right] = 1 \tag{8.79}$$

Solusi untuk τ pada persamaan (8.79) adalah

$$(\omega_b - \omega_B)\tau = 0$$

atau

$$(\omega_b - \omega_B)\tau = 2\pi \qquad (8.80)$$

Solusi pertama berkaitan dengan posisi bumi dan bulan pada sumbu *x*. Solusi kedua adalah saat bumi, bulan, matahari berada pada bidang bujur berikutnya, yaitu saat bulan baru berikutnya. Dengan demikian τ merupakan lama waktu antara dua bulan baru atau lama satu bulan tahun hijriyah.

Jika T_B dan T_b masing-masing perode revolusi bumi dan bulan maka persamaan (8.80) dapat ditulis menjadi

$$\left(\frac{2\pi}{T_b} - \frac{2\pi}{T_B}\right)\tau = 2\pi$$

$$\left(\frac{T_B - T_b}{T_b T_B}\right)\tau = 1$$

atau

$$\tau = \frac{T_b T_B}{T_B - T_b} \qquad (8.81)$$

Dengan menggunakan data periode revolusi bumi T_b = 365,25 hari dan peroide revilusi bulan T_b = 27,488 hari maka kita daptkan panjang satu bulan kalender hijriyah adalah

$$\tau = \frac{27{,}488 \times 365{,}25}{365{,}25 - 27{,}488} = 29{,}7 \text{ hari}$$

Tampak bahwa waktu antara dua bulan baru adalah 29,7 hari yang sering diambil 29,5 hari. Itulan sebabnya mengapa dalam kalender hijriyah panjang rata-rata satu bulan adalah 29,5 hari dan lama satu bulan dalam kalender berselang-seling 29 dan 30 hari.

8.18 Tahun Hijriyah dan Tahun Masehi

Tahun Masehi semata-mata didasarkanpada peredaran bumi mengelilingi matahari. Secara eksak periode orbit tropikal (*tropical orbit period*) bumi mengelilingi matahari adalah 365,2425 hari. Oleh karena itu lama satu tahun ditetapkan 365 hari. Namun kelebihan sebesar 0,2425 hari akan terakumulasi menjadi 4 × 0,2425 hari = 0,968 hari setelah 4 tahun. Dengan demikian, setiap tahun keempat maka panjang satu tahun diperpanjang menjadi 366 hari. Tahun ini dinamakan tahun kabisat yang ditandai dengan munculnya tanggal 29 Februari. Tiga tahun sebelumnya hanya memiliki bulan Februari selama 28 hari.

Perhatikan lebih teliti akumulasi kelebihan tahun setelah empat tahun. Meskipun kelebihan satu hari telah diambil sebagai tahun kabisat, namun ada kekurangan sebesar 1-0,968 = 0,032 hari setiap empat tahun. Kekurangan ini akan terakumulasi kembali menjadi satu hari setelah 1/0,032 = 31,25 siklus empat tahun. Atau, setelah memperhitungan tahun kabisat maka terdapat kelebihan perhitungan sebesar 1 hari setelah 4 × 31,24 tahun = 125 tahun. Atau dibulatkan menjadi 100 tahun. Dengan demikian, setelah 100 tahun maka jumlah hari harus dikurangi 1 hari. Oleh karena itu ditetapkanlah tahun kabisat sebagai tahun yang habis dibagi 4 tetapi tidak habis dibagi 100.

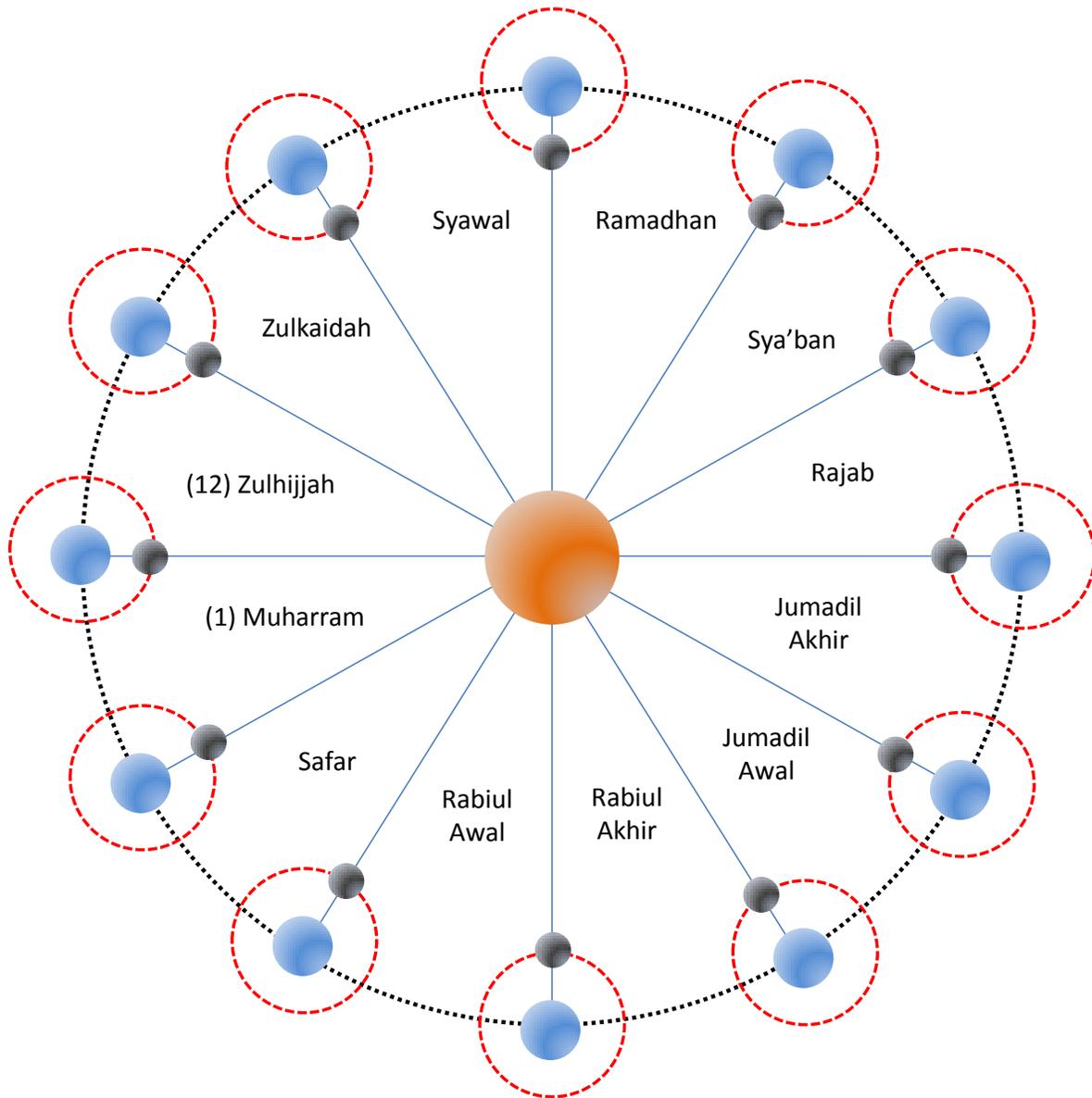
Sekali lagi waktu edar bumi mengelilingi matahari sebedar 365,2425 hari. Jika tiap 4 tahun kita ambil panjang satu tahun sebesar 365, 365, 365, 366 maka terjadi kelebihan perhitungan sebesar 365+365+365+366-4 × 365,2425 = 0,032 hari tiap empat tahun. Setelah 100 tahun kekurangan ini menjadi (100/4) × 0,032 = 0,8 hari. Jika nilai 0,8 hari diambil menjadi 1 hari sehingga tiap kelipatan 100 tahun, tahun kabisat dihilangkan maka terjadi kelebihan perhitungan sebesar 0,2 hari setiap 100 tahun. Kelebihan ini menjadi 1 hari setelah 500 tahun. Untuk kemudahan maka ditetapkan bahwa:

a) Tahun yang tidak habis dibagi 4 merupakan tahun biasa.

b) Tahun yang habis dibagi 4 merupakan tahun kabisat kecuali yang habis dibagi 100. Tahun yang habis dibagi 4 dan habis dibagi 100 bukan tahun kabisat. Contoh 1700, 1800, 1900, dan 2100 bukan tahun kabisat.

c) Tahun yang habis dibagi 400 merupakan tahun kabisat. Contoh tahun 1200, 1600, 2000, 2400 merupakan tahun kabisat.

Berbeda dengan kalender Masehi yang hanya didasarkan pada peredaran bumi mengelilingi matahari (didasarkan pada dua benda langit), kalender hijriyah didasarkan pada tiga benda langit (bumi, bulan, dan matahari). Karena berdasarkan benda acuan yang lebih banyak maka

kalender hijriyah lebih teliti daripada kalender masehi. Secara fisika, makin banyak benda referensi yang digunakan maka makin teliti perhitungan.

Gambar 8.22 Posisi bumi, bulan, dan matahari pembatas berbagai bulan dalam kalender hijriyah. Batas dua bulan berurutan adalah peristiwa konjungsi.

Pergantian hari dalam kalender Masehi terjadi jam 24.00 sedangkan pergantian hari dalam kalender hijriyah terjadi saat matahari terbenam. Panjang satu bulan dalam kalender masehi mengalir begitu saja. Jika tanggal satu Januari sudah tertentu maka tanggal pergantian bulan-bulan lainnya mengikuti. Pada kalender hijriyah pergantian bulan selalu ditandai dengan posisi konjungsi. Jika sebelum matahari terbenam telah terjadi konjungsi (bulan dan matahari berada pada bidang bujur bumi yang sama) maka begitu masuk magrib kita masuk bulan berikutnya. Misalnya saat ini kita sedang berada di bulan Muharram dan jam 2 siang terjadi konjungsi maka saat magrib kita masuk bulan Safar. Gambar 8.22 adalah ilustrasi bulan-bulan dalam kalender hijriyah dan peristiwa konjugsi sebagai batas antar bulan berurutan.

8.19 Hisab dan Rukyat

Dalam Islam, Tuhan memerintahkan pelaksanaan puasa pada bulan Ramadhan, Idul Fitri pada 1 Syawal, dan haji pada 10 Zulhijjah. Karena waktu yang diperintahkan sudah ditetapkan maka umat Islam perlu menentukan dengan teliti waktu tersebut. Kapan tepatnya masuk 1 Ramadahan, 1 Syawal, dan 10 Zulhijjah. Yang dilakukan adalah menentukan dengan pasti terjadinya konjungsi saat memasuki 1 Ramadahan, saat memasuki 1 Syawal, dan saat memasuki 1 Zulhijjah. Penentuan tersebut dapat dilakukan melaui pengamtan posisi bulan dan matahari menjelang atau beberapa saat setelah konjungsi. Pengamatan langsung dapat dilakukan dengan mata telanjang, teropong atau alat bantu lainnya. Pengamatan semacam ini dikenal dengan *rukyat*. Peristiwa konjungsi sendiri dinamakan *ijtimak*.

Apa sebenarnya yang diamati? Yang diamati adalah penampakan bulan sabit sangat tipis saat matahari terbenam. Karena bulan sabit sangat tipis (bulan baru yang baru memasuki usia beberapa jam) sedangkan di sekitar horison masih ada matahari yang cahayanya jauh lebih silau maka bulan sering kali sulit diamati. Apalagi umur bulan baru masih sangat muda. Kemunculan bulan sabit tipis saat matahari terbenam dinamakan *hilal*.

Cara lain untuk menentukan *ijtimak* atau konjugsi adalah dengan perhitungan. Perhitungan dapat dilakukan sengan mudah dan diperoleh hasil yang sangat akurat. Metode perhitungan dinamakan *hisab*.

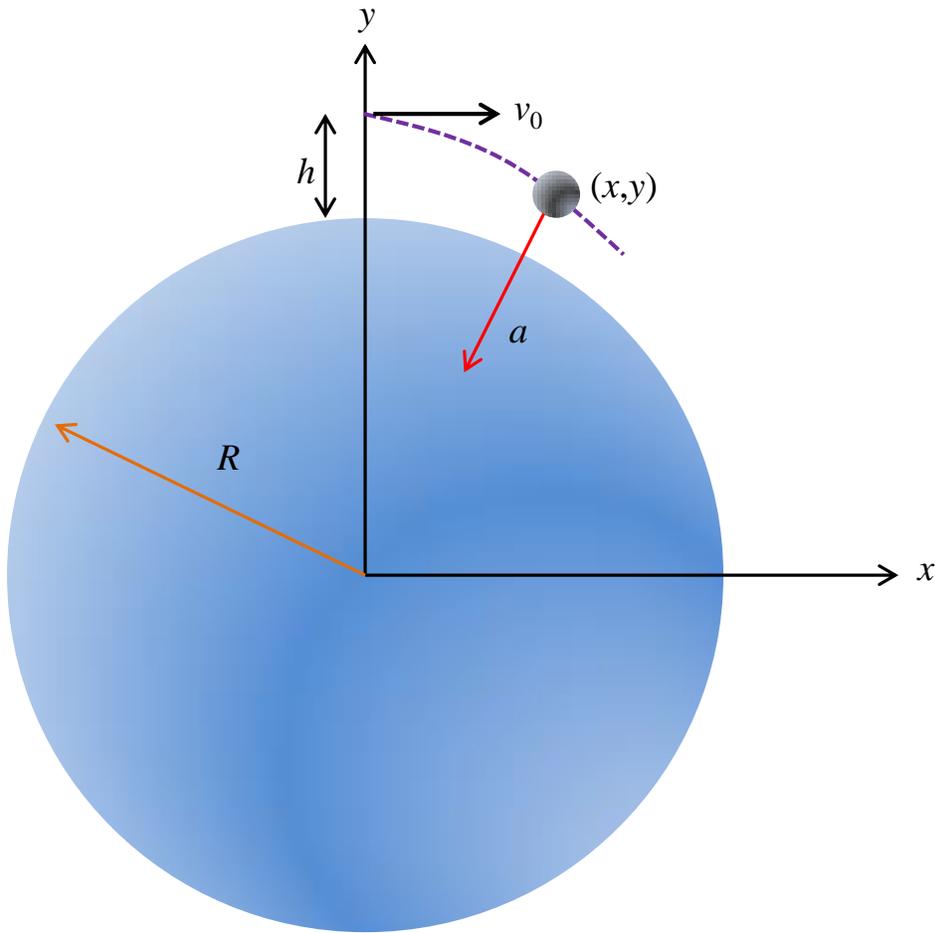
Sebagian umat Islam memandang *rukyat* lebih utama dan sebagian memandang *hisab* lebih utama. Jika berdasarkan perhitungan (*hisab*) didapatkan bahwa sebelum matahari terbenam sudah terjadi *ijtimak* (konjugsi) maka begitu masuk magrib kita memasuki perhitungan bulan yang baru. Malam hari sudah menggunakan perhitungan bulan

yang baru. Namun, jika yang melakukan pengamatan langsung (*rukyat*) belum melihat penampakan *hilal* maka setelah magrib belum terjadi pergantian bulan. Besok masih berada pada bulan yang sama. Inilah yang menjadi penyebab mengapa terjadi perbedaan awal puasa, perbedaan pelaksanaan Idul Fitri di kalangan umat Islam. Bagi yang mendasarkan penentuan awal bulan dengan *hisab* akan melaksanakan ibadah satu hari lebih awal. Karena dengan *hisab* maka berapapun umur bulan dapat dihitung. Namun, bagi yang mendasarkan pada *rukyat* (pengamatan langsung), maka bulan baru yang masih berumur sangat pendek (*ijtimak* terjadi beberapa saat sebelum magrib) sulit diamati (*hilal* tidak muncul). Jika *hilal* tidak muncul maka jumlah hari pada bulan terebut digenapkan menjadi 30 hari dan setelah magrib belum terjadi pergantian bulan. Ini berarti, yang menggunakan *hisab* akan melaksanakan Idul Fitri besok sedangkan yang menggunakan *rukyat* besok masih melanjutkan puasa.

Untuk pelaksanaan ibadah haji biasanya mengikuti ketentuan pemerintah Saudi Arabia karena ibadah haji pelaksanaannya di Makkah. Umat Islam di belahan bumi lainnya hanya melaksanaan ibadah Idul Adha yang desesuaikan dengan waktu *wukuf* pada jamaah haji di Padang Arafah. *Wukuf* dilaksanakan pada tanggal 9 Zulhijjah sedangkan shalat Idul Adha dilaksanakan tanggal 10 Zulhijjah. Tanggal 10 Zulhijjah para jamaah haji sudah berada di Mina untuk melaksanakan lempar *jumrah Aqobah*. Umat Islam di seluruh dunia melaksanaan shalat Idul Adha disertai penyembelihan hewan kurban.

Tampak di sini bahwa perbedaan awal Ramadhan, pelaksanaan idul fitri dan idul adha di kalangan umat islam semata-mata karena perbedaan metode yang diyakini untuk menentukan pergantian bulan. Perbedaan akan hilang jika semua sepakat dengan satu metode penentuan.

8.20 Lintasan Benda yang Ditembakkan Sejajar Permukaan Bumi

Jika benda ditembakkan sejajar permukaan bumi maka peluru akan bergerak melengkung ke bawah dan akhirnya mencapai tanah. Makin besar kecepatan awal benda maka makin jauh benda bergerak dan makin jauh posisi jatuh benda. Jika kecepatan benda diperbesar lagi maka pisisi jatuh makin jauh lagi. Dan jika kecepatan diperbesar terus maka pada akhirnya benda akan bergerak pada lintasan lingkaran mengelilingi bumi. Pada saat ini gaya sentripetal sama dengan gaya gravitasi bumi yang bekerja pada benda. Jika kecepatan awal diperbesar lagi maka benda akan keluar dari lintasan lingkaran. Kita dapat mensimulasikan lintasan benda dengan program Excel sederhana. Sebagai contoh perhatikan Gambar 8.23.

Gambar 8.23 Arah lintasan benda yang ditembakkan sejajar permukaan bumi pada suatu ketinggian tertentu. Jika laju benda kecil maka benda akan jatuh kembali ke tanah. Jika laju benda sangat besar maka benda mula-mula akan meninggalkan bumi dan akan kembali lagi ke bumi.

Benda selalu mendapat percepatan ke arah pusat bumi akibat gravitasi. Ketika benda berada pada koordinat (x,y) maka besar percepatan gravitasi yang dialami benda adalah

$$a = \frac{GM_B}{r^2} \qquad (8.82)$$

Arah percepatan ini menuju ke pusat bumi. Namun percepatan tersebut dapat diurakan atas dua komponen tegak lurus, yaitu searah sumbu x dan searah sumbu y.

Percepatan pada masing-masing komponen adalah

$$a_x = -\frac{x}{r}a$$

$$= -\frac{GM_B x}{r^3}$$

$$= -\frac{GM_B x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad (8.83)$$

$$a_y = -\frac{y}{r}a$$

$$= -\frac{GM_B y}{r^3}$$

$$= -\frac{GM_B y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad (8.84)$$

Setelah percepatan diperoleh maka pertambahan kecepatan memenuhi persamaan

$$\Delta v_x = a_x \Delta t$$

$$\Delta v_y = a_y \Delta t$$

Dengan demikian, kecepatan dalam arah x dan y menjadi

$$v_x(t+\Delta t) = v_x(t) + \Delta v_x \qquad (8.85)$$

$$v_y(t+\Delta t) = v_y(t) + \Delta v_y \qquad (8.86)$$

Setelah kecepatan diperoleh maka perpindahan dalam dua arah memenuhi persamaan

$$\Delta x = v_x \Delta t$$

$$\Delta y = v_y \Delta t$$

Dengan demikian, posisi benda menjadi

$$x(t+\Delta t) = x(t) + \Delta x \qquad (8.87)$$

$$y(t+\Delta t) = y(t) + \Delta y \qquad (8.88)$$

Persamaan-persamaan di atas dapat diselesaikan dengan metode iterasi berikut ini. Langkah yang dilakukan adalah menganti variabel kontinu dengan variabel diskrit dengan memberi indeks pada besaran kontinyu tersebut (mendiskritisasi). Langkahnya sebagai berikut

$$a_x(i) = -GM_B \frac{x(i)}{\left[x(i)^2 + y(i)^2\right]^{3/2}} \qquad (8.89a)$$

$$a_y(i) = -GM_B \frac{y(i)}{\left[x(i)^2 + y(i)^2\right]^{3/2}} \qquad (8.89b)$$

$$v_x(i+1) = v_x(i) + a_x(i)\Delta t \quad (8.89c)$$

$$v_y(i+1) = v_y(i) + a_y(i)\Delta t \quad (8.89d)$$

$$x(i+1) = x(i) + v_x(i)\Delta t \quad (8.89e)$$

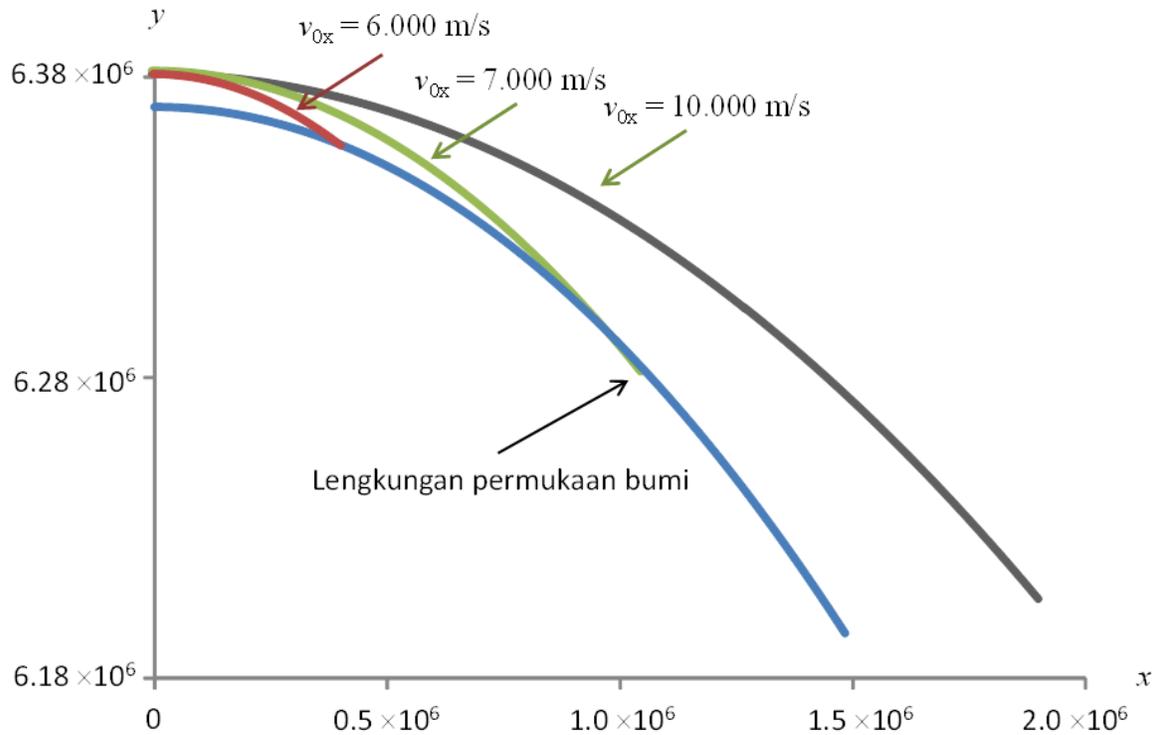
$$y(i+1) = y(i) + v_y(i)\Delta t \quad (8.89f)$$

Kalian dapat melakukan perhitungan dengan Excel dengan memasukkan syarat awal yang sesuai. Sebagai contoh, Gambar 8.23 adalah hasil perhitungan dengan menggunakan syarat awal ketinggian tempat penembakan benda dari tanah adalah h = 10.000 m, laju awal benda dalam arah horisontal diubah-ubah.

Pada Gambar 8.24 kita tampilkan juga lengkungan permukaan bumi. Tampak bahwa jika laju awal benda adalah 7.000 m/s atau kurang maka benda akan jatuh kembali ke permukaan bumi. Tetapi begitu menggunakan laju awal 10.000 m/s maka benda makin menjauhi bumi.

8.21 Lintasan Planet Mars Diamati dari Bumi

Kalau diamati di Bumi, planet Mars kadang tampak bergerak bolak-balik. Mula-mula bergerak maju lalu mundur lalu maju lagi. Bagaimana dapat menjelaskan fenomena tersebut? Mari kita coba bahas secara singkat.

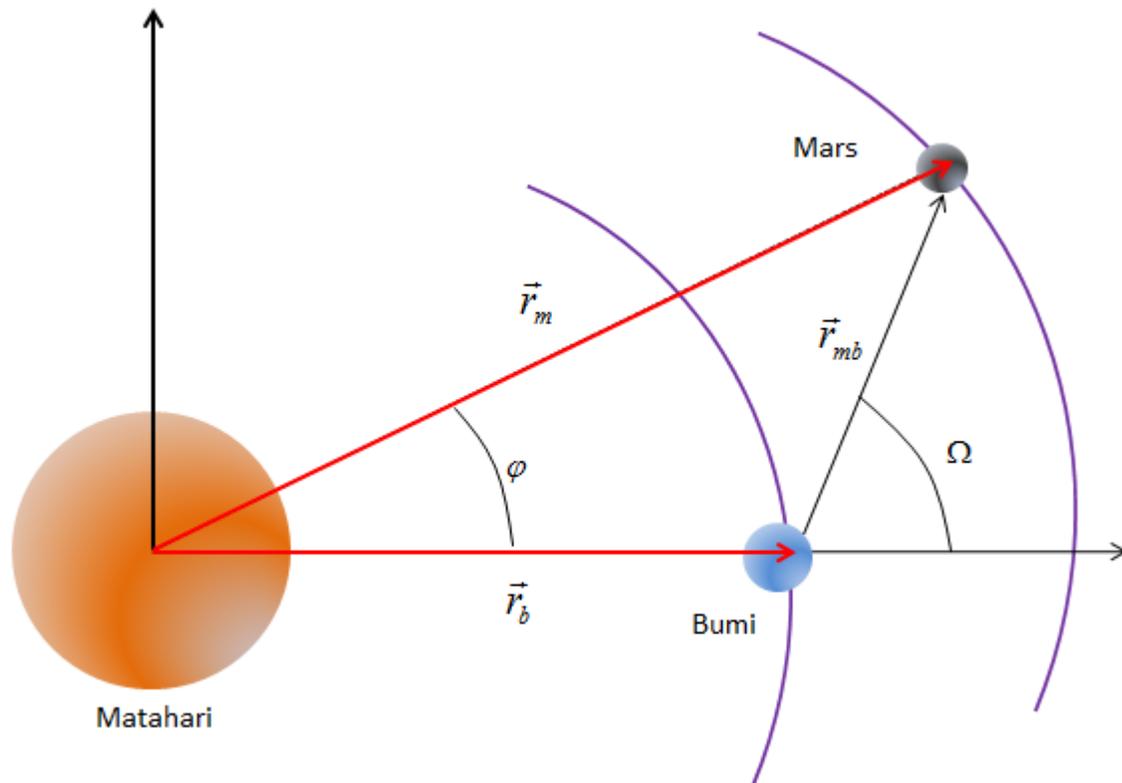
Perhatikan Gambar 8.25. Kita asumsikan bahwa bentuk orbit Bumi dan Mars berupa lingkaran. Misalkan pada saat t = 0 bumi berada pada sumbu x dan Mars berada pada arah yang membentuk sudut φ terhadap sumbu x. Misalkan jari-jari orbit bumi dan mars masing-masing r_b dan r_m maka posisi bumi dan mars terhadap matahari setiap saat memenuhi persamaan

Gambar 8.24 Lintasa benda yang ditembakkan dengan berbagai kecepatan awal. Lengkungan permukaan bumi juga ditampilkan. Benda yang ditembakkan dengan kecepatan awal arah vertikal 6.000 m/s dan 7.000 m/s akan kembali jatuh ke tanah. Benda yang ditembakkan dengan kecepatan awal 10.000 m/s bergerak menjauhi bumi.

$$\vec{r}_b = r_b\left(\hat{i}\cos\omega_b t + \hat{j}\sin\omega_b t\right) \tag{8.90}$$

$$\vec{r}_m = r_m\left(\hat{i}\cos(\omega_m t+\varphi) + \hat{j}\sin(\omega_m t+\varphi)\right) \tag{8.91}$$

Dengan demikian posisi planet Mars terhadap Bumi adalah

$$\vec{r}_{mb} = \vec{r}_m - \vec{r}_b$$

$$= \hat{i}\left(r_m\cos(\omega_m t+\varphi) - r_b\cos(\omega_b t)\right) + \hat{j}\left(r_m\sin(\omega_m t+\varphi) - r_b\sin(\omega_b t)\right) \tag{8.92}$$

Gambar 8.25 Posisi bumi dan planet Mars. Mula-mula bimi diasumsikan berada pada sumbu *x* dan Mars memiliki posisi yang membentuk sudut φ terhadap sumbu *x*.

Jika sudut yang dibentuk garis hubung planet Mars dengan arah radial pada posisi bumi adalah Ω maka Ω memenuhi

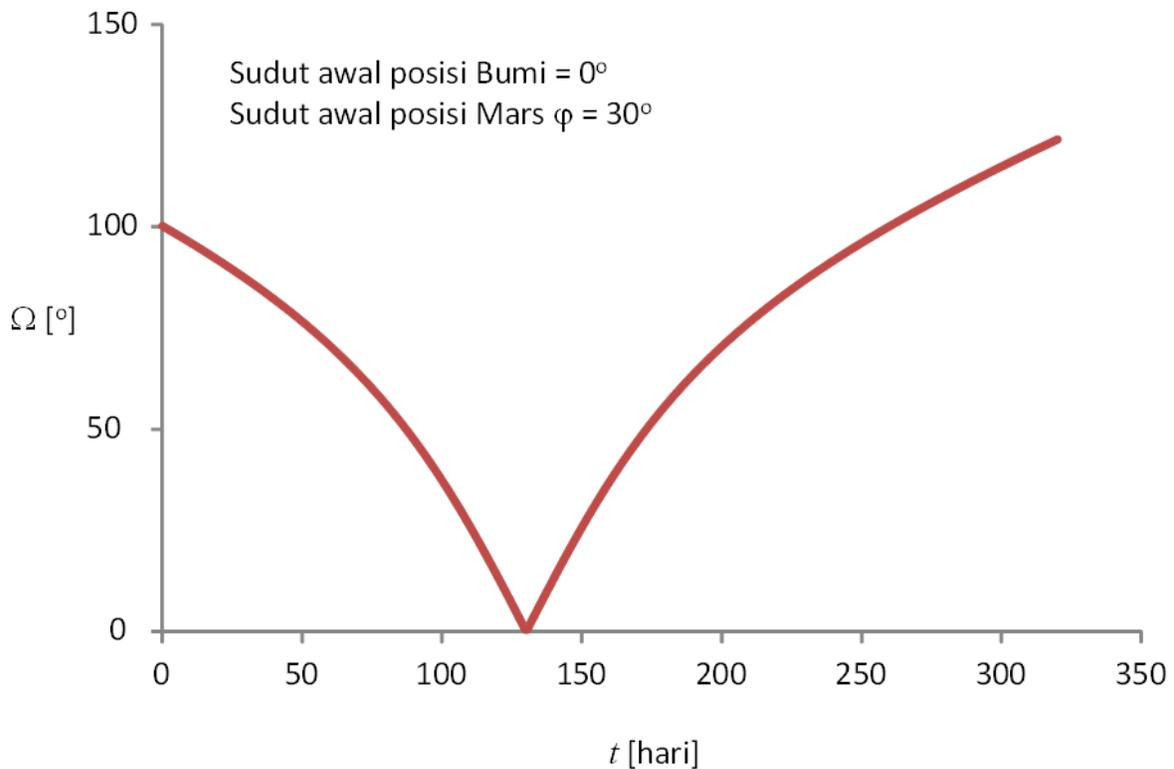
$$\vec{r}_b \bullet \vec{r}_{mb} = r_b r_{mb} \cos\Omega$$

atau

$$\Omega = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{r}_b \bullet \vec{r}_{mb}}{r_b r_{mb}}\right) \qquad (8.93)$$

Dengan menggunakan persamaan (8.91) dan (8.92) maka kita dapatkan

$$\vec{r}_b \bullet \vec{r}_{mb} = r_b \cos(\omega_b t)\left(r_m \cos(\omega_m t + \varphi) - r_b \cos(\omega_b t)\right)$$

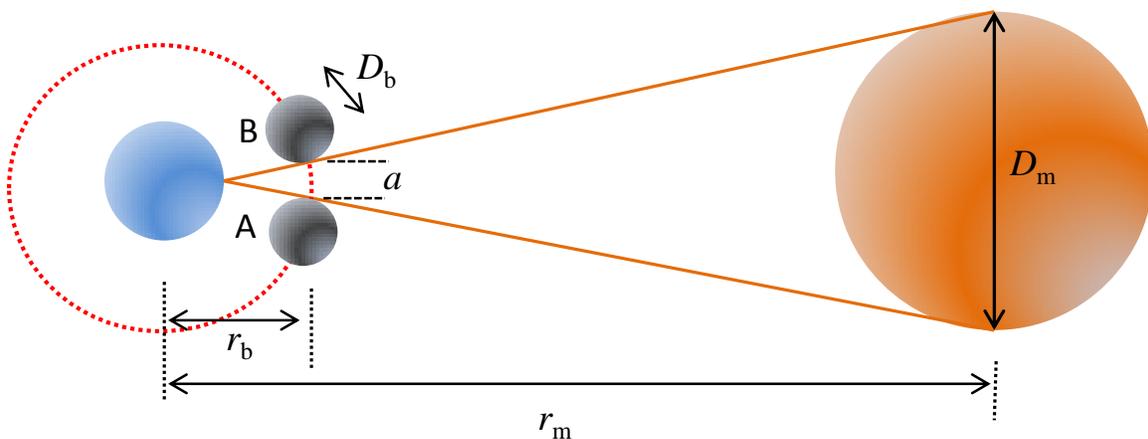
$$+ r_b \sin(\omega_b t)\left(r_m \sin(\omega_m t + \varphi) - r_b \sin(\omega_b t)\right)$$

Gambar 8.26 Sudut posisi planet Mars terhadap vektor posisi bumi (sudut yang dibentuk oleh planet Mars dengan arah vertikal dari bumi pada jam 24.00).

Gambar 8.26 memperlihatkan sudut posisi planet Mars terhadap vektor posisi bumi (pandangan vertikal dari bumi pada jam 24.00). Mula-mula kita pilih pada saat $t = 0$ vektor posisi planet Mars membentuk sudut $\varphi = 30^o$ terhadap arah horisontal sedangkan bumi membentuk sudut 0^o terhadap horisontal. Tampak bahwa mula-mula sudut

pandangan ke Mars mengecil lalu membesar. Artinya mula-mula kelihatan Mars bergerak ke arah belakang relatif terhadap Bumi kemudian bergerak ke arah depan.

8.22 Perkiraan Lama Gerhana Matahari

Gerhana matahari biasanya tidak terlalu lama, khususnya gerhana matahari total. Gerhana matahari terjadi ketika bulan dan matahari berada pada satu bidang bujur bumi dan sekaligus berada pada satu garis lurus. Jika bulan dan matahari hanya berada pada satu bidang bujur bumi maka yang terjadi adalah peristiwa konjugnsi dan ditandai dengan perubahan bulan dalam kalender hijriyah (memasuki tanggal 1 bulah hijriyah berikutnya). Jadi dapat disimpulkan bahwa setelah gerhana matahari maka sore setelah magrib kita memasuki tanggal satu bulan hijriyah.

Dapatkah kita memperkirakan lama terjadinya gerhana matahari? Mari kita coba lakukan. Kita perkirakan lama gerhana matahari terlama yang mungkin terjadi. Gerhana matahari umumnya lebih pendek dari waktu yang kita hitung di sini. Untuk mudahnya perhatikan Gambar 8.27.

Gambar 8.27 Proses terjadinya gerhana matahari. Gerhana dimulai saat bulan memasuki keadaan A dan berakhir saat bulan memasuki keadaan B.

Berdasarkan Gambar 8.26 gerhana dimulai saat bulan memasuki keadaan A dan berakhir saat bulan memasuki keadaan B. Jarak tempuh bulan dari keadaan A dampai keadaan B adalah

$$x = D_b + a \quad (8.94)$$

dengan

D_b adalah diamater bulan'

a adalah lebar berkas cahaya matahari pada orbit bulan yang menuju ke titik pengamatan.

Dengan demikian, lama peristiwa gerhana matahari adalah

$$\Delta t = \frac{x}{v_b} \quad (8.95)$$

dengan

v_b adalah kecepatan edar bulan mengelilingi bumi.

Kita dapat menentukan parameter a dengan perbandingan segitiga. Jelas dari Gambar 8.26 bahwa

$$\frac{a}{D_m} = \frac{r_b}{r_m}$$

atau

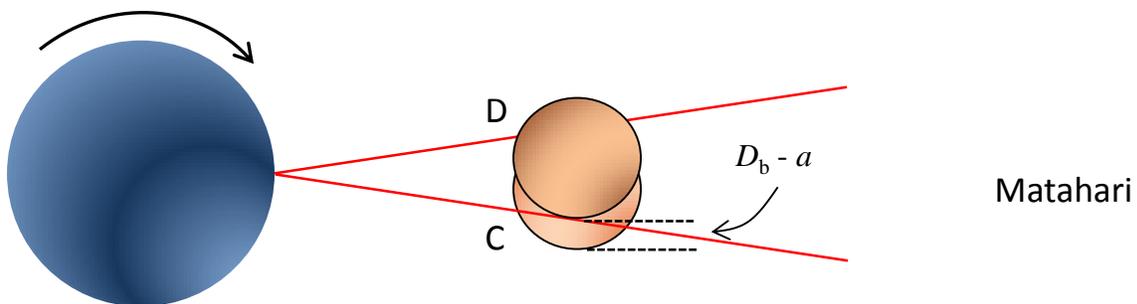
$$a = \frac{r_b}{r_m} D_m \quad (8.96)$$

dengan

r_b adalah jarak bulan ke bumi

r_m adalah jarak matahari ke bumi

D_m adalah diameter matahari

Dengan menggunakan data r_m = 150 juta km, r_b = 384 ribu km, dan D_m = 1,4 juta km maka didapat a = 3.584 km. Diameter bulan adalah 6.952 km. Dengan demikian x = 6.952 + 3.584 = 10.536 km. Laju bulan pada orbitnya adalah 1.022 m/s = 1,022 km/s. Dengan demikian lama peristiwa gergana matahari adalah Δt = 10.536 km/1,022 km/s = 10.515 s = 2,9 jam. Ini adalah waktu terlama ketika bulan benar-benar masuk ke pusat berkas matahari. Jika bulan hanya menyinggung berkas matahari yang menuju pengamatan maka lama gerhana lebih pendek dari itu.

Gambar 8.28 Gerhana matahari total terjadi saat bulan berpindah dari posisi C ke posisi D. Kita tidak menggambar matahari di sini karenha ingin *close up* posisi bulan.

Gerhana matahari total terjadi ketika bulan bergerak dari posisi C ke posisi D seperti pada Gambar 8.28. Jarak yang ditempuh bulan selama gerhana matahari rotal hanyalan $D_b - a$. Namun, perlu disadari bahwa gerhana matahari total sangat sensitif pada rotasi bumi. Laju pergerakan bulan menutup seluruh permukaan matahari ditentukan oleh laju revolusi bulan dan kecepatan rotasi permukaan bumi. Jadi, lama gerhana matahari total kira-kira

$$t_{tot} \approx \frac{D_b - a}{v_b + v_{rot,bumi}} \tag{8.97}$$

Dengan menggunakan data v_o = 1,022 km/s, $v_{rot,bumi}$ = 30 km/s maka kita dapatkan lama gerhana matahari total sekitar

$$t_{tot} \approx \frac{6.952 - 3.584}{1,022 + 30}$$

= 108 detik

≈ 2 menit

8.23 Ketinggian Maksimum Gunung di Bumi

Gunung tertinggi di dunia adalah Mount Everest dengan ketinggian hampir mencapai 10 km dari permukaan laut (Gambar 8.29). Pertanyaan yang menarik adalah mengapa tidak ada gunung yang mencapai ketinggian berpuluh-puluh kilometer? Dengan perkataan lain, dapatkah sebuah gunung mencapai ketinggian beberapa puluh kilometer? Ternyata pembentukan gunung merupakan kompotisi antara kekuatan batuan penyusun gunung dengan gaya gravitasi bumi. Kompetisi tersebut melahirkan ketinggian maksimum gunung yang dapat ada di bumi hanya sekitar 10 km. Tidak ada gunung yang bisa stabil dengan ketinggian di atas 10 km! Fenomena ini serupa dengan naiknya air pada pipa kapiler yang terjadi akibat kompetisi antara gata gravitasi bumi dan tegangan permukaan. Kompetisi tersebut melahirkan ketinggian maksimum naiknya air dalam pipa kapiler.

Pada bagian ini kita memprediksi secara sederhana ketinggian maksimum gunung yang bisa stabil di permukaan bumi. Kita asumsikan bahwa bahan utama batuan penyusun gunung adalah sejenis silika. Silika adalah material utama pembentuk kerak bumi. Silika memiliki rumus kimia SiO_2. Walaupun materi penyusun kerak bumi banyak sekali, namun yang dominan adalah silika. Walaupun asumsi ini berlebihan, namun setidaknya hasil yang diperoleh tidak terlalu jauh dari yang sebenarnya.

Karena tujuan kita di sini juga melakukan perkiraan, bukan menentukan nilai eksak. Asumsi ini semata-mata dilakukan untuk memudahkan pembahasan. Walaupun yang kita bahas adalah gunung dengan bentuk geometri yang bervariaso (umumnya menyerupai kerucut), namun dalam prediksi ini kita akan mencari ketinggian maksium sebuah balok silika yang bisa berdiri stabil seperti siilutrasikan pada Gambar 8.29.

Gambar 8.29 Mount Everest yang merupakan gunung tertinggi di dunia. Ketinggian puncak tertinggi mencapai 8.850 m (famouswonders.com).

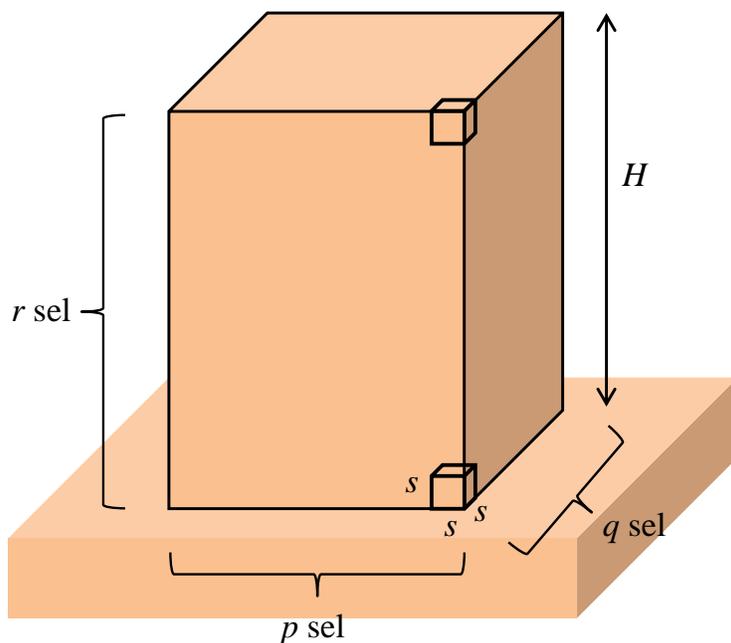
Seperti diperlihatkan dalam Gambar 8.30 balok yang dianalogikan dengan gunung memiliki ketinggian *H*. Balok tersebut dibagi atas sejumlah kubus dengan panjang sisi *s*. Satu kubus berisi satu molekul silika. Jumlah kubus pada masing-masing sisi adalah *p*, *q*, dan *r*. Dengan demikian jumlah molekul silika penyusun balok adalah

$$N = pqr \quad (8.98)$$

Jika M_{SiO2} adalah massa satu molekul silika maka mass balok adalah

$$M = pqrM_{SiO_2} \quad (8.99)$$

Molekul silika yang berada di daras balok menahan beban balok sebesar *Mg*. Makin tinggi balok maka makin besar beban yang ditahan

molekul di dasar balok. Jika balok makin tinggi dan gaya tekan makin kuat maka molekul silikon yang berada di dasar balok tidak sanggup lagi berada dalam fase padat. Molekul-molekul tersebut berubah menjadi plastis dan mengalir. Ketika berubah menjadi plastis maka dasar balok tidak sanggup lagi menahan balok sehingga balok merosot. Setelah merosot maka beban yang dialami silika di dasar balok kembali mengecil sehingga kembali berubah ke wujud padat. Jadi dapat disimpulkan di sini bahwa ketinggian maksimum balok adalah kondisi ketika silika di dasar balok tepat akan berubah dari wujud padat ke wujud plastis akibat menahan berat balok.

Gmbar 8.30 Gunung dimodelkan sebagai balok silika yang berada di atas dasar silika. Ketinggian balok adalah *H* (sama dengan tinggi gunung). Balok dibagi atas sejumlah kubus dengan sisi *s*. Jumlah kubus pada masing-masing sisi balok adalah *p*, *q*, dan *r*. Tiap kubus diisi dengan satu molekul silika sehingga jumlah molekul sisika penyusun kubus adalah *pqr*.

Misalkan pada ketinggian H balok masih berada dalam keadaan stabil. Misalkan kita tambah lagi ketinggian sebesar satu kubus kecil, yaitu s dan terjadi perubahan dasar balok menjadi plastis maka ketinggian H merupakan ketinggian maksimum balok. Energi yang diperlukan untuk menambah ketinggian balok sebesar s adalah

$$U = Mgs \tag{8.100}$$

Energi ini persis sama dengan energi yang diperlukan untuk mengubah satu lapisan molekul silika di dasar balok dari wujud padat ke wujud plastis. Jumlah molekul silika pada satu lapisan di dasar balok adalah *pq*. Energi yang diperlukan untuk mengubah satu molekul dari fase padat ke fase plastis kita nyatakan dengan ε_p. Dengan demikian energi yang diperlukan untuk mengubah silika satu lapisan di dasar balok dari fase padat ke plastis adalah

$$E = pq\varepsilon_p \tag{8.101}$$

Dengan menyamakan energi pada persamaan (8.100) dan (8.101) dan menggunakan persamaan (8.99) kita peroleh

$$pqrM_{SiO_2}gs = pq\varepsilon_p$$

$$M_{SiO_2}g(rs) = \varepsilon_p \tag{8.102}$$

Jika kita perhatikan Gambar 8.30 jelas bahwa $H = rs$. Dengan demikian, ketinggian maksimum balok silika yang diijinkan adalah

$$H = \frac{\varepsilon_p}{M_{SiO_2}g} \tag{8.103}$$

Energi yang diperlukan untuk mengubah wujud padat ke fase plastis tentuk lebih kecil daripada untuk mengubah dari wujud padat ke wujud cair. Pada fase plastis, ikatan antar atom atau molekul masih sangat kuat. Aliran pada fase plastis terjadi karena adanya gaya tekan yang sangat besar. Tetapi pada fase caur, aliran dapat terjadi lebih mudah meskipun gaya yang diberikan kecil. Pada fase cair, atom atau molekul telah menerima energi yang lebih banyak.

Energi yang diperlukan untuk mengubah atom atau molekul dari fase pada ke fase cair dinamaakn energi fusi dan kita simbolkan dengan ε_f.

Karena energi yang diperlukan untuk mengubah zat pada ke bentuk plastis lebih kecil daripada untuk mengubah pada ke cair maka dapat kita tulis

$$\varepsilon_p = \xi \varepsilon_f \qquad (8.104)$$

dengan ξ adalag bilangan yang lebih kecil daripada satu ($0 \le \xi \le 1$). Substitusi ke dalam persamaan (8.103) kita dapatkan ketinggian maksimum balok silika kira-kira

$$H = \frac{\xi \varepsilon_f}{M_{SiO_2} g} \qquad (8.105)$$

Mari kita masukkan data yang ada. Energi fusi molekul silika adalah ε = 0,148 eV = 2,37 × 10^{-20} J. Masa molekular SiO_2 adalah 60 sma sehingga M_{SiO2} = 60 × (1,66 × 10^{-27} kg) = 9,96 × 10^{-26} kg. Bila kita ambil $\xi \approx$ 0,5 maka ketinggian maksimum balok silika yang bisa stabil adalah

$$H \approx \frac{0{,}5 \times (2{,}37 \times 10^{-20})}{(9{,}96 \times 10^{-26}) \times 9{,}82}$$

$$\approx 12 \text{ km}$$

Nilai ini mendekati ketinggian gunung tertinggi di dunia, yaitu Mount Everest sekitar 10 km. Dari sini kita simpulkan bahwa ternyata ada batas tertinggi ketinggian gunung di dunia. Batas tersebut ditentukan oleh sifat material (energi plastis) dan kekuatan gravitasi bumi. Itulah yang menjadi penyebab mengapa tidak ada gunung yang tingginya mencapai puluhan kilometer meskipun kita tahun bahwa gunung terus menerus tumbuh.

Soal-Soal

1) Tabel 8.1 berikut ini memperlihatkan data planet-planet dalam sistem

tata surya.

Tabel 8.1 Jari-jari orbit dan periode edar planet

Planet	Jari-jari orbit rata-rata [AU]	Periode orbit [tahun]
Merkurius	0,387	0,24
Venus	0,723	0,61
Bumi	1	1
Mars	1,524	1,88
Jupiter	5,203	11,86
Saturnus	9,539	29,46
Uranus	19,18	84,01
Neptunus	30,06	164,8

Catatan: 1 AU = jarai-jari rata-rata obit bumi = 150 juta km.

a) Berdasarkan data dalam tabel tersebut tentukan

b) Kecepatan sudut orbit masing-masing planet

c) Percepatan sentripetal masing-masing planet

d) Laju dan momentum sudut masing-mnasing planet

e) Keberlakuan hukum Kepler III

f) Posisi planet Merkurius terhadap Matahari sebagai fungsi waktu dengan asumsi bahwa pada saat $t = 0$ planet Merkurius berada pada sumbu x.

g) Posisi Bumi terhadap planet Venus sebagai fungsi waktu dengan asumsi bahwa pada saat $t = 0$ bumi berada pada sumbu x positif san Venus berada pada sumbu y positif.

h) Buktikan bahwa gaya antara satu planet dengan planet lainnya lebih kecil daripada gaya antara planet tersebut dengan matahari.

2) Massa jenis suatu planet memenuhi persamaan $\rho(r) = \rho_0 r^{\beta}$ dengan ρ_0 dan β adalah konstanta positif. Jari-jari planet tersebut adalah *R*. Tentukan

a) Massa planet

b) Massa jenis rata-rata planet

c) Percepatan gravitasi planet sebagai fungsi jarak dari pusat planet hingga jarak tak berhingga

d) Energi potensial planet pada berbagai jarak

3) Sebuah satelit dengan massa m menngorbit planet yang bermassa *M*. Jari-jari orbit adalah *r*. Jika satelit mendadak disimpangkan sedikit dari ortbitnya, yaitu ditarik sedikit menjauh kemudian dilepas, apa yang akan terjadi? Apakah satelit akan kembali ke orbit semula atau bergerak pada orbit baru?

Petunjuk: hitunglah apakah setelah satelit disimpangkan sedikit dari orbitnya ada gaya netto yang arahnya ke orbit awal. Jika ada maka satelit akan kembali ke orbit semula. Tetapi jika tidak ada maka satelit akan membentuk orbit baru.

4) Pesawat jet terbang pada ketinggian 11 km di atas permukaan laut dengan laju 850 km/jam.

a) Jika lintasan pesawat tersebut dianggap berbentuk busur lingkaran berapa percepatan sentripetal pesawat?

b) Berapa selisih percepatan gravitasi pada lintasan pesawat dengan di permukaan laut?

c) Pada ketinggian tersebut berapa harusnya laju pesawat agar dapat mengitari bumi pada lintasan lingkaran?

5) Sebuah benda lepas dari ketinggian $r_0 = 8R$ dari pusat bumi dan bergerak menuju bumi dengan laju awal nol. Gambarkan jarak benda dari pusat bumi sebagai fungsi waktu.

Petunjuk: Gunakan hukum kekekalan energi mekanik. Energi mekanik benda mula-mula $EM = -GMm/r_0$ (energi kinetik nol). Energi mekanik benda pada berbagai posisi $EM = -GMm/r + mv^2/2$. Dengan hukum kekekalan energi mekanik maka diperoleh $v^2 = 2GM(1/r - 1/r_0)$. Karena benda bergerak menuju ke bumi sehingga jarak dari bumi makin kecil maka kecepatan benda bernilai negatif. Dengan demikian kecepatan benda adalah

$$v = -\sqrt{2GM(1/r - 1/r_0)}$$

Karena v = dr/dt maka

$$\frac{dr}{dt} = -\sqrt{2GM\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)}$$

$$= -\sqrt{\frac{2GM}{r_0}\left(\frac{r_0}{r} - 1\right)}$$

Masukkan r_0 = $8R$ maka

$$\frac{dr}{dt} = -\sqrt{\frac{GM}{4R}\left(\frac{8R}{r} - 1\right)}$$

Kita kenalkan sebuah variabel baru $x = r/R$ atau $r = xR$ sehingga $dr/dt = Rdx/dt$. Persamaan di atas menjadi

$$\frac{Rdx}{dt} = -\sqrt{\frac{GM}{4R}\left(\frac{8}{x} - 1\right)}$$

atau

$$\frac{dx}{dt} = -\sqrt{\frac{GM}{4R^3}\left(\frac{8}{x} - 1\right)}$$

Untuk menyelesaikan, lakukan proses numerik. Dimulai dengan mennganti x dengan x_i dan dx/dt dengan $(x_{i+1} - x_i)/\Delta t$. Dengan demikian kita dapatkan

$$\frac{x_{i+1}-x_i}{\Delta t} = -\sqrt{\frac{GM}{4R^3}\left(\frac{8}{x_i}-1\right)}$$

atau

$$x_{i+1} = x_i - \Delta t\sqrt{\frac{GM}{4R^3}\left(\frac{8}{x_i}-1\right)}$$

Syarat batas adalah $x_0 = 8$ dan nilai akhir untuk x adalah 1.

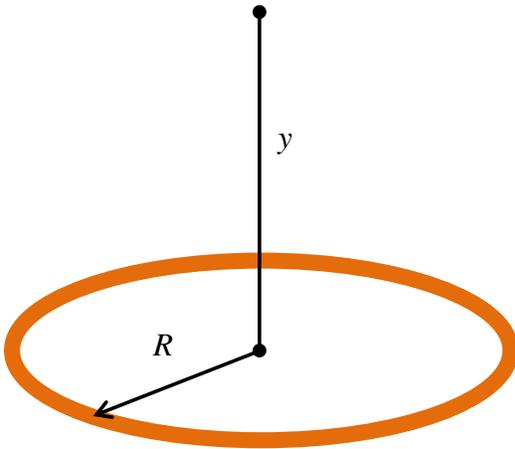
6) Atom hirdogen terdiri dari inti yang bermuatan posiotif dan satu elektron yang bermuatan negatif. Elektron mengelilingi inti pada orbit lingkaran dengan jari-jari 0,53 angstrom. Massa inti atom hidrogen adalah $1,67 \times 10^{-27}$ kg sedangkan massa elektron adalah $9,1 \times 10^{-31}$ kg. Berapakah gaya gravitasi antara elektron dan inti pada atom hidrogen?

7) Energi grvaitasi diri (*self gravitation*) adalah total energi potensial gravtiasi yang dimiliki benda akibat gaya tarik antara massa penyusunnya. Jika sebuah benda memiliki massa M dan dimensi R mbuktikan bahwa energi gravitasi diri memenuhi

$$E = -\alpha \frac{GM^2}{R}$$

dengan α adalah parameter yang nilainya sekitar satu.

Petunjuk: mulai dengan energi potensial gravitasi mensa M_2 terhadap benda M_1 yang memiliki jarak r sebagai $-GM_1M_2/r$. Benda yang kita bahas dibelah dua sehingga masing-masing memiliki massa $M/2$. Kedua massa tersebut dapat dipandang seolah-olah sebagai dua benda yang dipisahkan oleh jarak $R/2$ (jarak $R/2$ adalah aprokasimasi jarak pusaat massa dua belahan benda). Kemudian gunakan persamaan energi potensial gravitasi dua benda.

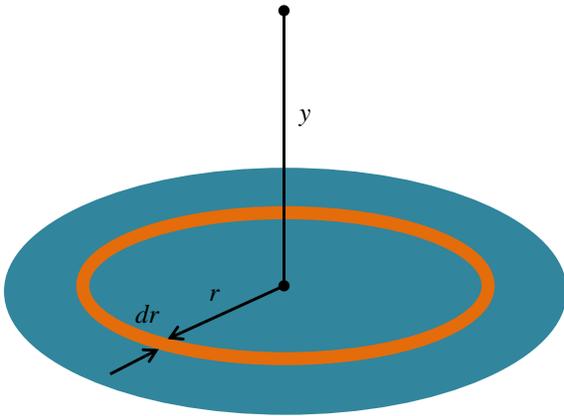
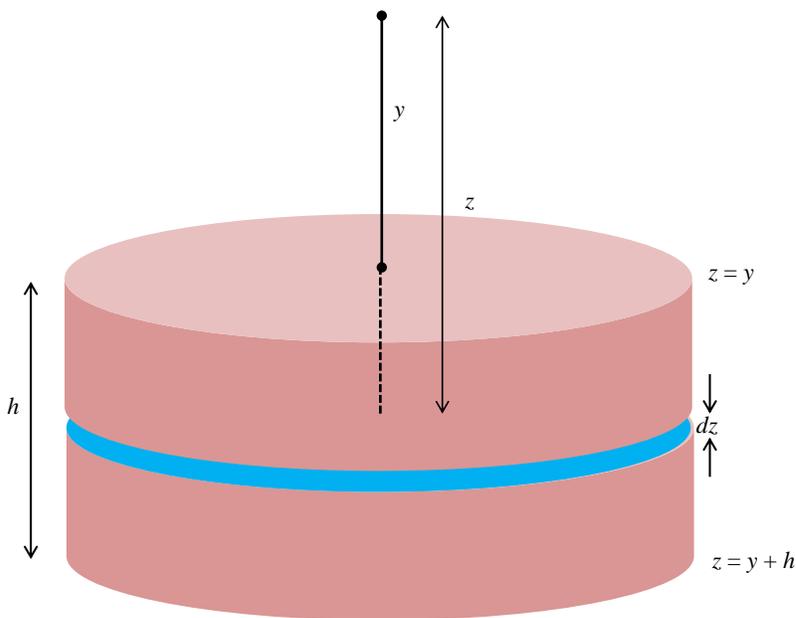
8) Tentukan percepatan gravitasi yang dihasilkan oleh sebuah cincin yang memiliki jari-jari R dan massa per satuan panjang λ pada sumbu cincin yang memiliki jarak y dari pusat cincin (Gambar 8.31).

Gambar 8.31 Gambar untuk soal 8

Petunjuk: Cari percepatan gravitasi oleh elemen kecil cincin sepanjang ds. Percepatan tersebut memiliki komponen arah sejajar sumbu dan tegak lurus sumbu. Komponen yang tegak lurus sumbu saling ditiadakan oleh elemen yeng memiliki posisi diametris. Jadi, yang memberikan kontribusi hanya elemen yang sejajar sumbu. Integral elemen yang sejajar sumbu pada semua bagian cincin.

9) Berdasarkan hasil di atas, tentukan percepatan gravitasi yang dihasilkan cakram tipis yang berjari-jari R pada sumbu cakram dan jarak y dari pusat cakram. Massa cakram per satuan luas adalah σ (Gambar 8.32).

   Petunjuk: Cakram dapat dipandang sebagai susunak cincing konsnetris yang memiliki jari-jari dari 0 dampai R. Cari percepatan gravitasi arah sejajar sumbu yang dihasilkan oleh cincin yang memiliki jari-jari r dan ketebalan dr. Lalu lakukan integral dari $r = 0$ sampai r = R.

10) Tentukan percepatan gravitasi yang dihasilkan sebuah cakram tebal yang memiliki ramat massa konstan ρ sepanjang sumbu cakram yang berjarak y dari permukaan. Ketebalan cakram adalah h dan jari-jarinya adalah R (gambar 8.33).

   Petunjuk. Cakram tebal dapat dipandang sebagai susunan cakram tipis. Ketebalan tiap cakram tipis adalah dz. Pertama hitung percepatan gravitasi yang dihasilkan oleh satu cakram tipis yang memiliki jarak z dari posisi pengamatan. Lalu lakukan integrap pada semua cakram tipis yang ada.

Gambar 8.32 Gambar untuk soal 9

Gambar 8.33 Gambar untuk soal 10

11) Misalkan massa jenis rata-rata bumi adalah ρ_0. Andaikan di bawah permukaan tanah terdapat deposit barang tambang dengan massa jenis $\rho = \rho_0 + \Delta\rho$ yang tersebar dalam bentuk menyerupai cakram dengan jari-jari R,

tebelan h dan jarak bagian atas ke permukaan bumi adalah y. Tentukan perubahan percepatan gravitasi di permukaan bumi dengan adanya deposit tersebut tergadap percepatan gravitasi kalau dianggap massa jenis bumi kontan. Lakukan analisis jika masa jenis deposit lebih kecil dan lebih besar daripada massa jenis rata-rata bumi.

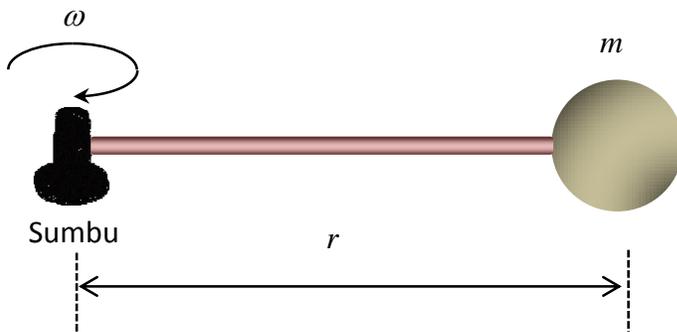
Bab 9
BENDA TEGAR dan ELASTISITAS

Hingga saat ini kita sudah membahas kinematika maupun dinamika benda yang berbentuk partikel atau titik. Walaupun benda yang kita bahas bukan partikel atau titik seperti balok, kendaraan, dan lain-lain, namun saat pembahasan kita memerlakukan benda-benda tersebut seolah-olah sebagai titik. Bahkan ketika menjelaskan gerak planet mengitari matahari, planet dan matahari pun diperlakukan sebagai titik. Tujuannya adalah untuk memudahkan pencarian solusi karena kita tidak perlu memperhitungkan kemungkinan terguling, berputar, dan sebagainya. Namun, tidak semua benda yang ada di alam berupa partikel. Sebenarnya kita lebih sering mengamati gerak benda yang bukan partikel seperti gerak kendaraan, batu yang dilempar, orang yang melakukan sirkus, dan lain-lain. Untuk gerakan benda besar ini kita amati adanya gerak perputaran (rotasi) di samping adanya gerak translasi. Jadi, secara umum, gerakan benda besar merupakan kombinasi gerak translasi dan gerak rotasi. Bagaimana merumuskan gerak benda semacam itu?

Pada bab ini kita akan memelajari kinematika maupun dinamika benda bukan partikel atau titik. Ciri utama benda tegar adalah bentuk benda tidak berubah meskipun benda tersebut dikanai gaya, seperti gaya tekan, gaya gesek, dan sebagainya. Benda tegar adalah benda yang ikatan

antar atomnya sangat kuat sehingga tidak terjadi gerekan relatif antar atom. Yang dapat terjadi adalah gerak bersama dengan mempertahankan jarak antar atom. Hampir semua benda padat termasuk ke dalam benda tegar, kecuali yang berwujud plastisin.

9.1 Momen Inersia

Salah satu besaran yang penting yang dimiliki benda tegar adalah momen inersia. Untuk memahami momen inersia, mari kita tinjau sebuah benda sederhana, yaitu sebuah benda titik bermassa *m* yang ditempatkan di ujung sebuah tongkat (Ganbar 9.1). Massa tongkat dianggap nol. Panjang tongkat adalah *r*. Salah satu ujung tongkat dikaitkan dengan poros sehingga benda *m* dapat berputar dengan bebas terhadap poros tersebut.

Gambar 9.1 Benda titik bermassa *m* ditempatkan di ujung batang tak bermassa. Salah satu ujung tongkat menjadi sumbu putar. Benda titik tersebut dapat berputar secara bebas terhadap poros.

Jika benda berotasi terhadap sumbu dengan kecepatan sudut ω maka:

Kecepatan translasi benda adalah

$$v = \omega r \qquad (9.1)$$

Energi kinetik benda adalah

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\omega r)^2$$

$$= \frac{1}{2}(mr^2)\omega^2 \qquad (9.2)$$

Mari kita bandingkan ungkapan energi kinetik gerak rotasi pada persamaan (9.2) dengan energi kinetik gerak translasi murni:

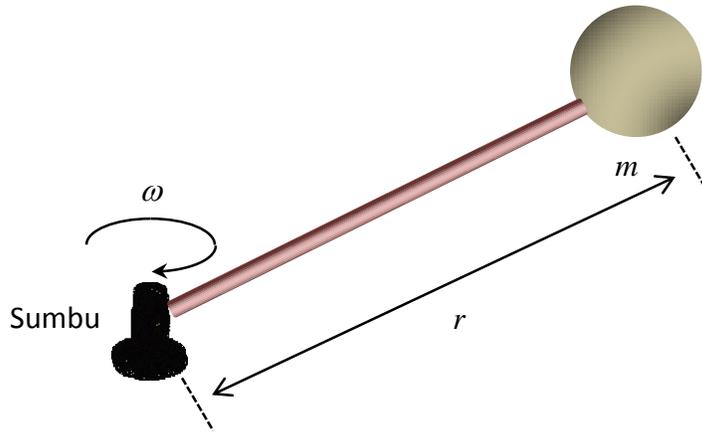
- Energi kinetik untuk gerak translasi murni: $K = \frac{1}{2}mv^2$
- Energi kinetik untuk gerak rotasi: $K = \frac{1}{2}(mr^2)\omega^2$

Tampak dari dua persamaan di atas bahwa pada gerak rotasi besaran mr^2 memiliki fungsi yang sangat mirip dengan *m* pada gerak translasi. Pada gerak translasi, *m* disebut massa atau inersia. Karena kemiripan fungsi tersebut maka pada gerak rotasi, kita definisikan mr^2 sebagai ***momen inersia***. Jadi, untuk benda titik yang berotasi terhadap sumbu yang berjarak *r* dari sumbu rotasi, momen inersianya memenuhi

$$I = mr^2 \qquad (9.3)$$

Mari kita cermati persamaan (9.3). Ketika menentukan momen inersia, kita harus memperhatikan posisi sumbu. Momen inersia sangat bergantung pada jarak benda dari sumbu. Benda yang sama memiliki momen inersia yang berbeda jika jarak sumbunya berbeda. Benda dalam Gambar 9.2 mirip dengan pada Gambar 9.1. Hanya saja, pada Gambar 9.2 batang sedikit dilbelokkan sehingga membentuk sudut kurang dari 90^o terhadap sumbu. Jarak benda ke sumbu menjadi lebih pendek sehingga momen inersianya lebih kecil daripada bentuk seperti pada Gambar 9.1

Pebalet dalam posisi lurus tegak memiliki momen inersia kecil. Seluruh bagian tubuh berada lebih dekat ke sumbu badan. Ketika merentangkan kaki dan tangan, momen inersia pebalet besar karena

sebagian anggota tubuh berada lebih jauh dari sumbu tubuh (Gambar 9.3)

Gambar 9.2 Momen inersia benda dengan bentuk ini lebih kecil daripada momen inersia susunan pada Gambar 9.1. Hal ini disebabkan jarak benda ke sumbu lebih kecil.

Gambar 9.3 (kiri) Momen inersia kecil karena jarak bagian-bagian tubuh ke sumbu putar lebih pendak. (kanan) Momen inersia besar karena jarak bagian-bagian tubuh ke sumbu putar lebih besar.

Dari persamaan (9.2) dan (9.3) kita dapat menulis energi kinetik benda yang bergerak rotasi sebagai

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad (9.4)$$

Bentuk ungkapan energi kinetik rotasi di atas persis sama dengan bentuk energi kinetik untuk gerak translasi.

Contoh 9.1

Berapakah momen inersia dan energi kinetik bulan yang beredar mengelilingi bumi?

Jawab

Massa bulan, M_b = 7,4 × 10^{22} kg, jarak bulan ke bumi adalah r_b = 384.404 km = 3,84 × 10^8 m, dan periode edar bulan mengelilingi bumi adalah T_b = 27,5 hari = 2,38 × 10^6 s. Karena diameter bulan jauh lebih kecil daripada jarak bulan-bumi maka bulan dapat dipandang sebagai benda titik.

Momen inersia bulan terhadap sumbu yang berada di bumi adalah

$$I_b = M_b r_b^2$$

$$= (7{,}4 \times 10^{22}) \times (3{,}84 \times 10^8)^2$$

= 1,1 × 10^{40} kg m^2.

Kecepatan sudut revolusi bulan adalah

$$\omega = \frac{2\pi}{T_b}$$

$$= \frac{2\pi}{2,38\times 10^6}$$

= 2,64 × 10^{-6} rad/s

Energi kinetik bulan

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}\times (1,1\times 10^{40})\times (2,64\times 10^{-6})^2$$

= 3,8 × 10^{28} J

Nilai ini harusnya sama dengan enegri kinetik jika bulang dipandang hanya melakukan gerak translasi. Laju translasi bulan adalah

$$v = \frac{2\pi r_b}{T_b}$$

$$= \frac{2\pi \times (3,84\times 10^8)}{2,38\times 10^6}$$

= 1.014 m/s

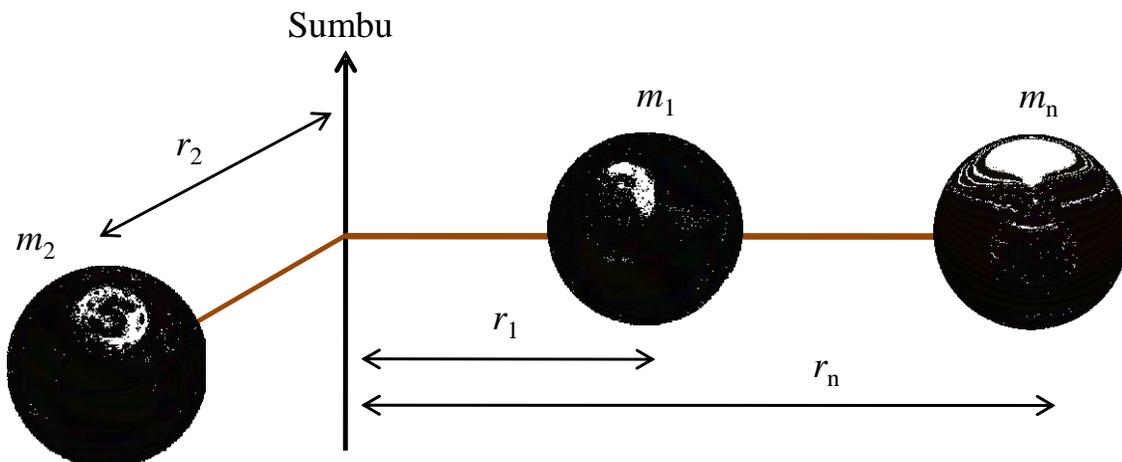
Energi kinetik translasi bulan adalah

$$K = \frac{1}{2} M_b v^2$$

$$= \frac{1}{2} \times (7{,}4 \times 10^{22}) \times (1.014)^2$$

$$= 3{,}8 \times 10^{28} \text{ J}$$

9.2 Momen Inersia Sejumlah Partikel

Jika sistem yang sedang kita bahas mengandung sejumlah partikel maka momen inersia total sistem tersebut merupakan jumlah momen inersia masing-masing partikel. Penjumlahan dapat dilakukan secara aljabar biasa karena pada pelajaran ini kita anggap momen inersia merupakan besaran skalar. Pada pelkajaran fisika lanjut sebenarnya momen inersia merupakan bukan skalar melainkan tensor rank-2 atau matriks.

Gambar 9.4 Sistem partikel yang terdiri dari sejumlah partikel dengan massa berbeda-beda dan jarak yang berbeda-beda dari sumbu.

Dari Gambar 9.4 kita misalkan momen inersia masing-masing partikel adalah

$$I_1 = m_1 r_1^2 \quad (9.5a)$$

$$I_2 = m_2 r_2^2 \quad (9.5b)$$

$$\ldots$$

$$I_n = m_n r_n^2 \quad (9.5c)$$

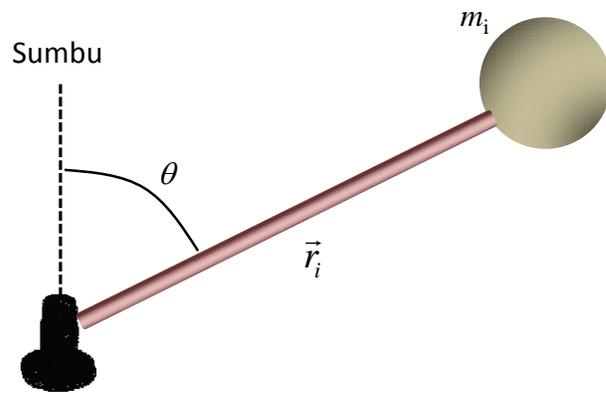
Dalam ungkapan di atas m_i adalah massa partikel ke-i dan r_i adalah jarak partikel ke-i dari sumbu putar. Momen inersia total sistem partikel adalah

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$$

$$= \sum_{i=1}^{n} I_i \quad (9.6)$$

Misalkan benda m_i berada pada posisi sembarang $\vec{r}_i$ dan kita pilih sumbu putar sejajar dengan sumbu z (Gambar 9.5). Jika sudut antara sumbu putar dengan vektor posisi benda adalah θ_i maka jarak tegak lurus benda ke sumbu putar adalah

$$x = r_i \sin\theta_i$$

$$= \left| \hat{k} \times \vec{r}_i \right|$$

Gambar 9.5 Momen inersia benda terhadap sumbu vertikal.

Dengan demikian momen inersia benda terhadap subu putar adalah

$$
\begin{aligned}
I_i &= m_i x^2 \\
&= m_i \left| \hat{k} \times \vec{r}_i \right|^2 \qquad (9.7)
\end{aligned}
$$

Jika sumbu putar sejajar dengan vektor sembarang $\vec{R}$ maka vaktor satuan searah sumbu putar adalah

$$\hat{R} = \frac{\vec{R}}{R}$$

Jarak benda ke sumbu putar adalah

$$x = \left| \hat{R} \times \vec{r}_i \right|$$

Maka momen inersia benda terhadap sumbu putar menjadi

$$I_i = m_i x^2$$

$$= m_i \left| \hat{R} \times \vec{r}_i \right|^2$$

$$= m_i \left| \frac{\vec{R} \times \vec{r}_i}{R} \right|^2 \quad (9.8)$$

Contoh 9.3

Sebuah titik massa 0,1 kg berada pada vektor posisi $\vec{r} = 7\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ meter. Tentukan momen inersia terhadap sumbu x, sumbu y, sumbu z. Tentukan pula momen inersia terhadap sumbu yang sejajar dengan vektor $\vec{R} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$.

Jawab

Momen inersia terhadap sumbu-x.

Kita hitung dulu

$$\hat{i} \times \vec{r} = \hat{i} \times (7\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$= 7\hat{i} \times \hat{i} + 2\hat{i} \times \hat{j} + \hat{i} \times \hat{k}$$

$$= 0 + 2\hat{k} - \hat{j}$$

$$\left| \hat{i} \times \vec{r} \right| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5} \text{ m}$$

$$I_x = m\left|\hat{i} \times \vec{r}\right|^2$$

$$= 0{,}1 \times \left(\sqrt{5}\right)^2$$

= 0,5 kg m²

Momen inersia terhadap sumbu-y.

Kita hitung dulu

$$\hat{j} \times \vec{r} = \hat{j} \times (7\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$= 7\hat{j} \times \hat{i} + 2\hat{j} \times \hat{j} + \hat{j} \times \hat{k}$$

$$= -7\hat{k} + 0 + \hat{i}$$

$$\left|\hat{j} \times \vec{r}\right| = \sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{50} \text{ m}$$

$$I_x = m\left|\hat{j} \times \vec{r}\right|^2$$

$$= 0{,}1 \times \left(\sqrt{50}\right)^2$$

= 5 kg m²

Momen inersia terhadap sumbu-z.

Kita hitung dulu

$$\hat{k} \times \vec{r} = \hat{k} \times (7\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$= 7\hat{k} \times \hat{i} + 2\hat{k} \times \hat{j} + \hat{k} \times \hat{k}$$

$$= 7\hat{j} - 2\hat{i} + 0$$

$$\left|\hat{k} \times \vec{r}\right| = \sqrt{(-2)^2 + 7^2} = \sqrt{53} \text{ m}$$

$$I_x = m\left|\hat{k}\times\vec{r}\right|^2$$

$$= 0{,}1\times\left(\sqrt{53}\right)^2$$

= 5,3 kg m^2

Momen inersia terhadap sumbu yang sejajar $\vec{R}$.

Kita hitung dulu

$$\vec{R}\times\vec{r} = (3\hat{i}+4\hat{j})\times(7\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})$$

$$= 21\hat{i}\times\hat{i}+6\hat{i}\times\hat{j}+3\hat{i}\times\hat{k}+28\hat{j}\times\hat{i}+8\hat{j}\times\hat{j}+4\hat{j}\times\hat{k}$$

$$= 0+6\hat{k}-3\hat{j}-28\hat{k}+0+4\hat{i}$$

$$= 4\hat{i}-3\hat{j}-22\hat{k}$$

$$\left|\vec{R}\times\vec{r}\right| = \sqrt{4^2+(-3)^2+(-22)^2} = \sqrt{509} \text{ m}$$

$$R = \sqrt{3^2+4^2} = 5$$

$$I_x = m\frac{\left|R^2\times\vec{r}\right|^2}{R^2}$$

$$= 0{,}1\times\frac{\left(\sqrt{509}\right)^2}{25}$$

= 2,036 kg m^2

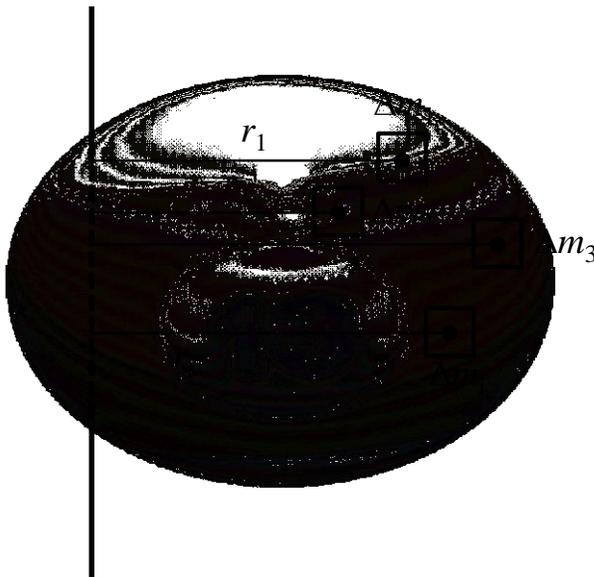
9.3 Momen Inersia Benda Kontinu

Menentukan momen inersia benda-benda kontinu seperti tongkat, bola, dan silinder tidak dapat dilakukan dengan penjumlahan sederhana

seperti di atas. Momen inersia benda-benda ini dihitung dengan cara integral. Mari kita bahas bagaimana penurunannya.

Seperti ditunjukkan dalam Gambar 9.6, benda kontinu besar dibagi atas elemen-elemen kecil. Massa masing-masing elemen adalah Δm_1, Δm_2, Δm_3, …,Δm_i, …. Jarak tegak lurus elemen massa ke sumbu putar adalah r_1, r_2, r_3, …, r_i,….. Momen inersia benda kontinu dapat ditulis sebagai

$$I = \Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \ldots + \Delta m_i r_i^2 + \ldots + \Delta m_N r_N^2$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \Delta m_i r_i^2 \qquad (9.9)$$

Gambar 9.6 Benda kontinu dibagi atas elemen-elemen kecil. Tiap elemen dapat dipandang sebagai benda titik. Jumlah elemen adalan *N* yang nilainya menuju tak berhingga.

Seperti yang umum dilakukan, jika kita mengambil $\Delta m_i \to 0$ maka

penjumlahan pada persamaan (9.9) berubah menjaid integral dengan terlebih dahulu melakukan transformasi berikut ini

$$\Delta m_i \rightarrow dm$$

$$r_i \rightarrow r$$

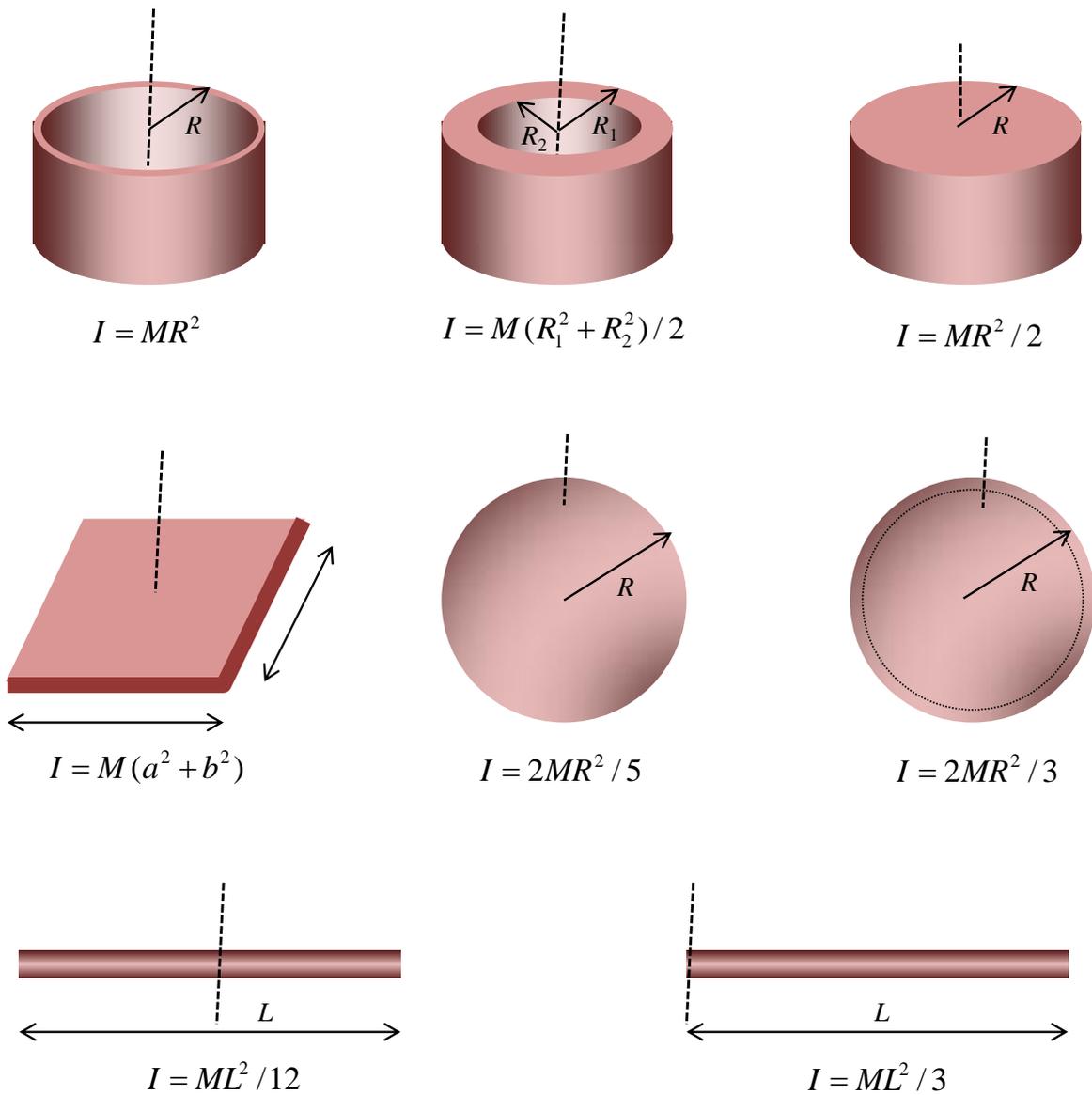
$$\sum_{i=1}^{N=\infty}(...) \rightarrow \int (...)$$

Dengan transformasi ini maka momen inersia yang diberikan oleh persamaan (9.9) berubah menjadi

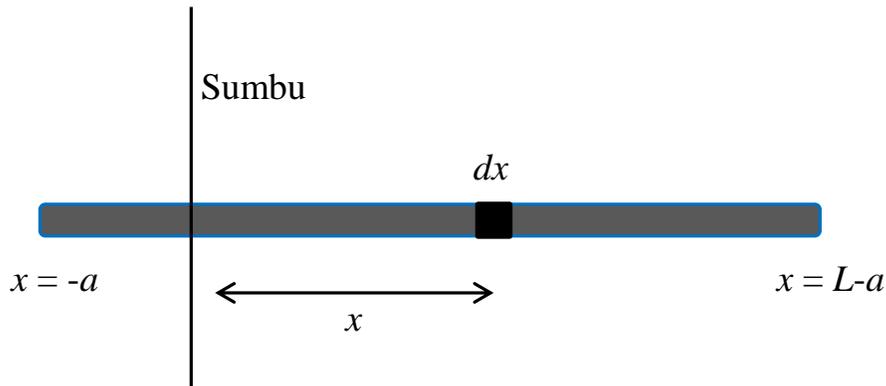
$$I = \int r^2 dm \tag{9.10}$$

Integral pada persamaan (9.10) seringkali sulit dilakukan meskipun untuk benda-benda yang bentuknya teratur seperti bola, silinde, persegi panjag, dan lain-lain. Untuk menghindari kesulitan tersebut umumnya disediakan data momen inersia yang bisa langsung digunakan. Sebagai contoh Gambar 9.7 adalah momen inersia sejumlah benda teratur terhadap sumbu yang lokasinya melewati pusat massa atau melewati ujung benda. Pada contoh berikut kita akan mencoba menghitung langsung momen inersia dengan menggunakan persamaan (9.10).

Contoh 9.4

Batang dengan panjang L memiliki rapat massa per satuan panjang μ yang konstan. Sebuah sumbu putar yang tegak lurus batang dipasang pada jarak a dari salah satu ujung batang. Berapa momen inersia terhadap sumbu tersebut?

Gambar 9.7 Momen inersia sejumlah benda yang memiliki bentuk simetri.

Jawab

Pertanyaan di atas diilustrasikan pada Gambar 9.8.

Gambar 9.8 Gambar untuk contoh 9.4

Sekarang kita membahas persoalan satu dimensi sehingga kita dapat mengganti variabel r dengan x. Tampak batang ditempatkan pada sumbu x, dalah satu ujung berada pada koordinat x = -a dan ujung lain pada koordinat $x = L-a$. Perhatikan elemen kecil setebal dx yang memiliki jarak x dari sumbu. Massa elemen tersebut adalah $dm = \mu dx$. Dengan demikian momen inersia memenuhi persamaan integral

$$I = \int_{-a}^{L-a} x^2 dm$$

$$= \int_{-a}^{L-a} x^2 \mu dx$$

$$= \mu \int_{-a}^{L-a} x^2 dx$$

$$= \mu \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_{-a}^{L-a}$$

$$= \mu \left[\frac{1}{3}(L-a)^3 - \frac{1}{3}(-a)^3 \right]$$

$$= \frac{1}{3}\mu\left[(L-a)^3 + a^3\right]$$

Karena massa jenis batang konstan maka massa batang adalah $M = \mu L$. Dengan demikian, momen inersia dapat ditulis sebagai

$$I = \frac{1}{3}\frac{(\mu L)}{L}\left[(L-a)^3 + a^3\right]$$

$$= \frac{1}{3}\frac{M}{L}\left[(L-a)^3 + a^3\right]$$

Sekarang kita tinjau dua kasus khusus yaitu jika sumbu berada di salah satu ujung dan berada di tengah-tengah batang. Jika sumbu berada di salah satu ujung maka $a = 0$ sehingga

$$I = \frac{1}{3}\frac{M}{L}\left[(L-0)^3 + 0^3\right]$$

$$= \frac{1}{3}\frac{M}{L}\left[L^3\right]$$

$$= \frac{1}{3}ML^2$$

Jika sumbu berada di tengah-tengah batang maka $a = L/2$ sehingga momen inersia menjadi

$$I = \frac{1}{3}\frac{M}{L}\left[(L-L/2)^3 + (L/2)^3\right]$$

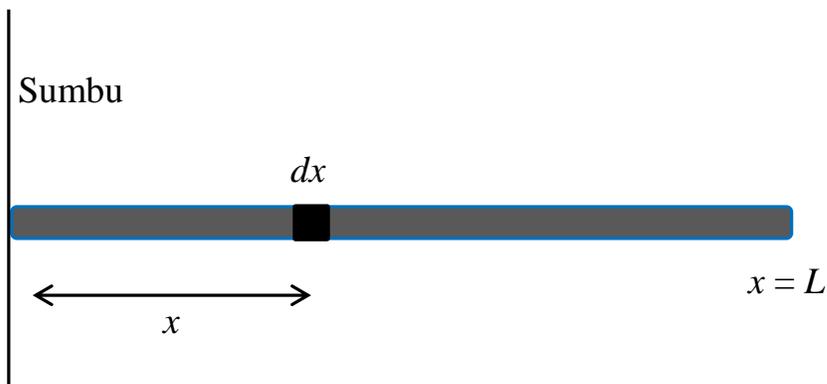
$$= \frac{1}{3}\frac{M}{L}\left[\frac{L^3}{4}\right]$$

$$= \frac{1}{12}ML^2$$

Contoh 9.5

Misalkan massa jenis batang yang memiliki panjang L tidak konstan. Massa jenis pada berbagai posisi memenuhi persamaan $\mu = \mu_0 + bx$ dengan b adalah konstanta positif. Sumbu rotasi ditempatkan pada ujung batang yang memiliki massa jenis terkecil. Berapa momen inersia batang terhadap sumbu tersebut?

Jawab

Batang pada soal di atas diilustrasikan pada Gambar 9.9.

Gambar 9.9 Gambar untuk Contoh 9.5

Perhatikan elemen setebal *dx* yang berada pada jarak dari sumbu. Massa elemen tersebut adalah $dm = \mu dx = (\mu_0 + bx)dx$. Momen inersia batang adalah

$$I = \int_0^L x^2 dm$$

$$= \int_0^L x^2(\mu_0 + bx)dx$$

$$= \int_0^L (\mu_0 x^2 + bx^3)dx$$

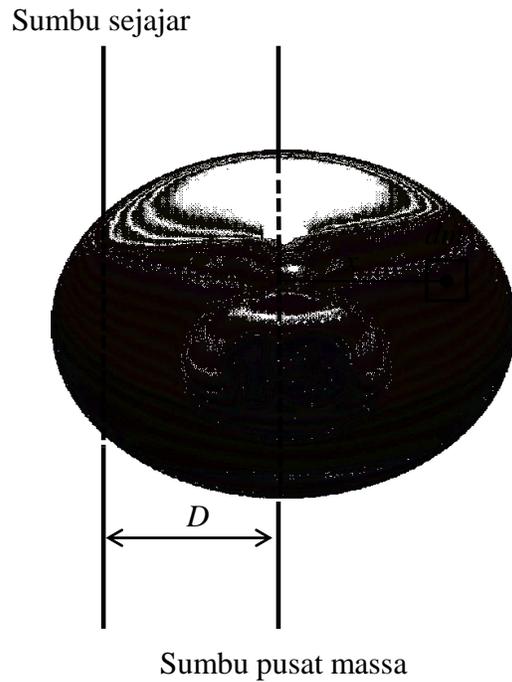
$$= \left[\frac{1}{3}\mu_0 x^3 + \frac{1}{4}bx^4\right]_0^L$$

$$= \frac{1}{3}\mu_0 L^3 + \frac{1}{4}bL^4$$

9.4 Dalil Sumbu Sejajar

Momen inersia sebuah benda, khususnya yang memiliki bentuk tidak teratur lebih mudah ditentukan terhadap sumbu yang melalui pusat massa. Penentuan ini dapat dilakukan secara eksperimen. Namun bagaimana menentukan momen inersia benda tersebut jika sumbu tidak melalui pusat massa? Untuk maksud tersebut kita ditolong oleh suatu dalil yang namanya **dalil sumbu sejajar**. Asalkan momen inersia terhadap sumbu pusat massa diketahui, maka momen inersia pada sembarang sumbu yang sejajar dengan sumbu pusat massa dapat ditentukan. Besaran yang perlu diketahui adalah massa benda dan jarak antara dua sumbu yang sejajar.

Jika diketahui momen inersia terhadap sumbu pusat massa adalah I_{PM} maka momen inersia benda bermassa M pada sembarang sumbu yang berjarak D dari sumbu pusat massa dan sejajar dengan sumbu pusat massa memenuhi

$$I = I_{PM} + MD^2 \quad (9.11)$$

Gambar 9.10 Menentukan momen inersia pada sumbu sembarang yang sejajar dengan sumbu pusat massa.

Dalil sumbu sejajar dapat dibuktikan dengan mudah secara integral seperti dijelaskan berikut ini. Perhatikan Gambar 9.10. Momen inersia terhadap sumbu pusat massa memenuhi persamaan

$$I_{pm} = \int x^2 dm$$

Momen inersia terhadap sumbu sejajar sumbu pusat massa dan berjarak D dari sumbu pusat massa adalah

$$I = \int (x+D)^2 dm$$

$$= \int (x^2 + 2Dx + D^2) dm$$

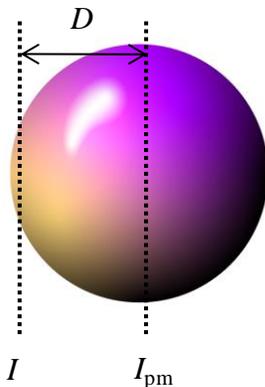
$$= \int x^2 dm + 2D \int xdm + D^2 \int dm$$

Suku pertama persamaan di atas tidak lain daripada momen inersia terhadap sumbu pusat massa. Integral pada suku ketiga hasilna M. Integral pada suku kedua nol karena sebaran materi di sekitar pusat massa merata (sama bobotya di segala arah). Tiap elemen memiliki pasangan pada posisi berseberangan (berharga negatif). Akhirnya kita dapatkan momen inersia terhadap sumbu sejajar sumbu pusat massa menjadi sama dengan persamaan (9.11)

Contoh 9.6

Sebuah bola memiliki jar-jari R dan massa M. Momen inersia terhadap pusat massa adalah I_{PM} = $(2/5)MR^2$. Berapakah momen inersia bola terhadap sumbu yang menyinggung permukaan bola?

Jawab

Persoalan di atas diilustrasikan pada Gambar 9.11.

Gambar 9.11 Gambar untuk Contoh 9.6.

Tampak dari gambar bahwa jarak antara dua sumbu adalah $D = R$. Dengan demikian, momen inersia terhadap sumbu yang menyinggung permukaan

bola adalah

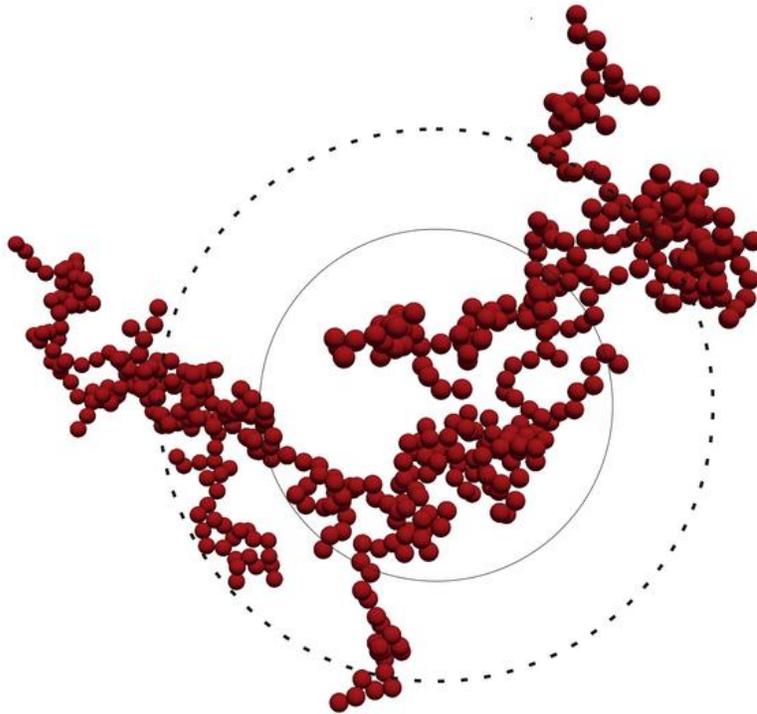
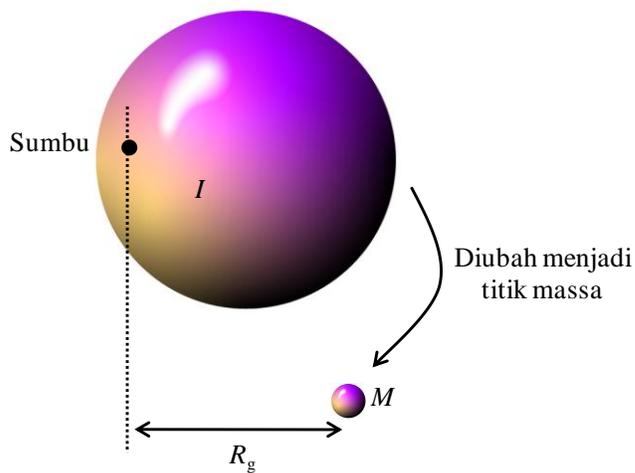
$$I = I_{PM} + MD^2$$

$$= \frac{2}{5}MR^2 + MR^2 = \frac{7}{5}MR^2$$

9.5 Jari-jari Girasi

Sekarang kita akan bahas satu besaran yang berkaitan langsung dengan momen inersia, yaitu jari-jari girasi. Untuk memahami pentingnya jari-jari girasi, perhatikan skema rangkaian polimer panjang seperti pada Gambar 9.12. Pertanyaan berikutnya adalah bagaimanakah mendefinsikan ukuran polimer tersebut? Apakah jarak antar ujung terjauh, atau antar ujung terdekat, atau rata-rata ujung terjauh dan terdekat? Ternyata yang lebih bermakna secara fisis adalah ukuran yang memiliki keterkaitan dengan rotasi molekul. Jika molekul tersebut berada dalam medium cair maka molekul selalu bergerak, berubah bentuk, berotasi, dan sebagainya. Secara umum bentuk molekul tidak tetap tetapi selalu berubah seriap saat. Dengan demikian, mendefinisikan ukuran molekul sebagai jarak posisi terjauh atau terdekat menjadi tidak realistis. Dan besaran yang lebih realistis untuk mendefinisikan ukuran molekul tersebut adalah jari-jari girasi. Apa itu jari-jari girasi?

Jika sebuah benda titik yang memiliki massa M yang berjarak R dari sumbu putar maka momen inersia benda tersebut memenuhi $I = MR^2$. Namun jika benda bukan titik maka momen inersianya terhadap pusat massa memiliki bentuk yang bermacam-macam bergantung pada bentuk benda. Jari-jari girasi didefinsikan sebagai berikut. Misalkan sebuah benda benda memiliki momen inersia I terhadap suatu sumbu. Apabila benda bukan titik tersebut diperas menjadi sebuah titik, berapakah jarak titik tersebut dari sumbu yang sama agar momen inersianya sama dengan momen inersia benda awal (Gambar 9.13). Jarak inilah yang disebut jari-jari girasi. Karena benda sudah diperas menjadi titik massa maka momen inersianya memenuhi MR_g^2. Karena momen inersianya harus sama dengan momen inersia benda awal maka diperoleh persamaan $MR_g^2 = I$ atau

$$R_g = \sqrt{\frac{I}{M}} \tag{9.12}$$

Gambar 9.12 Contoh skema rangkaian polimer panjang.

Gambar 9.13 Ilustrasi untuk mendefinsikan jari-jari girasi. Benda besar diperas menjadi sebuah titik dan jarak titik dari sumbu agar momen inersianya tetap merupakan jari-jari girasi.

Contoh 9.7

Berapakah jari-jari girasi bola pejal terhadap pusat massanya?

Jawab

Momen inersia bola penal terhadap pusat massa adalah I = (2/5)MR^2. Dengan demikian jari-jari girasi bola pejal terhadap pusat massa adalah

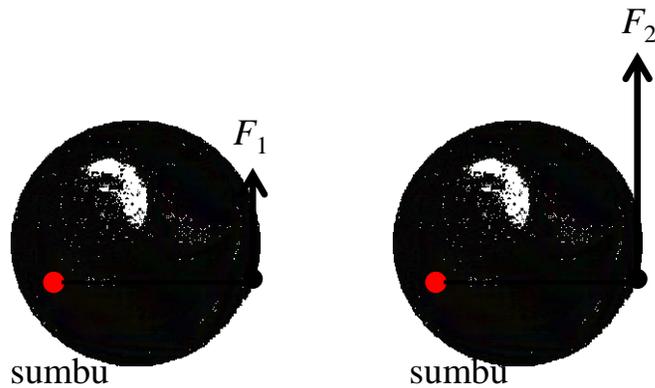
$$R_g = \sqrt{\frac{(2/5)MR^2}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{5}}R$$

9.5 Momen Gaya

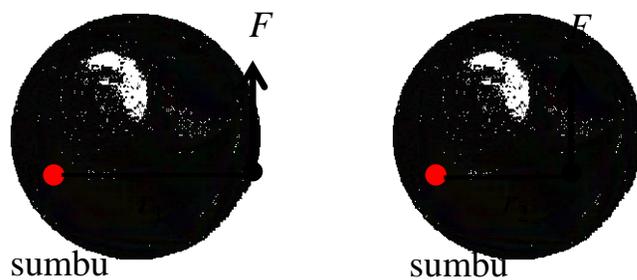
Telah kita pelajari di bab-bab awal bahwa bahwa benda yang diam akan bergerak hanya jika pada benda tersebut bekerja gaya. Benda yang sedang bergerak akan mengalami perubahan kecepatan ketika pada benda tersebut juga dikenai gaya. Ini merupakan ungkapan hukum II Newton. Hal serupa berlaku pada gerak rotasi. ***Benda yang diam akan berotasi jika pada benda tersebut bekerja suatu besaran yang namanya momen gaya atau torka. Benda yang sedang berotasi akan mengalami perubahan kecepatan sudut jika pada benda tersebut juga bekerja momen gaya.***

Torka akan menghasilkan percepatan rotasi. Untuk menentukan rumus untuk torka mari kita lakukan percobaan berikut (percobaan dalam pikiran).

i) Kita ubah-ubah gaya yang bekerja pada benda yang sama dan pada jarak yang sama dari sumbu rotasi dan amati efeknya (Gambar 9.14).

Gambar 9.14 Gaya yang bekerja pada benda diubah-ubah tetapi semua besaran lain dipertahankan konstan.

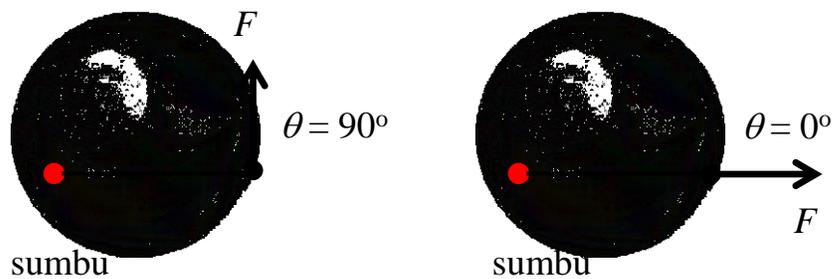
Kita akan amati bahwa makin besar gaya yang diberikan maka percepatan rotasi akan makin besar. Ini berarti makin besar gaya maka torka makin besar. Jadi kita dapatkan kesebandingan

$$\tau \propto F$$

ii) Kita ubah-ubah jarak tempat gaya bekerja dari sumbu rotasi tetapi mempertahankan besar gaya (Gambar 9.15). Amati apa yang akan didapat.

Gambar 9.15 Jarak dari sumbu ke lokasi tempat gaya bekerja diubah-ubah tetapi semua besaran lain dipertahankan konstan.

Kita akan amati bahwa makin besar jarak dari sumbu maka percepatan rotasi akan makin besar. Ini berarti makin besar jarak tempat kerja gaya ke sumbu rotasi maka torka makin besar. Jadi kita dapatkan kesebandingan

$$\tau \propto r$$

iii) Kita ubah-ubah sudut antara gaya dan vektor penghubung sumbu putar denga gaya. Jarak maupun besar gaya dipertahankan (Gambar 9.16). Amati apa yang akan didapat.

Gambar 9.16 Sudut antara gaya dan vektor penghubung gaya dari sumbu pusar ke gaya diubah-ubah tetapi semua besaran lain dipertahankan konstan.

Kita akan amati bahwa makin tegak lurus gaya dengan vektor penghubung sumbu rotasi dengan gaya maka percepatan rotasi akan makin besar. Ini berarti makin tegak lurus gaya dengan vektor penghubung sumbu rotasi dengan gaya maka torka makin besar. Besar yang memiliki nilai makin besar jika sudut makin tegak lurus adalah sin θ. Jadi kita dapatkan kesebandingan

$$\tau \propto \sin\theta$$

Dari tiga kesebandingkan di atas kita sampai pada kesimpulan umum bahwa torka sebanding dengan gaya, sebanding dengan jarak lokasi gaya

bekerja ke rumbu putar, dan sebanding dengan sinus sudut antara vektor posisi gaya bekerja dan vektor gaya sendiri. Dengan demikian kita dapatkan persamaan torka sebagai berikut

$$\tau = rF\sin\theta \qquad (9.13)$$

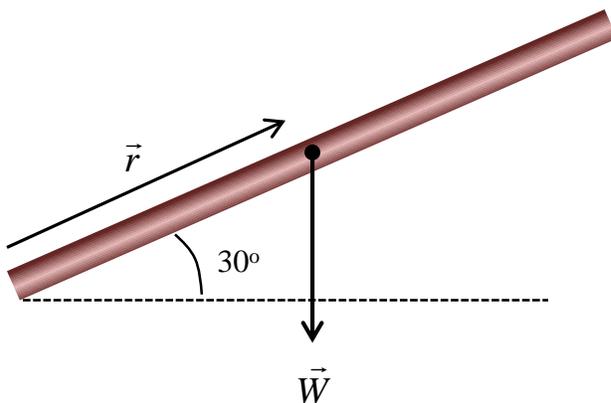
Dalam notasi vektor torka dapat ditulis sebagai

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (9.14)$$

Contoh 9.8

Tentukan momen gaya yang bekerja pada benda yang sedang bergerak jatuh saat sudutnya 30° terhadap horisontal. Panjang batang adalah 1,2 meter dengan massa per satuan panjang μ = 25 kg/m.

Jawab

Contoh di atas diilustrasikan pada Gambar 9.17

Gambar 9.17 Gambar untuk contoh 9.8

Karena massa batang tersebar homogen (rapat massa konstan) maka pusat massa berada di tengah-tengah batang. Vektor posisi pusat massa adalah

$$\vec{r} = \hat{i}\,0{,}6\cos 30^o + \hat{j}0{,}6\sin 30^o$$

$$= 0{,}3\hat{i} + 0{,}3\sqrt{2}\,\hat{j} \quad \text{m}$$

Gaya yang bekerja pada batang berpusat di pusat massa, yaitu sama dengan berat benda

$$\vec{W} = -mg\hat{k} = -(\mu L)g\hat{k}$$

$$= -(25\times 1{,}2)\times 9{,}8\hat{k}$$

$$= -294\hat{k} \quad \text{N}$$

Momen gaya

$$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{W}$$

$$= \left(0{,}3\hat{i} + 0{,}3\sqrt{2}\,\hat{j}\right)\times(-294\hat{k})$$

$$= -88{,}2\hat{i}\times\hat{k} - 88{,}2\sqrt{2}\,\hat{j}\times\hat{k}$$

$$= 88{,}2\,\hat{j} - 88{,}2\sqrt{2}\hat{i} \quad \text{Nm}$$

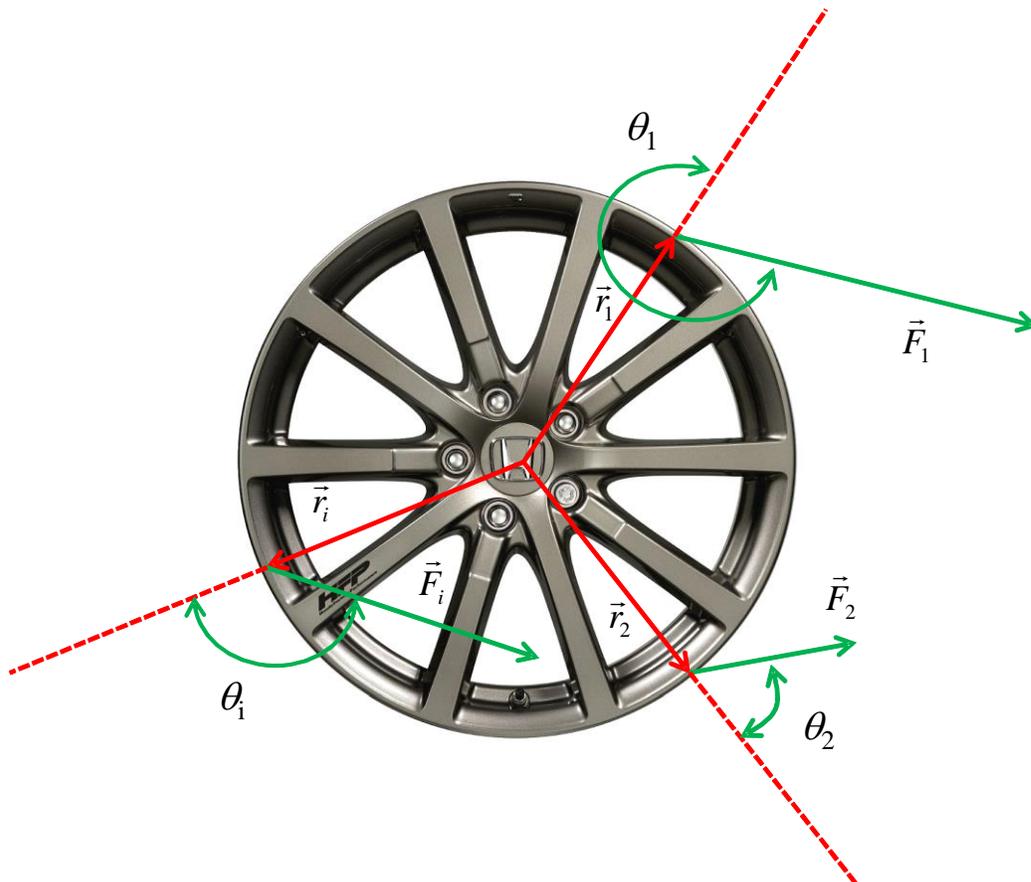
9.6 Momen Gaya Total

Jika pada sebuah benda bekerja sejumlah gaya secara bersamaan, maka momen gaya total merupakan jumlah vektor dari momen gaya yang dihasilkan oleh masing-masing gaya.

Seperti tampak pada Gambar 9.18 momen gaya yang dihasilkan oleh masing-masing gaya adalah

$$\vec{\tau}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1$$

$$\vec{\tau}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$$

$$\vec{\tau}_i = \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

Gambar 9.18 Sejumlah gaya bekerja serantak pada sebuah benda. Perhatkan baik-baikpenentuan sudut antara vektor *r* dan vektor *F*.

atau dalam notasi skalar

$$\tau_1 = r_1 F_1 \sin\theta_1$$

$$\tau_2 = r_2 F_2 \sin\theta_2$$

$$\tau_i = r_i F_i \sin\theta_i$$

Momen gaya total yang dihasilkan oleh semua gaya adalah

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \ldots + \vec{\tau}_i + \ldots \quad (9.15)$$

9.7 Hukum II Newton untuk Rotasi Benda Tegar

Serupa dengan ungkapan hukum II Newton untuk gerak translasi, yaitu $\vec{F} = m\vec{a}$, maka untuk gerak rotasi, hukum II Newton dapat diungkapkan dalam bentuk yang sangat serupa. Yang harus dilakukan pertama kali adalah mencari momen gaya total yang bekerja pada system benda yang akan kita tentukan persamaan geraknya. Jika momen inersia diketahui maka hukum II Newton adalah

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \quad (9.16)$$

dengan I momen inersia sistem benda dan $\vec{\alpha}$ percepatan sudut rotasi. Persamaan (9.16) merupakan ungkapan hukum II Newton untuk gerak rotasi yang bentuknya sangat mirip dengan ungkapan hukum yang sama untuk gerak translasi.

Namun perlu dicatat bahwa persamaan untuk momen gaya jauh lebih rumit dari persamaan (9.16) karena sebenarnya momen inersia

bukan skalar. Secara umum momen inersia adalah tensor sehingga arah momen gaya umumnya tidak sejajar arah percepatan sudut. Namun sepanjang buku ini kita memperlakukan momen inersia sebagai skalar sehingga persamaan (9.16) selalu dipenuhi.

Ada kasus yang menarik yaitu momen gaya yang dihasilkan oleh gaya sentral. Contoh gaya sentral adalah gaya gravitasi, gaya coulumb, dan gaya pegas. Arah gaya selalu ke satu pusat. Vektor gaya sentral dapat ditulis dalam bentuk umum

$$\vec{F} = -F(r)\hat{r} \qquad (9.17)$$

Dengan $F(r)$ adalag besarnya gaya dan $\hat{r}$ adalah vektor satuan arah radial. Posisi benda setiap saat selalu dapat ditulis

$$\vec{r} = r\hat{r} \qquad (9.18)$$

Dengan demikian momen gaya yang dihasilkan gaya sentral adalah

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{\tau}$$

$$= r\hat{r} \times \left(-F(r)\hat{r}\right)$$

$$= -rF(r)\left(\hat{r} \times \hat{r}\right) = 0$$

Ingat perkalian silang vektor yang sama nol karena sudut antara keduanya nol.

9.8 Menggelinding dan Selip

Perhatikan putaran roda mobil saat mobil bergerak. Jika jalan yang dilalui kasar, roda menggelinding dengan baik. Tetapi, jika jalan sangat licin maka roda akan selip. Roda mobil yangs selip dapat menimbulkan kecelakaan fatal karena mobil meluncur tanpa kendali dan tanpa bisa dihentikan (Gambar 9.19). Mengapa roda bisa berputar dengan baik dan mengapa dapat slip?

Gambar 9.19 (kiri atas) Di jalan berlumpur ban mobil sangat mudah selip dan (kanan atas) salah satu akibat selip adalah kecelakaan di mana mobil tidak dapat dikendalikan dan menabrak sesuatu. Di jalan yang licin di mana kendaraan mudah selip dipasang tanda seperti pada gambar bawah. Ketika melihat tanda ini pengendara harus hati-hati dan menurunkan kecepatan mobil.

Perputaran roda disebabkan adanya gaya gesekan antara roda dengan jalan (Gambar 9.20). Karena gaya ini menyinggung roda (yang berarti tidak segaris pusat massa) maka gaya tersebut menghasilkan momen gaya. Akibatnya adalah timbul percepatan rotasi pada roda (persamaan (9.16)). *Gaya gesekan antara roda dengan jalan merupakan gaya gesekan statik* karena tidak ada gerak relatif antara permukaan roda dan jalan. Yang terjadi adalah bagian permukaan roda turun di sisi depan, kemudian menempel di jalan, lalu naik kembali di sisi belakang. Gaya

gesekan kinetik baru terjadi pada roda yang selip karena ada gerak relative antara permukaan jalan dan permukaan roda.

Gambar 9.20 Gaya gesekan antara roda dengan jalan menyebabkan perputaran roda

Misalkan jari-jari roda adalah R dan gaya gesekan statik antara roda dengan jalan adalah f_s. Besarnya momen gaya yang bekerja pada salah satu roda adalah

$$\tau = f_s R \tag{9.19}$$

Misalkan momen inersia roda terhadap pusat massa adalah I_{pm} maka percepatan sudut rotasi roda terhadap pusat massa adalah

$$\alpha = \frac{\tau}{I_{pm}} = \frac{f_s R}{I_{pm}} \tag{9.20}$$

Selama roda menggelinding murni (tanpa terjadi slip), gaya gesekan antara roda dengan jalan adalah gaya gesekan statik. Telah kita pelajari bahwa untuk gaya gesekan statik berlaku hubungan $f_s \le \mu_s N$, dengan μ_s koefisien gesekan statik dan N gaya normal yang bekerja pada roda. Substitusi hubungan ketidaksamaan ini ke dalam persamaan (9.20) diperoleh

$$\alpha \le \frac{(\mu_s N)R}{I_{pm}} \tag{9.21}$$

Persamaan (9.21) menyatakan bahwa percepatan rotasi roda agar tidak selip memiliki batas maksimum. Nilai terbesar percepatan rotasi yang bisa dimiliki roda agar tidak selip adalah

$$\alpha_{maks} = \frac{\mu_s NR}{I_{pm}} \tag{9.22}$$

Pada bab sebelumnya, kita sudah membahas hubungan antara percepatan rotasi dan percepatan translasi, yaitu $a = \alpha R$. Percepatan translasi maksimum agar roda tidak selip adalah $a_{maks} = \alpha_{maks} R$. Persamaan ini mengisyaratkan bahwa percepatan maksimum yang diijinkan agar tidak terjadi selip sangat ditentukan oleh koefisien gesekan antara roda dengan jalan. Koefisien gesekan mengecil jika jalan licin atau ban kendaraan aus. Itu sebabnya mengapa saat hujan kendaraan sangat mudah tergelincir.

Kondisi terjandinya selip dan tidak selip dapat diringkas sebagai berikut:

a) Roda tidak mengalami selip atau menggelinding murni jika

i) $a \le a_{maks}$

ii) Percepatan sudut dan percepatan translasi memenuhi hubungan $a = \alpha R$.

b) Roda mengalami selip jika

i) $a > a_{maks}$

ii) Percepatan sudut dan percepatan translasi memenuhi ketidaksamaan $a > \alpha R$.

Untuk menekan kemungkinan terjadi selip maka ban kendaraan yang beroperasi di jalan licin atau berlumpur memiliki kembang-kembang yang kasar (Gambar. 9.21). Ketika kembang pada ban kendaraan mulai aus maka harus segera diganti dengan ban yang baru.

Gambar 9.21 (kiri) ban untuk kendaraan yang beroperasi di jalan licin dan (kanan) ban kendaraan umum yang bergerak di jalan raya.

Mengapa kendaraan kecil lebih mudah tergelincir daripada

kendaraan besar? Gaya normal pada persamaan (9.19) tidak hanya ditentukan oleh massa roda tetapi oleh massa kendaraan secara keseluruhan (termasuk muatan). Kendaraan besar mendapat gaya normal yang besar sehingga percepatan maksimum agar tidak tergelincil sangat besar. Akibatnya kendaraan besar lebih sulit tergelincir.

9.9 Energi Kinetik Benda Tegar

Gerakan benda tegar umumnya merupakan kombinasi dari gerak translasi pusat massa dan gerak rotasi terhadap pusat massa (Gambar 9.22). Akibatnya, energi kinetik yang dimiliki benda tegar yang sedang bergerak merupakan gabungan dari energi kinetik dua macam gerakan tersebut.

i) Energi kinetik translasi pusat massa adalah

$$K_{trans} = \frac{1}{2} M v_{pm}^2 \qquad (9.23)$$

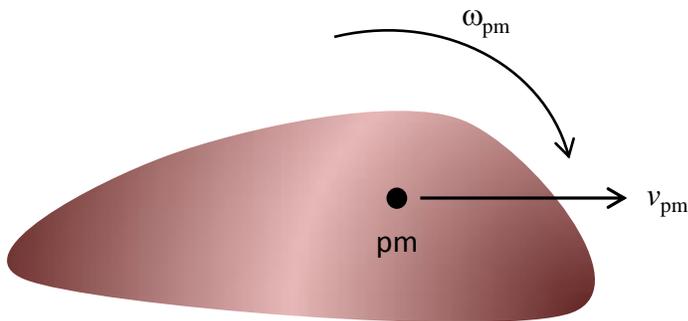
dengan M massa benda dan v_{pm} laju pusat massa.

ii) Energi kinetik rotasi terhadap pusat massa adalah

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I_{pm} \omega_{pm}^2 \qquad (9.24)$$

dengan I_{pm} momen insersia terhadap pusat massa dan ω_{pm} laju rotasi terhadap pusat massa.

Dengan demikian energi kinetik total benda tegar yang sedang bergerak adalah

$$K_{tot} = K_{trans} + K_{rot} \quad (9.25)$$

Gambar 9.22 Secara umum gerakan benda tegar merupakan gabungan gerak translasi pusat massa dan gerak rotasi terhadap pusat massa. Dengan demikian, energi kinetik benda tegar merupakan jumlah energi kinetik translasi pusat massa dan energi kinetik rotasi terhadap pusat massa.

Contoh 9.9

Sebuah benda kecil dengan massa 1,5 kg ditempatkan pada ujung batang tak bermassa. Ketika berputar dengan kecepatan sudut 10 rad/s, energi kinetik yang dimiliki benda tersebut adalah 300 J. Hitung a) momen inersia benda, b) jarak benda ke sumbu rotasi, dan c) kecepatan translasi benda

Jawab

Momen inersia benda

$$I = \frac{2K}{\omega^2} = \frac{2\times 300}{10^2} = 6 \text{ kg m}^2$$

Jarak benda ke sumbu rotasi

$$r = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{6}{1,5}} = 2 \text{ m}$$

Kecepatan translasi benda

$$v = \omega r = 10 \times 2 = 20 \text{ m/s}$$

Contoh 9.10

Bola pejal yang memiliki massa 25,0 kg dan jari-jari 12 cm mengelinding murni dengan laju translasi 3 m/s. Berapakah energi kinetik total bola tersebut?

Jawab

Karena bola menggelinding murni maka akan berlaku hubungan $v_{pm} = \omega_{pm} R$. Atau kecepatan sudut rotasi bola terhadap pusat massa $\omega_{pm} = v_{pm}/R$ = 3/0,12 = 25 rad/s. Momen inersia bola terhadap pusat massa

$$I_{pm} = \frac{3}{5} MR^2$$

$$= \frac{3}{5} \times 25,0 \times (0,12)^2 = 0,216 \text{ kg m}^2$$

Energi kinetik translasi bola

$$K_{trans} = \frac{1}{2} M v_{pm}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 25,0 \times 3^2 = 112,5 \text{ J}$$

Energi kinetik rotasi terhadap pusat massa adalah

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I_{pm}\omega_{pm}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 0{,}216 \times 25^2 = 67{,}5 \text{ J}$$

Energi kinetik total benda tegar

$$K_{tot} = K_{trans} + K_{rot}$$

$$= 112{,}5 + 67{,}5 = 180 \text{ J}$$

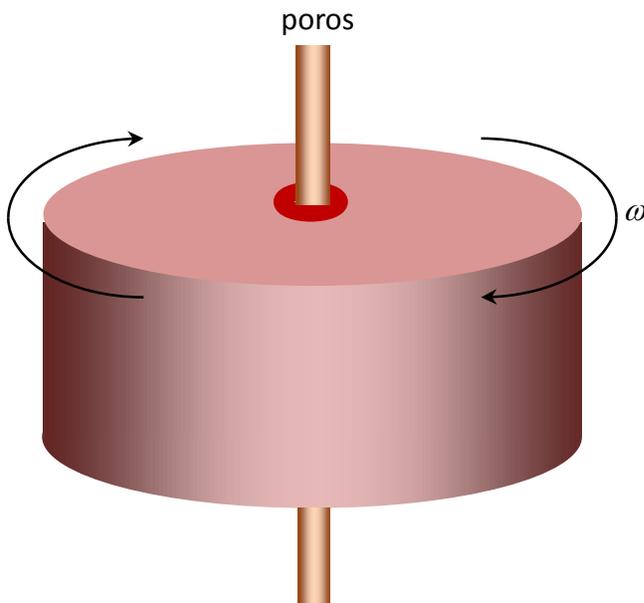
9.10 Roda Terbang

Roda terbang atau dalam bahasa Inggris disebut *flywheel* adalah alat yang memiliki silinder dengan massa sangat besar dan digunakan untuk menyimpan energi. Energi yang dihasilkan oleh pembangkit tenaga listrik, misalnya, jika tidak dimanfaatkan maka akan terbuang sia-sia. Sebagai contoh pembakit tenaga listrik menghasilkan daya 100 MW. Artinya tiap detik ada 100 MJ energi yang dihasilkan. Misalkan pada suatu saat energi yang dimanfaatkan hanya 80 MW maka ada energi 20 MW yang tidak terpakai. Ke mana larinya energi ini? Jawabya terbuang. Bagaimana caranya agar energi yang tidak digunakan tersebut dapat disimpan sehingga dapat dimanfaatkan lagi saat diperlukan?

Salah satu cara menyimpan energi adalah menggunakan baterei atau aki. Tetapi jika energi yang harus disimpan berada dalam jumlah megawatt maka sulit mendapatkan baterei untuk menyimpannya. Kalau pun ada harganya menjadi sangat mahal. Apalagi menyimpan energi dalam baterei tidak bisa cepat. Baterei butuh waktu cukup lama untuk melakukan charging. Nah, salah satu solusi adalah menggunakan roda terbang. Bagaimana prinsipnya?

Roda terbang bisa semacam silinder dengan massa sangat besar

yang dapat berputar pada sumbu vertikal seperti diilustrasikan pada Gambar 9.23. Energi yang akan disimpan digunakan untuk memutar silinder sehingga kecepatan rotasinya muncul atau bertambah. Jika gesekan dengan udara dapat diabaikan maka silinder akan terus berputar dengan kecepatan hampir konstan dalam waktu yang lama. Jadi, energi tersimpan cukup aman dalam putaran silinder.

Ketika energi akan diambil kembali maka silinder dihubungkan dengan pemutar generator. Generator menghasilkan energi listrik dan pada saat bersamaan kecepatan rotasi silnder berkurang. Ketika akan menyimpan energi lagi maka kecepatan putar silinder kembali diperbesar. Dan ketika energi akan diambil maka kecepatan putar silinder direduksi kembali.

Gambar 9.23 Skema roda terbang. Roda terbang terdiri dari silinder yang memiliki massa sangat besar dan dapat berotasi bebas pasa poros yang memiliki gesekan sangat kecil.

9.10 Kerja Oleh Momen Gaya

Misalkan benda tegar sedang diam, yaitu tidak berotasi maupun tidak bertranslasi. Pada benda tersebut kemudian dikenai dua gaya berlawanan arah, sama besar dan tidak segaris. Maka pusat massa benda

tidak bergerak, sedangkan benda melakukan rotasi terhadap pusat massa (Gambar 9.24). Karena muncul rotasi maka telah terjadi perubahan energi kinetik rotasi benda dari nol menjadi tidak nol. Energi kinetik translasi pusat massa sendiri tidak berubah.

Dua buah gaya berlawanan arah yang tidak segaris menghasilkan momen gaya. Akibat munculnya energi kinetik rotasi maka kita mengatakan bahwa momen gaya yang bekerja pada benda dapat menghasilkan energi kinetik rotasi pada benda. Berapa kerja yang dilakukan oleh momen gaya pada benda tersebut?

Gambar 9.24 Gaya yang sama besar dan berlawanan arah yang bekerja pada benda hanya menimbulkan rotasi tanpa menimbulkan perpindahan pusat massa.

Untuk menentukan kerja yang dilakukan momen gaya, kita menggunakan rumus yang persis sama dengan saat menghitung kerja oleh gaya pada gerak translasi. Kita hanya mengganti F dengan τ dan Δx dengan $\Delta\theta$. Jadi jika momen gaya τ bekerja pada benda tegar dan selama itu benda berotasi sebesar $\Delta\theta$, maka kerja yang dilakukan oleh momen gaya tersebut adalah

$$W_{momen} = \tau \Delta\theta \qquad (9.26)$$

9.11 Teorema Kerja-Energi Gerak Rotasi

Pada pembahasan tentang gerak benda titik kita sudah mempelajari teorema kerja-energi. Teorema ini mengatakan bahwa *kerja yang dilakukan gaya luar pada suatu benda sama dengan perubahan energi kinetik benda*. Karena kemiripan gerak rotasi dan translasi, maka teorema tersebut dapat diterapkan langsung pada gerak rotasi benda tegar dengan mengganti besaran-besaran yang sesuai. Untuk gerak rotasi benda tegar, teorema kerja energi berbunyi:

Kerja yang dilakukan oleh momen gaya luar sama dengan perubahan energi kinetik rotasi benda tegar,

Pernyataan di atas dapat diungkapkan dalam rumus berikut ini

$$W_{momen} = \Delta K_{rot} \tag{9.27}$$

Persamaan (9.27) dapat diturunkan dengan cara cukup sederhana sebgai berikut. Jika torka menggeser sudut benda tegar sebesar $d\theta$ maka kerja yang dilakukan torka tersebut memenuhi persamaan (9.26) dan dapat ditulis dalam bentuk diferensial berikut ini

$$dW_{momen} = \tau d\theta$$

$$= I\alpha d\theta$$

$$= I\frac{d\omega}{dt}d\theta$$

$$= Id\omega \frac{d\theta}{dt}$$

$$= I\omega d\omega$$

Kerja yang dilakukan untuk mengubah kecepatan rotasi benda dari ω_1 ke ω_2 menjadi

$$W_{momen} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I\omega d\omega$$

$$= I \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega d\omega$$

$$= I\left[\frac{1}{2}\omega^2\right]_{\omega_1}^{\omega_2}$$

$$= \frac{1}{2} I\omega_2^2 - \frac{1}{2} I\omega_1^2$$

$$= \Delta K_{rot}$$

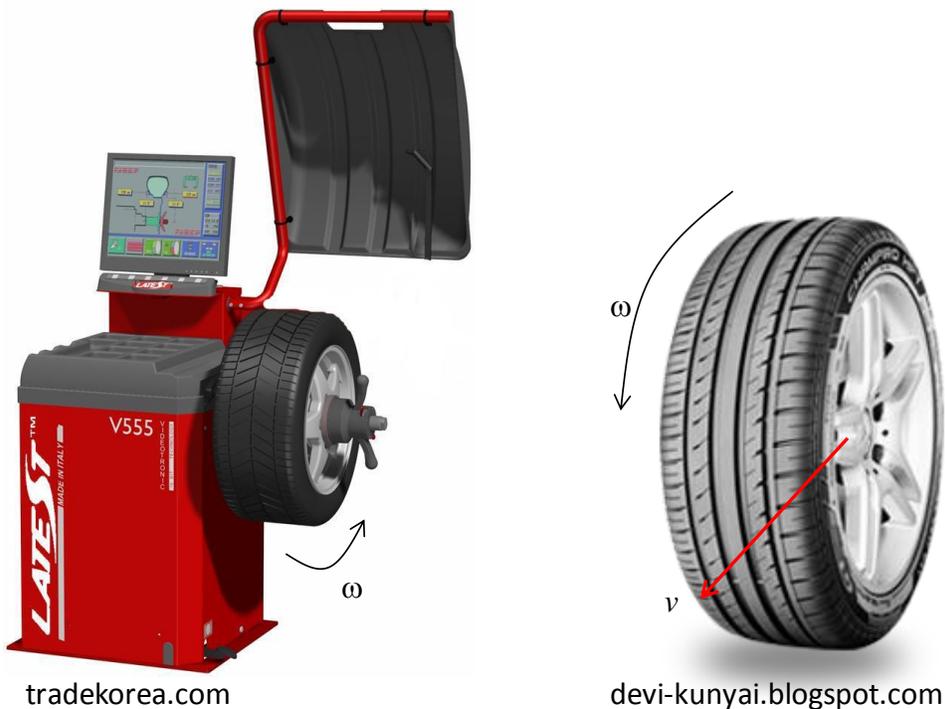
9.13 Teorema Kerja Energi Umum

Jika benda hanya melakukan gerak rotasi maka energi kinetiknya hanya energi kinetik rotasi. Contohnya adalah roda yang diputar pada mesin balancing di bengkel mobil (Gambar 9.25 kiri). Namun, karena secara umum benda tegar melakukan dua macam gerak yaitu translasi dan rotasi, maka pada perhitungan teorema kerja energi yang umum kita harus memperhitungkan kerja oleh gaya dan kerja oleh momen gaya. Contoh yang paling umum gabungan gerak translasi dan rotasi adalah roda yang sedang menggelinding (Gambar 9.25 kanan). Efek dari kerja tersebut adalah munculnya perubahan pada energi kinetik translasi dan

energi kinetik rotasi. Dengan demikian, teorema kerja energi yang lebih umum menjadi

Kerja yang dilakukan gaya luar dan momen luar sama dengan perubahan energi kinetik translasi dan rotasi benda tegar.

Pernyataan di atas diungkapkan dalam persamaan umum berikut ini

$$W_{gaya} + W_{momen} = \Delta K_{trans} + \Delta K_{rot} \tag{9.28}$$

Gambar 9.25. Roda yang dipasang di mesin balancing (kiri) hanya memiliki energy kinetik rotasi. Pusat massa roda tidak bergerak, tetapi berada pada poros yang tetap. Roda yang digelindingkan di jalan (kanan) melakukan rotasi sekaligus translasi (poros mengalami perpindahan). Energi kinetik total roda sama dengan jumlah energy kinetik rotasi dan translasi. Pada mesin balancing, roda hanya mendapatkan momen gaya. Ketika akan mengglinding, roda mendapatkan momen gaya dan gaya sekaligus.

9.14 Momentum Sudut Benda Tegar

Untuk gerak partikel, kita telah mendefinisikan momentum sebagai perkalian massa (inersia) dengan kecepatan $\vec{p} = m\vec{v}$. Pada gerak rotasi benda tegar, kita akan mendefinsikan besaran yang sejenis, yang kita sebut sebagai momentum sudut. Momentum sudut adalah perkalian antara momen inersia dengan kecepatan sudut, atau

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \tag{9.29}$$

Sifat momen inersia pada gerak rotasi serupa dengan sifat massa (inersia) pada gerak translasi. Sifat memomentum sudut pada gerak rotasi serupa dengan sifat momentum pada gerak translasi. Karena sifat-sifat yang serupa tersebut maka persamaan-persamaan yang berlaku pada gerak translasi dapat langsung digunakan pada gerak rotasi dengan mengganti besaran yang setara pada dua jenis gerakan tersebut. Tabel 9.1 adalah rangkuman besaran setara tersebut.

Tabel 9.1 Besaran setara pada gerak translasi dan rotasi dinyatakan dalam notasi skalar

Gerak translasi	Gerak rotasi
Posisi, x	Sudut, θ
Kecepatan, v	Kecepatan sudut, ω
Percepatan, a	Percepatan sudut, α
Massa (inersia), m	Momen inersia, I
Momentum, $p = mv$	Momentum sudut, $L = I\omega$
Gaya, F	Momen gaya, τ
Energy kinetik translasi, $K_{trans} = \frac{1}{2}mv^2$	Energy kinetik rotasi, $K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$

9.15 Hubungan Antara Momentum Sudut dan Momen Gaya

Pada gerak translasi, kita sudah mempelajari bahwa gaya yang bekerja pada benda sama dengan laju perubahan momentum liner benda, atau $\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$. Adakah rumus serupa untuk gerak rotasi? Jawabannya ada. Momen gaya yang bekerja pada sebuah benda sama dengan laju perubahan momentum sudut benda, atau

$$\vec{\tau} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} \qquad (9.30)$$

Momen gaya pada persamaan (9.30). Jika terdapat sejumlah momen gaya yang bekerja pada benda maka momen tersebut dijumlahkan dan hasil penjumlahan tersebut yang diterapkan dalam persamaan (9.30).

Sudah kita bahas sebelumnya bahwa torka yang bekerja pada benda yang bergerak di bawah pengaruh gaya sentral adalah nol. Dengan demikian, untuk benda yang bergerak di bawah pengaruh gaya sentral laju perubahan momentum sudut terhadap waktu nol. Ini berarti momentum sudut benda yang berada di bawah pengaruh gaya sentral adalah konstan.

9.16 Hubungan antara Momentum Sudut dan Momentum Linier

Seperti halnya gaya yang memiliki hubungan dengan momen gaya, momentum sudut juga memiliki hubungan dengan momentum linier. Untuk mencari hubungan tersebut mari kita perhatikan diferensial berikut ini

$$\frac{d}{dt}(\vec{r}\times\vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} + \vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$= \vec{v} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$= \frac{1}{m}(m\vec{v}) \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$= \frac{1}{m}\vec{p} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Karena perkalian silang vektor yang sama hasilnya nol maka suku pertama di ruas kanan hasilnya nol. Suku kedua di ruas kanan adalah perkalian silang vektor posisi dan gaya. Jadi kita dapat menulis

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{r} \times \vec{p}\right) = \vec{r} \times \vec{F}$$

atau

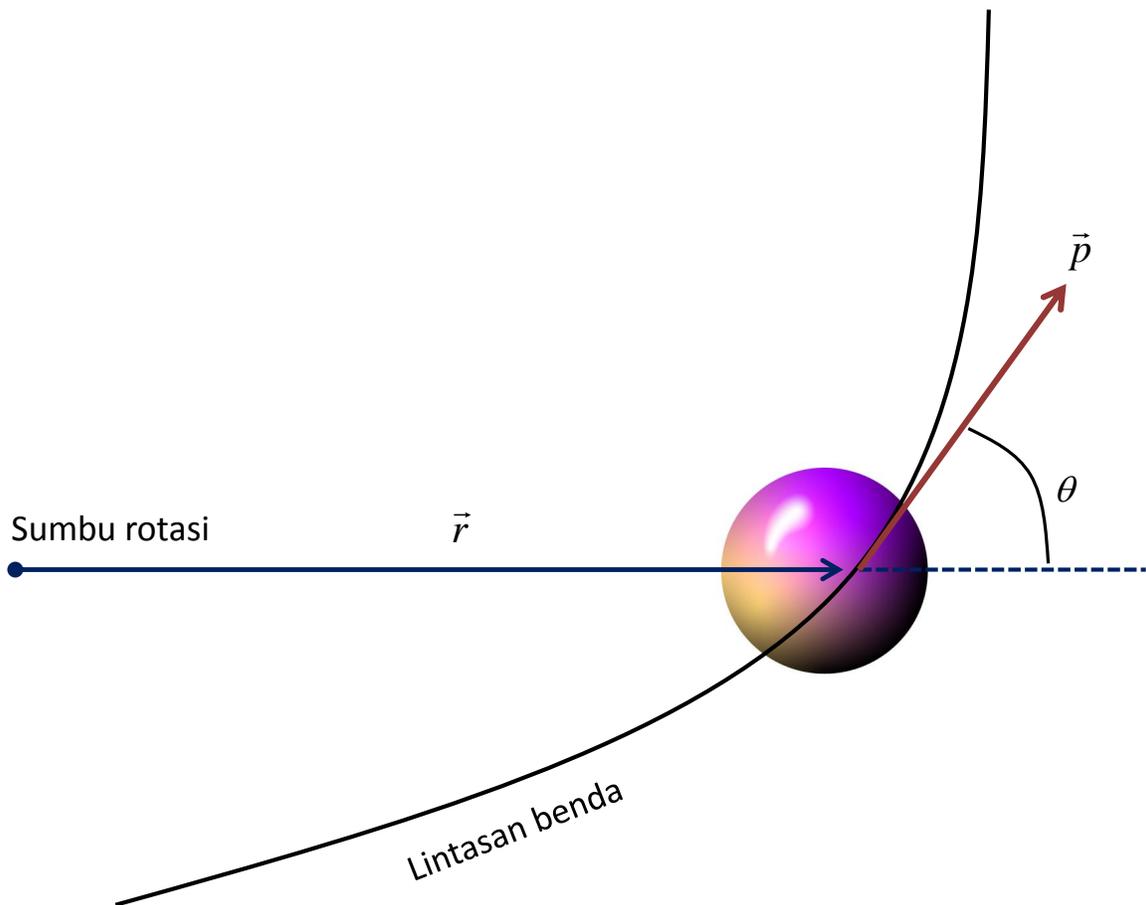
$$\vec{\tau} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r} \times \vec{p}\right) \qquad (9.31)$$

Dengan memperhatikan hukum II Newton untuk gerak rotasi maka kita dapat dimpulkan bahwa bagian dalam tanda kurung di ruang kanan persamaan (9.31) merupakan momentum sudut. Akhirnya kita dapatkan hubungan antara momentum sudut dan momentum linier sebagai berikut

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \qquad (9.32)$$

Dalam notasi skalar, momentum sudut memenuhi persamaan

$$L = r\, p \sin\theta \tag{9.33}$$

dengan θ sudut antara vektor jari-jari dan momentum. Untuk menentukan sudut θ, kalian harus gambar ulang vektor p dan r sehingga pangkal ke dua vektor tersebut berimpit. Sudut θ adalah sudut yang dibentuk oleh pangkal kedua vektor tersebut (Gambar 9.26).

Gambar 9.26 Benda yang memiliki momentum linier p dan bergerak dalam jarak r dari sumbu rotasi menghasilkan momentum sudut.

Tampak dari persamaan (9.33) bahwa momentum sudut terbesar

terjadi jika arah gerak benda tegak lurus verktor jari-jari. Dalam kondisi gerak demikian, $\theta = 90^o$ atau sin $\theta = 1$ sehingga $L = r\, p$. Sebaliknya, jika arah gerak benda menuju atau menjauhi sumbu rotasi ($\theta = 0$ atau $\theta = 180^o$) maka sin $\theta = 0$ sehingga $L = 0$.

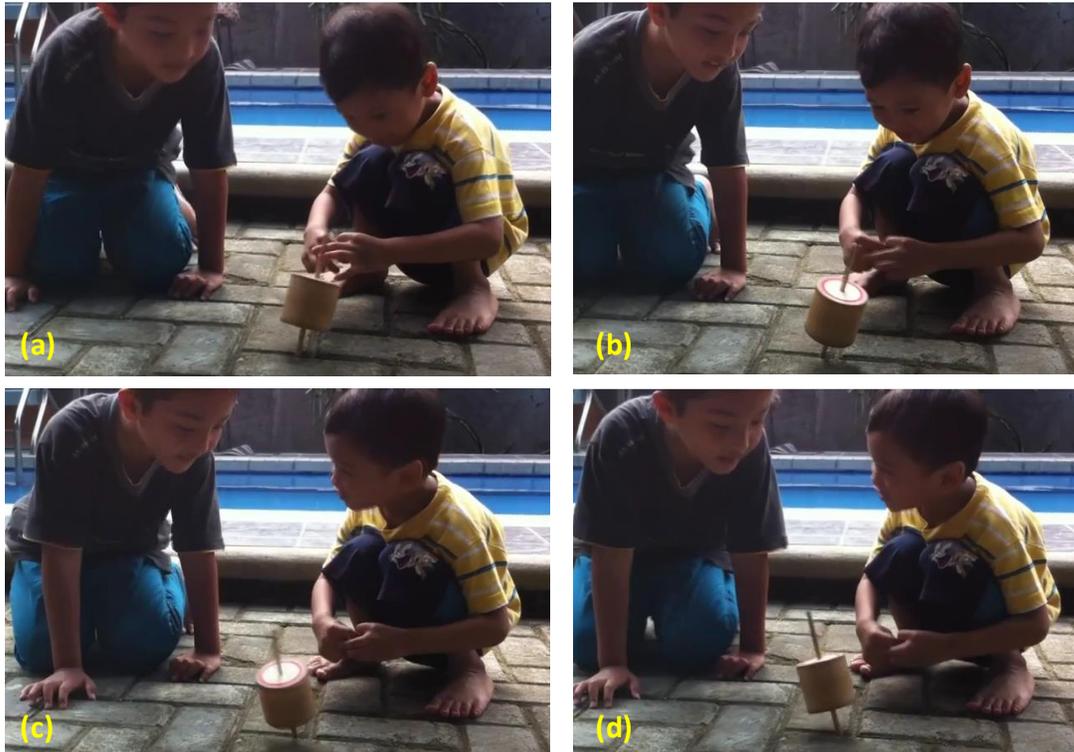
9.17 Hukum Kekekalan Momentum Sudut

Dari persamaan (9.30) kita dapat menyimpulkan bahwa, jika momen gaya yang bekerja pada suatu sistem nol maka diperoleh

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = 0$$

Hubungan di atas menyatakan bahwa momentum sudut bukan merupakan fungsi waktu. Artinya, momentum sudut bersifat kekal. Jadi, ***jika tidak ada momen gaya luar yang bekerja maka momentum sudut sistem bersifat kekal***. Momentum sudut akhir sama dengan momentum sudut awal.

9.18 Gasing

Sekarang kita akan mencoba membahas teori tentang gerakan gasing. Kalau kita perhatikan gerakan gasing maka tampak bahwa di samping berputar terhadap sumbu, gasing juga berputar terhadap arah vertikal (Gambar 9.27). Ini terjadi ketika sumbu gasing tidak dalam posisi vertikal dan sering diamati jika kecepatan putar gasing sudah kecil. Permukaan yang dibentuk oleh sumbu gasing yang berputar membentuk selubung kerucut (Gambar 9.28). Bagaimana menjelaskan fenomena ini?

Gambar 9.27 Ketika gasing berputar maka sumbu gasing berpresisi mengelilingi garis vertikal. Bidang yang disapu sumbu gasing membentuk selubung kerucut (Gambar diperoleh dari frame youtube: www.youtube.com/watch?v=9nBhMIZ57Xk&spfreload=10)

Ketika gasing berputar terhadap sumbu gasing dengan kecepatan sudut ω maka gasing memiliki momentum sudut

$$L = I\omega \tag{9.34}$$

Momentum sudut hanya akan berubah jika ada momen gaya luar yang bekerja pada gasing. Momen gaya tersebut disumbang oleh gaya gravitasi bumi. Jika vektor pusat massa gasing diukur dari titik sentuh gasing dengan lantai adalah $\vec{R}$ maka momen gaya yang bekerja pada gasing adalah

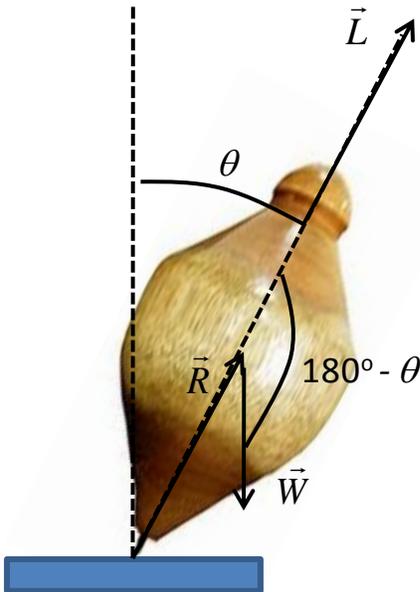
$$\vec{\tau} = \vec{R} \times \vec{W} \tag{9.35}$$

Gambar 9.28 Sumbu gasing yang berputar akan bepresisi sekitar garis vertikal dan membentuk sulubung kerucut (Sumber gambar: visitbelakangpadang.wordpress.com)

Jika sumbu gasing membentuk sudut θ dengan arah vertikal maka vektor pusat massa gasing dengan gaya gravitasi membentuk sudut 180^o-θ (Gambar 9.29). Dengan demikian, besar momen gaya yang bekerja pada gasing adalah

$$\tau = RW\sin(180^o - \theta)$$

$$= RW\sin\theta \qquad (9.36)$$

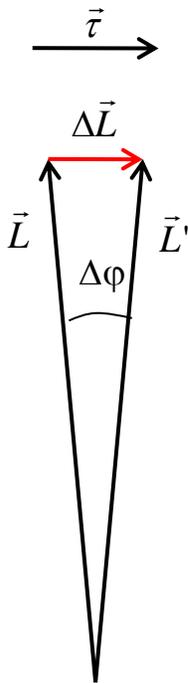
Arah momen gaya sama dengan arah putar sekrip ketika diputar dari vektor posisi ke vektor gaya berat. Ini berarti arahnya menyinggung lingkaran yang mengelilingi sumbu vertikal.

Gambar 9.29 Jika gasing dengan arah vertikal membentuk sudut θ maka vektor posisi pusat massa gasing dengan gaya gravitasi membentuk sudut 180° - θ. Pada gambar di atas, arah momen gaya adalah menembus kertas ke arah belakang.

Kita gunakan hukum II Newton untuk gerak rotasi, yaitu

$$\vec{\tau} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t}$$

atau

$$\Delta\vec{L} = \vec{\tau}\Delta t \tag{9.37}$$

Persamaan ini menyatakan bahwa arah perubahan momentum sudut dan arah momen gaya sama. Jadi, pada Gambar 9.29 arah perubahan momentum sudut adalah menembus kertas ke belakang. Dengan demikian, momentum sudut awal, akhir, dan perubahan momentum sudut dapat diilustrasikan pada Gambar 9.30. Pada gambar tersebut besar momentum sudut tetap, hanya arahnya berubah. Momentum sudut berubah arah sebesar $\Delta\varphi$.

Gambar 9.30 Perubahan arah momentum sudut selama Δt akibat adanya momen gaya yang bekerja pada gasing.

Dengan menggunakan trigonometri maka untuk $\Delta\varphi$ yang kecil berlaku

$$\Delta\varphi = \frac{|\Delta\vec{L}|}{|\vec{L}|} \tag{9.38}$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan (9.36) dan (9.37) kita peroleh

$$|\Delta\vec{L}| = |\vec{\tau}|\Delta t$$

$$= RW\Delta t \sin\theta \tag{9.39}$$

Substitusi persamaan (9.34) dan (9.39) ke dalam persamaan (9.38) diperoleh

$$\Delta\varphi = \frac{RW\Delta t \sin\theta}{I\omega}$$

Dari persamaan ini kita peroleh kecepatan sudut presisi sumbu gasing terhadap garis vertikal yaitu

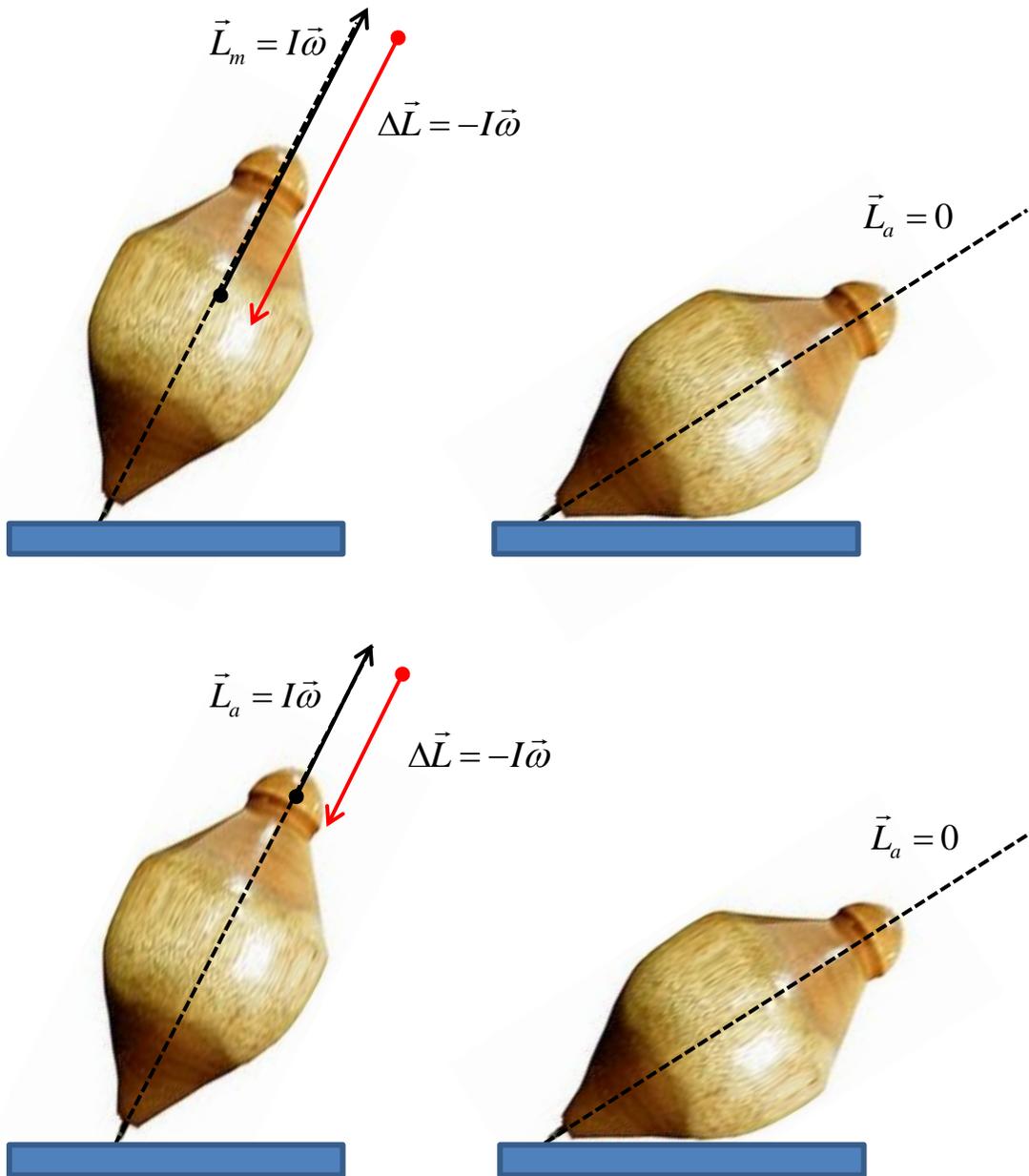
$$\omega_p = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$= \frac{RW \sin\theta}{I\omega} \qquad (9.40)$$

Mengapa gasing yang berputar cepat susah dijatuhkan? Kalau kalian sentuh gasing yang sedang berputar maka kalian akan dapatkan bahwa lebih susah menjatuhkan gasing yang berputar cepat dibadingkan dengan gasing yang berputar lambat? Mengapa demikian? Mari kita jelaskan secara sederhana berikut ini.

Perhatikan Gambar 9.31. Gambar atas kiri adalah gasing yang sedang berputar dengan kecepatan sudut tinggi (berputar cepat) dan gambar bawah kiri adalah gasing yang berputar dengan kecepatan sudut rendah (berputar lambat). Momentum sudut gasing sebanding dengan kecepatan sudut. Maka momentum sudut gasing pada gambar atas lebih besar daripada gasing pada gambar bawah.

Jika kita menjatuhkan gasing maka yang kita lakukan adalah menghilangkan momentum sudut gasing. Gasing yang sudah jatuh dan berhenti memiliki momentum sudut nol. Dengan demikian, untuk menghentikan gasing maka diperlukan momentum sudut yang besarnya sama dengan momentum sudut gasing yang sedang berputar tetapi berlawanan arah. Jika pengentian dilakukan dalam selang waktu $\Delta\tau$ maka

momen gaya yang diperlukan untuk menjatuhkan gasing adalah

Gambar 9.31 (atas kiri) gasing yang berputar cepat dan (bawah kiri) gasing yang berputar lambat. (kanan atas dan bawah) adalah gasing yang berhenti.

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{L}_m}{\Delta t}$$

Karena momen gaya sebanding dengan gaya maka gaya yang diperlukan untuk menjatuhkan gasing yang sedang berputar sebanding dengan momentum sudut gasing. Ini berarti gaya yang diperlukan untuk menjatuhkan gasing sebanding dengan kecepatan rotasi gasing.

9.19. Mengapa Motor Miring di Jalan Melengkung?

Saat bergerak pada jalan melengkung motor menempuh gerak melingkar. Ketika bergerak melingkar benda merasakan gaya ke luar yang dikenal dengan gaya sentrifugal. Gaya ini akan menjungkalkan motor. Agar motor tidak terjungkal maka pengendara harus menghasilkan reaksi penyeimbang. Caranya adalah memiringkan motor.

Motor terjungkal artinya ada rotasi terhadap titik kontak ban dengan jalan ke arah luar. Gaya sentrifugal menghasilkan torka yang cenderung merotasi motor ke arah luar (Gambar 9.32). Dengan memiringkan motor ke dalam maka gaya berat menghasilkan torka yang melawan torka gaya sentrifugal. Jika dua torka tersebut saling meniadakan (sama besar) maka motor stabil: tidak terjungkal (rotasi keluar) maupun tidak terjerembab ke tanah (rotasi ke dalam).

Besarnya gaya sentrifugal yang cenderung menjungkalkan motor ke luar adalah

$$F_s = \frac{mv^2}{R} \tag{9.41}$$

dengan m massa motor dan pembalap, v laju motor, dan R adalah jari-jari lintasan. Pada titik pusat massa motor dan pembalap juga bekerja gaya gravitasi ke bawah sebesar

$$W = mg$$

Gambar 9.32 Gaya yang bekerja pada motor saat melewati tikungan (gambar diperoleh dari www.motorsport.com)

Gaya berat dan vektor posisi pusat massa membentuk sudut θ_1 = 90°+θ. Gaya sentrifugal dan vektor posisi pusat massa membentuk sudut θ_2 = 180° - θ. Dengan adanya dua gaya tersebut maka torka yang dialami motor dan pembalap terhadap sumbu pada titik kontak ban dengan jalan adalah

$$\tau = RW\sin\theta_1 + RF_s\sin\theta_2$$

$$= RW\sin(90^0 + \theta) + RF_s\sin(180^o - \theta)$$

$$= RW\cos\theta - RF_s\sin\theta \qquad (9.42)$$

Motor tidak jatuh jika torka total nol, atau

$$RW\cos\theta - RF_s \sin\theta = 0$$

$$Rmg\cos\theta - R\frac{mv^2}{R}\sin\theta = 0$$

atau

$$\tan\theta = \frac{gR}{v^2} \qquad (9.43)$$

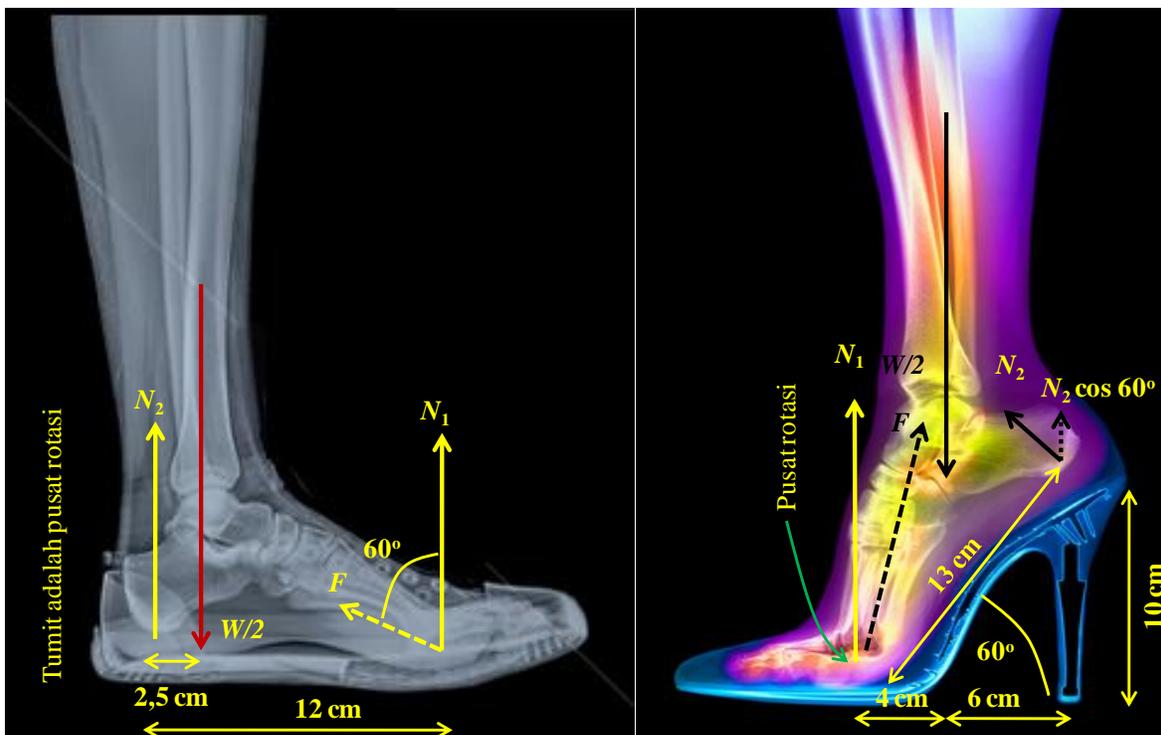
Tampak dari persamaan (9.43) bahwa: tangens sudut kemiringan motor terhadap arah vertikal berganding lurus dengan jari-jari dan berbanding terbalik dengan kuadrat laju. Makin besar jari-jari (tikungan makin tidak tajam) maka tan θ makin besar. Artinya sudut makin mendekati 90^o (motor makin tegak). Lintasan lurus dapat dianggap sebagai tikungan dengan $R \to \infty$ sehingga tan $\theta \to \infty$ atau θ = 90^o. makin besar laju maka sudut kemiringan makin kecil atau motor makin tidur ke tanah.Sebaagi ilustrasi, untuk motor yang sedang bergerak dengan laju 150 km/jam pada tikungan dengan kelengkungan 40 m maka sudut kemiringan terhadap arah horisontal sekitar 13^o. Ini adalah sudut yang sangat kecil sehingga kelihatan motor seperti sudah jatuh.

Yang menarik dari persamaan (9.43) bahwa kemiringan sudut hanya bergantung pada jari-jari lintasan dan laju motor. Sama sekali tidak bergantung pada massa motor, ukuran motor, maupun berat badan pembalap. Karena laju para pembalap MotoGP tidak berbeda jauh maka saat melampaui tikungan kemiringan para pembalap hampir semuanya sama. Ini dapat kalian amati di video bahwa siapa pun pembalapnya, ketika melewati tikungan yang sama maka sudut kemiringan motor hampir sama.

9.20 Fisika Sepatu/Sandal High Heels

Sekarang sepatu atau sandal tumit tinggi (hugh heels) digandrungi para wanita perkotaan. Separu terseut dapat membuat pemakainya tampak lebih tinggi. Ketinggian bagian belakang sepatu atau sandal high

geels bisa di atas 10 cm sehingga pemakai kelihatan lebih tinggi 10 cm atau lebih dibandingkan dengan tinggi badan sebenarnya. Fungsi sepatu high heels adalah mengangkat tumit jauh lebih tinggi dari bagian depan kaki.

Saya coba gunakan fisika sederhana, yaitu konsep keseimbangan gaya dan keseimbangan rotasi untuk menghitung gaya yang dialami persambungan tulang jika seseorang mengenakan high heels. Daya yang digunakan hanyalah perkiraan berdasarkan pengamatan sejumlah gambar kaki yang mengenakan high heels. Jadi, kesalahan perhitungan bisa saja terjadi, namun kesimpulan akhir tidak berbeda.

Gambar 9.33 (kiri) Foro sinar-X kaki yang mengenakan sepatu alas datar dan kanan adalah foto sinar-X kaki yang mengenakan sepatu high heels. Dari gambar tersebut saya buat skema gaya yang bekerja yang angkanya bisa sedikit meleset (sumber gambar: www.alamy.com dan www.washingtonpost.com)

Perhatikan Gambar 9.33 yang merupakan foto sinar-X kaki yang menggunakan sepatu biasa (alas datar) dengan sepatu/sandal high heels. Kita mulai dengan mengkaji gambar kiri yang yaitu kaki yang mengenakan sepatu alas datar. Karena telapak kaki agak melengkung maka kita

asumsikan bahwa yang menapak lantai hanya tumit dan bagian depan bawah kaki. Kita asumsikan jarak kedua tempat tersebut adalah 12 cm. Jarak tersebut bisa bervariasi untuk orang yang berbeda. Orang yang tubuhnya tinggi umumnya memiliki jarak yang lebih panjang.

Gaya-gaya yang bekerja pada kaki adalah setengah dari berat tubuh ($W/2$), gaya normal pada tumit (N_2) dan gaya normal pada bagian depan bawah kaki (N_1). Dengan aturan kesetimbangan gaya maka

$$\frac{W}{2} = N_1 + N_2 \tag{9.44}$$

Sekarang kita ambil sebagai sumbu rotasi dan kita hitung momen yang bekerja pada kaki relatif terhadap tumit. Gaya N_2 tidak menghasilkan momen gaya karena melalui sumbu. Gaya N_1 menghasilkan momen gaya sebesar $0,12 \times N_1$ dalam arah berlawanan putaran jarum jam dan gaya $W/2$ menghasilkan momen gaya $0,025 \times (W/2)$ dalam arah searah putaran jarum jam. Karena tidak terjadi rotasi maka dua momen gaya tersebut sama besar sehingga kita peroleh

$$0,12 \times N_1 = 0,025 \times \frac{W}{2}$$

atau

$$N_1 = \frac{0,025}{2 \times 0,12} W \ = 0,104 \text{ W} \tag{9.45}$$

Sunstitusi (9.45) ke dalam persamaan (9.44) kita dapatkan

$$N_2 = \frac{W}{2} - N_1 \ = 0,396 \text{ W} \tag{9.46}$$

Pada Gambar 9.33 kiri, gaya F adalah gaya yang dialami

persambungan tulang kaki. Gaya tersebut besarnya kira-kira

$$F \approx N_1 \cos 60^o$$

$$= 0{,}104W \times 0{,}5 \; = 0{,}052\text{W}$$

Artinya, gaya pada sambungan tulang kaki hanya 0,052 kali berat tubuh.

Sekarang kita analisis Gambar 9.46 kanan yang merupakan kondisi kaki saat menggunakan hugh heels. Keseimbangan gaya arah vertikal menghasilkan

$$N_1 + N_2 \cos 60^o = \frac{W}{2} \tag{9.47}$$

Sekarang kita ambil sebagai sumbu rotasi adalah bagian depan bawah kaki, yaitu tempat gaya nornal N_1 bekerja. Kesetimbangan rotasi menghasilkan persamaan berikut ini

$$0{,}02 \times \frac{W}{2} \approx 0{,}13 \times N_2 \cos 60^o$$

atau

$$N_2 \approx \frac{0{,}02}{2 \times 0{,}13} W \; = 0{,}077 \text{ W} \tag{9.48}$$

Substitusi persamaan (9.48) ke dalam persamaan (9.47) diperoleh

$$N_1 = \frac{W}{2} - N_2 \cos 60^o$$

$$= \frac{W}{2} - 0{,}077W \times 0{,}5 \ = 0{,}462 \text{ W}$$

Karena saat mengenakan high heels hampir tegak, khususnya high heels yang sangat tinggi, maka gaya yang dialami ruas kaki hanya sedikit lebih kecil daripada gaya N_1. Kalau kita aprokasimaikan sama, maka gaya yang ruas tulang kaki kira-kira

$$F \approx 0{,}462 \text{ W}$$

Jika dibandingkan dengan kondisi saat mengenakan sepatu alas datar, maka ketika menggunakan high heels ruas tulang kaki menahan gaya kira-kira 0,462/0,052 = 8,88. Dengan kata lain, gaya yang ditahan tlang ruas kaki saat mengekana *high heels* sekitar 9 kali lebih besar dibandingkan saat mengenakan sepatu alas datar.

9.21 Modulus Elastisitas

Selanjutnya kita akan bahas sifat elastisitas bahan. Sifat elastis adalah sifat bahan yang cenderung kembali ke bentuk semua setelah gaya yang bekerja pada benda dihilangkan. Ambil sebuah pegas, lalu regangkan. Tampak bahwa panjang pegas bertambah. Namun, begitu dilepaskan, pegas kembali ke panjang semula. Sebaliknya, jika pegas ditekan dari dua ujungnya maka panjang pegas berkurang. Namun, begitu tekanan dihilangkan, pegas akan kembali ke panjang semula. Sifat pegas yang kembali ke keadaan semula setelah gaya yang bekerja padanya dihilangkan disebut ***sifat elasis***.

Namun, besar tarikan atau tekanan yang diberikan tidak boleh terlalu besar. Jika pegas ditarik cukup jauh, bisa terjadi setelah tarikan dihilangkan, panjang akhir pegas lebih besar daripada panjang semula. Begitu pula jika pegas ditekan cukup jauh, bisajadi panjang akhir pegas lebih kecil daripada panjang semula. Kondisi ini terjadi karena pegas telah

melampaui batas elastisitasnya.

Sifat elastis tidak hanya dimiliki oleh pegas, tetapi juga oleh bahan lainnya. Hampir semua bahan memperlihatkan sifat elastisitas. Ada bahan yang sangat elastis seperti karet dan ada yang kurang elastis seperti keramik. Sifat elastis adalah sifat bahan yang cenderung kembali ke bentuk semula ketika gaya yang bekerja pada benda dihilangkan. Kawat besi yang ditarik dengan gaya tertentu mengalami pertambahan panjang, dan jika gaya yang bekerja pada kawat tersebut dilepaskan, maka panjang kawat besi kembali ke semula.

Ada benda yang sangat mudah diubah-ubah panjangnya, dan ada yang sangat sulit diubah panjangnya. Benda yang bentuknya mudah diubah oleh gaya dikatakan lebih elastis. Untuk membedakan bahan berdasarkan keelastisannya, maka didefinsikan besaran yang namanya **modulus Young**. Benda yang lebih elastis (lebih lunak) memiliki modulus elastis yang lebih kecil.

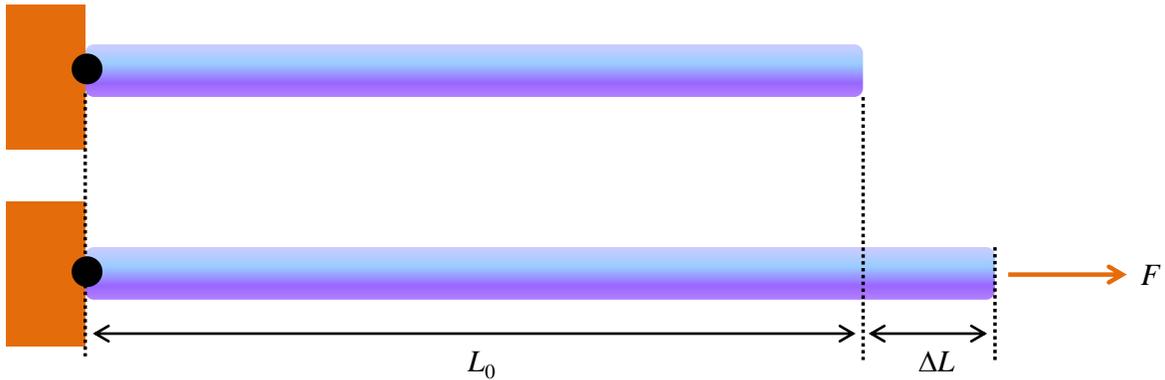
Modulus Young

Misalkan sebuah benda memiliki panjang L. Jika benda tersebut ditarik dengan gaya tertentu, maka panjang benda bertambah ΔL (Gambar 9.34). Besar pertambahan panjang tersebut berbanding lurus dengan panjang semula, atau

$$\Delta L \propto L \qquad (9.49)$$

Hubungan ini yang menjadi alasan mengapa menambah panjang karet yang lebih panjang lebih mudah dilakukan daripada menambah panjang karet yang lebih pendek. Untuk mengganti kesebandingan di atas dengan tanda sama dengan, kita perkenalkan sebuah konstanta, δ, sehingga

$$\Delta L = \delta L \qquad (9.50)$$

Konstanta δ dikenal dengan **regangan atau strain**.

Gambar 9.34 Kawat ditarik dengan gaya tertentu mengalami pertambahan panjang

Ketika suatu gaya F ditekankan atau digunakan untuk meregangkan sebuah benda yang memiliki luas penampang A, maka gaya tersebut disebar ke seluruh penampang benda. Makin luas penampang benda yang dikenai gaya, makin kecil gaya per satuan luas yang dirasakan permukaan, yang pada akhirnya akan berpengaruh pada perubahan panjang benda. Yang lebih menentukan perubahan panjang benda bukan besarnya gaya secara langsung, tetapi gaya per satuan luas penampang. Besar gaya per satuan luas penampang ini disebut tekanan atau stress,

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{9.51}$$

Dari hasil percobaan yang dilakukan orang pada sejumlah besar bahan diamati sifat yang menarik, yaitu ***perbandingan tekanan dan regangan untuk suatu benda selalu konstan.*** Pernyataan ini dapat diungkapkan dengan persamaan berikut ini

$$Y = \frac{\sigma}{\delta} = \text{konsntant} \tag{9.52}$$

Konstanta Y dikenal dengan **modulus Young** bahan**.** Dengan mensubtitusi persamaan (9.50) dan (9.51) ke dalam persamaan (9.52) kita dapat juga

enulis

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

atau

$$F = \left(\frac{YA}{L}\right)\Delta L \qquad (9.53)$$

Bandingkan persamaan (9.53) dengan hukum Hooke untuk pegas $F = kx$. Tampak kemiripan bukan? Kemiripan ini muncul karena bahan pun menunjukan sifat elastis seperti pegas. Dari kemiripan tersebut dapat kita simpulkan bahwa untuk bahan, "konstanta pegas" yang dimilikinya memenuhi persamaan

$$k = \frac{YA}{L} \qquad (9.54)$$

Contoh 9.11

Suatu kawat baja memiliki diameter 2 mm dan panjang 4 m. Kawat tersebut digunakan untuk menggantung benda yang bermassa 5,0 kg. Modulus Young kawat adalah 200 × 10^9 N/m^2. Berdasarkan informasi tersebut hitunglah

a) Pertambahan panjang kawat

b) "Konstanta pegas" untuk kawat

Jawab

Dari informasi soal kita dapatkan diameter kawat d = 2 mm = 2 × 10^{-3} m, jari-jari kawat $r = d/2$ = 1 × 10^{-3} m, luas penampang kawat $A = \pi r^2$ = 3,14 ×

$(1 \times 10^{-3})^2$ = 3,14 × 10^{-6} m^2, panjang kawat L = 4 m, dan berat beban W = mg = 5,0 × 10 = 50 N.

a) Berdasarkan persamaan (9.51) dan (9.52) strain kawat adalah

$$\delta = \frac{\sigma}{Y} = \frac{1}{Y}\frac{W}{A} = \frac{50}{(200 \times 10^9)(3{,}14 \times 10^{-6})} = 8 \times 10^{-5}$$

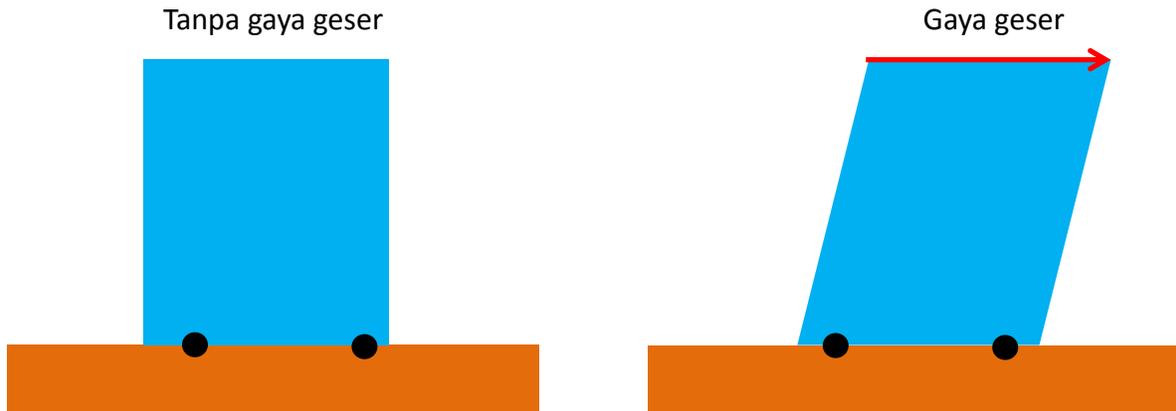
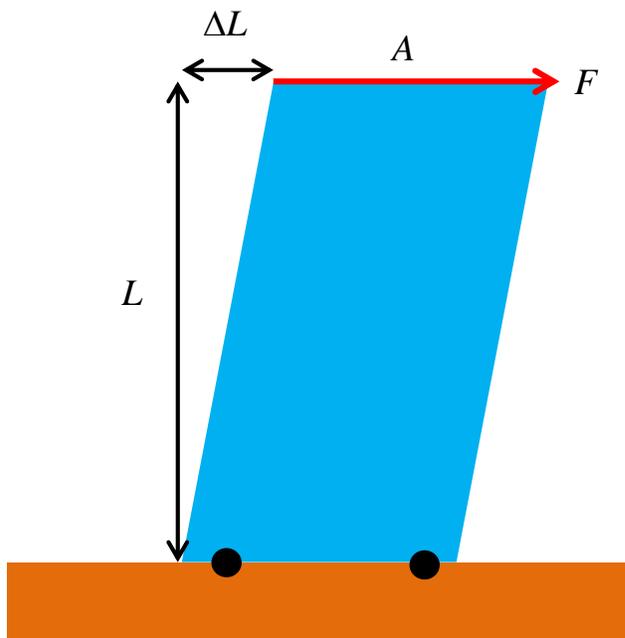
Dengan menggunakan persamaan (9.50) pertambahan panjang kawat adalah

$$\Delta L = \delta L = (8 \times 10^{-5}) \times 4 = 3{,}2 \times 10^{-4} \text{ m}$$

b) Dengan menggunakan persamaan (9.54) konstanta pegas untuk kawat

$$k = \frac{YA}{L} = \frac{(200 \times 10^9) \times (3{,}14 \times 10^{-6})}{4} = 1{,}57 \times 10^5 \text{ N/m}$$

Modulus Geser

Disamping dapat menyebabkan panjang benda berubah (berkurang atau bertambah), gaya dapat juga menyebabkan bentuk benda berubah. Misalkan kalian memiliki sebuah balok karet. Salah satu sisinya dilengketkan di permukaan meja. Pada sisi atas kalian dorong dengan gaya menyinggung permukaan karet. Apa yang kalian amati? Tentu bentuk benda menjadi miring di mana sisi atas bergeser (Gambar 9.35). Besarnya perubahan bentuk benda bergantung pada jenis bahan. Untuk membedakan respons benda terhadap gaya geser tersebut maka didefinisikan suatu besaran yang namanya **modulus geser.** Makin sulit benda berubah bentuk, maka makin besar nilai modulus gesernya.

Gambar 9.35 Benda berbentuk balok yang dikenai gaya geser.

Gambar 9.36 Besaran-besaran yang mempengaruhi bentuk benda.

Berdasarkan percobaan yang dilakukan pada sejumlah benda diamati bahwa pergeseran posisi ujung atas benda saat dikenai gaya geser

sebanding dengan tinggi benda (Gambar 9.36), atau

$$\Delta L \propto L \tag{9.55}$$

Untuk mengubah tanda kesebandingan dengan tanda sama dengan, kita perkenalkan konstanta δ yang dinamai **strain geser**, sehingga

$$\Delta L = \delta L \tag{9.56}$$

Besarnya perubahan posisi ujung benda tidak bergantung langsung pada besarnya gaya geser, tetapi bergantung pada gaya geser per satuan luas permukaan yang disentuh gaya. Maka kita perlu memperkenalkan besaran yang namanya **tekanan geser**,

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{9.57}$$

Tekanan geser agak berbeda dengan tekanan yang mengubah panjang benda. Pada perhitungan tekananan geser, arah gaya sejajar dengan arah permukaan. Sedangkan pada saat membahas perubahan panjang benda, arah gaya yang bekerja tegak lurus permukaan. Berdasarkan eksperimen untuk sejumlah besar bahan diperoleh hubungan yang menarik, yaitu

Perbandingan antara tegangan geser dan regangan geser selalu konstan,

atau

$$G = \frac{\sigma}{\delta} = \text{konstan} \tag{9.58}$$

Konstanta G dinamakan **modulus geser**. Dengan mensubtitusi persamaan (9.56) dan (9.57) ke dalam persamaan (9.58) kita dapat menulis

$$G = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

atau

$$F = \left(\frac{GA}{L}\right)\Delta L \tag{9.59}$$

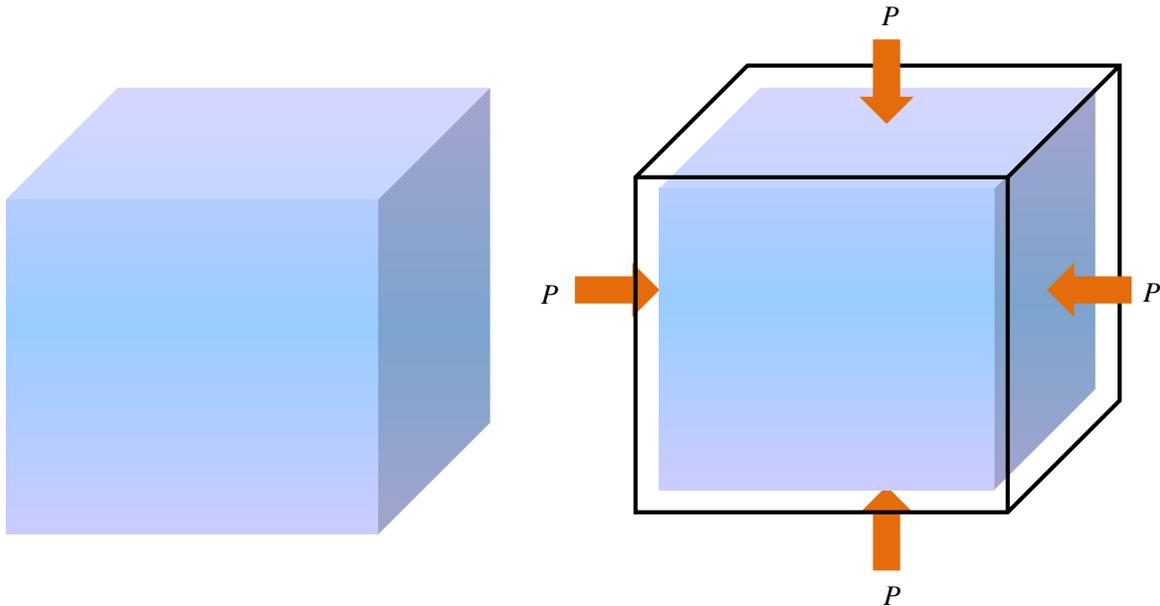
Persamaan (9.59) juga mengambil bentuk hukum Hooke, dengan "konstanta pegas"

$$k = \frac{GA}{L} \tag{9.60}$$

Modulus Volum

Jika sebuah benda ditekan dari semua sisi, maka volum benda akan berkurang (Gambar 9.37). Dari sejumlah eksperimen diamati bahwa pengurangan volum ΔV memenuhi

i) Berbanding lurus dengan volum semula

ii) Sebanding dengan perubahan tekanan yang diberikan

Gambar 9.37 Benda mengalami penyusutan volum ketika dikenai tekanan dari segala arah

Dari pengamatan tersebut dapat diturunkan hubungan antara perubahan volum, volum awal benda, dan perubahan tekanan sebagai berikut

$$\Delta V \propto V_o \, \Delta P \tag{9.61}$$

Kalau kesebandingan di atas diganti dengan tanda sama dengan, maka kita perkenalkan suatu konstanta pembanding, *B*, sehingga

$$\Delta V = -\frac{1}{B} V_o \, \Delta P \tag{9.62}$$

Konstanta *B* dikenal dengan **modulus volum** dari benda. Tanda negatif menginformasikan bahwa, makin besar perubahan tekanan yang diberikan maka makin kecil volum akhir benda atau tekanan menyebabkan pengurangan volum benda.

Contoh 9.12

Air dalam silinder memiliki volume 1 L pada tekanan 1 atm. Berapa perubahan volum air ketika diberi tekanan 100 atm? Modulus volum air adalah 2×10^9 N/m^2

Jawab

Informasi yang diberikan soal V_o = 1 L = 10^{-3} m^3, P_o = 1 atm, dan P' = 100 atm.

$\Delta P = P' - P_o = 100 - 1 = 99$ atm = 99×10^5 N/m^2 = $9{,}9 \times 10^6$ N/m^2

Perubahan volum air

$$\Delta V = -\frac{1}{B} V_o \Delta P = -\frac{1}{2\times 10^9} \times (10^{-3}) \times (9{,}9 \times 10^6) = 5 \times 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Sususan Kawat

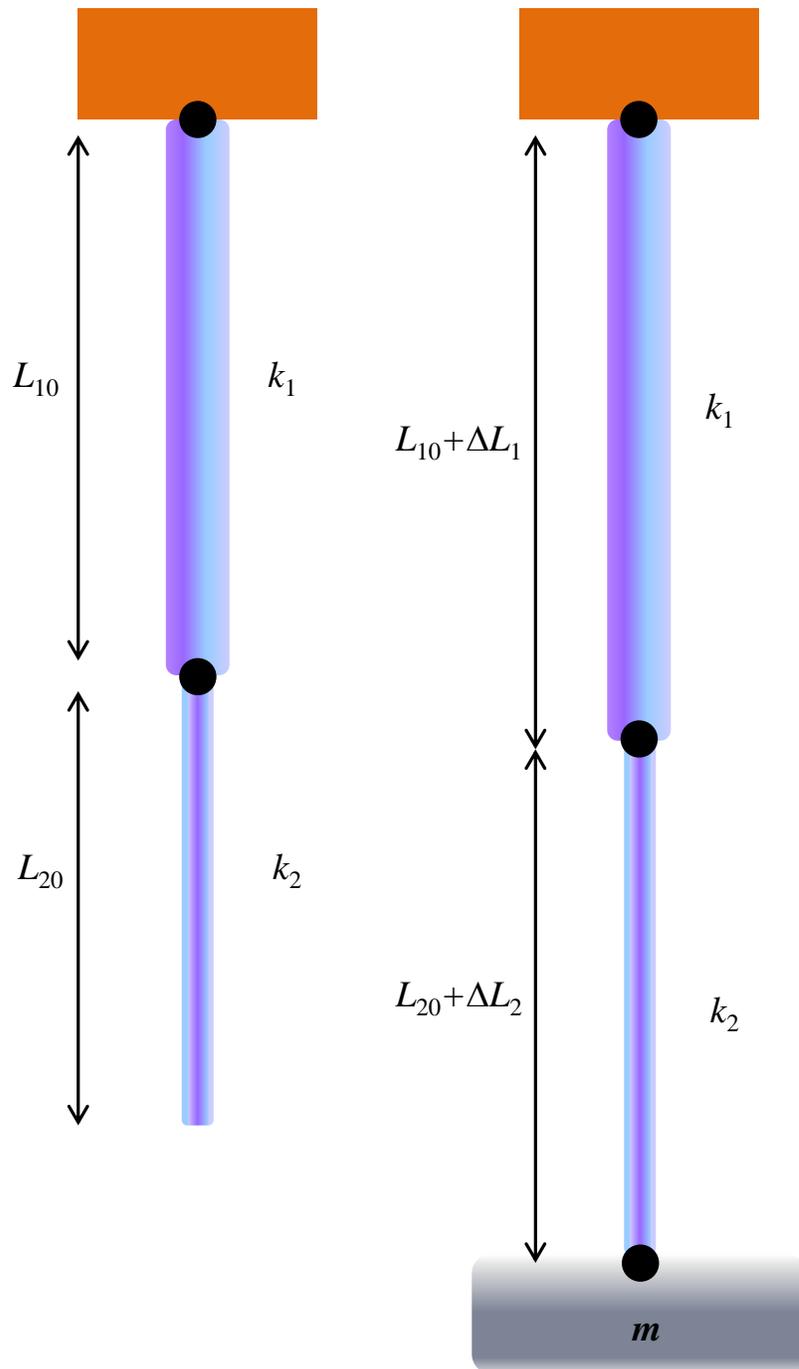
Dalam aplikasi, kadang orang tidak hanya menggunakan satu material, tetapi sejumlah material yang disusun dengan cara tertentu guna mendapatkan sifat yang diinginkan. Pertanyaan kita adalah, berapakah “konstanta pegas” pengganti dari susunan material-material tersebut? Kita akan membahas susunan material secara seri dan parallel, karena ini adalah susunan yang paling mudah.

Susunan Kawat Secara Seri

Misalkan kita menyambungkan dua kawat dengan konstanta pegas k_1 dan k_2 seperti diilustrasikan pada Gambar 9.38. Sebelum diberi beban, panjang masing-masing kawat adalah L_{10} dan L_{20}. Ketika diberikan beban yang menarik dengan gaya $W = mg$, maka

Kawat atas bertambah sejauh ΔL_1

Kawat bawah bertamban sejauh ΔL_2

Pertambahan panjang total susunan kawat adalah $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$.

Gambar 9.38 Susunan kawat secara seri.

Gaya yang bekerja padakawat atas dan kawat bawah sama besarnya, dan sama dengan gaya yang diberikan oleh beban. Jadi

$$W = k_1 \Delta L_1 \qquad \text{atau} \qquad \Delta L_1 = \frac{W}{k_1} \tag{9.63}$$

$$W = k_2 \Delta L_2 \qquad \text{atau} \qquad \Delta L_2 = \frac{W}{k_2} \tag{9.64}$$

Jika k_{ef} adalah konstanta pengganti untuk susunan dua kawat di atas, maka berlaku

$$W = k_{ef} \Delta L \qquad \text{atau} \qquad \Delta L = \frac{W}{k_{ef}} \tag{9.65}$$

Dari persamaan panjang total

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$$

kita dapatkan

$$\frac{W}{k_{ef}} = \frac{W}{k_1} + \frac{W}{k_2}$$

Hilangkan W pada ke dua ruas, kita peroleh konstanta pegas penggati memenuhi persamaan

$$\frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (9.66)$$

Contoh 9.13

Dua buah kawat yang tersambung secara seri tergantung pada suatu atap. Konstanta pegas masing-masing kawat adalah 800 N/m san 400 N/m. Pada ujung bawah sambungan kawat diikatkan sebuah benda yang bermassa 0,5 kg. Berapa frekuensi osilasi benda?

Jawab

Kita tentukan dahulu konstanta efektif susunan dua kawat

$$\frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$= \frac{1}{800} + \frac{1}{400}$$

$$= \frac{1}{800} + \frac{2}{800} = \frac{3}{800}$$

atau

$k_{ef} = 800/3$ = 267 N/s

Frekuensi osilasi memenuhi

$\omega = \sqrt{\frac{k_{ef}}{m}} = \sqrt{\frac{267}{0,5}} = \sqrt{534}$ = 23 rad/s.

Susunan Paralel

Misalkan kita memiliki dua pegas yang tersusun secara parallel seperti pada Gambar 9.39. Sebelum mendapat beban, panjang masling-masing kawat adalah L_o. Ketika diberi beban, kedua kawat mengalami pertambahan panjang yang sama besar ΔL. Gaya W yang dihasilkan beban, terbagi pada dua kawat, masing-masing besarnya F_1 dan F_2. Berdasarkan hokum Hooke, maka

$$F_1 = k_1 \Delta L \qquad (9.67)$$

$$F_2 = k_2 \Delta L \qquad (9.68)$$

Jika k_{ef} adalah konstanta efektif susunan kawat, maka terpenuhi

$$W = k_{ef} \Delta L \qquad (9.69)$$

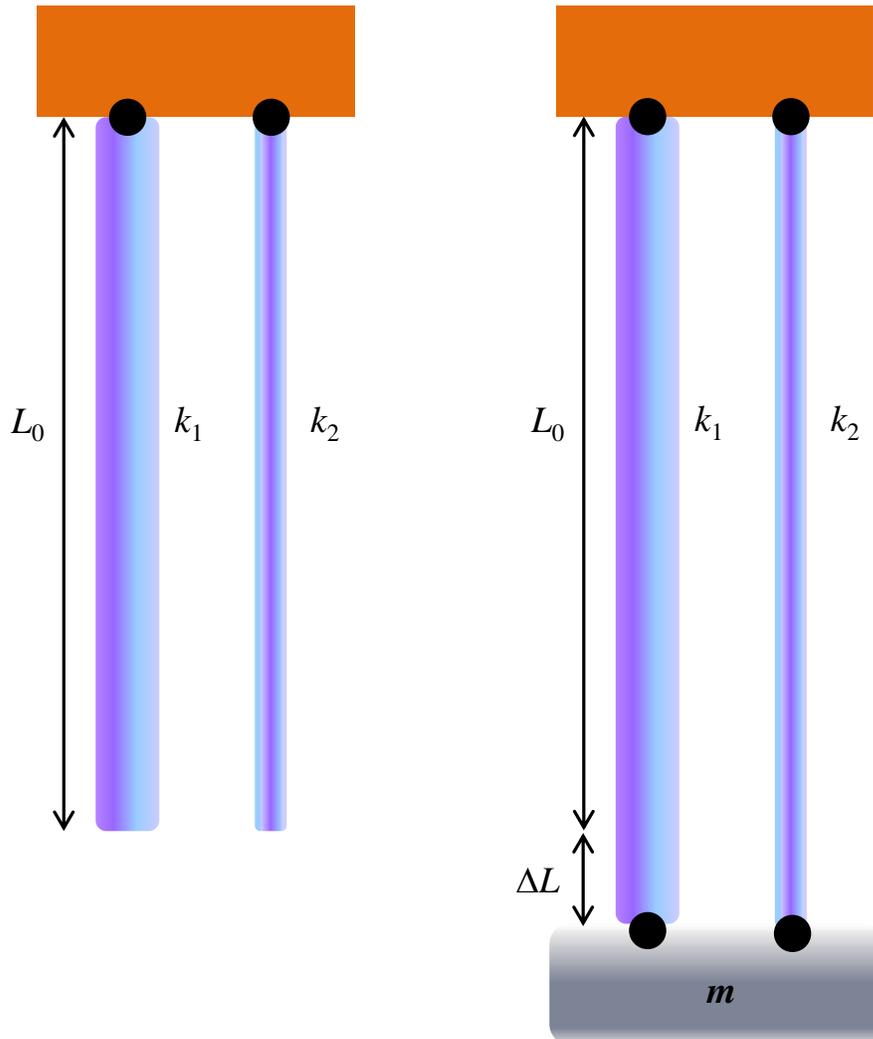
Karena gaya ke bawah dan jumlah gaya ke atas pada beban harus sama maka

$$W = F_1 + F_2$$

atau

$$k_{ef} \Delta L = k_1 \Delta L + k_2 \Delta L$$

Dengan menghilangkan ΔL pada kedua ruas, diperoleh

$$k_{ef} = k_1 + k_2 \qquad (9.70)$$

Gambar 9.39 Dua kawat yang tersusun secara parallel. (kiri) sebelum diberi beban dan (kanan) setelah diberi beban

Jika k_{ef} adalah konstanta efektif susunan kawat, maka terpenuhi

$$W = k_{ef}\Delta L \tag{9.69}$$

Karena gaya ke bawah dan jumlah gaya ke atas pada beban harus sama maka

$$W = F_1 + F_2$$

atau

$$k_{ef}\,\Delta L = k_1 \Delta L + k_2 \Delta L$$

Dengan menghilangkan ΔL pada kedua ruas, diperoleh

$$k_{ef} = k_1 + k_2$$
(9.70)

Contoh 9.13

Berapa periode osilasi benda yang digantungkan pada dua pegas yang disusun secara parallel masing-masing dengan konatnta 250 N/m dan 550 N/s? Massa beban adalah 600 g.

Jawab

Kita hitung dahulu konstanta efektif pegas

$$k_{ef} = k_1 + k_2 = 250 + 550$$ = 800 N/m

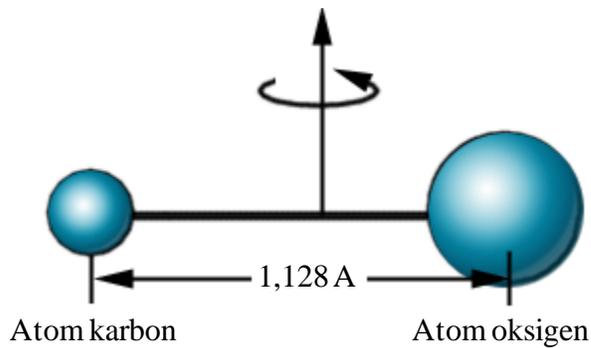
Frekuensi osilasi benda

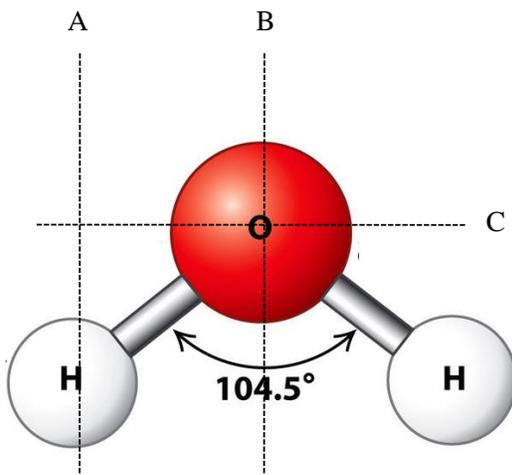
$$\omega = \sqrt{\frac{k_{ef}}{m}} = \sqrt{\frac{800}{0,6}} = \sqrt{1333}$$ = 36,5 rad/s

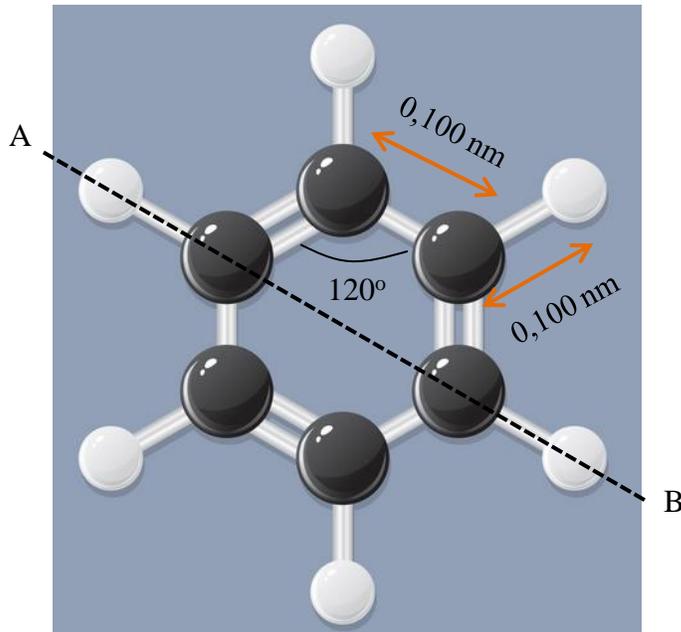
Periode osilasi pegas

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\times 3,14}{36,5} = 0,17 \text{ s.}$$

Soal-Soal

1) Gambar 9.40 adalah skema molekul karbon monoksida. Jarak antara dua atom adalah 1,128 angstrom. Tetukan momen inersia moleul tersebut terhadap pusat massa.

Gambar 9.40 Gambar untuk soal 1

2) Gambar 9.41 adalah struktur molekul air. Tentukan momen inersia terhadap sumbu A, sumbu B, dan sumbu C. Jarak antara atom H dan O adalah 0,942 angstrom.

Gambar 9.41 Gambar untuk soal 2

3) Berikut ini adalag skema molekul benzena yang mengandung 6 atom karbon dan 6 atom hidrogen. Tentukan momen inersia terhadap sumbu A-B

Gambar 9.42 Gambar untuk soal 3

4) Dengan asumsi bahwa planet bergerak dalam lintasan lingkaran, berapakah momentum sudut planet yang bergerak mengitari matahari?

5) Molekul oksigen mengandung dua atom oksigen yang memiliki massa total $5,3 \times 10^{-26}$ kg. Momen inersia terhadap sumbu yang tegak lurus garis penghubung dua atom serta berada di tengah-tengah antar dua atom adalah 1,9 10^{-46} kg m^2. Perkirakan jarak antar dua atom

6) Sebuah cakram berjari-jari R = 0,5 m dihubungan salah satu titik di pinggirnya dengan batang tak bermassa yang panjangnya $2R$. Massa cakram adalah 2,5 kg. Berapakah momen inersia terhadap titik di ujung batang yang lainnya?

7) Sebuah cakram berputar (merry-go-round) memiliki momen inersia 10 000 kg m^2. Berapa besar momen gaya yang harus diberikan agar cakram tersebut berputar dengan percepatan sudut: (a) 0,8 rad/s^2, (b) 0,5 rev/s^2.

8) Gaya F_T sebesar 15,0 N ditarik pada tali yang meliliti katrol yang memiliki massa 4,0 kg dan jari-jari 33 cm. Diamati bahwa katrol mengalami percepatan sehingga lajunya rotasinya berubah dari nol menjadi 30,0 rad/s selama 3,0 s. Jika pada sumbu katrol terdapat momen gaya gesekan sebesar 1,10 N m, tentukan momen inersia katrol.

9) Gaya 10,0 N dikerjakan secara tangensial pada sebuah roda yang memiliki jari-jari 20,0 cm. Berapakah momen gaya yang dihasilkan gaya tersebut terhadap sumbu roda? Berapakah besar momen gaya gesekan yang diperlukan untuk menghentikan gerakan roda tersbut?

10) Sebuah motor kecil memiliki momen gaya output maksimum $4,0 \times 10^{-3}$ N m. Motor tersebut digunakan untuk memutar cakram yang memiliki massa 2,0 kg dan jari-jari 15 cm. (a) Berapa percepatan sudut cakram yang dapat dihasilkan motor? (b) Berapa waktu yang diperlukan untuk memutar cakram hingga mencapai kecepatan sudut 1 rev/menit?

11) Sebuah batang meteran yang massanya 150 gram dibuatkan sumbu pada salah satu ujungnya, kemudian dipegang dalam posisi horizontal. (a) Berapa percepatan sudut tepat saat meterean dilepaskan? (b) Berapa percepatan sudut saat meteran berada pada posisi terendah (posisi vertical)?

12) Berapa energi kinetik rotasi roda yang berotasi dengan kecepatan sudut 3,0 rev/s jika momen inersia roda adalah 0,8 kg m^2?

13) Berapa laju bola pejal yang dilepaskan dari keadaan diam di puncak bidang miring saat bola tersebut mencapai dasar bidang. Massa bola adalah M dan jari-jarinya adalag R. Tinggi ujung bidang mioring adalah H dan membentuk sudut elevasi θ. Anggap tidak terjadi slip selama bola bergerak.

14) Sebuah bola bowling meluncur ke atas pada permukaan bidang miring dengan laju awal 3,0 m/s. Bola tersebur tepat berhenti di ujung atas bidang miring. Berapakah ketinggian bisang miring diukur dari dasar?

15) Cari energi kinetik rotasi, translasi, dan energi kinetik total sebuah bola bowling yang massanya 7,0 kg dan diameter 18 cm jika bola tersebut menggelinding sempurna dengan laju 8,0 m/s

16) Bagian yang berotasi sebuah motor memiliki massa 0,9 kg dan jari-jari girasi 2,2 cm. Ketika berputar tanpa beban, motor memiliki laju rotasi 3200 rev/menit. Ketika kontak dimatikan, motor tersebur berhenti setelah melakukan 400 kali rotasi penuh. Berapa besar momen gaya gesekan yang bekerja pada bagian motor yang berputar tersebut?

17) Berapa momentum sudut sebuah cakram pejal yang merotasi dengan kecepatan sudut 20 rev/s jika jari-jari cakram 5,0 cm dan massanya 1,5 kg?

18) Jika koefisien gesekan statik antara roda kendaraan dan lantai adalah 0,75, hitung momen gaya yang dihasilkan mesin pada roda agar terjadi slip antara roda dengan lantai. Jari-jari roda adalah 33 cm, massa mobil adalah 1080 kg, dan jumlah roda mobil ada 4.

19) Tentukan jari-jari girasi cakram pejal yang memiliki jari-jari R apabila sumbu berada pada tepi cakram.

20) Seseorang mendorong ujung pintu yang lebarnya 84 cm dengan gaya 45 N. Berapakah momen gaya yang dihasilkan jika gaya yang dilakukan tegak lurus pintu? Berapa pula momen gaya yang dihasilkan jika gaya yang diberikan membentuk sudut 60^o terhadap permukaan pintu?

21) Sebuah bandul memiliki bola kecil yang massanya 30 g dan digantungkan pada ujung tali yang panjangnya 70 cm. (a) Berapa momen inersia bantul terhadap pengaitnya. (b) Bandul kemudian disimpangkan hingga membentuk sudut 29^o terhadap vertical kemudian dilepaskan. Berapakah percepatan sudut tepat saat dilepaskan?

22) Sebuah cakram logam yang msaanya 40,0 kg dan jari-jari 30 cm dipegang oleh sebuah sumbu horizontal. Sekeliling cakral dililitkan tali sehingga cakram tersebut dsapat dipurat oleh tali dengan menggantungkan massa m pada ujung tali. Berapa besar massa m agar cakram berputar dengan percepatan sudut 0,3 rev/s?

23) Sebuah drum yang penuh berisi pasir menggelinding dengan laju 4,0 cm/s. Massa drum beserta isinya adalah 70 kg dan diameternya adalah 50 cm. Cari energi kinetik rotasi, translasi, dan energi kinetik total drum.

24) Sebuah bola dan silinder memiliki massa dan jari-jari yang sama. Keduanya dilepaskan pada posisi yang sama dari sebuah bidang miring. Yang mana yang mencapai dasar bidang miring lebih cepat? Yang mana yang memiliki laju lebih besar saat sampai di dasar? Yang mana yang memiliki energi kinetik total lebih besar saat sampai di dasar? Yang mana yang memiliki energi kinetik translasi lebih besar saat sampai di dasar?

25) Dua bola pejal dilepaskan bersamaan dari ketinggian yang sama di suatu bidang miring. Salah sati bola memiliki massa dua kali bola yang lain dan jari-jari juga dua kali bola kedua. Bola manakah yang

mencapai dasar bidang miring lebih awal? Bola mana yang memiliki laju lebih besar saat di bidang miring?

26) Tiga buah pegas masing-masing dengan konstanta k_1 = 200 N/m, k_2 = 400 N/m, dan k_3 = 500 N/m disusun secara parallel untuk menggantung sebuah beban yang bermassa 2,2 kg. Panjang ke tiga pegas sama, yaitu 20 cm. Hitunglah a) Panjang pegas setelah benda digantungkan dan benda tidak berosilasi, b) Jika beban disimpangkan sejauh 2 cm dari posisi keseimbangan baru kemudian dilepaskan, berapa periode osilasi beban?

27) Sebuah mobil memiliki massa 1000 kg. Mobil tersebut kemudian dinaiki empat orang penumpang dengan massa masing-masing 60 kg. Akibatnya, posisi badan mobil turun sejauh 2 cm. Berapa konstanta pegas per mobil? Aanggap mobil memiliki empat buah per yang terletak pada tiap-tiap roda.

28) Sebuah pegas yang memiliki konstanta 400 N/m berada di atas bidang datar yang licin. Aalah satu ujung dikaitkan pada dinding dan pada ujung lainnya diikatkan benda bermassa 800 g. Saat berada di posisi seimbang, tiba-tiba benda didorong dengan kecepatan awal 0,5 m/s. Tentukan a) Kecepatan pegas sebagai fungsi waktu, b) Simpangan benda sebagai fungsi waktu, c) Percepatan osilasi benda sebagai fungsi waktu.

29) Tali nilon pada raket tertarik dengan gaya 250 N. Jika diameter tali 1,0 mm, berapa pertambahan panjang tali jika panjang mula-mula 30 cm? Modulus Young nilon adalah 5×10^9 N/m^2.

30) Sebuah silinder marmer yang meminili luas penampang 2,0 cm2 menahan beban 25 000 kg. (a) Berapakah stress yang dialami marmer tersebur? (b) Berapakah strain maremer tersebut? (c) Berapa pengurangan tinggi silinder jika tinggi mula-mula adalah 12 m?

31) Sebuah tiang baja yang memiliki luas penampang 0,15 m^2 digunakan untuk menyangga secara vertikal sebuah papan reklame yang memiliki massa 2 000 kg. (b) Berapakah stress pada tiang tersebut? (b) Berapa strain tiang tersebut? (c) Jika tinggi tiang 9,5 m, berapa perubahan panjang tiang dari panjang semula?

32) Satu liter alcohol dalam kantong yang fleksibel dibawa ke dasar lautan di mana tekanan sama dengan $2,6 \times 10^6$ N/m^2. Berapakah volume alcohol di dasar laut tersebut?

33) Otot hewan yang panjangnya 15,0 cm mengalami pertambahan panjang 3,7 mm ketika ditarik dengan gaya 13,4 N. Jika otot dianggap berbentuk silinder dengan diameter rata-rata 8,5 mm, berapakah

modulus Young otot tersebut?

34) Berapakah tekanan yang diperlukan untuk mengurangi volum besi sebesar 0,1 persen?

35) Pada kedalaman 2 000 meter di bawah permukaan laut, besarnya tekanan sekitar 200 atm. Berapa persen perubahan volum besi pada kedalaman ini?

36) Ketika ditarik dengan gaya 8 N, sebuah pegas mengalami pertambahan panjang 2 cm. Tentukan

a) Konstanta pegas

b) Simpangan pegas jika diberikan gaya 10 N

c) Simpangan pegas jika digantung dengan beban 2 kg.

d) Frekuensi osilasi pegas ketika digantung dengan beban 400 g

37) Empat buah pegas sejenis dengan konstanta 500 N/m disusun secara seri. Susunan pegas tersebut digantungi benda bermassa 2 kg. Hitunglah

a) Pertambahan panjang susunan pegas

b) Pertambahan panjang masing-masing pegas.

38) Dua buah pegas disusun secara seri dan dinantungkan secara vertikal. Konstanta salah satu pegas adalah 750 N/m. Pada ujung bawah susunan pegas digantung beban 5 N sehingga terjadi pertambahan panjang total 2 cm. Hitunglah

a) Konstanta pegas yang kedua

b) Pertambahan panjang masing-masing pegas

39) Kabel aluminium memiliki diameter 1,5 mm dan panjang 5,0 m. Kabel tersebut kemudian digunakan untuk menggantung benda yang memiliki massa 5,0 kg. modulus Young aluminium adalah $Y = 7 \times 10^{10}$ N/m^2.

a) Berapa stress yang bekerja pada kawat?

b) Berapa strain kawat

c) Berapa pertambahan panjang kawat?

d) Berapa “konstanta pegas” kawat?

40) Kawat kuningan sepanjang 2 m disambungkan dengan kawat baja sepanjang 3 m. Diameter kawat kuningan adalah 2 mm dan diameter kawat baja adalah 1,5 mm. Kawat yang disambung tersebut digunakan untuk menggantung beban 10 kg. Berapa pertambahan panjang masing-masing kawat? Modulus Young kawat kuningan $Y = 10^{11}$ N/m^2 dan modulus Young kawat baja $Y = 2 \times 10^{11}$ N/m^2.

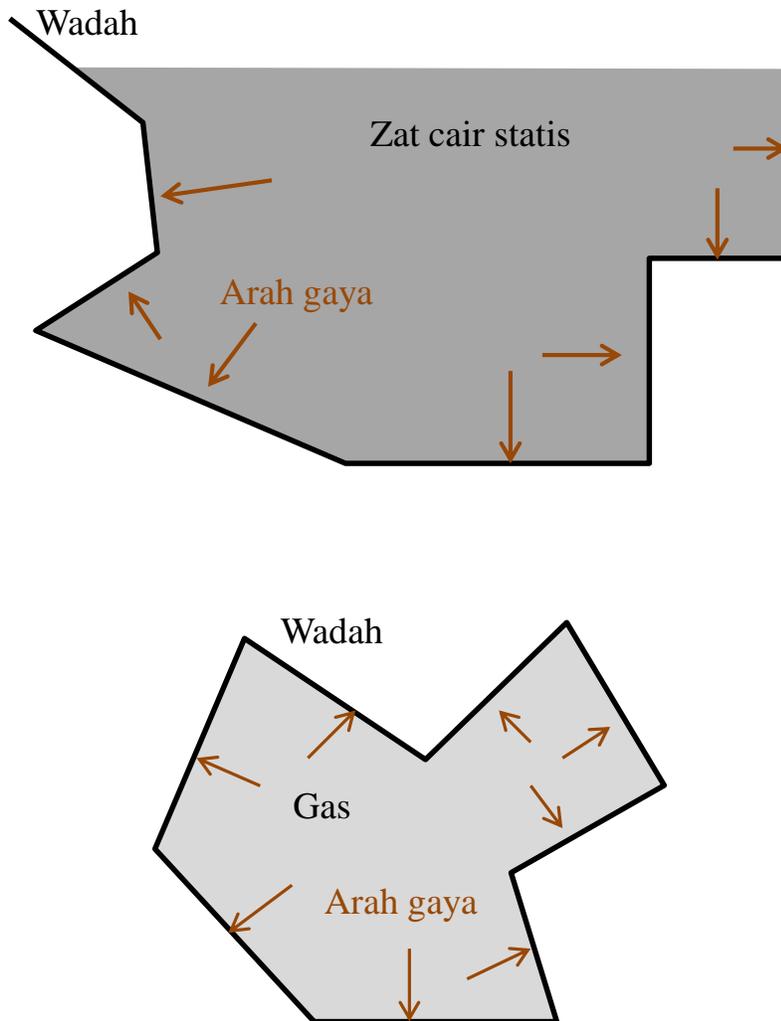
Bab 10
FLUIDA

Zat di alam dikelompokkan dalam tiga wujud utama, yaitu zat padat, zat cair, dan gas. Zat cair dan gas memiliki satu kesamaan yaitu tidak memiliki bentuk yang tetap. Bentuk zat cair dan gas mengikuti bentuk wadah. Zat cair dan gas mudah ditembus atau dibagi-bagi. Hal ini disebabkan gaya tarik antar atom atau molekul penyusun zat cair dan gas jauh lebih lemah daripada gaya tarik antar atom penyusun zat padat. Dan salah satu sifat yang sering kita amati adalah zat cair dan gas dapat mengalir. Zat dengan sifat yang dapat mengalir tersebut kita namakan fluida.

Pada bab ini kita akan membahas sejumlah sifat yang dimiliki oleh fluida yang diam (fluida statis) maupun sifat-sifat fluida yang mengalir (fluida dinamis). Sifat-sifat tersebut sangat penting untuk dipahami karena memiliki banyak aplikasi dalam kehidupan kita, baik dalam bentuk teknologi sederhana maupun teknologi canggih. Jika kita tidak memahami sifat fluida maka tidak mungkin manusia membuat kapal termasuk kapal tanker raksasa, kapal selam, balon udara, pesawat terbang, helikopter, pesawat ulang-alik, dan sebagainya.

10.1 Arah Gaya

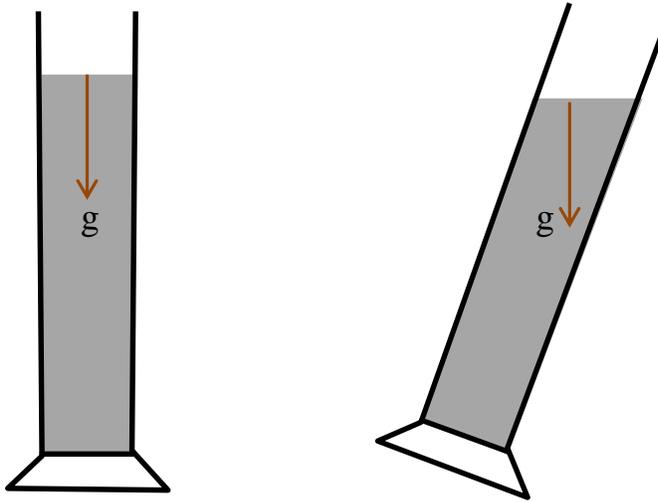
Pada bidang persentuhan antara fluida statis dengan benda maka fluida selalu melakukan gaya dorong pada benda. Salah satu sifat yang menarik adalah *arah gaya dorong oleh fluida selalu tegak lurus bidang sentuh dengan benda* (Gambar 10.1).

Sifat ini tidak dipenuhi oleh fluida yang menganlir. Fluida yang mengalir dapat melakukan gaya gesekan dengan bidang kontak dengan benda lain. Sebagai contoh, untuk membersihkan bagian dalam benda maka kita masukkan air ke dalam benda lalu air diputar dalam arah menyinggung permukaan benda. Pipa yang tersumbat dapat dibersihkan dengan memberikan aliran air cukup kencang sepanjang pipa. Gaya yang dilakukan fluida searah pipa dapat melepas sumbatan pada pipa.

Gambar 10.1 Arah gaya pada permukaan sentuh fluida statis dengan benda selalu tegak lurus permukaan benda.

10.2 Bentuk Permukaan Fluida Statis

Bagaimana bentuk permukaan fluida, khususnya zat cair? Sifat yang menarik adalah: di bawah pengaruh gaya grvaitasi Bumi bentuk permukaan zat cair statis selalu tegak lurus gaya gravitasi bumi. Karena gaya gravitasi

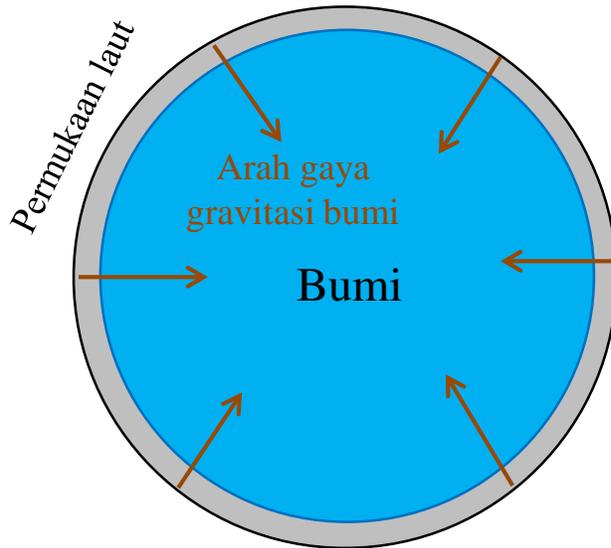
bumi di suatu tempat arahnya ke bawah maka permukaan zat cair statis selalu berbentuk bidang horisontal (Gambar 10.2).

Jika zat cair tidak statis, maka bentuk permukaan bisa sembarang. Contohnya permukaan zat cair yang sedang bergelombang memiliki bentuk yang tidak tegak lurus arah gaya gravitasi bumi.

Gambar 10.2 Simbol *g* menyatakan arah gaya gravitasi bumi. Bentuk permukaan zat cair diam selalu tegak lurus arah gaya gravitasi bumi.

Sebagian besar permukaan bumi ditutupi laut.Karena berada di bawah pengaruh gravitasi bumi maka permukaan air laut tegak lurus gaya gravitasi bumi. Arah gaya gravitasi bumi di berbagai tempat selalu menuju ke pusat bumi. Dengan demikian, permukaan air laut tegak lurus jari-jari bumi, atau sesuai dengan permukaan bola bumi (Gambar 10.3).

Mengapa permukaan fluida selalu tegak lurus gaya tarik bumi? Karena fluida tidak sanggup menahan gaya yang arahnya sejajar permukaan (arah tangensial). Jika permukaan fluida statis tidak tegak lurus gaya gravitasi bumi maka ada komponen gaya gravitasi bumi yang sejajar permukaan fluida. Komponen ini menarik fluida dalam arah sejajar permukaan sehingga fluida mengalir. Ini bertantangan dengan asumsi bahwa fluida adalah statis. Dengan demikian, agar tidak terjadi aliran maka permukaan fluida harus tegak lurus gaya gravitasi bumi. Jika awalnya permukaan fluida tidak tegak lurus gaya gravitasi bumi maka fulida akan mengalir hingga permukaannya tegak lurus gaya gravitasi bumi.

Kondisi berbeda terjadi pada fluida yang mengalir. Permukaan fluida tidak harus tegak lurus gaya gravitasi bumi. Contohnya adalah air yang mengalir turun bidang miring. Permukaan air tidak tegak lurus gaya gravitasi

bumi. Air dalam botol lalu dikocok juga memiliki permukaan yang tidak tegak lurus gaya gravitasi bumi. Aie geriak atau gelombang bukan fluida statik sehingga permukaannya tidak perlu tegak lurus gaya gravitasi bumi.

Gambar 10.3. Bentuk permukaan laut mengikuti bentuk bumi karena harus tegak lurus arah gaya gravitasi bumi. Arah gaya gravitasi bumi selalu menuju ke pusat bumi.

10.3 Massa Jenis

Salah satu besaran fisis fluida yang penting adalah massa jenis. Massa jenis adalah massa fluida per satuan volum. Untuk fluida yang memiliki volume kecil massa jenis didefinisikan sebagai

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{10.1}$$

denga m massa fluida, V volum fluida, dan ρ massa jenis fluida. Tabel 10.1 adalah massa jenis sejumlah fluida. Persamaan (10.1)

Fluida dengan volume satu gelas, satu ember, bahkan satu kolam dapat ditentukan massa jenisnya dengan persamaan (10.1). Namun, jika volume fluida sangat besar, misalnya dam, lautan, atau atmosfer maka massa jenis fluida tidak sama di setiap tempat. Contohnya, pada lautan massa jenis makin besar jika masuk makin ke dalam. Pada atmsofer massa jenis makin kecil jika

makin jauh dari permukaan bumi. Oleh karena itu, definisi umum massa jenis fluida adalah

$$\rho(r) = \frac{dm}{dV} \tag{10.2}$$

Tabel 10.1 Massa jenis beberapa fluida

Fluida	Massa Jenis (kg/m^3)
Air (pada suhu 4 ^{o}C)	$1,00 \times 10^3$
Air laut	$1,025 \times 10^3$
Air raksa	$13,6 \times 10^3$
Alkohol	$0,79 \times 10^3$
Bensin	$0,68 \times 10^3$
Udara (0 ^{o}C, 1 atm)	1,29
Helium (0 ^{o}C, 1 atm)	0,179
Karbon dioksida (0 ^{o}C, 1 atm)	1,98
Uap air (100 ^{o}C, 1 atm)	0,598
Asam asetat	$1,049 \times 10^3$
aseton	$0,785 \times 10^3$

Massa Jenis Campuran Fluida

Jika beberapa fluida yang memiliki massa jenis berbeda dicampur, maka massa jenis campuran fluida merupakan harga rata-rata massa jenis fluida yang dicampur tersebut. Berapa massa jenis rata-rata tersebut? Misalkan kita mencapur N buah fluida dengan massa jenis rata-rata masing-masing $<\rho_1>$, $<\rho_2>$, ..., $<\rho_N>$, dan volum masing-masing V_1, V_2, ..., V_N. Massa masing-masing fluida tersebut adalah $m_1 = <\rho_1>V_1$, $m_2 = <\rho_2>V_2$, ..., $m_N = <\rho_N>V_N$. Jika N buah fluida tersebut dicampur maka massa jenis rata-rata hasil campuran akan bergantung pada volum total hasil pencampuran. Jika fluida tidak mengalami perubahan volum setelah pencampuran maka massa jenis rata-rata adalah

$$\langle \rho \rangle = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}{V_1 + V_2 + \ldots + V_N}$$

$$= \frac{\langle \rho_1 \rangle V_1 + \langle \rho_2 \rangle V_2 + \ldots + \langle \rho_N \rangle V_N}{V_1 + V_2 + \ldots + V_N} \quad (10.3)$$

Jika volum fluida setelah dicampur lebih kecil dari jumlah volum fluida mula-mula maka massa jenis rata-rata lebih besar daripada yang diungkapkan oleh persamaan (10.3). Sebaliknya, jika volum hasil campuran lebih besar daripada jumlah volum fluida mula-mula maka massa jenis campuran lebih kecil dari yang diungkapkan oleh persaman (10.3).

Contoh 10.1

Air dan alkohol masing-masing dengan volum 100 mL dan 300 dicampur. Jika dianggap tidak ada perubahan volum selama pencapuran, berapa massa jenis rata-rata hasil pencampuran?

Jawab

Dari Tabel 10.1 kita peroleh ρ_1 = 1000 kg/m^3 = 1 g/mL dan ρ_2 = 790 kg/m^3 = 0,79 g/mL. Massa jenis rata-rata campuran adalah

$$\langle \rho \rangle = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{1 \times 100 + 0{,}79 \times 300}{100 + 300}$$

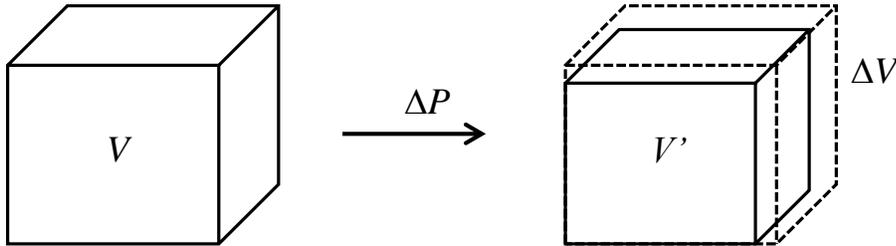
= 0,843 g/mL = 843 kg/m^3.

10.4 Modulus Bulk dan Kompressibilitas

Modulus bulk mengukur ketahanan fluida terhadap tekanan. Makin kuat fluida mempertahankan volume awal ketika mendapat tekanan maka modulus bulk fluida makin besar. Untuk menentukan persamaan modulus bulk, mari kita lakukan percobaan berikut ini.

Perhatikan Gambar 10.4. Fluida yang memiliki volume V diberi tambahan tekanan ΔP. Akibatnya fluida mengalami perubahan volume ΔV. Makin besar tambahan tekanan yang diberikan maka makin besar perubahan

volum yang terjadi. Jadi kita dapat menduga bahwa perubahan volume berbanding lurus dengan perubahan tekanan yang diberikan, atau

$$\Delta V \propto \Delta P$$

Gambar 10.4 Fluida yang memiliki volume *V* diberi tambahan tekanan ΔP sehingga mengalami perubahan volume ΔV.

Kita juga akan mengamati bahwa jika volume awal makin besar maka perubahan volum juga makin besar. Kita dapat melakukan percobaan dengan menekan busa yang berukuran besar dan ukuran kecil. Kalian akan amati bahwa dengan tekanan yang sama maka busa yang besar akan mengalami perubahan volume lebih besar. Jadi bisa kita simpulkan bahwa perubahan volume sebanding dengan volume awal, atau

$$\Delta V \propto V$$

Dari dua kesimpulan tersebut kita dapatkan kesimpulan umum bahwa perubahan volume sebanding dengan volume awal dan tambahan tekanan yang diberikan, atau

$$\Delta V \propto V\Delta P$$

Dari kesebandingan terakhir maka kita dapat membuat persamaan dengan menambahkan faktor pengali atau konstanta. Persamaan yang kita dapatkan adalah

$$\Delta V = -\frac{1}{B} V \Delta P \qquad (10.4)$$

Tanda negatif diberikan karena volume mengecil jika diberikan tambahan tekanan. Ini berakibat bahwa konstanta yang kita berikan bertanda positif.

Persamaan (10.4) dapat ditulis ulang sebagai

$$B = -V \frac{\Delta P}{\Delta V} \qquad (10.5)$$

Konstanta B dikenal dengan modulus bulk fluida. Tabel 10.2 adalah data modulus bulk sejumlah zat cair.

Tabel 10.2 Modulus bulk dan kompressibilitas sejumlah fluida

Fluida	Modulus bulk ($\times 10^9$ Pa)	Kompressibilitas ($\times 10^{-9}$ Pa^{-1})
Aseton	0,92	1,07
Benzena	1,05	0,95
Gliserin	6,31	0,16
Minyak tanah	1,9	0,53
Raksa	41,4	0,02
Oli SAE 30	2,2	0,45
Air laut	3,39	0,29
Asam sulfat	4,3	0,23
air	3,12	0,32
metanol	0,823	1,22
udara	$1,4 \times 10^{-4}$	7.143

Kemudian ada besaran lain yang mendefinisikan perubahan volume fluida ketika mengalami perubahan tekanan. Besaran tersebut dinamakan kompressibilitas. Kompresibilitas mengukur kemudahan perubahan volum fluida jika diberi tekanan. Jika fluida berupa gas maka tekanan dapat mengubah volume gas dengan mudah. Kita katakan gas merupakan fluida yang **kompresibel**.

Kompressibilitas berlawanan dengan modulus bulk. Kalau modulus bulk mengukur berapa kuat fluida tidak mengalami perubahan volum. Sedangkan kompressibilitas mengukur berapa mudah fluida mengalami perubahan volume. Dari definisi ini maka komressibilitas memenuhi persamaan

$$\kappa = \frac{1}{B} \tag{10.6}$$

Nilai kompressibilitas sejumlah fluida juga tampak pada Tabel 10.2.

10.5 Tekanan Hidrostatis

Sifat menarik yang dimiliki zat cair statis adalah adanya tekanan yang dilakukan pada benda yang dicelupkan ke dalam zat cair tersebut. Tekanan tersebut muncul karena benda menahan berat zat cair di atasnya. Makin dalam posisi benda maka makin tebal zat cair di atas benda tersebut yang harus ditahan sehingga makin besar tekanan yang dirasakan benda. Tekan jenis ini dinamakan *tekanan hidrostatis* (tekanan oleh zat cair yang diam).

Sekarang kita coba mencari persamaan tekanan hidrostatis. Perhatikan Gambar 10.5. Sebuah pelat dengan luas S ditempatkan horisontal ke dalam zat cair. Pelat tersebut berada pada kedalaman h dari permukaan zat cair. Pelat tersebut menahan beban zat cair di atasnya. Volum zat cair di atas pelat adalah $V = hS$. Jika ρ adalah mass jenis zat cair maka massa zat cair yang berada di atas pelat adalah $m = \rho V = \rho hS$. Dengan demikian, berat zat cair yang ditahan pelat adalah $W = mg = \rho hSg$. Tekanan zat cair yang dialami pelat menjadi

$$P = \frac{W}{S}$$

$$= \rho g h \tag{10.4}$$

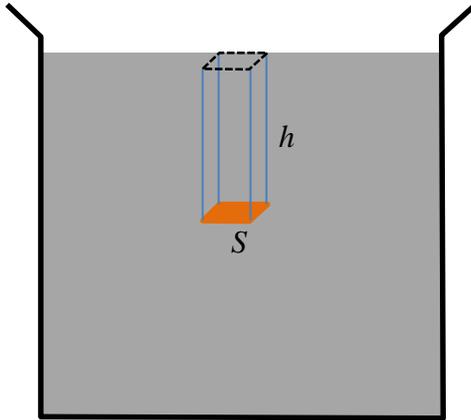
dengan

P adalah tekanan oleh zat cair (Pa);

ρ adalah massa jenis zat cair (kg/m^3);

g adalah percepatan gravitasi bumi (m/s^2);

h adalah kedalaman posisi benda diukur dari permukaan zat cair (m).

Tekanan hidrostatis yang tertuang dalam persamaan (10.4) adalah tekanan yang semata-mata dihasilkan oleh zat cair yang diam.

Gambar 10.5 Sebuah pelat yang dicelupkan ke dalam zat cair menahan berat zat cair di atasnya. Karena pelat memiliki luas penampang S maka pelat merasakan adanya tekanan yang dihasilkan zat cair. Tekanan jenis ini dinamakan tekanan hidrostatis (hirdo = air, statis = diam).

Contoh10.2

Kapal pesiar *Oasis of the Seas* memiliki panjang 361 meter dan lebar 47 meter (Gambar 10.6). Bagian dasar kapal berada pada kedalaman 9,3 meter dari permukaan laut. Perkirakan gaya yang dialami kapal akibat tekanan hidrostatis air laut dengan asumsi massa jenis air laut kira-kira sama dengan massa air, yaitu 1.000 kg/m^3.

Jawab

Lambung kapal menerima tekanan hidrostatis dari seluruh bagian permukaan yang tercelup. Tekanan tersebut menghasilkan gaya yang tegak lurus permukaan. Gaya dari permukaan kiri dan kanan saling meniadakan. Begitu pula gaya dari permukaan depan dan belakang saling meniadakan. Yang tetap ada adalah gaya oleh air laut dari arah bawah.

Tekanan hidrostatis di permukaan bawah kapal adalah $P = \rho g h = 1.000 \times 10 \times 9{,}3 = 93.000$ Pa. Luas permukaan bawah kapal kira-kira A = panjang × lebar = 361 × 47 = 16.967 m^2. Dengan demikian gaya pada permukaan bawah kapal oleh air laut kira-kira $F = PA = 93.000 \times 16.967 = 1{,}58 \times 10^9$ N. Gaya ini setara dengan gaya gravitasi pada sebuah benda yang memiliki massa = $1{,}58 \times 10^9$ N/g = $1{,}58 \times 10^9$ N/10 m/s^2 = $1{,}58 \times 10^8$kg = 158.000 ton. Ini berarti dengan bagian dasar berada pada kedalaman 9,3 meter, kapal tersebut bisa menahan beban total 158.000 ton.

Gambar 10.6 Kapal pesiar *Oasis of the Seas* yang memiliki 16 lantai. Kapal tersebut memiliki panjang 361 meter dan lebar 47 meter dengan bobot kosong 15.000 ton. Kecepatan pelayaran adalah 22,6 knot.

Jika fluida sangat dalam, misalnya di lautan, maka berat fluida di atas pelat S pada Gambar 10.5 tidak dapat dihitung langsung sebagai perkalian volum dan percepatan gravitasi. Jika fluida sanga dalam maka massa jenis fluida bisa berubah terhadap kedalaman dan percepatan gravitasi juga berubah terhadap kedalaman. Untuk kondisi ini, berat fluida yang ditahan pelat S harus dihitung dengan metode integral. Untuk maksud tersebut, perhatikan Gambar 10.7.

Perhatikan elemen fluida pada kedalaman y dari permukaan. Tebal elemen tersebut adalah dy. Karena luas penampang adalah S maka volum elemen tersebut adalah $dV = Sdy$. Dengan demikian, massa elemen tersebut adalah

$$dm = \rho dV$$

$$= \rho S dy \qquad (10.5)$$

Gaya gravitasi yang dialami elemen tersebut adalah

$$dW = gdm$$

$$= \rho g S dy \qquad (10.6)$$

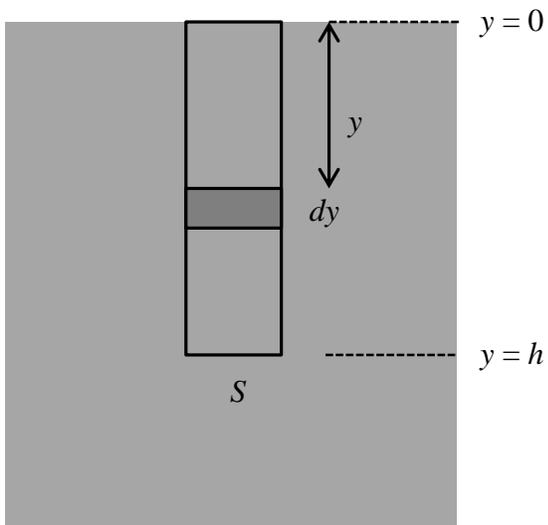
Berat fluida yang ditahan pelat S menjadi

$$W = \int_0^h \rho g S dy$$

$$= S \int_0^h \rho g dy \qquad (10.7)$$

Akhirnya tekanan yang ditahan oleh pelat S yang tidak lain merupakan tekanan hidrostatis pada kedalaman h adalah

$$P = \frac{W}{S}$$

$$= \int_0^h \rho g dy \qquad (10.8)$$

Gambar 10.7 Menentukan berat fluida yang ditahan pelat *S*.

Contoh 10.3

Misalkan massa jenis air laut menurut kedalaman memenuhi persamaan $\rho = \rho_0 + \gamma y$ dengan ρ_0 adalah massa jenis di permukaan, y adalah kedalaman dikur dari permukaan dan γ adalah konstanta yang nilainya cukup kecil. Tentukan tekanan hidrostasi pada kedalaman h dengan asumsi hingga kedalaman tersebut percepatan gravitasi dianggap konstan.

Jawab

Kita dapat langsung menggunakan persamaan (10.8) dengan mengeluarkan g dari integral. Kita dapatkan

$$P = g\int_0^h \rho dy$$

$$= g\int_0^h (\rho_0 + \gamma y)dy$$

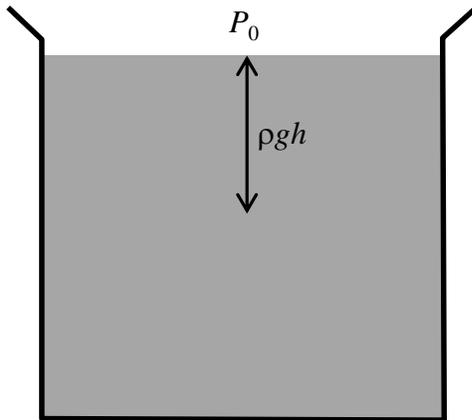
$$= g\left[\rho_0 y + \frac{1}{2}\gamma y^2\right]_0^h$$

$$= g\left(\rho_0 h + \frac{1}{2}\gamma h^2\right)$$

Jika di permukaan zat cair sudah ada tekanan, maka tekanan total di dalam zat cair sama dengan jumlah tekanan di permukaan dan tekanan hidrostatis (Gambar 10.8). Zat cair terbuka selalu mendapat tekanan atmosfer di permukaannya. Misalnya tekanan atmosfer di permukaan zat cair adalah P_0 maka tekanan di dalam zat cair pada kedalaman h adalah:

Tekanan total dalam fluida = tekanan atmosfer + tekanan hidrostatis

$$P = P_0 + \rho g h \qquad (10.9)$$

Tekanan di dalam zai cair persis sama dengan tekanan hidrostatis hanya jika permukaan fluida berupa ruang hampa (divakumkan).

Gambar 10.8. Tekanan total dalam zat cair sama dengan jumlah tekanan di permukaan zat cair dan tekanan hidrostatis.

Contoh 10.4

Pencarian penumpang pesawat yang jatuh di laut Jawa mengharuskan tim SAR menyelam ke dasar laut hingga kedalaman 37 meter. Jika diasumsikan massa jenis air laut sama dengan massa jenis air biasa (1.000 kg/m^3), berapa tekanan total yang dialami penyelam ketika mencapai dasar laut tersebut?

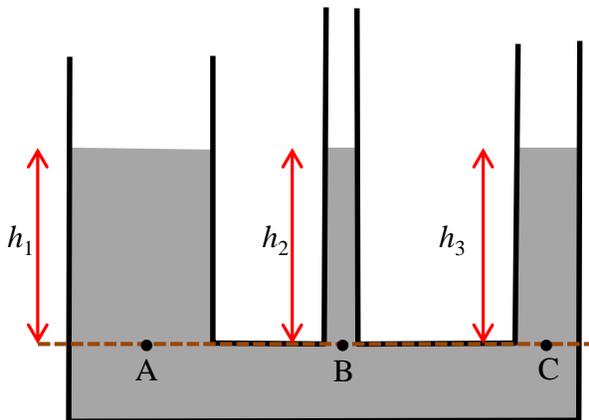
Jawab

Tekanan hidrostatis di dasar laut adalah ρgh = 1.000 × 10 × 37 = 370.000 Pa. Di permukaan laut sudah ada tekanan atmosfer sebesar 100.000 Pa. Maka tekanan total di dasar laut tersebut adalah 370.000 + 100.000 = 470.000 Pa. Tekanan ini sama dengan 4,7 atm.

10.6 Ketinggian Permukaan Fluida

Sekarang kita akan membahas sejumlah faktor yang mementukan ketinggian permukaan fluida dalam wadah.

Ketinggian Permukaan Fluida dalam Bejana Berhubungan

Perhatikan fluida dalam berjana berhubungan dalam Gambar 10.9. Pertanyaanya, apakah ketinggian permukaan fluida pada tiap pipa bejana selalu sama? Atau berbeda-beda bergantung pada ukuran pipa? Mari kita selidiki.

Gambar 10.9. Fluida dimasukkan ke dalam bejana berhubungan. Mulut bejana memiliki ukuran yang berbeda-beda. Apakah ketinggian permukaan fluida berbeda-beda atau sama?

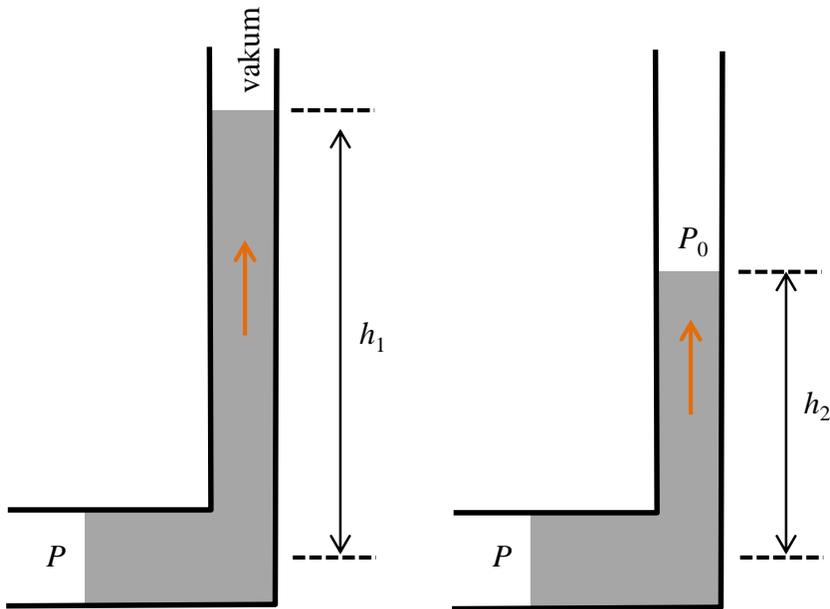
Perhatikan garis horisontal tepat di dasar semua pipa vertikal. Tekanan hidrostatis di titik A, B, dan C adalah $P_A = \rho g h_1$, $P_B = \rho g h_2$, dan $P_C = \rho g h_3$. Jika salah satu tekanan lebih besar dari yang lain maka tekanan tersebut mendorong fluida ke lokasi yang bertekanan rendah. Jadi akan terjadi aliran fluida dari lokasi yang bertekanan tinggi ke lokasi yang bertekana rendah. Ini bertentangan dengan sifat zat cair statis yang diam. Jadi, agar fluidatetap diam maka tekanan di A, B, dan C harus sama. Ini hanya mungkin terjadi jika ketinggian fluida pada semua pipa tegak sama ($h_1 = h_2 = h_3$). Kesimpulan kita adalah:

Ketinggian permukaan fluidastatis dalam bejana berhubungan selalu sama.

Ketinggian Dorongan pada Fluida

Jika kita memberikan tekanan pada fluida malalui kolom atau pipa, berapa ketinggian fluidayang dapat dihasilkan?

Jika di permukaan atasfluidaadalah ruang hampa(Gambar 10.10 kiri) maka tekanan dorong dari bawah mengangkat zat cair sehingga fluida dalam pipa menghasilkan tekanan hidrostatis yang persis sama dengan tekanan dorong dari bawah. Persamaan yang depenuhi adalah $P = \rho g h_1$ atau

$$h_1 = \frac{P}{\rho g} \tag{10.10}$$

Gambar 10.10. Gambar kiri, tekanan *P* mendorong zat cair ke atas. Di atas permukaan fluida kondisinya vakum. Gambar kanan, tekanan *P* mendiring zat cair ke atas tetapi di permukaan atas fluida ada tekanan P_0.

Jika di permukaan atas zat cair telah ada tekanan P_0 (Gambar 10.10 kanan) maka tekanan di dasar zat cair menjadi $P_0 + \rho g h_2$. Kenaikan zat cair adalah sedemikian sehingga tekanan total di dasar persis sama dekanan dorongan yang diberikan. Dengan demikian, $P = P_0 + \rho g h_2$ atau

$$h_2 = \frac{P - P_0}{\rho g} \tag{10.11}$$

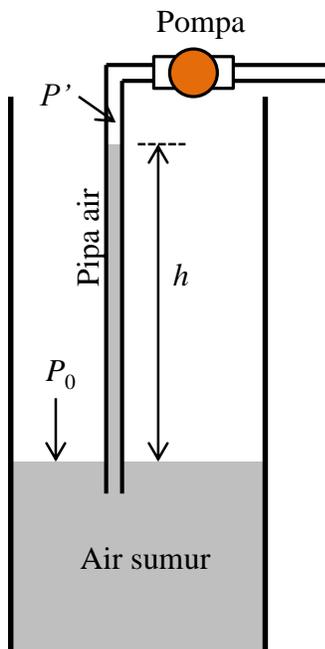
Contoh 10.5

Pada pompa air ada data yang dinamakan *discharge head*. *Discharge head* artinya adalah ketinggian maksimum air yang dapat didorong pompa. Setiap pompa air, disamping memiliki kemampuan menyedot air (*suction head*) juga memiliki kemampuan mendorong air (*discharge head*). Jika sebuah pompa memiliki *discharge head* 21 meter, berapakah tekanan dorong yang dihasilkan pompa? Gunakan data 1 atm = 100.000 Pa.

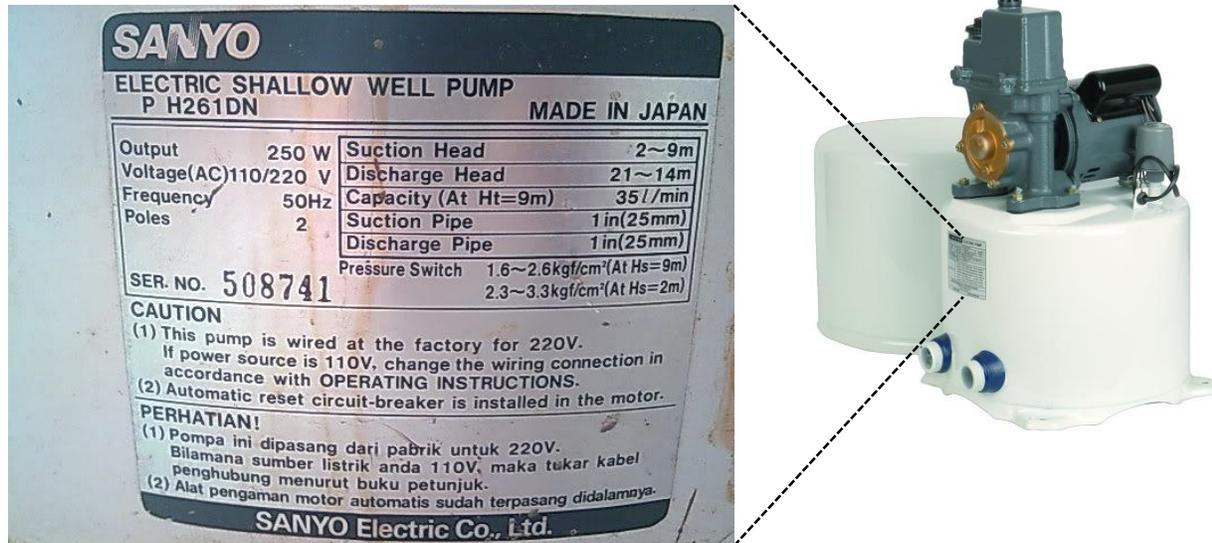
Jawab

Informasi dari soal adalah pompa sanggup mendorong air hingga ketinggian 21 meter. Dan air yang didorong tersebut berada di bawah pengaruh tekanan atmosfer. Dengan demikian, tekanan dorong yang dihasilkan pompa dapat dihitung menggunakan persamaan (10.9) dan kita dapatkan $P = P_0 + \rho gh$ = 100.000 + 1.000 × 10 × 21 = 310.000 Pa = 3,1 atm.

Kedalaman Maksimum Sumur

Pertanyaan yang menarik adalah berapa kedalaman maksimum permukaan sumur sehingga air dapat ditarik oleh pompa air? Mungkin ada yang menduga bahwa makin besar daya pompa maka makin dalam air yang bisa ditarik oleh pompa. Ini pendapat yang keliru. Kedalamam air yang dapat diangkat pompa tidak bergantung pada daya listrik pompa. Daya listrik yang besar hanya berarti mampu menarik air dengan debit lebih besar, tetapi kedalaman maksimum air yang dapat disedot tetap sama.

Gambar 10.11. Skema pengangkatan air sumur oleh pompa air. Fungsi pompa air adalah memvakumkan udara di ujung atas pipa sehingga air dalam sumur terdesak menaiki pipa.

Perhatikan Gambar 10.11. Sumur yang dilengkapi pompa air mengandung pipa yang tidak boleh bocor (udara pun tidak boleh masuk). Satu ujung pipa tercelup dalam air sumur dan ujung atas pipa dihubungkan dengan pompa. Prinsip penyedotan air adalah pompa menurunkan tekanan udara di ujung atas pipa. Permukaan air sumur sendiri mendapat tekanan dari atmosfer. Jika tekanan di ujung atas pipa menurun maka tekanan atmosfer di

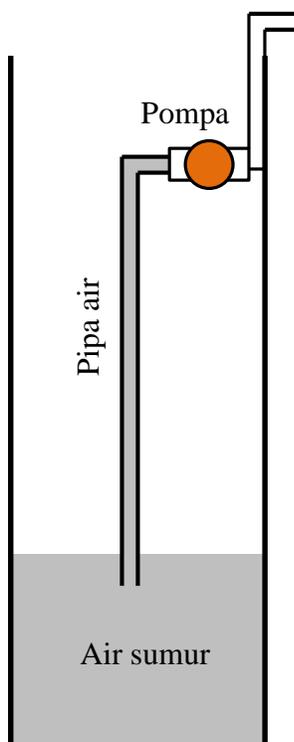
permukaan sumur mendesak air naik sepanjang pipa. Berapa ketinggian naiknya air?

Gambar 10.12. Contoh pompa air dan spesifikasi yang tertera di badan pompa. Output 250 W artinya daya listrik yang digunakan pompa adalah 250 watt. Voltage (AC) 110/220 V artinya pompa dapat bekerja pada tegangan listrik PLN 110 volt atau 220 volt. Frekuensi 50Hz artinya pompa bekerja pada frekuensi listrik AC 50 Hz. PLN menggunakan frekuensi 50 Hz. Suction Head 2 – 9m artinya pompa dapat menyedot air pada kedalaman 2 – 9 meter dari posisi pompa. Discharge Head 21 – 14m artinya popma dapat mendorong air yang disedot hingga ketinggian 21 sampai 14 meter. Jika pompa menyedot dari kedalaman 2 meter maka pompa dapat mendorong hingga ketinggian 21 meter. Tetapi jika pompa menyedot dari kedalaman 9 meter maka pompa dapat mendorong air hingga ketinggian 14 meter. Capacity (At Ht = 9) 35 liter/min artinya pompa dapat menyedot air pada kedalam 9 meter dengan kapasitas 35 liter tiap menit. Suction Pipe 1 in(25 mm) artinya pipa penyedotan memiliki ukuran 1 inci. Discharge Pipe 1 in(25 mm) artinya pipa dorongan air dari pompa memiliki ukuran 1 inci (jualelektronik.com).

Misalkan tekanan di ujung atas pipa yang dihasilkan pompa adalah P'. Maka tinggi naiknya air dalam pipa memenuhi persamaan (10.9), yaitu

$$h = \frac{P_0 - P'}{\rho g} \qquad (10.12)$$

Pompa terbaik adalah yang sanggup menghasilkan kondisi vakum di ujung atas pipa. Jika kondisi ini dapat dicapai maka air akan naik dengan ketinggian maksimum. Jika ujung atas pipa berada dalam keadaan vakum maka P' = 0 sehingga ketinggian maksimum air naik di pipa adalah

$$h_{maks} = \frac{P_0}{\rho g} \qquad (10.13)$$

Dengan menggunakan data P_0 = 1 atm = 1,01 × 10^5 Pa, ρ = 10^3 kg/m^3, dan g = 9,82 m/s^2 maka kita dapatkan h_{maks} = 10,28 m. Namun ini adalah kondisi ideal. Tidak ada pompa air yang benar-benar sanggup memvakumkan ujung atas pipa sehingga ketinggian air yang dapat disedot pompa lebih kecil dari itu. Kebanyakan pompa yang dijual di pasar memberikan data kedalaman maksimum permukaan sumur yang bisa disedot adalah 9 meter (Gambar 10.12).

Gambar 10.13. Posisi pompa jika permukaan air sumur terlalu dalam. Posisi ponpa diturunkan sehingga jaraknya dari permukaan air sumur kurang dari 9 meter.

Jika sumur terlalu dalam sehingga permukaan air sumur dari tanah jaraknya lebih dari 9 meter maka cara yang digunakan untuk mennyedot air sumur adalah menurunkan posisi pompa lebih rendah dari permukaan tanah (Gambar 10.13). Dengan demikian, jarak pompa dari permukaan air sumur tidak lebih dari 9 meter.

Prinsip kerja pompa air persis sama dengan prinsip kita minum menggunakan sedotan (Gambar 10.14). Ketika kita menyedot minuman

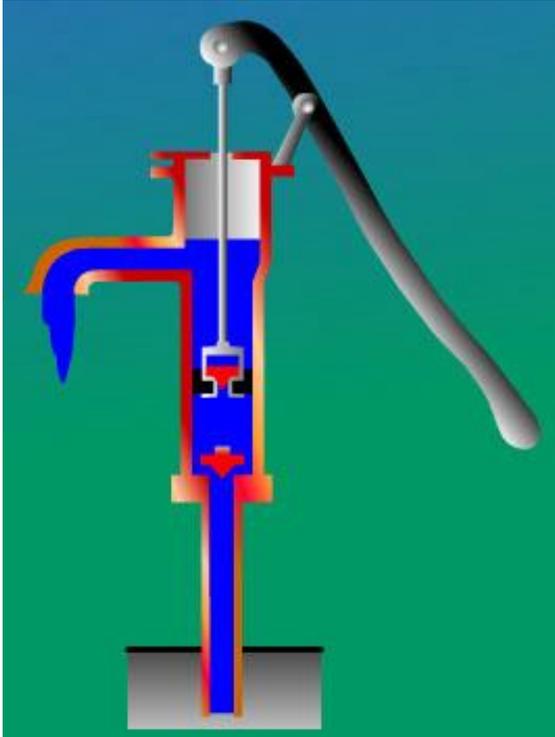
sebenarnya yang kita lakukan adalah mengosongkan udara di dalam sedotan. Akibat tekanan udara yang rendah dalam sedotan maka minuman dalam gelas didesak oleh atmosfer sehingga bergerak naik sepanjang sedotan dan akhirnya mencapai mulut.

Gambar 10.14. Ketika kita menyedot minuman maka yang kita lakukan adalah mengosongkan udara di dalam sedotan sehingga minuman dalam gelas terdesak ke atas akibat tekanan atmosfer (kesehatan.kompasiana.com).

Contoh 10.6

Pompa air yang digerakkan dengan tangan (Gambar 10.15) hanya sanggup menghasilkan penurunan tekanan setengah atmosfer di ujung atas pipa. Berapakah kedalaman maksimum air yang dapat disedot dengan pompa tangan tersebut. Gunakan data 1 atm = 100.000 Pa.

Jawab

Dari informasi di soal kita peroleh, P_0 = 1 atm = 100.000 Pa dan P' = $P_0/2$ = 50.000 Pa. Kedalaman air yang dapat disedot dihitung dengan persamaan (3.6), yaitu $h = (P_0 - P')/\rho g$ = (100.000 – 50.000)/(1.000 × 10) = 5 meter.

Gambar 10.15. Pompa air jaman dahulu yang digerakkan dengan tangan. Pompa ini masih bermanfaat untuk daerah yang belum dimasuki jaringan listrik PLN.

Contoh 10.7

Di sebuah restoran kalian memesan jus jambu. Massa jenis jus jambu sekitar 1,3 g/cm^3. Kalian minum jus menggunakan sedotan yang panjangnya 15 cm. Berapakah maksimal tekanan udara dalam mulut agar jus dapat naik melalui sedotan hingga ke dalam mulut?

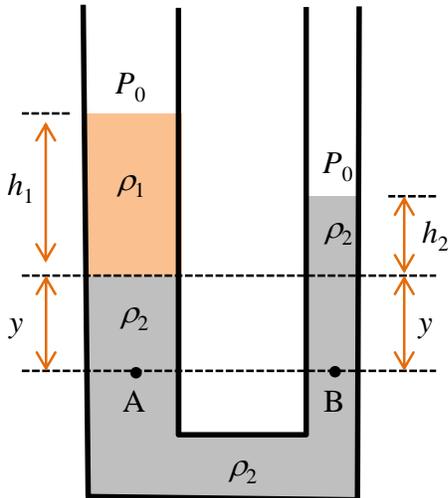
Jawab

Massa jenis jus ρ = 1,3 g/cm^3 = 1.300 kg/m^3. Dengan menggunakan persamaan (10.12) tekanan maksimal udara dalam mulut agar jus dapat naik sampai ke mulut adalah $P' = P_0 - \rho g h$ = 100.000 – 1.300 × 10 × 0,15 = 98.050 Pa.

Dua Zat Cair Dalam Pipa U

Sifat zat cair yang menghasilkan tekanan hidrostatsik dapat digunakan untuk menentukan massa jenis zat cair lain jika massa jenis suatu zat cair sudah diketahui (zat cair referensi). Syaratnya adalah zat cair yang akan diukur massa jenisnya tidak boleh tercampur dengan zat cair referensi.

Contohnya adalah air dengan minyak. Metode pengukuran adalah menggunakan pipa berbentuk huruf U seperti pada Gambar 10.16.

Prinsip yang harus dipahami adalah pada ketinggian yang sama, tekanan di dalam zat cair yang sama adalah sama. Pada Gambar 10.16 titik A dan B memiliki ketinggian yang sama dan berada dalam zat cair yang sama. Dengan demikian, tekanan di titik A dan B persis sama.

Gambar 10.16. Zat cair yang berbeda dimasukkan ke dalam pipa U. Zat cair dianggap tidak bercampur (selalu membentuk fase terpisah). Contoh zat cair yang tidak tercampur adalah minyak dan air. Contoh zat cair yang tercampur adalah air dan sirup. Jika massa jenis zar cair berbeda maka ketinggian permukaan zat cair di dua ujung tabung berbeda.

Tekanan di titik A = tekanan di permukaan zat cair + tekanan zat cair 1 setinggi h_1 dan tekanan zat cair 2 setinggi y

$$P_A = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g y$$

Tekanan di titik B = tekanan di permukaan zat cair + tekanan zat cair 2 setinggi h_2 + tekanan zat cair 2 setinggi y.

$$P_B = P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_2 g y$$

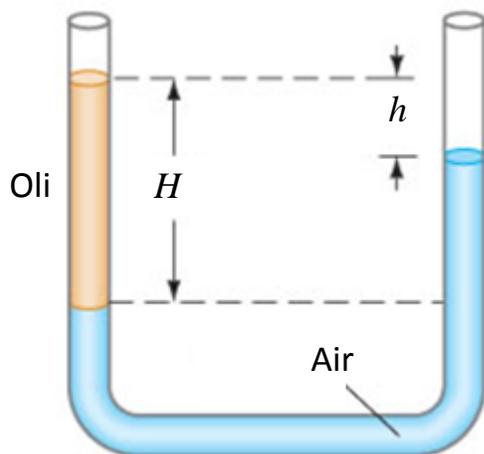
Karena $P_A = P_B$ maka

$$P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g y = P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_2 g y$$

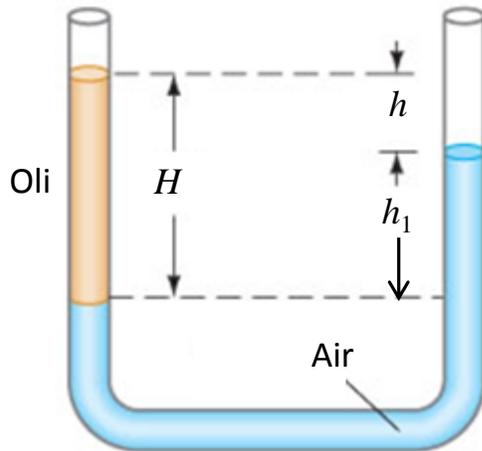
Akhirnya kita dapatkan persamaan

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \tag{10.14}$$

Contoh 10.8

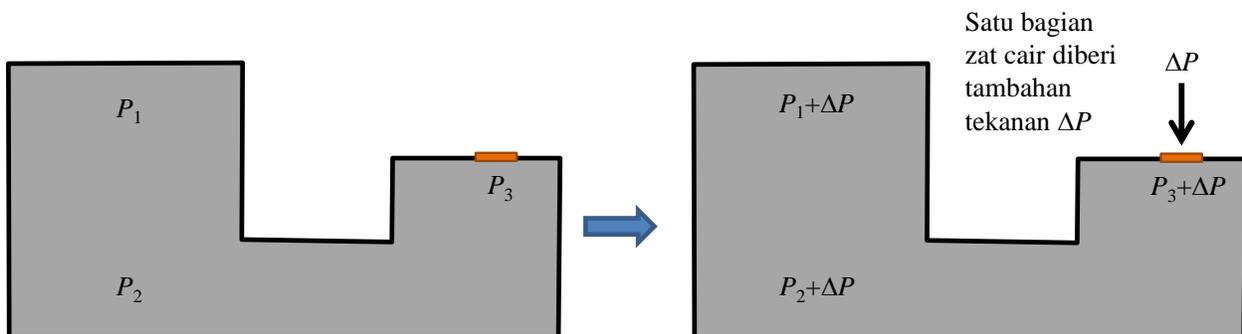
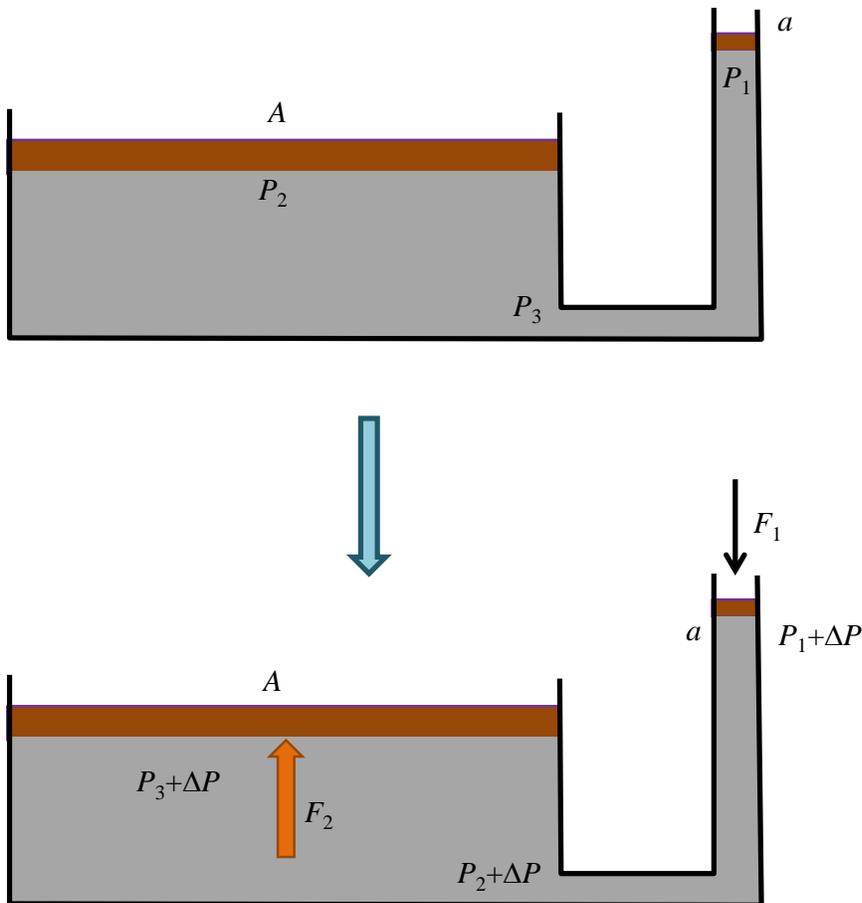
Air dan sejenis oli yang tidak bercampur dengan air dimasukkan ke dalam bejana berhubungan. Dalam kondisi setimbang, posisi air dan oli tampak pada Gambar 10.17. Pengukuran dengan mistar menghasilkan H = 15 cm dan h = 2 cm. Dengan menggunakan massa jenis air 1.000 kg/m^3, berapakah massa jenis oli?

Gambar 10.17 Gambar untuk contoh 10.8

Jawab

Untuk menggunakan persamaan (10.14) kita gambar ulang sebagai berikut

Kalau mengunakan persamaan (10.14) maka kita dapatkan $\rho_{minyak}H = \rho_{air}h_1$. Berdasarkan gambar di atas kita dapatkan $h_1 = H - h = 15 - 2 = 13$ cm. Dengan demikian $\rho_{minyak} \times 15 = 1.000 \times 13$, atau $\rho_{minyak} = 13.000/15 = 867$ kg/m^3.

10.7 Hukum Pascal

Misalkan zat cair dimasukkan dalam wadah tertutup. Jika satu bagian zat cair tersebut mengalami penambahan tekanan, maka seluruh bagian zat cair mengalami penambahan tekanan yang besarnya persis sama (Gambar 10.17). Ini adalah pernyataan hukum Pascal untuk fluida statis.

Salah satu aplikasi utama hukum pascal adalah pembuatan dongkrak hidrolik atau penggerak hidrolik lainnya. Keuntungan dongkrak atau penggerak hidrolik adalah hanya dengan gaya kecil kita sanggup menggerakkan benda yang massanya sangat besar. Bagaimana menjelaskannya? Perhatikan Gambar 10.18.

Gambar 10.17. Ketika satuan bagian dalam fluida tertutup mendapat tambahan tekanan ΔP maka seluruh bagian fluida mendapat tambahan ΔP juga.

Gambar 10.18. Jika tekanan di satu bagian dalam zat cair yang berada di dalam wadah tertutup ditambah, maka seluruh bagian zat cair mendapat tambahan tekanan yang sama besar. Tekanan di penampang kecil ditambah sebesar ΔP. Akibatnya, semua bagian zat cair mendapat tambahan tekanan sebasar ΔP pula.

Pada Gambar 10.18 zat cair ditampung dalam wadah tertutup yang memiliki dua silinder terbuka dengan luas penampang berbeda jauh. Masing-masing silinder dilengkapi dengan piston. Mula-mula tekanan dalam zat cair di bawah piston kecil adalah P_1, tekanan zat cair di bawah piston besar adalah P_2, tekanan di tempat lain dalam zat cair adalah P_3, dan seterusnya.

Sekarang kita berikan gaya F_1 pada piston kecil. Luas penampang piston kecil adalah a. Dengan demikian tambahan tekanan di bawah piston kecil akibat gaya tersebut adalah $\Delta P = F_1/a$. Berdasarkan hukum Pascal, maka seluruh bagian di dalam zat cair mengalami tambahan tekanan yang sama sebesar ΔP. Zat cair di bawah piston besar juga mendapat tambahan tekanan sebesar ΔP. Tambahan tekanan di bawah piston besar menghasilkan gaya F_2 yang memenuhi $F_2 = \Delta PA$. Akhirnya kita dapatkan $F_2 = (F_1/a)A$ atau

$$F_2 = \frac{A}{a}F_1 \tag{10.15}$$

dengan

F_1 adalah gaya yang diberikan pada piston kecil

F_2 adalah gaya yang dihasilkan di piston besar

A adalah luas penampang piston besar (m^2)

a adalah luas penampang piston kecil (m^2)

Persamaan (10.15) menginformasikan ke kita bahwa dengan membuat ukuran piston besar jauh lebih besar daripada ukuran piston kecil maka kita dapat menghasilkan gaya yang sangat besar pada piston besar hanya dengan pemberian gaya yang kecil pada piston kecil. Sebagai contoh, untuk A/a = 800, maka dengan F_1 = 15 N kita menghasilkan F_2 = 12.000 N. Gaya 15 N sama dengan berat benda yang bermassa 1,5 kg. Gaya 12.000 N kira-kiraseberat mobil Avanza. Jadi, dengan gaya yang setara berat benda 1,5 kg yang diberikan di piston kecil kita dapat mengangkat mobil Avanza dengan mudah.

Gambar 10.19 adalah contoh aplikasi hukum pascal. Semua penggerak hidrolik memanfaatkan hukum pascal. Dengan hukum pascal maka benda yang berat dapat digerakkan dengan gaya tidak terlalu besar. Pada kebanyakan mobil saat ini, hampir semua sistem pengereman menggunakan sistem hidrolik. Dengan sedikit injakan pada pedal rem, maka mobil dapat dihentikan dengan mudah walaupun sedang melaju pada kecepatan tinggi. Termasuk mobil dengan bobot besar seperti mobil kontainer.

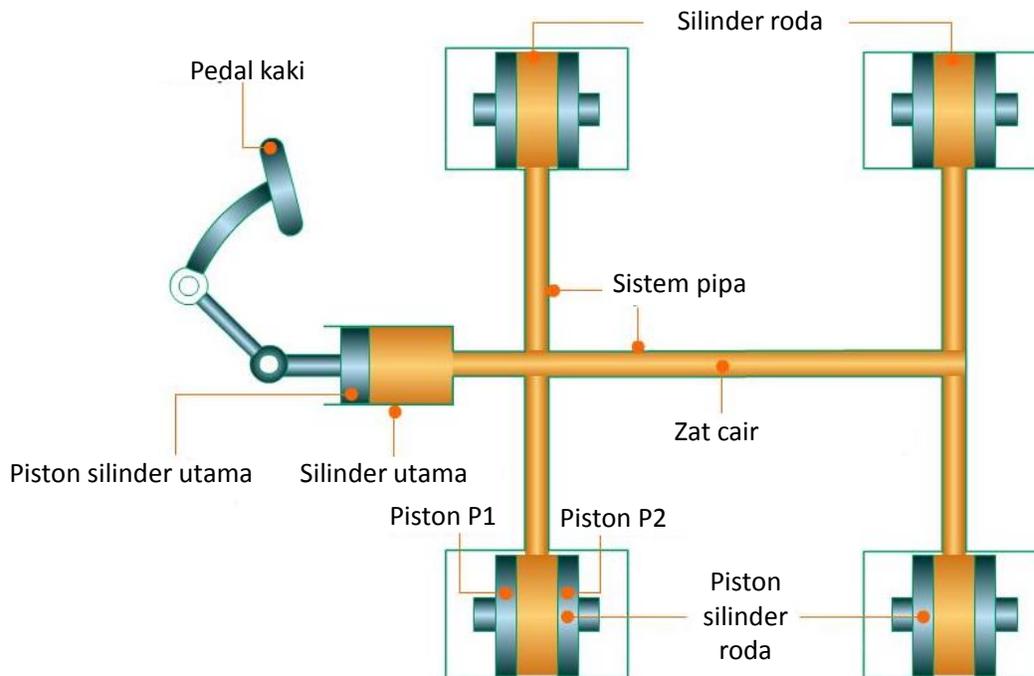
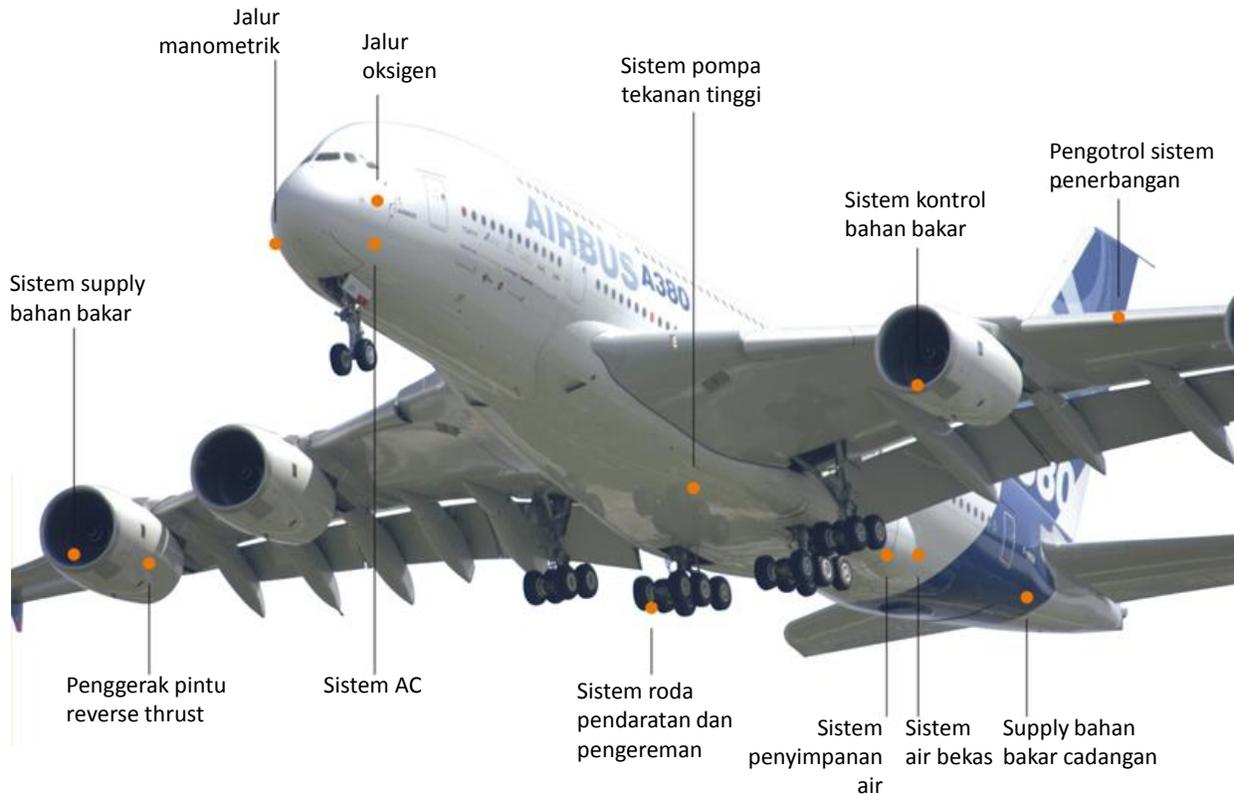
Saat ini sistem hidrolik mulai luas digunakan dalam pesawat-pesawat terbaru. Gambar 10.20 adalah contoh sistem hidrolik yang digunakan pada pesawat Airbus A380. Pesawat ini merupakan pesawat komersial terbesar yang ada saat ini. Pesawat ini dapat mengangkut hingga 850 orang penumpang.

Contoh 10.9

Dongkrak hidrolik pada tempat cuci mobil memiliki pipa (piston) pengangkat yang memiliki jari-jari 10 cm. Pipa tersebut didorong oleh sejenis oli. Oli dalam pipa dihubungkan dengan kompresor gas. Gas dari kompresor tersebut yang memberi tambahan tekanan pada oli sehingga dapat menaikkan dan menurunkan kendaraan yang dicuci. Berapakah tekanan gas dalam kompresor agar dapat mengangkat mobil yang memiliki massa 1.000 kg?

Jawab

Luas penampang pipa pengangkat mobil adalah $A_1 = \pi\times (0,1)^2 = 0,01\pi$. Gaya yang harus ditahan pipa dongkrak sama dengan berat mobil, yaitu $F_1 = W_{\text{mobil}} = m_{\text{mobil}}g$ = 1.100 $\times$ 10 = 11.000 N. Untuk menghasilkan gaya tersebut dibutuhkan tambahan tekanan $\Delta P = F_2/A_2$ = 11.000/0,01π = 11.000/(0,01 $\times$3,14) = 350.318 Pa. Tambahan tekana tersebut berasal dari udara dalam

kompresor. Dengan demikian, kompresor harus memberikan tambahan tekanan sebesar 350.318 Pa. Karena mobil sendiri mendapat tekanan dari atmosfer sebesar 100.000 Pa, maka tekanan dalam kompresor haruslah 350.318 + 100.000 = 450.318 Pa.

Gambar 10.19. Sejumlah aplikasi hukum Pascal yang dapat kita jumpai sehari-hari: (kiri atas) escavator, (kanan atas) dongkrak hidrolik, dan (bawah) sistem pengereman kendaraan (constructionequipment.hyundai.eu, pakethidrolikcucimobil.blogspot.com).

Gambar 10.20. Contoh sistem hidrolik pada pesawat Airbus A380. Pesawat ini adalah pesawat komersial terbesar saat ini (www.finetubes.co.uk).

10.8 Barometer

Barometer adalah alat ukur tekanan udara. Salah satu contoh barometer adalah barometer air raksa. Barometer ini memanfaatkan prinsip tekanan hidrostatis pada air raksa. Gambar 10.21 adalah barometer air raksa dan skemanya. Bagian utama barometer ini adalah wadah air raksa, pipa gelas vertikal yang tertutup ujung atasnya dan dalam keadaan vakum.

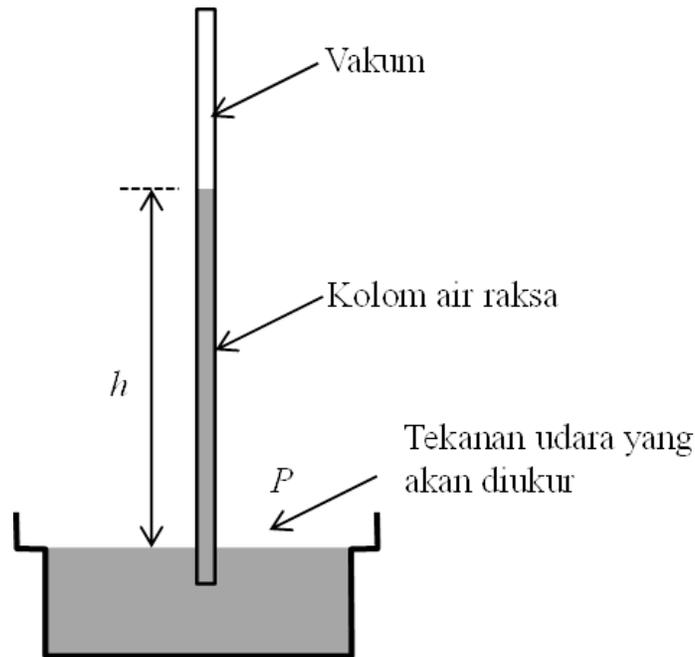
Karena ujung atas kolom adalah vakum maka ketinggian kolom memenuhi

$$P = \rho_r gh$$

dengan

ρ_r adalah massa jenis air raksa;

g adalah percepatan gravitasi bumi;

h adalah ketinggian kolom air raksa.

Gambar 10.21. (kiri) Contoh barometer air raksa (patrickmarney.co.uk). (kanan) Skema barometer air raksa. Terdapat wadah penampungan air raksa dan pipa kecil yang dicelupkan terbalik secara vertikal (bagian terbuka tercelup di dalam air raksa dan bagian tertutup di sisi atas). Pipa divakumkan. Air raksa dalam wadah ditekan oleh udara luar sehingga terdesak naik sepanjang pipa.

Pipa gelas diberi skala dan tiap skala diberi angka tekanan yang diukur.Jika barometer dibawa ke permukaan laut maka tekanan udara P = 1 atm = $1{,}01 \times 10^5$ Pa. Dengan menggunakan data massa jenis air raksa ρ_r = 13.600 kg/m^3 maka ketinggian kolom air raksa adalah

$$h = \frac{P}{\rho_r g} = \frac{1{,}01 \times 10^5}{13.600 \times 9{,}82} = 0{,}76 \text{ m}$$

Jadi ketinggian kolom air raksa pada barometer ketika mengukur tekanan 1 atm adalah 0,76 m = 76 cm. Oleh karena itu, tekakan 1 atm kadang disebut

tekanan 76 cmHg. Artinya tekanan yang menyebabkan kolom air raksa barometer naik setinggi 76 cm. Jika tekanan di suatu tempat adalah 60 cmHg maka dalam satuan atmosfer tekanan tersebut adalah (60/76) × 1 atm = 0,79 atm

Bisakah menggunakan air sebagai zat cair dalam barometer? Massa jenis air adalah 1.000 kg/m^3. Jika digunakan mengukur tekanan 1 atm maka ketinggian kolom air adalah 1,01 × 10^5/(1.000 × 9,82) = 10,28 meter! Jadi, jika menggunakan air sebagai zat cair maka tinggi kolom barometer harus lebih dari 10 meter! Tentu tidak praktis bukan?

Contoh 10.9

Jika barometer air raksa dibawa ke puncak gunung Tambora yang memiliki ketinggian 2.850 meter dari permukaan laut, berapakah tinggi kolom air raksa dalam barometer? Gunakan massa jenis udara 1 kg/m^3 dan massa jenis air raksa 13.600 kg/m^3.

Jawab

Tekanan hidrostatis udara setebal 2.850 meter adalah $\rho_{udara}gh$ = 1 × 10 × 2.850 = 28.500 Pa. Tekanan udara di permukaan laut adalah 1 atm = 100.000 Pa. Tekanan di puncak Tambora sama dengan tekanan di permukaan laut dikurang tekanan hidrostatis udara setebal 2.850 m, yaitu P = 100.000 – 28.500 = 71.500 Pa. Ketinggian kolom air raksa dalam barometer adalah

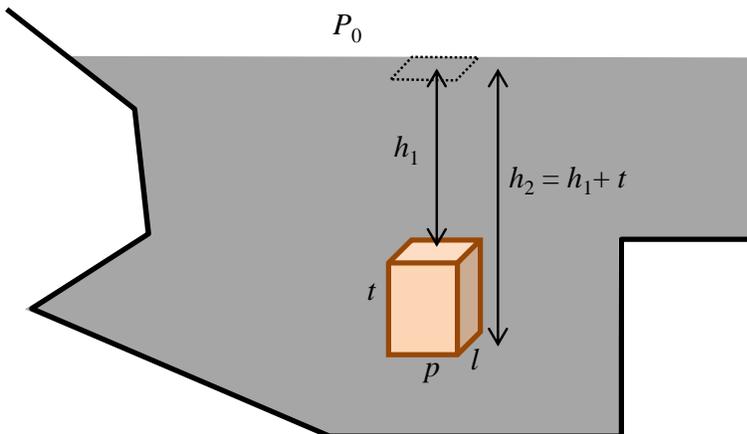
$$h = \frac{P}{\rho_r g} = \frac{71.500}{13.600 \times 10}$$ = 0,53 m = 53 cm.

10.9 Gaya Angkat Archimedes

Di udara kamu mungkin kesulitan atau bahkan tidak sanggup mengangkat sebuah batu. Tetapi ketika di dalam air, batu yang sama kadang dapat kamu angkat dengan mudah. Di udara sebuah benda yang dilepas akan jatuh hingga ke tanah. Tetapi ketika dimasukkan ke air sebagian benda malah diam di permukaan air (terapung). Kita melihat kapal-kapal raksasa yang yang terbuat dari baja terapung di laut (Gambar 10.22).

Mengapa benda yang begitu berat bisa terapung? Mengapa benda ketika di udara sangat berat, namun ketika dimasukkan dalam air menjadi begitu ringan? Jawabnya adalah zat cair menghasilkan gaya angkat pada benda yang tercelup di dalamnya.

Gambar 10.22 Kapal terbesar yang ada saat ini adalah *Maersk Triple-E*. Kapal ini memiliki panjang 400 meter, lebar 59 meter, dan kapasitas 18.000 TEU, artinya dapat mengangkut 18.000 kontainer. Kapal ini memiliki kecepatan maksimum 23 knots. Tinggi kapal diukur dari permukaan laut adalah 73 meter. Kedalaman yang tercelup dalam air adalah 14,5 meter.

Berapakah besar gaya angkat oleh zat cair? Mari kita tentukan persamaannya. Misalkan sebuah balok dengan panjang sisi p, l, dan t dicelupkan ke dalam zat cair (Gambar 10.23). Permukaan atas balok berada pada kedalaman h_1 dan permukaan bawahnya berada pada kedalaman $h_2 = h_1+t$. Untuk nenentukan gaya angkat kita hanya perlu memperhitungkan gaya yang bekerja pada permukaan atas dan bawah balok. Permukan kiri, kanan, depan, dan belakang hanya menghasilkan gaya arah horisontal sehingga tidak memberi kontribusi pada gaya angkat. Bisa juga kamu buktikan bahwa resultan gaya dalam arah horuisontal adalah nol.

Gambar 10.23. Benda berbentuk balok yang dicelupkan ke dalam zat cair. Benda mendapat tekanan hidrostatis dari berbagai sisi. Perkalian tekanan deengan luas menghasilkan gaya. Jadi, ada gaya yang bekerja pada tiap sisi benda. Jumlah semua gaya tersebut menghasilkan gaya netto ke atas. Inilah yang disebut gaya angkat Archimeses.

Tekanan total pada permukaan atas balok adalah $P_1 = P_0 + \rho g h_1$. Tekanan total pada permukaan bawah balok adalah $P_1 = P_0 + \rho g(h_1+t)$. Luas permukaan atas dan permukaan bawah balok sama, yaitu $A = pl$. Dengan demikian gaya ke arah bawah pada permukaan atas balok adalah $F_1 = P_1 A = (P_0 + \rho g h_1)pl$. Gaya ke arah atas pada permukaan bawah balok adalah $F_2 = P_2 A = (P_0 + \rho g h_1 + \rho g t)pl$. Gaya netto ke atas yang bekerja pada balok adalah

$$F_A = F_2 - F_1$$

$$= (P_0 + \rho g h_1 + \rho g t)pl - (P_0 + \rho g h_1)pl$$

$$= \rho g(plt)$$

Tetapi $plt = V_b$, yaitu volum balok. Dengan demikian, gaya angkat pada balok menjadi

$$F_A = \rho g V_b \qquad (10.16)$$

dengan ρ adalah massa jenis zat cair (kg/m^3), g adalah percepatan gravitasi bumi (m/s^2), dan V_b adalah volume bagian benda yang tercelup (m^3).

Gaya angkat oleh zat cair dikenal juga dengan gaya angkat Archimedes karena pertama kali dirumuskan oleh Archimedes. Dari persamaan (3.10) tampak jelas bahwa gaya angkat Archimedes sama dengan berat zat cair yang dipindahkan oleh bagian benda yang tercelup. Gaya angkat Archimedes maksimum jika seluruh bagian benda tercelup ke dalam zat cair.

Contoh 10.10

Misalnya masa tubuh kamu adalah 48 kg. Ketika mandi di kolam rendang, kamu merasakan tubuh men jadi ringan. Dan memang, jika saat dalam air kamu menggelantung di neraca terbaca massa tubuh kamu menjadi ringan. Misalkan skala neraca menunjukkan angka 25. Berapakah gaya angkat Archimedes pada tubuh kamu? Berapa volume tubuh kamu yang tercelup dalam air saat penimbangan? Gunakan massa jenis air 1.000 kg/m^3.

Jawab

Berat tubuh kamu saat di luar adalah m_1g = 48 × 10 = 480 N. Berat tubuh kamu saat penimbangan dalam air adalah m_2d = 25 × 10 = 250 N. Perbedaan berat ini disebabkan oleh adanya gaya angkat Archimedes. Jadi gaya angkat Archimedes adalag F_A = 480 – 250 = 230 N.

Jumlah air yang dipindahkan tubuh sama dengan volume bagian tubuh yang tercelup. Gaya angkat Archimedes sama dengan berat zat cair yang dipindahna, atau $F_A = m_a g = (\rho_a V_c)g$ dengan V_c adalah volume bagian tubuh yang tercelup. Jadi

$$V_c = \frac{F_A}{\rho_A g} = \frac{230}{1000 \times 10} = \frac{230}{10000} = 0{,}023 \text{ m}^3$$

Contoh 10.11

Sebuah benda terapung di danau. Setelah diamati ternyata hanya seperempat bagian benda yang ada di permukaan air sedangkan 3/4 ada di dalam air. Berdasarkan data tersebut berapakah massa jenis benda?

Jawab

Kita misalkan massa jenis benda adalah ρ_b dan volumenya adalah V. Massa benda adalah $m_b = \rho_b V$ dan berat benda adalah $W_b = m_b g = \rho_b Vg$. Volume benda yang tercelup adalah $V' = (3/4)V$. Dengan demikian gaya angkat Archimedes pada benda adalah $F_A = \rho_a V'g = (3/4)\, \rho_a Vg$.

Untuk benda yang terapung tidak ada gaya netto yang bekerja. Gaya angkat Archimedes persis sama dengan berat benda sehingga $W_b = F_A$, atau

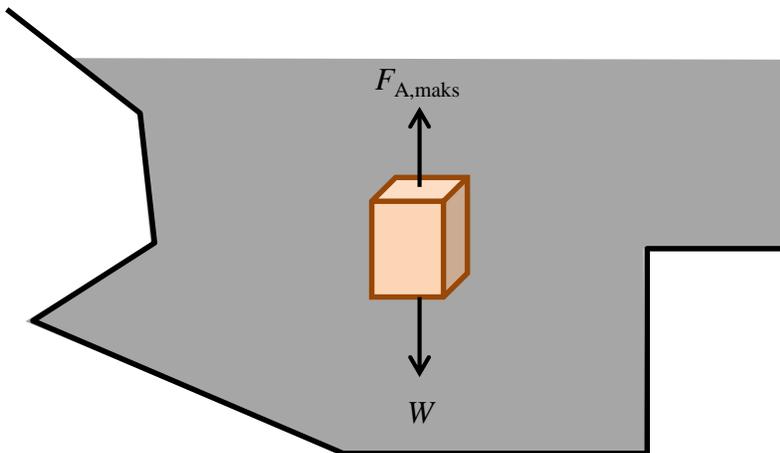
$$\rho_b Vg = \frac{3}{4} \rho_a Vg$$

atau

$$\rho_b = \frac{3}{4}\rho_a = \frac{3}{4} \times 1000 = 750 \text{ kg/m}^3$$

10.10 Tenggelam, Melayang, dan Terapung

Ketika benda dimasukkan dalam zat cair maka ada dua gaya arah vertikal yang bekerja pada benda. Gaya pertama adalah berat benda yang arahnya ke bawah. Gaya kedua adalah gaya angkat Archimedes yang arahnya ke atas. Berdasarkan perbandingan kekuatan gaya tersebut maka kita akan mengamati tiga fenomena ketika memasukkan benda dalam zat cair, yaitu tenggelam, melayang, dan terapung. Apa syarat agar benda tenggelam, melayang, atau terapung?

Untuk mengetahui kondisi mana yang akan terjadi, bayangkan kita mencelupkan seluruh bagian benda ke dalam zat cair (Gambar 10.24). Benda akan mengalami gaya angkat maksimum. Misalkan volum benda adalah *V* dan massa benda adalah *m*. Berat benda adalah $W = mg$. Gaya angkat maksimum yang dialami benda jika seluruh volume benda tercelup ke dalam zat cair adalah $F_{A,maks} = \rho_c g V_b$ di mana ρ_c adalah massa jenis zat cair.

Gambar 10.24. Setiap benda yang berada dalam zat cair selalu mendapat dua gaya. Gaya angkat Archimenes dan gaya gravitasi. Kekuatan masing-masing gaya tersebut yang menentukan benda terapung, melayang, atau tenggelam.

a) Benda tenggelam jika berat benda lebih besar daripada gaya angkat maksimum: $mg > \rho_c g V_b$, atau

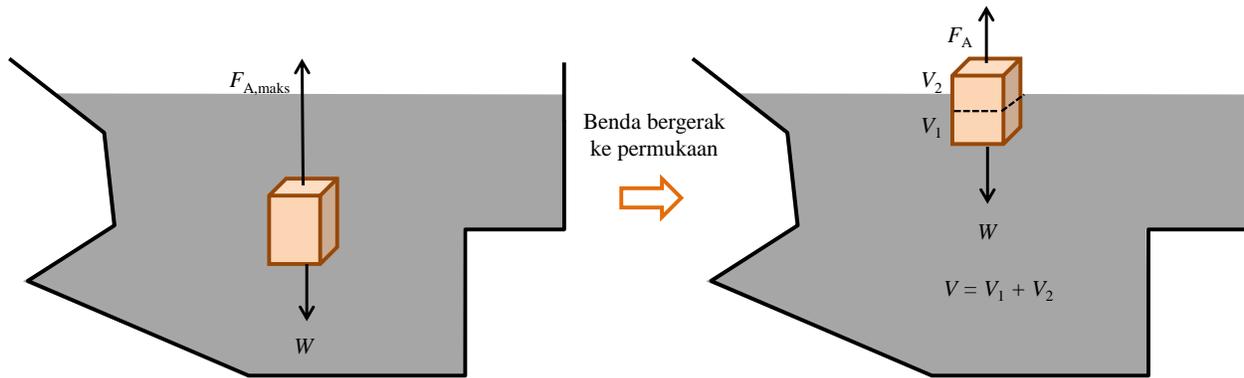
$$m > \rho_c V_b$$

b) Benda melayang jika berat benda sama dengan gaya angkat maksimum: $mg = \rho_c g V_b$, atau

$$m = \rho_c V_b$$

c) Benda terapung jika berat benda lebih kecil daripada gaya angkat maksimum: $mg < \rho_c g V_b$, atau

$$m < \rho_c V_b$$

Khusus untuk benda terapung, ketika seluruh bagian benda dicelupkan ke dalam zat cair maka gaya angkat Archimedes lebih besar daripada berat benda. Jika dilepas maka benda akan bergerak ke atas hingga sebagian volume benda muncul di permukaan cairan hingga tercapai kesetimbangan (Gambar 10.25).

Gambar 10.25. Jika gaya angkat maksimum lebih kecil dari berat benda, maka di manapun posisi awal benda diletakkan pada akhirnya benda akan terapung.

Pada kondisi setimbang, gaya angkat Archimedes sama dengan berat benda. Misalkan saat tercapai kesetimbangan volume bagian benda yang tercelup adalah V_1 maka gaya angkat Archimedes adalah $F_A = \rho_c g V_1$. Saat tercapai kesetimbangan maka $mg = \rho_c g V_1$, atau

$$m = \rho_c V_1$$

Atau volume benda yang tercelup adalah

$$V_1 = \frac{m}{\rho_c}$$

Volum benda yang muncul di permukaan zat cair adalah

$$V_2 = V - V_1$$

Salah satu teknologi canggih yang memanfaatkan prinsip melayang, mengapung, dan tenggelam adalah teknologi kapal selam. Kapal selam memiliki ruang khusus penampung air. Jumlah air yang ditampung bisa ditambah dan dikurangi. Ketika kapal selang akan muncul ke permukaan maka air dalam ruang tersebut dikeluarkan sehingga berat kapal selam berkurang. Gaya angkat Archimedes mengungguli berat sehingga kapal selam naik ke permukaan. Jika kapal selam inging turun ke dalam air maka air dalam ruang tersebut ditambah sehingga berat kapal selam meningkat. Jika berat melampaui gaja angkat Archimedes maka kapal selam turun masuk ke dalama air. Saat kapal selam akan bergerak maju maka kapal selam harus dalam kondisi melayang. Raung diisi air sedekimian rupa sehingga gaya angkat Arachimedes persis sama dengan massa kapal selam.

Contoh 10.12

Mengapa korban tenggelam mula-mula jasadnya masuk ke dalam air lalu beberapa hari kemudian akan muncul di permukaan?

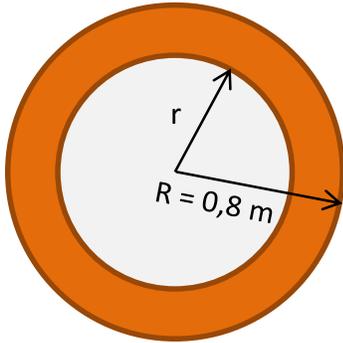
Jawab

Massa jenis tubuh manusia sedikit lebih besar daripada massa jenis air. Dengan demikian, orang yang meninggal karena tenggelam jasadnya akan masuk ke dalam air. Setelah beberapa hari jasad membengkak sehingga volumenya membesar. Karena massa jasad tidak berubah maka massa jenis menjadi mengecil. Ketika massa jenis menjadi lebih kecil dari massa jenis air maka jasad akan naik dan mengapung.

Contoh 10.13

Sebuah bola besi memiliki jari-jari 80 cm. Di dalam bola besi terdapat rongga yang berbentuk bola juga. Ketika dimasukkan ke dalam air ternyata bola besi tersebut melayang di air. Dari informasi ini hitung jari-jari rongga dalam bola besi. Massa jenis besi adalah 7.600 kg/m^3.

Jawab

Perhatikan Gambar 10.26

Gambar 10.26 Gambar untuk Contoh 10.13

Volume bola besi yang tercelup dalam air adalah $V = (4/3)\pi R^3 = (4/3) \times 3,14 \times (0,8)^3 = 2,14$ m3. Gaya angkat Archimedes pada bola besi adalah $F_A = \rho_a Vg = 1.000 \times 2,14 \times 10 = 21.400$ N.

Volume material besi saja adalah $V' = (4/3)\pi R^3 - (4/3)\pi r^3 = 2,14 - (4/3) \times 3,14 \times r^3 = 2,14 - 4,19\ r^3$. Massa material besi saja, $m_b = \rho_b V' = 7.600 \times (2,14 - 4,19\ r^3)$. Berat bola besi, $W_b = m_b g = 7.600 \times (2,14 - 4,19\ r^3) \times 10 = 76.000 \times (2,14 - 4,19\ r^3)$.

Karena bola besi melayang maka $W_b = F_A$ atau $76.000 \times (2,14 - 4,19\ r^3) = 21.400$ atau $2,14 - 4,19\ r^3 = 21.400/76.000 = 0,28$. Dengan demikian $4,19 r^3 = 2,14 - 0,28 = 1,86$ atau $r^3 = 1,86/4,19 = 0,444$. Akhirnya kita dapatkan jari-jari rongga bola besi adalah $r = (0,444)^{1/3} = 0,76$ m = 76 cm.

10.11 Terusan Panama

Terusan Panama adalah terusan yang melewati negara Panama, Amerika Tengah, yang menghubungkan Samudera Atlantik dan Samudera Pacific. Terusan Panama mempersingkat alur pelayaran antar dua samudera tersebut. Semula kapal laut dari samudera Pacific ke samudera Atlantik, atau sebaliknya harus melewati ujung selatang benua Amerika yang sangat jauh. Pelayaran tersebut sangat lama dan berbahaya karena sudah dekat dengan kutub selatan bumi. Terusan Panama mempersingkat pelayaran tersebut dengan menggali terusan di bagian sempit benua Amerika, yang menghubungkan samudara Pacific dengan laut Karibia. Pajang terusan ini hanya 80 kilimeter. Jumlah kapal yang melewati terusan Panama setiap hari di atas 200 kapal. Yang paling banyak melintas adalah kapal kargo, kapal tanker, dan kapal tongkang.

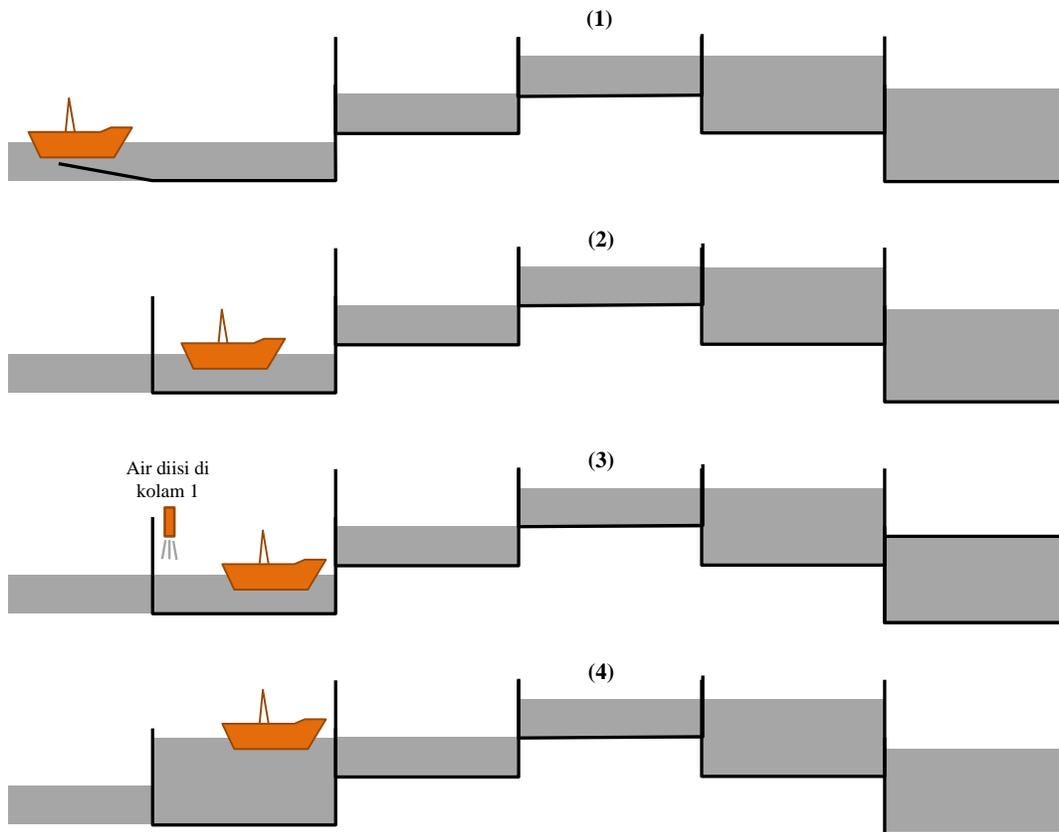
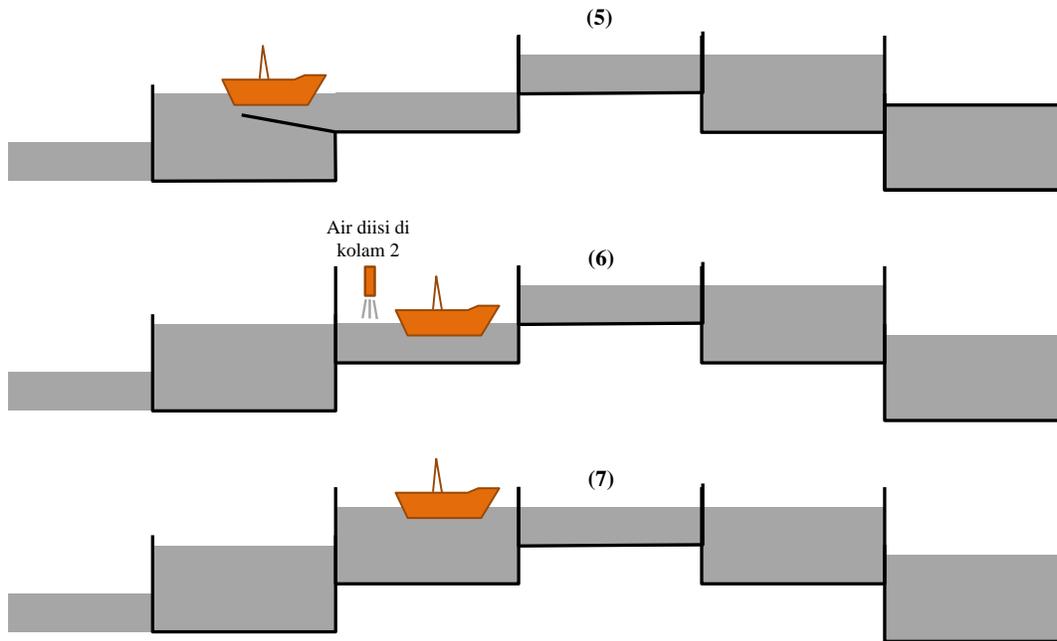
Hal serupa terjadi dengan pembangunan terusan Suez di Mesir yang menghubungkan laut Merah dan laut Tengah. Awalnya, kapal-kapal dari Eropa yang akan ke Asia harus melewati ujung selatan benua Afrika. Perjalanan tersebut sangat panjang dan berbahaya juga karena sudah dekat dengan kutub selatan bumi.

Terusan Panama berbeda dengan terusan Suez. Terusan Suez berada di daerah padang pasir sehingga proses penggalian untuk menghubungkan Laut Merah dan Laut Tengah relatif mudah. Setelah selesai dibangun, kapal-kapal melintas dengan mudah seperti melintasi sebuah sungai besar.

Gambar 10.27. Terusan Panama yang terdiori dari kolam-kolam besar. Sebelah kiri tampak kapal sedang melintas terusan Panama (pockets.upperroom.org)

Terusan Panama berada di pegunungan tinggi dan berbatu. Hingga saat ini para ahli belum sanggup membangun semacam sungai yang menghubungkan dua samudera tersebut. Para ahli belum sanggup menggali pegunungan hingga cukup dalam untuk membentuk semacam sungai yang menghubungkan langsung dua samudera. Tetapi sifat fluida statis menolong para ahli membuat terusan dalam bentuk kolam-kolam raksasa. Terusan Panama dibuat bukan dalam bentuk sungai, tetapi dalam bentuk kolam-kolam raksasa pada ketinggian yang berbeda.

Kolam tersebut dilengkapi dengan pintu-pintu air yang sangat kuat serta pompa pengisian air raksasa (Gambar 10.27). Prinsip kerjanya sebagai berikut

(Gambar 10.28). Misalkan kapal berasal dari samudera Pasifik menuju samudera Atlantik.

Gambar 10.28. Skema Pergerakan kapal di terusan Panama.

1) Kolam pertama memiliki ketinggian permukaan sama dengan ketinggian pemukaan samudera pasifik.
2) Kapal masuk ke kolam pertama.
3) Pintu kolam pertama ditutup rapat
4) Air diisi ke dalam kolam pertama. Akibat gaya angkat Archimedes, dengan naiknya permukaan air di kolam pertama maka posisi kapal juga ikut naik. Air diisi terus di kolam pertama hingga ketinggian permukaannya sama dengan ketinggian permukaan air di kolam kedua.
5) Setelah ketinggiap permukaan air kolam pertama dan kedia sama maka pintu air yang menghubungkan kolam pertama dan kedua dibuka. Setelah itu kapal masuk ke kolam kedua.
6) Air kemudian diisi ke kolam kedua hingga ketinggian permukaan air di kolam kedua sama dengan ketinggian permukaan air di kolam ketiga.
7) Selanjutnya kapal masuk ke kolam ketika. Begitu seterusnya hingga kapal masuk ke kolam tertinggi.
8) Selanjutnya kapal harus turun menuju ke samudera Atlantik. Kapal harus bergerak dari kolam yang tinggi ke kolam yang rendah. Caranya air dari kolam yang tinggi dikuras sehingga ketinggian permukaannya sama dengan ketinggian permukaan air di kolam berikutnya. Setelah itu kapal bergerak ke kolam berikutnya.
9) Begitu seterusnya hingga kapal sampai di samudera Atlantik.

Untuk memindahkan kapal dari samudera Pacific ke laut Karibia atau sebaliknya di terusan Panama dibutuhkan banyak air. Air-air tersebut semuanya akan berakhir melalui pembuangan ke laut. Untuk memindahkan satu kapal diperlukan air sekitar 50 juta galon. Pada tahun 2012 terdapat transit total 14.544 kapal atau secara rata-rata terdapat 40 transit per hari. Dengan demikian konnsumsi air per hari untuk memindahkan kapal-kapal tersebut sekitar 2 miliar galon. Sebagai pembanding, tahun 2005 konsumsi air oleh penduduk kota Panama dan Colon yang berada di sekitar terusan selama sehari hanya 250 juta galon. Dengan demikian, terusan Panama mengonsumsi air sekitar 8 kali lebih banyak daripada konsumsi seluruh penduduk Panama dan Colon.

10.12 Infus

Orang yang kekurangan cairan harus diinfus untuk mengembalikan cairan tubuh. Beberapa obat dimasukkan dalam tubuh melalui nfus sehingga bisa segera diserap sel-sel tubuh. Botol infus diletakkan agak tinggi. Dihubungkan dengan selang dan jarum yang ditusukkan ke dalam pembuluh darah. Dengan demikian, cairan infus bisa langsung masuk ke dalam aliran darah.

Agar cairan infus bisa masuk ke dalam pembuluh darah maka tekanan yang dimiliki cairan infus harus lebih tinggi daripada tekanan darah. Ini dilakukan dengan meninggikan posisi botol infus (Gambar 10.29). Tekanan cairan infus sama dengan tekanan atmosfer ditambah tekanan hidtostatis akibat ketinggian botol infus. Tekanan atmosfer adalah 76 cmHg. Tekanan hidrostatis cairan infus adalah P = $\rho_c gh$. Misalkan massa jenis cairan infus sama dengan massa jenis air maka P = 1.000 × 9,8 ×h = 9.800 h. Jika tekanan tersebut dinyatakan dalam cmHg maka P = (9.800/13.600 × 9.8) h (cm) = 0,074 h di mana h dalam cm.

Misalkan tinggi botol infus adalah 1 meter = 100 cm. Maka tekanan hidrostatis cairan infus adalah P = 0,074 × 100 = 7,4 cmHg. Dengan demikian, tekanan total cairan infus adalah 76 cmHg + 7,4 cmHg = 83,4 cmHg.

Tekanan darah normal manusia adalah 80 cmHg – 120 cmHg. Dengan tekanan cairan infus 83,4 cmH maka cairan infus dapat masuk ke dalam darah saat tekanan darah antara 80 cmHg sampai 83,4 cmHg. Saat tekanan darah berada pada nilai antara 83,4 cmHg sampai 120 cmHg, cairan infus berhenti masuk ke dalam darah. Untuk pasien yang memiliki tekanan darah tinggi posisi botol infus harus lebih tinggi sehingga tekana total yang dihasilkan lebih tinggi daripada tekanan darah pasien.

Gambar 10.29. Skema infus (hospital-int.net).

10.13 Tekanan Yang Dilakukan Gas

Berbeda dengan zat cair maupun zat padat, gas selalu memenuhi seluruh ruang dalam wadah. Jika dimasukkan dalam wadah maka molekul-molekul gas cenderung bergerak ke segala arah secara seragam. Oleh karena itu tekanan dalam gas selalu sama di setiap titik.

Tekanan gas dihasilkan oleh tumbukan molekul-molekul gas pada benda yang bersentuhan dengan gas. Molekul-molekul gas selalu bergerak secara acak. Ketika mengenai permukaan benda maka molekul tersebut mengalami pemantulan. Pemantulan molekul menghasilkan gaya pada permukaan benda. Karena permukaan benda memiliki luas maka permukaan benda merasakan adanya tekanan

P **= gaya oleh molekul-molukul gas/luas permukaan benda**

Inilah tekanan yang diukur sebagai tekanan gas. Bagaimana persamaan tekanan gas? Mari coba kita turunkan.

1) Makin besar besar suhu gas maka makin kencang gerakan molekul-molekul gas (Gambar 10.30 atas). Ketika molekul tersebut menumbuk permukaan benda dan dipantulkan maka gaya yang diberikan molekul gas makin besar. Akibatnya tekanan yang dirasakan permukaan benda makin besar. Jadi kita simpulkan bahwa tekanan gas sebanding dengan suhu gas, atau $P \propto T$, dengan T adalah suhu (K).
2) Di samping itu, jika dalam wadah tersebut konsentrasi molekul gas makin besar maka makin banyak molekul yang menumbuk permukaan benda (Gambar 10.30 bawah). Dengan demikian, gaya total yang dirasakan poermukaan benda kibat ditumbuk oleh molekul gas makin besar sehingga tekanan yang dihasilkan makin besar. Oleh karena itu kita sampai pada kesimpulan kedua bahwa tekanan gas berbanding lurus dengan konsentrasi molekul gas, atau $P \propto n$, dengan n adalah konsentrasi (jumlah molekul per satuan volum).

Jika dua kesebandingan di atas digabung menjadi sebuah persamaan maka kita peroleh tekanan gas memenuhi

$$P = knT \qquad (10.17)$$

dengan k adalah konstanta pembanding. Mengingat definisi konsentrasi sebagai jumlah molekul per satuan volum atau $n = N/V$, maka persamaan tekanan gas dapat juga ditulis sebagai

$$P = \frac{kNT}{V} \qquad (10.18)$$

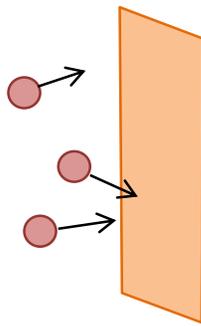
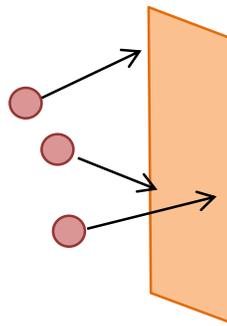
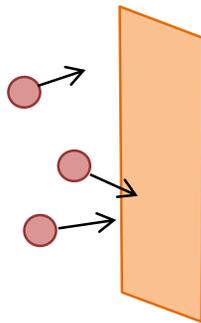
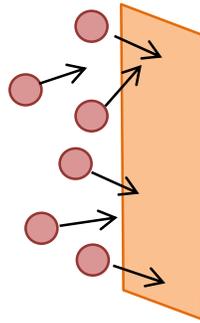
Hasil percobaan yang sangat teliti menunjukkan nilai konstanta pembanding $k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K. Konstanta ini disebut konstanta Boltzmann.

Contoh 10.14

Pada tekanan udara 1 atm dan suhu 0°C dan volum 22,4 liter, berapakah jumlah atom gas?

Jawab

Tekanan 1 atm yang lebih eksak adalah $P = 1{,}0133 \times 10^5$ Pa. Suhu gas $T = 0$ °C = 273 K. Volum gas $V = 22{,}4$ liter = $22{,}4 \times 10^{-3}$ = $2{,}24 \times 10\text{-}2$ m^3. Jadi, jumlah atom gas pada keadaan tersebut dihitung dengan persamaan (3.12) adalah

$N = PV/kT = (1{,}0133\times 10^5) \times (2{,}24 \times 10^{-2})/[(1{,}38 \times 10^{-23}) \times 300] = 6{,}02 \times 10^{-23}$ atom.

Gambar 10.30. Jika suhu rendah maka kecepatan molekul kecil sehingga gaya tumbuk molekul pada permukaan bgenda kecil dan tekanan yang dihasilkan kecil. Jika suhu tinggi maka kecepatan molekul besar sehingga gaya tumbuk molekul pada permukaan benda besar dan tekanan yang dihasilkan besar. Lihat gambar bawah. Jika konsentrasi rendah maka jumlah molekul yang menumbuk dinding sedikit sehingga gaya total tumbukan molekul pada permukaan benda kecil dan tekanan yang dihasilkan kecil. Jika konsentrasi tinggi maka jumlah total molekul yang menumbuk dinding banyak sehingga gaya total tumbukan molekul pada permukaan benda besar dan tekanan yang dihasilkan besar.

10.14 Presto

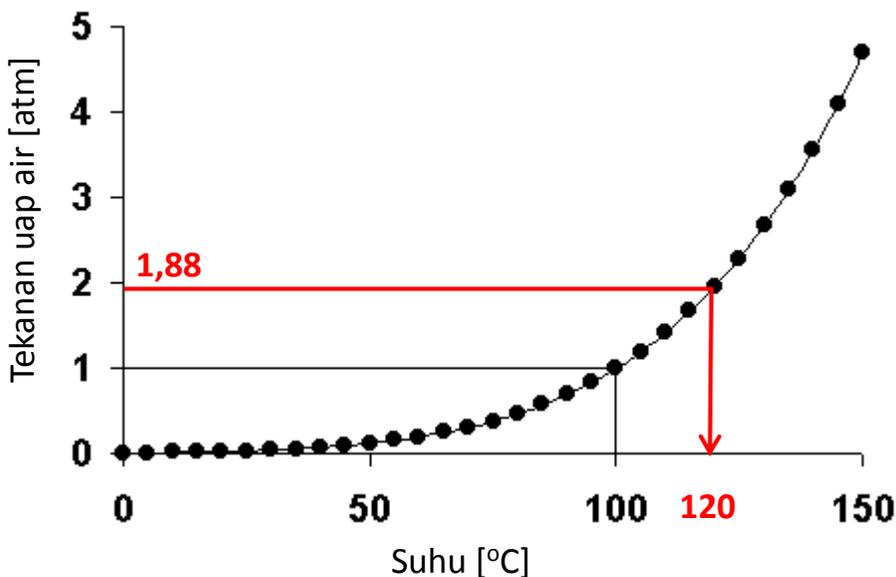
Presto yang dalam bahasa Inggris disebut *pressure cooker* adalah alat masak tekanan tinggi (Gambar 10.31). Udara dalam presto (sebagian besar adalah uap air) dibuat pada tekanan yang tinggi, lebih tinggi dari tekanan atmosfer. Pada tekanan yang lebih tinggi air mendidih pada suhu yang lebih tinggi. Pada tekanan satu atmosfer, air mendidih pada suhu 100 ^{o}C. Akibat tekanan dalam presto yang tinggidaripada satu atmosfer maka suhu dalam presto lebih tinggi dari pada 100 ^{o}C. Ini berarti dengan presto kita dapat memasak makanan pada suhu lebih tinggi sehingga lebih cepat matang.

Gambar 10.31. (kiri) Contoh presto dan (kanan) jika tekanan uap di dalam presto maka pembeban di bagian penutup sedikit terangkat sehingga keluar semburan uap sehingga tekanan kembali turun. Mekanisme ini mengontrol agar tekanan dalam presto memiliki batas maksimum

Gambar 10.31. Beban pengotrol tekanan di tutup presto

Mungkin ada yang bertanya, berapakah suhu air dalam presto? Presto memiliki pengontrol tekanan, yaitu sebuah beban yang dipasang di tutup presto. Beban tersebut menutup lubang kecil yang ada di tutup presto. Gambar 10.32 adalah contoh beban yang dipasang di penutup prestor. Beban tersebut dipasang pada lubang kecil yang berada di tutup presto. Jika tekanan udara di dalam presto terlampau tinggi maka beban sedikit terangkat sehingga membuka lubang di tutup presto. Akibatnya terjadi semburan uap keluar dari prestor yang menyebabkan tekanan kembali turun.

Contoh beban yang ada memiliki massa 63 g dan menutup lubang presto dengan diameter 3 mm. Ini berarti berat beban adalah $W = mg = 0{,}063 \times 10 = 0{,}63$ N. Luas penampang lubang adalah A = πr^2. Jari-jari presto adalah $r = d/2 = 3/2 = 1{,}5$ mm = 0,0015 m. Maka $A = 3{,}24 \times (0{,}0015)^2 = 7{,}1\times 10^{-6}$ m^2. Oleh karena itu tambahan tekanan dalam presto akibat adanya beban tersebut adalah $P = W/A = 0{,}63/(7{,}1\times 10^{-6})$ = 87.732 Pa. Tekanan sebesar ini sama dengan 0,88 atm. Jadi dengan tambahan tekanan oleh beban maka tekanan total dalam presto adalah 1,88 atm.

Gambar 10.33 adalah hubungan antara suhu uap air dan tekanan yang dihasilkan. Pada tekanan 1 atm, suhu uap air hanya 100 ^{o}C. Namun dalam presto yang memiliki tekanan 1,88 atm, suhu air dan uap mencapai 120 ^{o}C.

Gambar 10.32. Hubungan antara suhu dan tekanan uap air. Pada tekana 1,88 atm (tekana dalam presto), suhu uap air dan air di dalamnya mencapai 120 ^{o}C (chem.purdue.edu).

Orang tua kita jaman dulu sebenarnya sudah mengenal presto meskipun dalam bentuk yang sederhana. Caranya adalah mereka memberikan

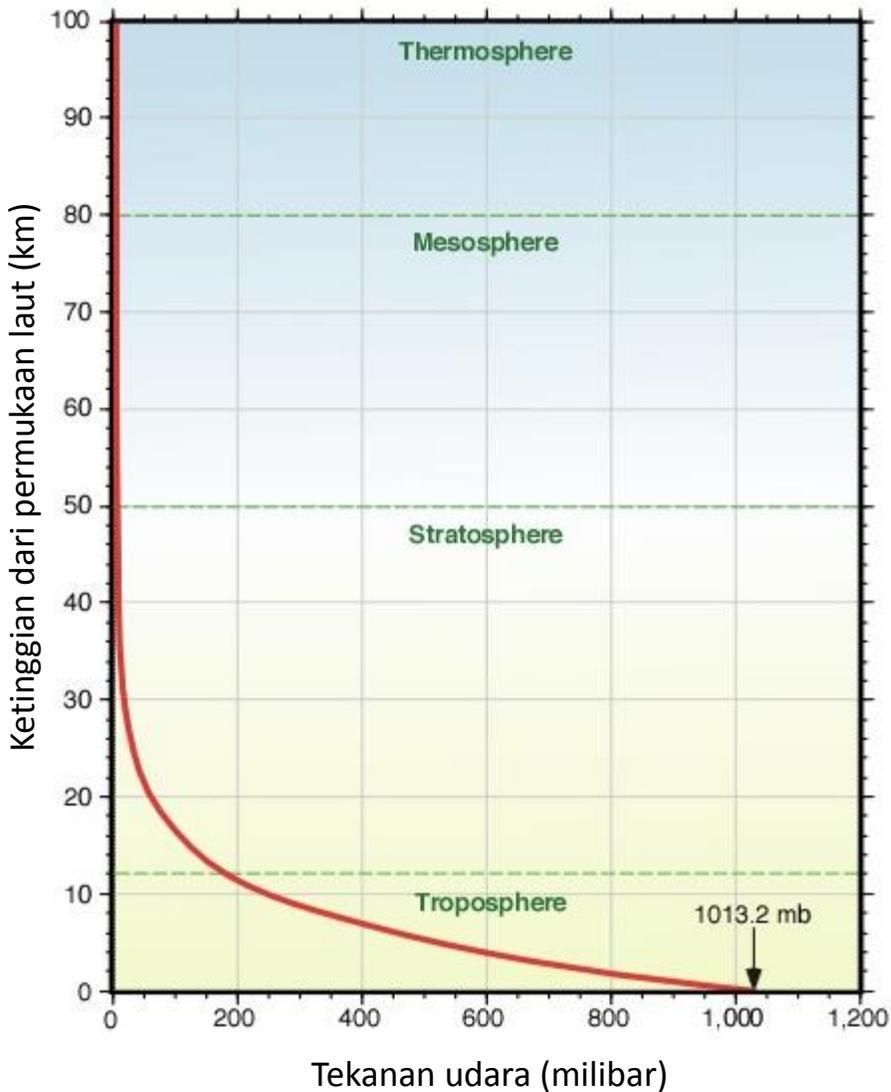
pembeban pada tutup panci (Gambar 10.34). Kalau tidak ada pembeban maka sedikit saja tekanan dalam panci melampaui tekanan atmosfer maka tutup akan terbuka sehingga uap keluar. Keluarnya uap menyebabkan tekanan di dalam panci kembali turun sama dengan tekanan atmosfer. Tetapi, ketika penutup panci diberi beban pemberat maka uap di dalam panci perlu menghasilkan tekanan yang tinggi dulu agar dapat membuka penutup panci. Dengan demikian, tekanan yang cukup jauh di atas satu atmosfer dapat dihasilkan sehingga suhu dalam panci lebih tinggi daripada 100 ^{o}C.

Gambar 10.34. Presto orang tua kita dulu. Caranya adalah memberi pembeban pada tutup panci (pengeluarantanaman.blogspot.com).

10.15 Tekanan dalam Kabin Pesawat

Di permukaan laut tekanan udara adalah 1 atm. Satuan lain untuk tekanan udara yang sering digunakan adalah bar yang merupakan singkatan dari barometer. Nilai 1 bar = 100.000 Pa. Karena nilai 1 atm = 101.320 Pa maka 1 atm = 1,0132 bar. Makin kita naik ke atmosfer maka tekanan udara makin kecil. Gambar 10.35 adalah kurva perubahan tekanan atmosfer terhadap ketinggian diukur dari permukaan laut.

Yang menarik adalah ketika kita naik pesawat, khususnya pesawat jet. Ketinggian jelajah pesawat jet bisa mencapat 40.000 kaki atau sekitar 12 km dari permukaan laut. Umumnya pesawat jet memiliki ketinggian jelajah di atas 10 km. Kalau kita melihat kurva pada Gambar 10.34, pada ketinggian 10 km di atas permukaan laut tekanan udara hanya sekitar 200 milibar atau setara

dengan 0,2 atm. Ini adalah tekanan yang sangat rendah dan manusia bisa segera pingsan dan meninggal pada tekanan tersebut karena kekurangan oksigen. Tetapi bagaimana caranya penumpang pesawat bisa aman selama berjam-jam di dalam penerbangan? Manusia masih bisa nyaman hingga tekanan minimum sekitar 800 milibar. Berada dalam waktu lama di bawah tekanan 800 milibar akan terjadi gangguan pada kesehatan manusia. Tekanan 800 milibar ini kira-kira sama dengan tekanan atmosfer pada ketinggian 2.400 meter dari permukaan laut (lihat kurva di Gambar 10.34).

Gambar 10.35. Perubahan tekanan atmosfer terhadap ketinggian. Tekana dinayatakan dalam satuan milibar (1 bar = 1.000 milibar) (physicalgeography.net).

Kabin pesawat adalah ruang yang tertutup (Gambar 10.36 kiri). Tidak ada udara yang dapat keluar dan masuk kabin setelah pintu ditutup. Ketika pesawat takeoff maka tekanan kabin mula-mula 1.013,2 milibar. Ketika

pesawat makin tinggi maka tekanan dalam kabin diturunkan perlahan-lahan. Hingga pada ketinggian jelajah sekitar 10 km sampai 12 km tekanan di dalam kabin dibuat tetap pada tekanan sekitar 800 milibar. Tekanan dalam kabin pesawat Boeing 777 sekitar 8,5 Psi atau sekitar setengah atmosfer. Penurunan tekanan terlahan-lahan tersebut tidak dapat dirasakan oleh penumpang. Perubahan tekanan tersebut dikontrol oleh alat yang bernama *pressurization controls*. Gambar 10.36 (kanan) adalah *pressurization controls* yang dipasang di pesawat Boeing-737 Next Generation. Begitu pula saat pesawat akan mendarat. Tekanan dalam kabin dinaikkan secara perlahan-lahan hingga kembali menjadi tekanan 1 atmosfer kertika pesawat sudah berada di landasan.

Gambar 10.35. (kiri) Kabin pesawat adalah ruang tertutup dan tidak ada udara yang dapat keluar masuk secara bebas (travel.detik.com). Udara dapat keluar dan masuk meluai sistem pengontrolan sehingga tekanan udara dalam kabin dapat dibuat tetap. Saat pesawat menjelajah, tekanan udara dalam kabin jauh lebih tinggi daripada tekanan udara luar. (kanan) *Pressurization controls* yang dipasang di pesawat Boeing-737 Next Generation (en.wikipedia.org). Alat ini yang mengukur tekanan udara dalam kabin dang memerintahkan tambahan supply udara jika tekanan udara dalam kanin sedikit turun.

Dalam dunia penerbangan ada istilah ketinggian kabin (*cabin altitude*). Ketinggian kabin dinyatakan dalam meter. Ketinggian kacil adalah ketinggian atmosfer yang tekanannya sama dengan tekanan dalam kabin pesawat. Sebagai contoh, pada ketinggian 2.400 meter tekanan atmosfer adalah 800 milibar. Jika pesawat menjelah pada ketinggian 12 km dari permukaan laut dan tekanan dalam kabin adalah 800 milibar maka ketinggian kabin adalah 2.400 meter. Dengan kata lain, berapa pun ketinggian jelajah pesawat, namun jika tekanan dalam kabin adalah 800 milibar maka ketinggian kabin adalah 2.400 meter. Ketinggian kabin tidak bergantung pada ketinggian pesawat, tetapi hanya ditentukan oleh tekanan udara dalam kabin. Jika pesawat memasang tekanan dalam kabin 1 atm maka ketinggian kabin adalah 0, berapa pun ketinggian pesawat.

10.16 Mengitung Luas Patung Pangeran Diponegoro

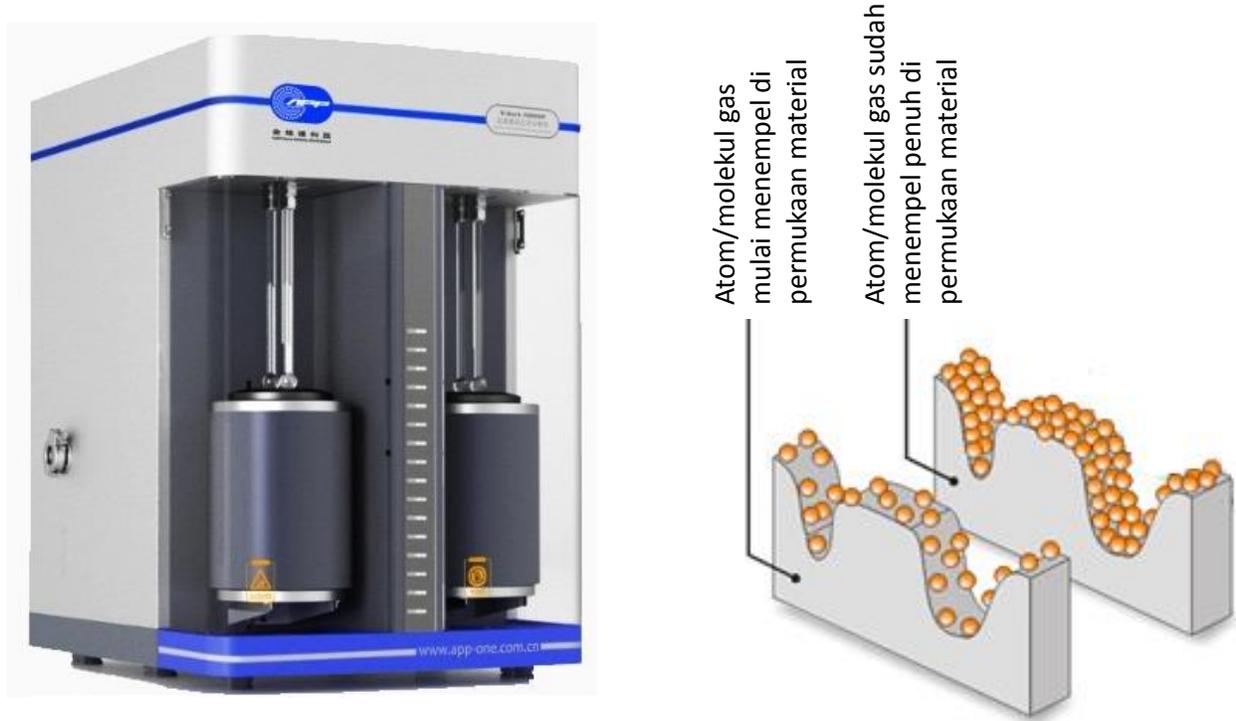
Patung Pangeran Diponegoro yang sedang menunggang kuda dapat ditemui di kota Magelang (Gambar 10.37). Kalau kalian ditanya seseorang untuk menghitung luas seluruh permukaan patung, bagaimana caranya? Sulit bukan? Apalagi mengingat permukaan patung berlekuk-lekuk. Makin banyan dan makin kecil lekukan tentulah makin sulit menghitung luas permukaan patung tersebut? Adakah cara yang mudah?

Salah satu cara yang cerdas adalah menggunakan bola-bola kecil, misalnya kelereng atau bola karet seukuran kelereng. Kumpulkan bola tersebut sebanyak-banyaknya. Hitung jumlah bola yang kalian kumpulkan. Kemudian tempelkan bola-bola tersebut menutup semua permukaan patung. Tidak ada lagi permukaan patung yang terbuka (tidak ditutupi bola). Setelah itu kalian hitung jumlah bola yang tersisa. Dengan demikian, jumlah bola yang sudah ditempel dapat diketahui. Jika luas daerah yang diisi satu bola dapat ditentukan maka jumlah luas permukaan patung yang ditutupi bola bisa dihitung dengan mudah. Cerdas bukan? Misalkan luas yang ditempati satu kelereng adalah 1,5 cm^2 dan setelah disusun ternyata ada 2.500 kelereng yang menutupi seluruh permukaan patung. Maka luas permukaan patung adalah 2.500 × 1,5 = 3.750 cm^2.

Gambar 10.37. Patung pangeran Diponegoro yang ada di kota Magelang (isroiphotography.wordpress.com). Pada gambar kanan, kelereng ditempel di permukaan patung hingga menutup semua permukaan patung.

Dan perlu kalian tahu bahwa metode seperti inilah yang digunakan untuk menghitung luas permukaan partikel-partikel kecil atau benda yang

mengandung pori-pori kecil. Tentu yang digunakan bukan bola, tetapi atom atau molekul. Luas permukaan material dihitung berdasarkan jumlah atom atau molekul gas yang menempel di permukaan tersebut. Luas satu atom atau molekul sudah ada datanya. Jadi, dengan mengetahui jumlah atom atau molekul yang menempel di permukaan material maka luas material dapat dihitung. Metode ini dinamakan metode BET, yang merupakan singkatan dari nama Braunerr, Emmet, dan Tellet, sang penemu metode tersebut. Alat BET sudah digukanan secara luas dalam penelitian dan industri. Gambar 10.38 adalah contoh alat BET.

Cara pengukuran dengan BET sebagai berikut. Material yang akan diukur luas permukaannya dimasukkan dalam ruang kemudian ruang tersebut divakumkan. Setelah vakum maka gas tertentu dimasukkan ke dalam ruang tersebut dengan tekanan P_0. Lalu biarkan beberapa lama. Atom atau molekul gas mulai menempel di permukaan material sehingga jumlah atom atau molekul gas yang masih bebas menjadi berkurang. Akibatnya, tekanan gas dalam ruang menjadi berkurang secara perlahan-lahan. Suatu saat tekanan tidak berubah lagi. Pada saat ini seluruh permukaan material sudah ditempeli atom atau molekul gas. Kita ukur tekanan akhir ini. Misalnya didapat P.

Gambar 10.38. (kiri) Salah satu alat BET yang digunakan untuk menentukan luas permukaan material yang berukuran sangat kecil (app-one.com.cn). Dasar kerja alat ini adalah menghitung jumlah atom atau molekul gas yang menempel dan menutupi permukaan material (kanan). Karena luas satu atom atau molekul sudah ada datanya maka luas permukaan material dapat ditentukan.

Dengan menggunakan persamaan (10.18) maka jumlah atom atau molekul yang mula-mula dimasukkan ke dalam ruang adalah

$$N_0 = \frac{P_0 V}{kT} \tag{10.18}$$

Setelah tekanan tidak berubah lagi maka jumlah atom atau molekul menjadi

$$N = \frac{PV}{kT} \tag{10.19}$$

Dengan demikian, jumlah atom atau molekul yang menembel di permukaan material adalah

$$\Delta N = N_0 - N$$

$$= (P_0 - P)\frac{V}{kT} \tag{10.20}$$

$\Delta N = N_0 - N = (P_0 - P)V/kT$. Jika luas satu atom atau molekul adalah a maka luas permukaan material adalah $A = \Delta N a$.

Contoh 10.15

Molekul nitrogen digunakan untuk menghitung luas total permukaan sejumlah partikel yang berukuran nanometer. Ruang penyimpanan sampel dalam BET memiliki ukuran 0,5 liter. Mula-mula tekanan awal nitrogen adalah 2 atm. Setelah dibiarkan cukup lama, nitrogen dalam alat mencapai tekanan konstan 1,9 atm. Suhu pengukuran adalah 27 ^{o}C. Perkirakan luas pemukaan total partikel-partikel tersebut. Luas satu molekul nitrogen adalah 0,162 nm^2 dan konstanta Boltzmann adalah 1,38 $\times$ 10^{-23} J/k.

Jawab

Tekanan awal gas adalah P_0 = 2 atm = 2 × 10^5 Pa. Tekanan akhir gas adalah P = 1,9 atm = 1,9 × 10^5 Pa. Perubahan tekanan gas $P_0 - P = 10^4$ Pa. Suhu pecobaan T = 27 °C = 27 + 273 = 300 K. Volume ruang yang ditempati gas V = 0,5 L = 0,5 × 10^{-3} m^3 = 5 × 10^{-4} m^3. Jumlah molekul yang menempel di permukaan semua partikel adalah $\Delta N = N_0 - N = (P_0 - P)V/kT$ = 10^4× (5 × 10^{-4})/[(1,38 × 10^{-23}) × 300] = 1,2 × 10^{21} molekul.

Luas sebuah molekul adalah a = 0,162 nm^2 = 0,162 × (10^{-9} m)^2 = 0,162 × 10^{-18} = 1,62 × 10^{-19}. Dengan demikian, luas total permukaan partikel adalah $A = \Delta N a$ = (1,2 × 10^{21})×(1,62 × 10^{-19}) = 194,4 m^2.

10.17 Tegangan Permukaan

Banyak pengamatan menarik tentang permukaan fluida. Jarum yang diletakkan perlahan-lahan di atas permukaan fluida tetap mengambang asalkan tidak basah meskipun massa jenis jarum lebih besar daripada massa jenis fluida. Pada tempat jarum diletakkan, permukaan fluida sedikit melengkung ke bawah mengikuti kontour permukaan jarum (Gambar 10.39). Fenomena ini memperlihatkan bahwa permukaan fluida berperan sangat mirip dengan membran yang direntangkan. Jarum akan masuk tenggelam ke dalam fluida jika permukaan fluida tertusuk, yang mirip dengan robeknya membran.

Karena permukaan fluida mirip dengan membran yang direntangkan, maka permukaan fluida menarik benda pada tepinya dengan gaya yang sejajar permukaan. Contohnya, air yang ada dalam gelas. Pada tempat kontak dengan gelas, permukaan air menarik dinding gelas. Berapakah besar gaya tariuk oleh permukaan fluida?

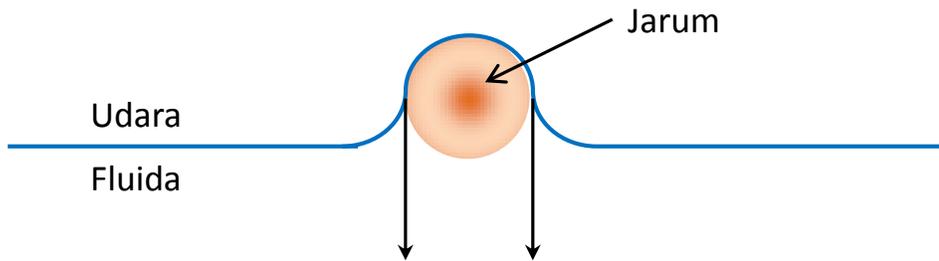
Dari hasil pengamatan diperoleh bahwa besarnya gaya tarik oleh permukaan fluida pada tempat kontak dengan zat padat adalah

$$F = \gamma L \qquad (10.21)$$

dengan

F gaya oleh permukaan fluida;

L panjang garis kontak antara permukaan fluida dengan zat padat;

γ konstanta yang dikenal dengan tegangan permukaan fluida.

Gambar 10.39 Jarum terapung di atas permukaan fluida.

Tegangan permukaan beberapa fluida tampak pada Tabel 10.3

Tabel 10.3 Tegangan permukaan beberapa fluida

Fluida	Tegangan permukaan (N/m)
Air raksa (20 °C)	0,440
Alkohol (20 °C)	0,023
Air (0 °C)	0,076
Air (20 °C)	0,072
Air (100 °C)	0,059
Benzen (20 °C)	0,029
Oksigen cair (-193 °C)	0,016

Contoh 10.16

Sebuah kawat kecil yang panjangnga 10 cm dicelupkan ke dalam benzen. Kawat tersebut kemudian diratik perlahan-lahan dalam posisi sejajar keluar dari permukaan benzen. Berapakah gaya oleh permukaan benzen pada kawat, sebelum kawat lepas dari permukaan benzen?

Jawab

Panjang kawat adalah ℓ = 10 cm = 0,1 m. Tetapi karena pada masing-masing sisi kawat terdapat lapisan permukaan fluida, maka panjang total permukaan fluida yang kontak dengan kawat adalah

$$L = 2 \times \ell = 0{,}2 \text{ m}$$

Berdasarkan Tabel 10.3 tegangan permukaan benzen adalah γ = 0,029 N/m. Dengan demikian gaya yang dilakukan permukaan fluida pada kawat adalah

$$F = \gamma L = 0{,}029 \times 0{,}2 = 0{,}0058 \text{ N}$$

10.18 Kelengkungan Permukaan Fluida

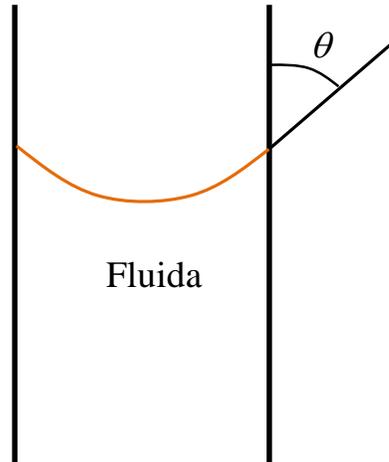
Jika air dimasukkan ke dalam gelas kemudian permukaannya diamati dengan seksama, khususnya pada posisi kontak dengan gelas maka tampak permukaan air sedikit melengkung ke atas. Kelengkungan permukaan tersebut disebabkan karena adanya gaya tarik antara molekul air dengan atom pada permukaan gelas. Jika gaya tarik antara molekul fluida dengan atom pada permukaan zat pada mengungguli gaya tarik antar molekul fluida maka permukaan fluida pada tempat kontak dengan zat padat sedikit naik. Sebaliknya, jika gaya tarik antara molekul fluida dengan atom pada permukaan zat padat lebih kecil daripada gaya tarik antar molekul fluida maka permukaan fluida pada tempat kontak dengan zat padat sedikit turun. Gaya tarik antar atoll/molekul dari zat yang sama dikenal dengan gaya **kohesi**. Contohnnya adalah gaya tarik antar molekul fluida atau antar atom zat padat. Sebaliknya, gaya tarik antar molekul zat yang berbeda disebut **adhesi**. Contoh gaya adhesi adalah gaya tarik antara molekul fluida dengan atom pada dinding zat padat.

Ada dua macam bentuk kelengkungan permukaan fluida pada posisi kontak dengan permukaan zat padat.

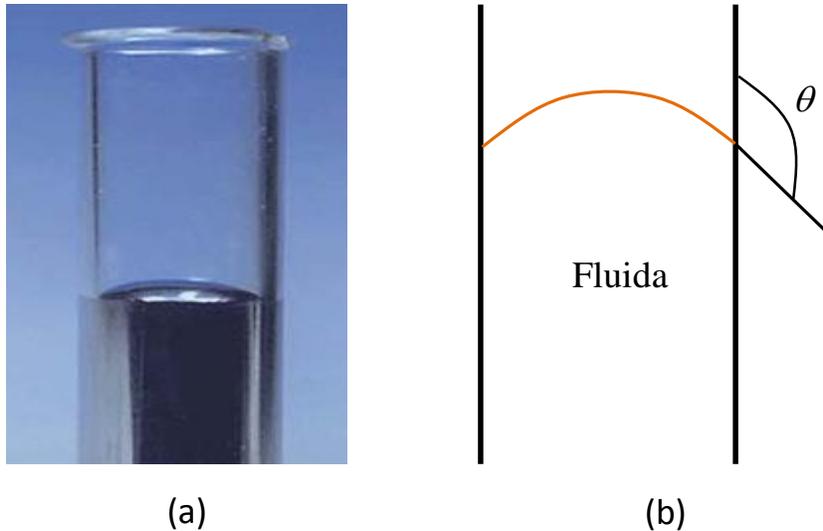
Permukaan cekung

Pada tempat kontak dengan zat padat, permukaan fluida menjauhi fluida. Permukaan cekung terjadi jika gaya adhesi lebih besar daripada gaya kohesi. Contoh permukaan ini adalah air yang dimasukkan ke dalam gelas (Gambar 10.40).

Cairan yang membentuk permukaan cekung dikatakan sebagai “cairan yang membasahi dinding”. Ketika cairan tersebut dibuang dari wadah, dinding

tampak basah. Pada tempat kontak dengan dinding, permukaan cairan membentuk sudut θ antara 0 sampai 90°.

Gambar 10.39 Permukaan cekung

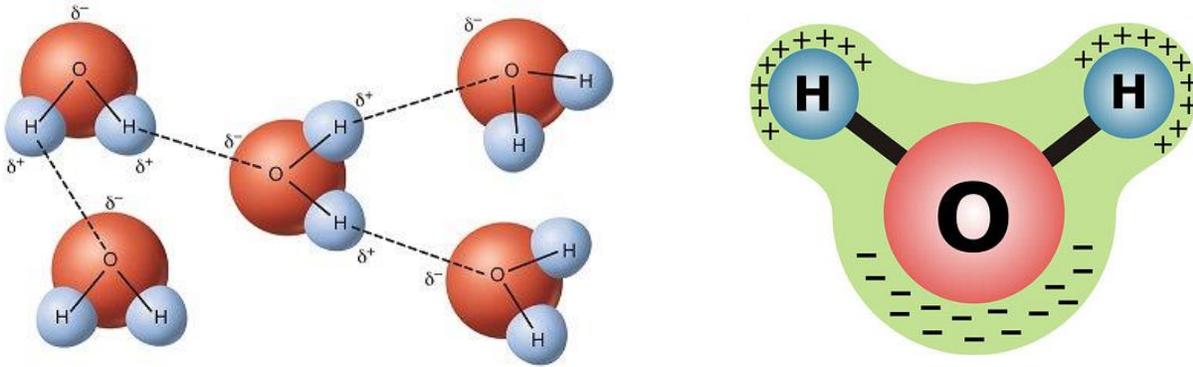
Permukaan cembung

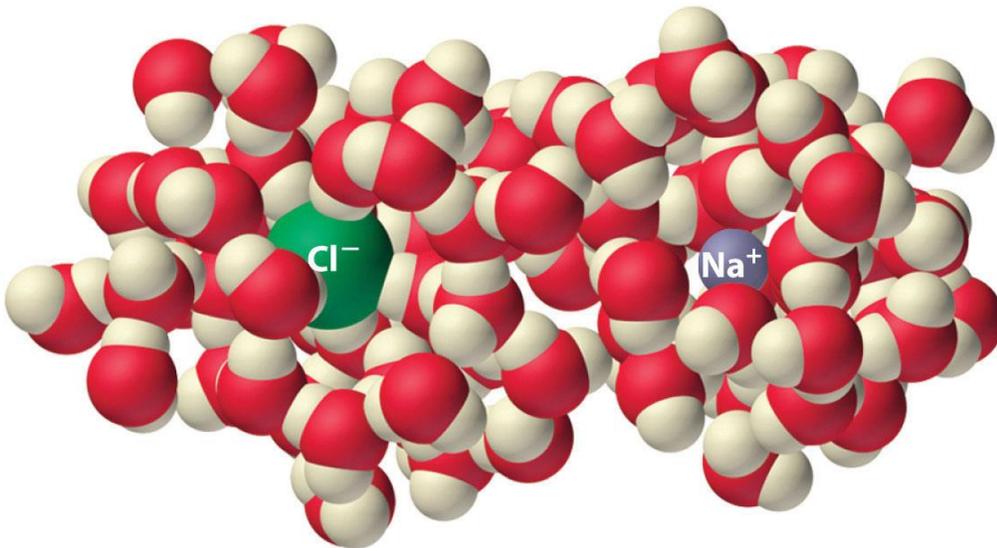
Pada tempat kontak dengan zat padat, permukaan fluida mendekati fluida. Permukaan cembung terjadi jika gaya adhesi lebih kecil daripada gaya kohesi. Contoh permukaan ini adalah air raksa yang dimasukkan ke dalam gelas (Gambar 10.41).

Gambar 10.41 Permukaan cembung

Cairan yang membentuk permukaan cembung dikatakan sebagai "cairan yang tidak membasahi dinding". Ketika cairan tersebut dibuang dari wadah, dinding tampak kering. Pada tempat kontak dengan dinding, permukaan cairan membentuk sudut θ antara 90 sampai 180^o.

10.19 Kohesi dan Adhesi

Molekul-molekul zat cair atau zat pada dapat berkumpul dalam satu kelompok karena adanya gaya antar atom atau molekul zat tersebut. Gaya antar atom atau molekul dari zat yang sama dinamakan **gaya kohesi**. Gambar 10.42 (kiri) memperlihatkan gaya kohesi antar molekul.

Mengapa muncul gaya kohesi antar molekul air? Penyebabnya adalah muatan listrik pada molekul air tidak tersebar merata. Di sekitar atom hidrogen berkumpul muatan yang sedikit positif sedangkan di sekitar atom oksigen berkumpul muatan yang sedikit negatif (Gambar 10.42 kanan). Ketika sejumlah molekul dikumpul maka muatan positif di sekitar atom hidrogen mengikat muatan negatif di sekitar atom oksigen pada molekul di dekatnya.

Gambar 10.42 (kiri) Gaya kohesi antar molekul air dan (kanan) sebaran muatan listrik pada molekul air tidak merata. Sebaran muatan yang tidak merata ini yang menyebabkan munculnya gaya tarik listrik antar molekul air (socratic.org).

Molekul dari zat yang berbeda juga dapat tarik menarik. Contohnya, ketika garam dilarutkan dalam air maka molekul garam menarik molekuk-molekul air di sekelilingnya. Gaya antara moleklul dari zat yang berbeda ini disebut **gaya adhesi**. Gambar 10.43 adalah ilustrasi gaya adhesi dalam larutan garam dapur (NaCl) dalam air.Ion positif garam (ion Na) menarik atom-atom oksigen pada molekul air dan ion negative garam (ion Cl) menarik atom-atom hidrogen pada molekul air.

Gambar 10.43. Dalam larutan garam, ion garam dikelilingi oleh molekul air. Ini adalah contoh gaya adhesi(catalog.flatworldknowledge.com)

Air dapat menempel di daun juga karena adanya gaya adhesi antara molekul air dengan molekul di permukaan daun. Seperti diilustrasikan pada Gambar 10.44, muatan negatif pada molekul air (atom oksigen) bertarikan dengan molekul di permukaan daun sehingga air menempel di daun.

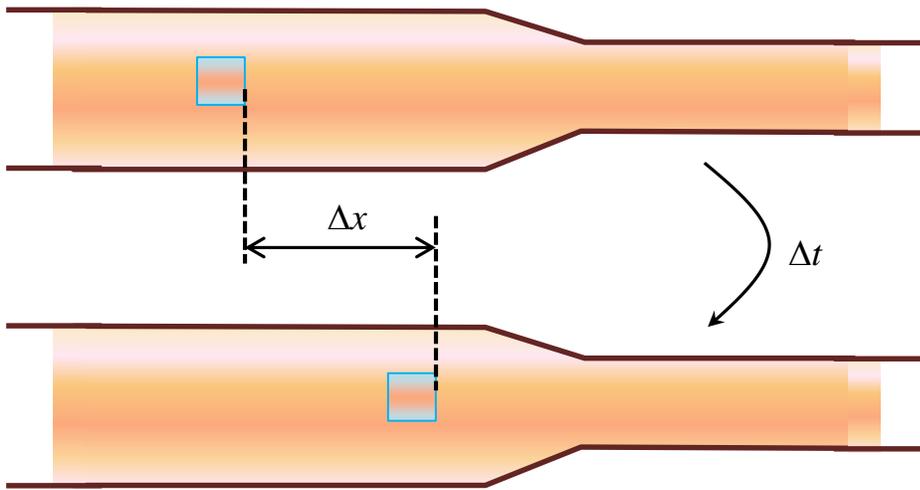
Gambar 10.44 Muatan negative di permukaan air (atom oksigen) menarik molekul di permukaan daun sehingga air menempel di permukaan daun (chemistryland-com).

10.20 Laju Aliran Fluida

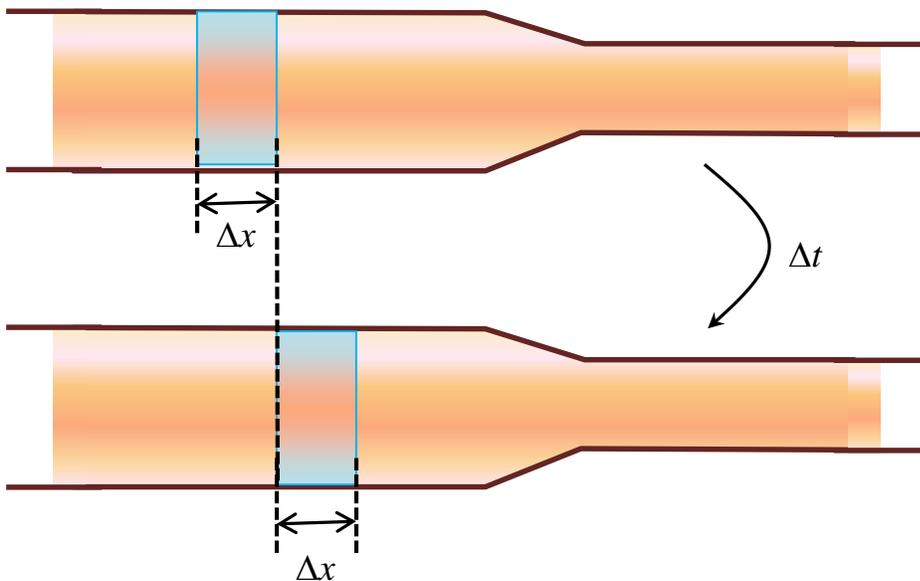
Setelah mempelajari fluida statis mari sekarang kita perluas pengetahuan kita tentang fluida dengan mempelajari fluida dinamik. Kita akan lihat bahwa persamaan-persamaan Newton yang telah kita pakai pada dinamika partikel dapat diterapkan pula pada fluida.

Salah satu besaran yang penting dalam mempelajari fluida bergerak adalah laju aliran fluida. Laju aliran mengukur jarak yang ditempuh satu elemen dalam fluida per satuan waktu. Kita akan menentukan persamaan yang berlaku untuk fluida yang mengalir dalam saluran tertutup, baik yang penampangnya selalu tetap atau berubah. Asumsi yang digunakan adalah tidak ada kebocoran selama aliran.

Perhatikan Gambar 10.45. Pada gambar tersebut sebuah elemen fluida berpindah sejauh Δx dalam selang waktu Δt. Laju aliran fluida didefinisikan sebagai

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (10.22)$$

Gambar 10.45 Selama selang waktu Δt, elemen dalam fluida berpindah sejauh Δx.

10.21 Debit Aliran

Debit aliran adalah jumlah volum fluida yang mengalir per satuan waktu. Untuk menentukan persamaan debit aliran, mari kita mulai dengan memperhatikan Gambar 10.46.

Gambar 10.46 Elemen fluida berupa silinder dengan ketebalan Δx berpindah sejuh Δx selama selang waktu Δt.

Kita lihat irisan fluida tegak lurus penampang pipa yang tebalnya Δx. Anggap luas penampang pipa A. Volume fluida dalam elemen tersebut adalah $\Delta V = A\Delta x$. Elemen tersebut tepat bergeser sejauh Δx selama selang waktu Δt. Jika laju aliran fluida adalah v maka $\Delta x = v\Delta t$, sehingga elemen volum fluida yang mengalir adalah

$$\Delta V = Av\Delta t$$

Debit aliran fluida didefinisikan sebagai

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$= \frac{Av\Delta t}{\Delta t}$$

$$= Av \qquad (10.23)$$

Contoh 10.17

Air yang mengalir keluar dari keran ditampung dengan ember. Setelah satu menit ternyata jumlah air yang tertampung adalah 20 L. Jika diameter penampang keran adalah 1 cm, berapakah laju aliran fluida dalam pipa keran?

Jawab

Dalam satu menit, Δt = 1 menit = 60 s, jumlah air yang keluar keran adalah ΔV = 20 L = 20 × 10^{-3} m^3 = 0,02 m^3. Dengan demikian, debit aliran air adalah

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0{,}02}{60} = 0{,}00033 \text{ m}^3/\text{s}$$

Jari-jari penampang keran r = 1/2 = 0,5 cm = 5 × 10^{-3} m.

Luas penampang keran

$$A = \pi r^2 = 3{,}14 \times (5 \times 10^{-3})^2 = 7{,}85 \times 10^{-5} \text{ m}^2.$$

Laju aliran air dalam keran

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,00033}{7,85 \times 10^{-5}} = 4,2 \text{ m/s}$$

10.22 Persamaan Kontinuitas

Jika pipa yang dialiri fluida tidak bocor sehingga tidak ada fluida yang meninggalkan pipa atau fluida dari luar yang masuk ke dalam pipa sepanjang pipa maka berlaku hukum kekekalan massa. Jumlah massa fluida yang mengalir per satuan waktu pada berbagai penampang pipa selalu sama (Gambar 10.47).Akibat hukum kekekalan massa maka

$$Q_1 = Q_2$$

atau

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (10.24)$$

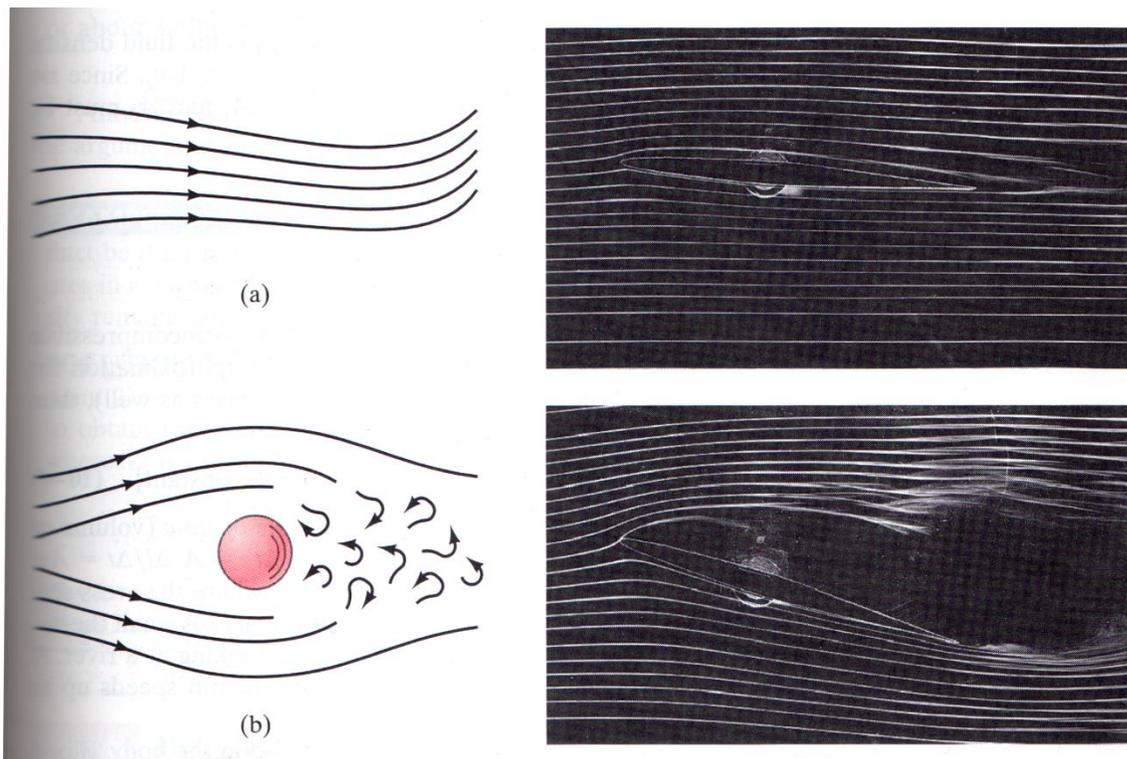
Persamaan (10.24) disebut juga **persamaan kontinuitas**. Berdasarkan persamaan di atas kita akan dapatkan bahwa pada bagian pipa yang sempit, fluida bergerak dengan kecepatan lebih cepat.

Gambar 10.47 Massa fluida yang mengalir per satuan waktu pada berbagai penampang pipa selalu sama.

Pada daerah penyempitan sungai aliran air lebih kencang daripada pada daerah yang lebar. Air yang keluar dari keran (tidak menyembur) memperlihatkan perubahan luas penampang yang makin kecil pada posisi yang makin ke bawah (Gambar 10.48). Akibat gravitasi, makin ke bawah, laju air makin besar. Agar terpenuhi persamaan kontinuitas, maka makin ke bawah, luas penampang air harus makin kecil.

Gambar 10.48 Air yang mengalir turun dari suatu keran mengalami perubahan luas penampang. Makin ke bawah, penampang air makin kecil.

10.23 Aliran Laminer dan Turbulen

Kalian pernah mengamati aliran air sungai atau selokan yang cukup kencang bukan? Tampak adanya pusaran-pusaran air. Aliran yang mengandung pusaran-pusaran semacam itu disebut **aliran turbulen**. Membahas fluida yang mengandung aliran turbulen sangat sulit. Untuk itu, pada bab ini kita hanya membahas aliran fluida yang tidak turbulen. Aliran semacam ini disebut **aliran laminer**. Gambar 10.49 adalah contoh aliran laminar (atas) dan aliran turbuleb (bawah).

Gambar 10.49 (a) Aliran laminer dan (b) aliran turbulen

10.24 Hukum Bernoulli

Salah satu hukum dasar dalam menyelesaikan persoalan fluida bergerak adalah hukum Bernoulli. Hukum Bernoulli sebenarnya adalah hukum tentang energi mekanik yang diterapkan pada fluida bergerak sehingga keluar persamaan yang bentuknya khas. Sebagaimana lazimnya, untuk menurunkan hukum Bernoulli, mari kita amati Gambar 10.50. Coba kita lihat elemen fluida pada lokasi 1:

Luas penampang pipa: A_1

Ketebalan elemen pipa: Δx_1

Volum elemen fluida: $\Delta V = A_1 \Delta x_1$

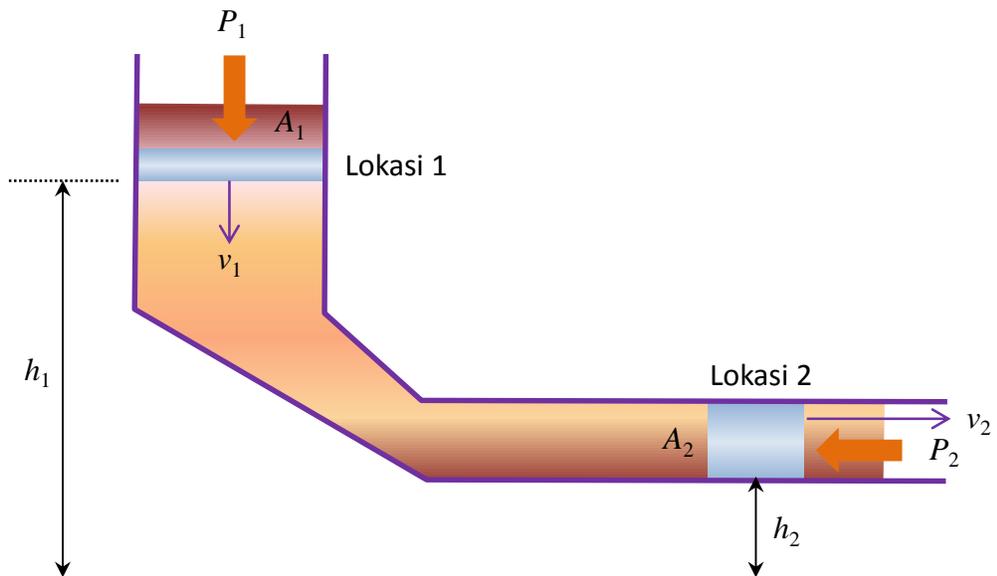
Massa elemen fluida: $\Delta m = \rho \Delta V$

Laju elemen: v_1

Dengan demikian

Energi kinetik elemen: $K_1 = \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 = \frac{1}{2}\rho \Delta V v_1^2$

Energi potensial elemen: $U_1 = \Delta m g h_1 = \rho \Delta V g h_1$

Energi mekanik elemen: $EM_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}\rho \Delta V v_1^2 + \rho \Delta V g h_1$

Gambar 10.50 Ilustrasi untuk menurunkan hukum Bernoulli

Sekarang mari kita lihat elemen pada lokasi 2:

Luas penampang pipa: A_2

Ketebalan elemen pipa: Δx_2

Volum elemen fluida: $\Delta V = A_2\Delta x_2$

Massa elemen fluida: $\Delta m = \rho\Delta V$

Laju elemen: v_2

Dengan demikian

Energi kinetik elemen: $K_2 = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 = \frac{1}{2}\rho\Delta V v_2^2$

Energi potensial elemen: $U_2 = \Delta m g h_2 = \rho\Delta V g h_2$

Energi mekanik elemen: $EM_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}\rho\Delta V v_2^2 + \rho\Delta V g h_2$

Elemen pada lokasi 1 dikenai gaya non konservatif $F_1 = P_1A_1$ dan berpindah seajauh Δx_1 searah gaya. Dengan demikian, usaha yang dikakukan gaya tersebut adalah

$$W_1 = F_1\Delta x_1 = P_1A_1\Delta x_1 = P_1\Delta V$$

Elemen pada lokasi 2 dikenai gaya non konservatif $F_2 = P_2A_2$ dan berpindah seajauh Δx_2 dalam arah berlawanan gaya. Dengan demikian, usaha yang dialukan gaya tersebut adalah

$$W_2 = -F_2\Delta x_2 = -P_2A_2\Delta x_2 = -P_2\Delta V$$

Kerja non konservatif total yang bekerja pada elemen fluida adalah

$$W = W_1 + W_2 = P_1\Delta V - P_2\Delta V = (P_1 - P_2)\Delta V \qquad (10.25)$$

Selama bergerak dari lokasi 1 ke lokasi 2, elemen fluida mengalami perubahan energi mekanik

$$\Delta EM = EM_2 - EM_1$$

$$= \left(\frac{1}{2}\rho\Delta V v_2^2 + \rho\Delta V g h_2\right) - \left(\frac{1}{2}\rho\Delta V v_1^2 + \rho\Delta V g h_1\right) \qquad (10.26)$$

Berdasarkan prinsip kerja energi bentuk ketiga:*kerja yangdilakukan gaya non konservatif sama dengan perubahan energi mekanik benda*. Dengan menggunakan persamaan (10.25) dan (10.26) kita dapatkan

$$W = \Delta EM$$

$$(P_1 - P_2)\Delta V = \left(\frac{1}{2}\rho\Delta V v_2^2 + \rho\Delta V g h_2\right) - \left(\frac{1}{2}\rho\Delta V v_1^2 + \rho\Delta V g h_1\right)$$

Hilangkan ΔV pada ke dua ruas persamaan (11.6) sehingga diperoleh

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \rho g h_1$$

yang bisa disusun ulang menjadi

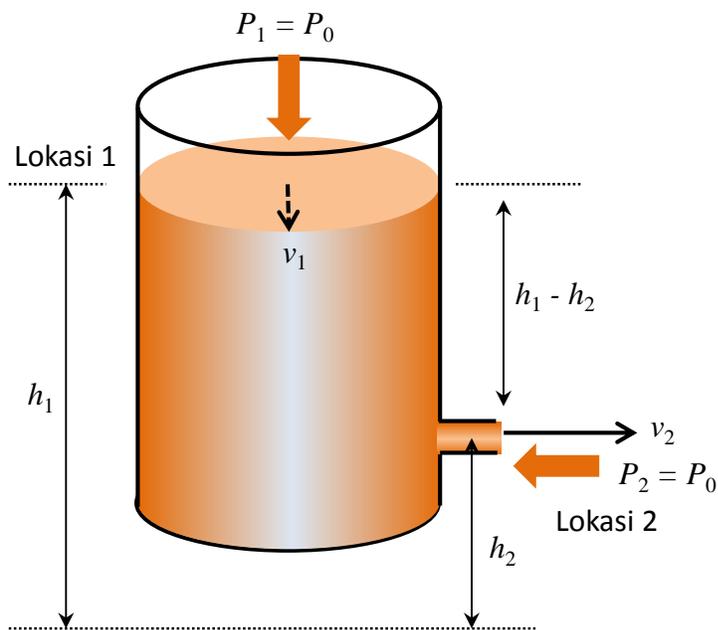
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \qquad (10.27)$$

Persamaan (10.27) dikenal dengan **hukum Bernoulli**. Selanjutnya kita akan membahas sejumlah aplikasi hukum Bernoulli.

10.25 Beberapa Aplikasi Hukum Bernoulli

Hukum Bernoulli yang merupakan persamaan dasar fluida tidak kompressibel yang mengalir secara laminer telah diterapkan pada berbagai hal. Untuk lebih memahami hukum tersebut mari kita lihat beberapa aplikasinya.

Asas Toricelli

Asas Toricelli sebenarnya aplikasi khusus dari hukum Bernoulli. Tetapi asas ini ditemukan oleh Toricelli satu abad sebelum hukum Bernoulli dirumuskan sehingga nama asas Toricelli telah umum digunakan.

Gambar 10.51 Menentukan laju keluar air dari suatu keran pada bak penampung yang sangat besar.

Perhatikan Gambar 10.51. Bak yang penampangnya sangat besar diisi dengan air. Di dasar bak dipasang sebuah keran yang penampangnya jauh lebih kecil daripada penampang bak. Berapa laju aliran air yang keluar dari keran?

Kita terapkan hukum Bernoulli, persamaan (10.27) pada lokasi 1 dan lokasi 2, yaitu pada permukaan air dalam bak dan pada mulut keran.

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Di lokasi 1 maupun lokasi 2 air didorong oleh tekanan udara luar sebesar 1 atm. Jadi, P_1 = P_2 = P_0 = 1 atm. Karena luas penampang di lokasi 1 jauh lebih besar daripada luas penampang di lokasi 2 maka laju turun permukaan air dalam bak sangat kecil dan dapat dianggap nol. Jadi kita ambil $v_1 \approx 0$. Akhirnya hukum Bernoulli dapat diproksimasi dengan

$$P_o + 0 + \rho g h_1 = P_o + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

atau

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho g(h_1 - h_2)$$

atau

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (10.28)$$

Persamaan (10.28) dikenal dengan asas Toricelli. Perhatikan dengan seksama persamaan (10.28) laju fluida yang keluar lubang persis sama dengan laku benda jatuh bebas pada ketinggiah h_2 ketika dilepas dari ketinggian h_1.

Contoh 10.18

Menara air dengan luas penampang sangat besar memiliki ketinggian 20 m dari posisi keran. Jika diameter lubang keran 1 cm, hitunglah: (a) laju air yang keluar dari keran, (b) debit air yang keluar dari keran, dan (c) volume air yang keluar dari keran selama 1 menit.

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah $h_1 - h_2$ = 20 m

(a) Laju aliran air yang keluar dari keran

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{2\times 10\times 20} = 20 \text{ m/s}$$

(b) Jari-jari lubang keran: r = 1/2 = 0,5 cm = 5 $\times 10^{-3}$ m.

Luas penampang keran: $A_2 = \pi r^2 = 3{,}14\times (5\times 10^{-3})^2$ = 7,85 $\times$ 10^{-5} m^2.

Debit air yang keluar dari keran

$$Q = A_2 v_2 = 7{,}85\times 10^{-5}\times 20 = 1{,}57\times 10^{-3} \text{ m}^3\text{/s.}$$

(c) Setelah Δt = 1 menit = 60 s, volum air yang mengalir keluar dari keran adalah

$$\Delta V = Q\Delta t = 1{,}57\times 10^{-3}\times 60 = 0{,}942 \text{ m}^3.$$

Penampang penampung tidak terlalu besar. Kita telah membahas penampung yang penampangnya sangat bear dibandingkan dengan penampang keran. Bagaimana jika penampang penampung tidak terlalu besar dibandingkan dengan penampang keran? Mari kita kembali ke persamaan Bernoulli dengan menggunakan P_1 = P_2 = P_0 = 1 atm. Kita peroleh

$$P_o + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_o + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

atau

$$\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh_2 \qquad (10.29)$$

Selanjutnya kita gunakan persamaan kontinuitas $A_1 v_1 = A_2 v_2$, atau

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1}v_2 \qquad (10.30)$$

Dengan mengganti v_1 pada persamaan (10.29) dengan persamaan (10.30) kita diperoleh

$$\frac{1}{2}\left(\frac{A_2}{A_1}v_2\right)^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh_2$$

$$v_2^2\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) = 2g(h_1 - h_2)$$

atau

$$v_2^2 = \frac{2g(h_1 - h_2)}{\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)} \qquad (10.31)$$

Contoh 10.19

Menara air yang tinggi permukaannya 10 meter memiliki luas jari-jari penampang 50 cm. (a) Tentukan laju keluarnya air di suatu pipa yang jari-jari penampangnya 8 cm yang berada di dasar menara, (b) Teruntukan laju turunya permukaan air di bak penampung, (c) Berapa jauh turunya permukaan air di bak penampung setelah air mengalir keluar selama 2 detik?

Jawab

Informasi yang diberikan soal adalah $h_1 - h_2$ = 10 m, $A_1 = \pi r_1^2 = 3{,}14 \times (0{,}5)^2$ = 0,785 m², dan $A_2 = \pi r_2^2 = 3{,}14 \times (0{,}08)^2$ = 0,02 m²

a) Dengan menggunakan persamaan (11.11) maka laju keluar air di pipa pengeluaran memenuhi

$$v_2^2 = \frac{2g(h_1 - h_2)}{\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)} = \frac{2 \times 10 \times 10}{\left(1 - \frac{(0{,}02)^2}{(0{,}785)^2}\right)} = 200{,}13$$

atau

$$v_2 = \sqrt{200{,}13} = 14{,}15 \text{ m/s}$$

b) Dengan menggunakan persamaan kontinuitas, laju turunya permukaan air di bak penampung adalah

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 = \frac{0{,}02}{0{,}785} \times 14{,}15 = 0{,}36 \text{ m/s}$$

c) Jauh turunnya permukaan air di bak penampung setelah 2 s adalah

$$\Delta h = v_1 \Delta t = 0{,}36 \times 2 = 0{,}72 \text{ m}$$

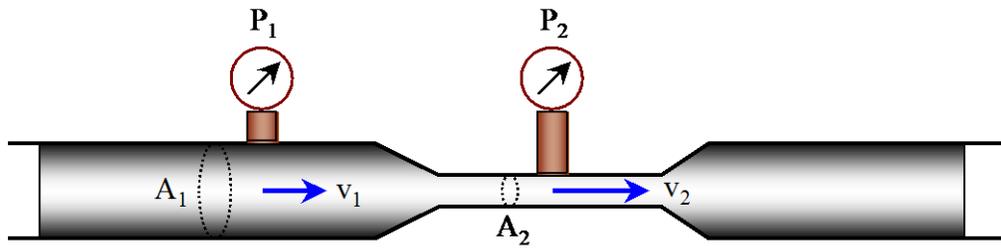
Venturimeter

Venturimeter adalah alat yang digunakan untuk mengukur laju aliran fluida dalam pipa tertutup. Contohnya mengukur laju aliran minyak pada pipa-pipa penyalur minyak dari tempat pengilangan ke kapal tangker di pelabuhan. Karena minyak yang mengalir dalam pipa tidak dapat dilihat, maka diperlukan teknik khusus untuk mengukur laju alirannya tersebut. Teknik yang dilakukan adalah memasang pipa yang penampangnya berbeda dengan penampang pipa utama kemudian mengukur tekanan fluida pada pipa utama dan pipa yang dipasang. Gambar 10.52 adalah contoh skema venturimeter.

Kita terapkah hukum Bernoulli pada dua lokasi di pipa utama dan pipa yang dipasang.

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Karena pipa posisinya mendatar, maka kita dapat mengambil $h_1 = h_2$ sehingga

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad (10.32)$$

Gambar 10.52 Skema pengukuran aliran fluida dengan venturimeter

Selanjutnya kita gunakan persamaan kontinuitas $A_1 v_1 = A_2 v_2$, atau

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

sehingga kita peroleh

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{A_1}{A_2} v_1\right)^2$$

atau

$$2(P_1 - P_2) = \rho v_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)$$

atau

$$v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)} \quad (10.33)$$

Tampak dari persamaan (10.33) bahwa laju aliran fluida dalam pipa dapat ditentukan hanya dengan mengukur beda tekanan di dua tempat yang memiliki penampang yang berbeda. Pada jaman dulu beda tekanan diukur berdasarkan ketinggian kolom fluida dalam pipa kecil yang dipasang vertikal. Namun, pada jaman sekarang teknologi canggih sudah digunakan. Yang digunakan bukan lagi pipa vertikal tetapi sensor tekanan yang sensitif. Sensor tekanan dipasang pada dua tempat yang dikehendaki. Selisih kekuatan sinyal

listrik yang dikeluarkan sendor tersebut sebagai penentu selisih tekanan di dua titik. Sinyak sensor kemudian diproses secara elektronik dan diubah ke bentuk digital sehingga keluaran akhir adalah laju dalam bentuk display digital.

Contoh 10.20

Untuk mengukur perbedaan tekanan pada pipa berpenampang kecil dan besar pada pada pipa yang dialiri air, digunakan venturimeter berbentuk pipa U yang berisi air raksa. Perbandingan luas penampang pipa kecil dan pipa besar adalah 1 : 2. Jika selisih tinggi permukaan air raksa pada pipa-U adalah 5 cm, berapakah kecepatan fluida pada pipa berpenampnag besar dan pipa berpenampang kecil? Berapa pula debit aliran fluida jika jari-jari penampang pipa kecil 5 cm?

Jawab

Diberikan di soal A_2/A_1 = 1/2, atau A_1/A_2 = 2. Perbedaan tekanan pada pipa berpenampang besar dan kecil adalah

$$P_1 - P_2 = \rho_{Hg} gh = 1{,}36 \times 10^4 \times 10 \times 0{,}05 = 6\ 800 \text{ Pa}$$

Kecepatan aliran fluda pada pipa berpenampang besar dihitung dengan persamaan (10.33)

$$v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho_{air}\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)} = \frac{2 \times 6800}{1000 \times (2^2 - 1)} = \frac{13600}{3000} = 4{,}53$$

atau

$$v_1 = \sqrt{4{,}53} = 2{,}1 \text{ m/s}$$

Dengan menggunakan persamaan kontinuitas, maka laju aliran air di pipa berpenampang kecil adalah

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = 2 \times 2{,}1 = 4{,}2 \text{ m/s}$$

Luas penampang pipa kecil adalah

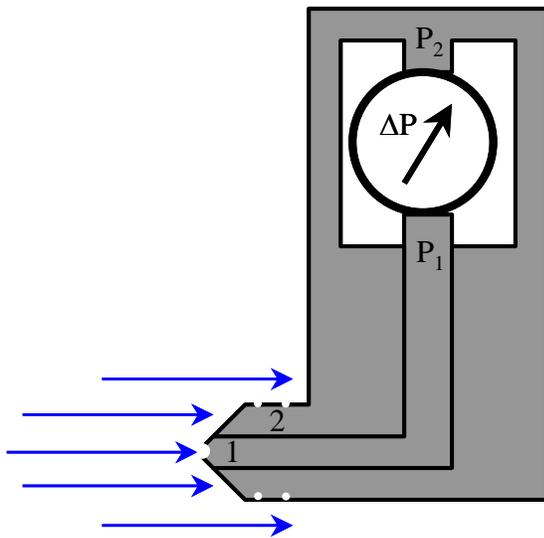
$$A_2 = \pi r_2^2 = 3{,}14 \times (0{,}05)^2 = 0{,}008 \text{ m}^2.$$

Debit aliran air adalah

$$Q = A_2 v_2 = 0{,}008 \times 4{,}2 = 0{,}034 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Tabung Pitot

Tabung pitot dapat digunakan untuk mengukur laju aliran udara. Tabung ini memilikidua ujung pipa. Satu ujung pipa (ujung 1) memiliki lubang yang menghadap aliran udara dan ujung yang lain (ujung 2) memiliki lubang yang menyinggung aliran udara. Gambar 10.53 adalah ilustrasi tabung pitot. Udara yang masuk pada ujung 1 pada akhirnya diam di dalam pipa sedangkan udara pada ujung 2 memiliki laju yang sama dengan laju udara luar. Alat ukur tekanan mengukur beda tekanan udara pada dua ujung pipa. Kita gunakan hokum Bernoulli pada ujung 1 dan ujung 2

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Gambar 10.53 Skema tabung pitot

Kita perhatikan ketinggian ujung 1 dan ujung 2 hampir sama atau $h_1 = h_2$, sehingga

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Laju udara di ujung 1 nol dan di ujung 2 sama dengan laju udara luar atau, $v_1 = 0$, dan $v_2 = v$, sehingga

$$P_1 + 0 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v^2$$

atau

$$v^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} \qquad (10.34)$$

Pengukur tekanan mengukur selisih tekanan pada dua ujung pipa, atau $\Delta P = P_1 - P_2$. Berdasarkan beda tekanan tersebut maka laju aliran udara dapat ditentukan menjadi

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \qquad (10.35)$$

Contoh 10.21

Sebuah tabung pipot digunakan untuk mengukur laju aliran udara. Jika saat itu sedang bertiup angin dengan laju 4 m/s, berapakah beda tekanan udara dalam satuan atm yang tdicatat oleh alat ukur?

Jawab

Massa jenis udara ρ = 1,29 kg/m^3, laju udara: v = 4 m/s. Dengan menggunakan persamaan (11.15), beda tekana udara yang dicatat alat ukur adalah

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}29 \times 4^2 = 10{,}32 \text{ Pa}$$

Karena 1 atm = 1,013 × 10^5 Pa, maka pembacaan alat ukur dalam satuan atm adalah 10,32/(1,013 × 10^5) = 10^{-4} atm

Tahukah kalian bahwa tabung pitot adalah salah satu instrument utama pada pesawat terbang. Kalau kita lihat di sejumlah body pesawat kita akan amati sejumlah tabung logam yang menonjol dan menghadap ke depan. Itulah tabung pitot. Gambar 10.54 adalah tabung pitot yang ada di dua sisi body depan pesawat Boeing seri 737-800 Next Generation. Kalau kalian akan naik pesawat, coba perhatikan beberapa bnagian body pesawat. Akan ditemui sejumlah tabung hitam yang menonjol ke depan. Tabung tersebut digunakan untuk mengukur kecepatan aliran udara terhadap pesawat, yang artinya mengukur kecepatan pesawat terhadap bumi. Memang disain sudah sangat canggih, tetapi prinsip utamanya tetap seperti yang dibahas di atas. Gambar 10.55 adalah contoh desain tabung pitot yang dipasang ke pesawat. Keluaran tabung tersebut adalah sinyal-sinyal listrik yang memberikan informasi laju pesawat terhadap udara.

Gambar 10.54 Tabung pitot pada dua sisi body depan pesawat Boeing seri 737-800 Next Generation. Foto diambil di Bandara Husein Sastranegara, Bandung dan Bandara Syamsuddin Noor, Banjarmasin.

Kecelakaan pesawat Airbus A330-200 Air France nomor penerbangan 447 tanggal 1 Juni 2009 diduga karena masalah tabung pitot. Pesawat dengan rute Buenos Aires, Argentina ke Paris, Prancis jatuh ke samudera Atlantik dan menewaskan seluruh penumpang yang berjumlah 216 orang dan seluruh kru berjumlah 12 orang. Kesalahan indikator kecepatan akibat tabung pitot tertutup kristal es diduga sebagai penyebab awal kecelakaan. Pada suhu puluhan derajat celcius di bawah nol saat pesawat bergerak pada ketinggian di atas 30.000 kaki, mudah sekali terbentuk es pada bodi bagian luar pesawat. Untuk menghilangkan es yang mungkin terbentuk di tabung pitot maka proses pemanasan dilakukan pada tabung. Sebetulnya airbus sudah memberikan peringatan adanya masalah pada tabung pitot sehingga indikator kecepatan udara tidak memberikan pembacaan yang normal yang menyebabkan *auto-flight* (*auto-pilot*, *auto-thrust*, dan sebagainya) secara otomatis tidak berfungsikarena tidak mendapatkan data yang cukup untuk proses pengolahan data penerbangan. Kecelakaan Air France 447 diduga lebih disebabkan oleh kesalahan pilot karena pilot tidak terlatih dengan baik untuk menangani kondidi kegagalan indikator kecepatan. Dalam kondisi demikian, pilot diduga malah membawa pesawat ke kondisi *stall* (kondisi di mana gaya angkat pada pesawat hilang) sehingga akhirnya menghantam permukaan air laut.

Gambar 10.55 Contoh desain tabung pitot yang dipasang ke pesawat (sumber gambar: aviation.stackexchange.com)

Gaya Angkat Bernoulli Pada Pesawat Terbang

Pesawat terbang bisa naik atau turun bukan karena memiliki mesin yang dapat mendorong ke atas atau ke bawah. Mesin pesawat hanya menghasilkan gaya dorong ke arah depan. Tetapi mengapa pesawat bisa naik dan turun? Bahkan pesawat jet komersial bisa naik hingga ketinggian di atas 10 km dari permukaan laut. Penyebabnya adalah struktur pesawat terbang yang dirancang sedemikian rupa sehingga mendapat gaya angkat oleh udara ketika bergerak ke arah depan. Salah satu sumber gaya angkat adalah gaya angkat Bernoulli yang terjadi pada sayap. Tetapi ini bukan satu-satunya gaya angkat pada pesawat. Pada Bab 4 tentang gaya kita sudah membahas gaya angkat lain yang bekerja pada pesawat, yang bersumber dari pembelokan udara oleh bagian bawah sayap dan body pesawat.

Untuk memperlihatkan adanya gaya angkat, mari kita terapkah hukum Bernoulli pada titik di sisi atas dan sisi bawah sayap

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Kita anggap sayap pesawat tidak terlalu tebal sehingga ketinggian titik di dua sisi pesawat dapat dianggap sama, atau $h_1 \cong h_2$, sehingga

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad (10.36)$$

Jika luas effektif sayap pesawat adalah A_{ef}, maka gaya ke atas oleh udara di sisi bawah sayap adalah

$$F_1 = P_1 A_{ef} \qquad (10.37)$$

dan gaya ke bawah oleh udara di sisi atas sayap adalah

$$F_2 = P_2 A_{ef} \qquad (10.38)$$

Gaya netto ke atas yang dilakukan udara pada sayap pesawat adalah

$$\Delta F = F_1 - F_2 = (P_1 - P_2)A_{ef} \tag{10.39}$$

Dari persamaan (11.16) kita dapat menulis

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

sehingga dengan melakukan substiusi ke dalam persamaan (10.39) diperoleh

$$\Delta F = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)A_{ef} \tag{10.40}$$

Contoh 10.22

Pesawat Boeing 777-300ER memiliki massa kosong 168.700 kg. Massa pesawat ditambah muatan untuk terbang yang diijinkan adalah 351.800 kg. Panjang sayap pesawat dari ujung ke ujung (wingspan) adalah 64,8 m dengan luas total penampang sayap 436,8 m^2. Saat lepas landas laju pesawat sekitar 270 km/jam. Misalkan laju udara di sisi atas sayap 25% lebih cepat dari laju di sisi bawah sayap dan misalkan pesawat sedang bergerak pada laju maksimum, berapakah gaya angkat Bernoulli pada sayap? Apakah gaya tersebut sanggup mengangkap seluruh berat pesawat? Gunakan massa jenis udara 1 kg/m^3.

Jawab

Laju udara di sisi bawah sayap, v_1 = 270 km/jam = 75 m/s

Laku udara di sisi atas sayap, v_2 = 1,25v_1 = 1,25×75 = 93,75 m/s

Gaya angkat Bernoulli oleh sayap adalah

$$\Delta F = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)A_{ef}$$

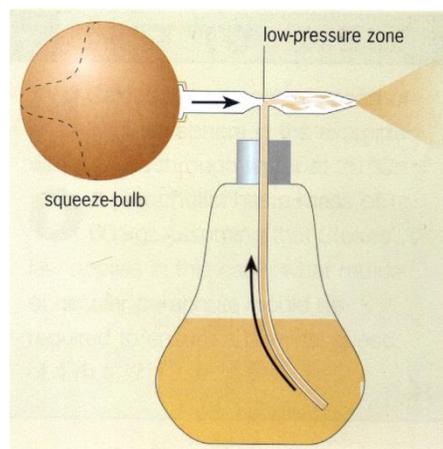
$$= \frac{1}{2} \times 1 \times \left(93,75^2 - 75^2\right) \times 436,8$$

$$= 6,91 \times 10^5 \text{ N.}$$

Berat total pesawat adalah 351.800 × 9,82 = 3,45 × 10^6 N. Tampak bahwa gaya angkat Bernouilli jauh di bawah bobot pesawat. Jika hanya mengandalkan gaya angkat Bernoulli maka pesawat tidak akan naik.

Parfum Spray

Banyak parfum menggunakan cara spray untuk menyemprotkan cairan dalam botol ke tubuh. Prinsip yang dilakukan adalah menghasilkan laju udara yang besar di ujung atas selang botol parfum (Gambar 10.56). Ujung bawah selang masuk ke dalam cairan parfum. Tekanan udara di permukaan cairan parfum dalam botol sama dengan tekanan atmosfer. Akibat laju udara yang tinggi di ujung atas selang maka tekanan udara di ujung atas selang menurun. Akibatnya, cairan parfum terdesak ke atas sepanjang selang. Dan ketika mencapai ujung atas selang, cairan tersebut dibawa oleh semburan udara sehingga keluar dalam bentuk semburan droplet parfum.

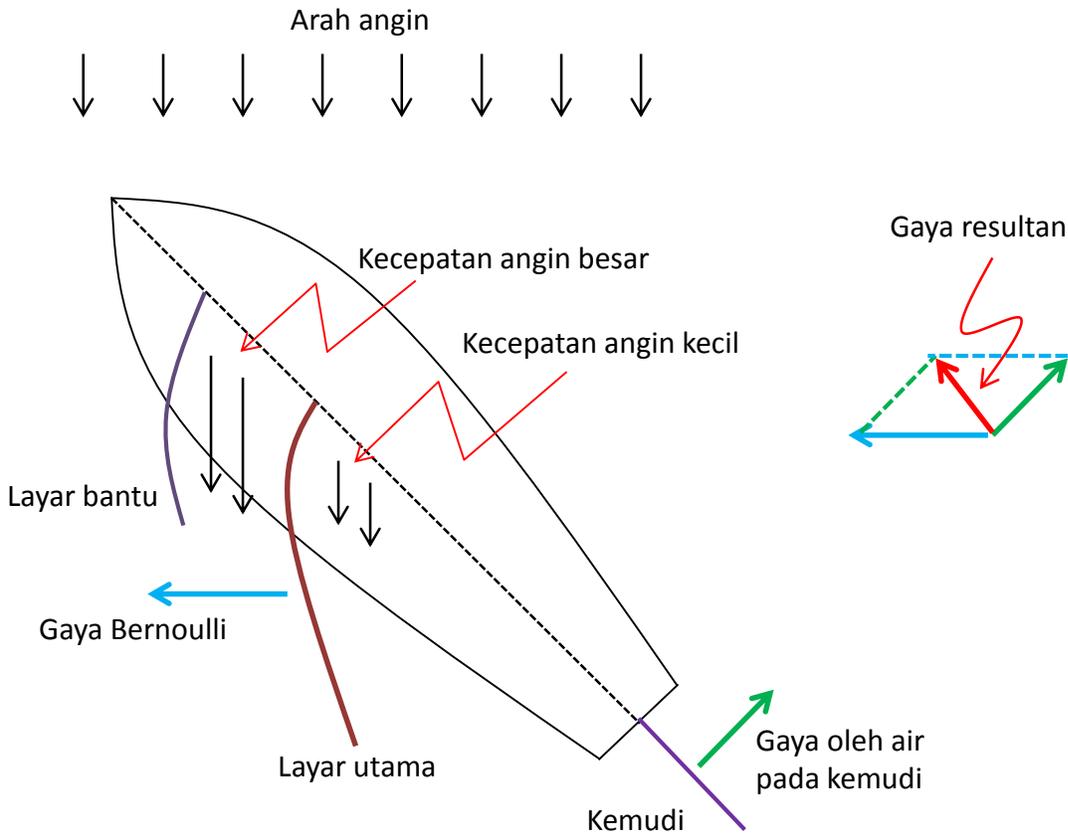
Prinsip serupa kita jumpai pada pengecatan airbrush. Udara yang dihasilkan oleh kompresor dialirkan di ujung atas selang penampung cat sehingga keluar semburan droplet cat ke arah permukaan benda yang akan dilukis.

Gambar 10.56 Prinsip kerja spray

Berlayar Melawan Angin

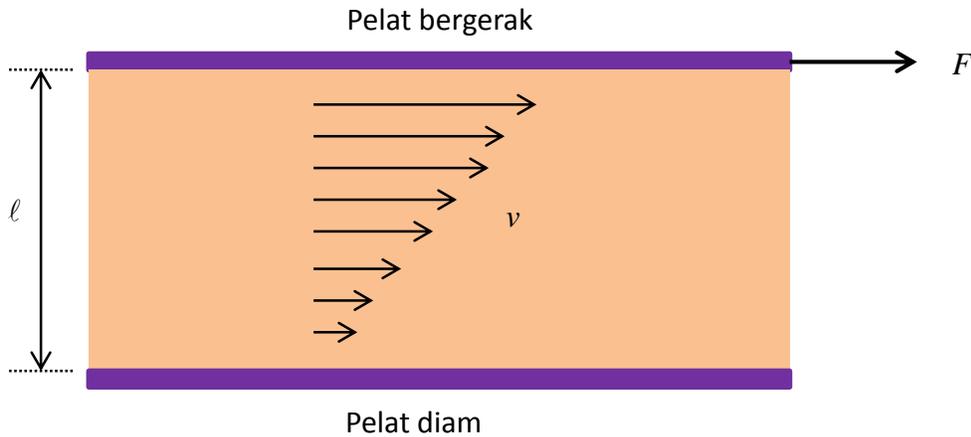
Perahu layar biasanya bergerak searah angin karena dorongan angin pada layar. Tetapi dengan memanfaatkan hukum Bernoulli orang bisa merancang layar perahu sehingga dapat bergerak dalam arah berlawanan dengan arah angin. Perahu semacam ini perlu dua buah layar yang bisa diatur-atur orientasinya (Gambar 10.57).

Jila kalian lihat lomba layar internasional, tampak bahwa semua perahu memiliki dua layar. Ini dimaksudkan agar perahu tetap dapat bergerak ke arah yang diinginkan, dari manapun arah angin bertiup, sekalipun dari arah depan. Bagaimana menjelaskannya? Perhatikan Gambar 10.58.

Gambar 10.57 Perahu layar sedang sedang bergerak melawan angin.

Untuk menghasilkan gerak berlawanan arah angin, kedua layar diatur sedemikian rupa sehingga angin yang masuk ruang andar dua layar memiliki kecepatan lebih besar. Lengkungan layar mirip dengan lengkungan sisi atas sayap pesawat terbang sehingga kecepatan angin pasa sisi lengkungan layar (di depan layar) lebih besar daripada kecepatan angin di belakang layar. Gaya Bernoulli (akibat perbedaan tekanan) mendorong perahu dalam arah tegak lurus arah angin. Nanum, pada saat bersamaan, air laut menarik sirip perahu dalah arah yang hampir tegak lurus dengan sumbu perahu. Jadi ada dua gaya sekaligus yang bekerja pada perahu, yaitu gaya Bernouli yang bekerja pada layar dan gaya oleh air pada sirip perahu. Diagram kedua gaya tersebut tampak pada Gambar 10.58. Resultan ke dua gaya tersebut memiliki arah yang hampir berlawanan dengan arah angin. Dengan demikian, perahu bergerak dalam arah hampir berlawanan dengan arah datang angin.

Gambar 10.58 Diagram gaya pada perahu yang sedang berlayar melawan arah angin. Bentuk layar sangat menentukan ke arah mana perahu akan bergerak. Pengaturan bentuk layar yang tepat dapat mengarahkan perahu bergeral hampir melawan arah angin.

10.26 Viskositas

Viskositas adalah besaran yang mengukur kekentalan fluida. Hingga saat ini, kita anggap fluida tidak kental. Persamaan Bernolli yang telah kita bahas berlaku untuk fluida yang tidak kental. Namun, sebenarnya, semua fluida memiliki kekentalan, termasuk gas. Untuk memeragakan adanya kekentalan fluida, lihat Gambar 10.59. Fluida diletakkan di antara dua pelat sejajar. Satu pelat digerakkan dengan kecepatan konstan v arah sejajar ke dua pelat. Permukaan fluida yang bersentuhan dengan pelat yang diap tetap diam sedangkan yang bersentuhan dengan pelat yang bergerak ikut bergerak dengan kecepatan v juga. Akibatnya terbentuk gradien kecepatan. Lapisan fluida yang lebih dekat dengan pelat bergerak memiliki kecepatan yang lebih besar. Untuk mempertahankan kecepatan tersebut, diperlukan adanya gaya F yang memenuhi

Gambar 10.59 Menentukan kekentalan fluida.

$$F = \eta A \frac{v}{\ell} \quad (10.41)$$

dengan

A luas penampang pelat;

ℓ jarak pisah dua pelat;

F gaya yang diperlukan untuk mempertahankan pelat tetap bergerak relatif dengan kecepatan v;

η konstanta yang disebut koefisien viskositas fluida.

Satuan viskositas adalah N s/m^2. Jika dinyatakan dalam satuan CGS, satuan viskositas adalah dyne s/cm^2. Satuan ini disebut juga **poise** (P). Umumnya koefisien viskositas dinyatakan dalam cP (centipoises = 0,001 P). Tabel 10.4 adalah koefisien viskositas beberapa jenis fuida.

10.27 Persamaan Poiseuille

Salah satu cara menentukan koefisien viskositas fluida dirumuskan oleh J. L. Poiseuille (1799-1869). Satuan poise untuk koefisien viskositas diambil dari namanya. Kita dapat menentukan koefisien viskositas fluida dengan mengalirkan fluida tersebut ke dalam pipa dengan luas penampang tertentu. Agar fluida dapat mengalir maka antara dua ujung pipa harus ada perbedaan tekanan. Debit fluida yang mengalir melaui pipa memenuhi persamaan Poiseuille

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\eta L} \quad (10.42)$$

dengan

Q debit aliran fluida;

r jari-jari penampang pipa;

L panjang pipa;

ΔP beda tekanan antara dua ujung pipa.

Tabel 10.4 Koefisien viskositas beberapa jenis fluida

Fluida	Suhu, ^oC	Koefisien viskositas, η, cPoise
Air	0	1,8
	20	1,0
	100	0,3
Etanol	20	1,2
Oli mesin (SAE 10)	30	200
Gliserin	20	830
Udara	20	0,018
Helium		0,020
Hidrogen	0	0,009
Karbon dioksida		0,015
Xenon	21	0,023
Uap air	100	0,013
Madu		2.000 – 10.000
Benzena		0,604
Gliserol		1.200
Air raksa		1.526

Untuk mengalirkan minyak dari satu tempat ke tempat lain melaui pipa-pipa diperlukan pompa yang cukup kuat sehingga terjadi perbedaan tekanan antara dua ujung pipa. Gerakan jantung menyebabkan perbedaan tekanan antara ujung pembuluh darah sehingga darah bisa mengalir. Pompa yang dipasang pada sumber lumpur lapindo sering gagal bekerja karena viskositas lumpur yang sangat besar. Berdasarkan persamaan (10.42) debit aliran berbanding terbalik dengan viskositas. Viskositas lumpur yang sangat besar menyebabkan debit aliran yang sangat kecil meskipun perbedaan tekanan yang dihasilkan pompa cukup besar.

Contoh 10.23

Oli mesin SAE 10 mengalir melalui pipa kecil dengan diameter penampang 1,8 mm. Panjang pipa adalah 5,5 cm. Berapakah beda tekanan antara dua ujung pipa agar oli mengalir dengan debit 5,6 mL/menit?

Jawab

Jari-jari penampang pipa r = 1,8/2 = 0,9 mm = 9×10^{-4} m. Panjang pipa L = 5,5 cm = $5,5 \times 10^{-2}$ m. Debit aliran Q = 5,6 mL/menit = $5,6 \times 10^{-6}$ m^3/60 s = $9,3 \times 10^{-8}$ m^3/s. Berdasarkan Tabel 11.1, η = 200 P = 200×10^{-3} Pa.s = 0,2 Pa.s. Dengan menggunakan persamaan Poiseuille diperoleh

$$\Delta P = \frac{8\eta L Q}{\pi r^4}$$

$$= \frac{8 \times 0,2 \times (5,5 \times 10^{-2}) \times (9,3 \times 10^{-8})}{3,14 \times (9 \times 10^{-4})^4} = 3973 \text{ Pa}$$

10.28 Hukum Stokes

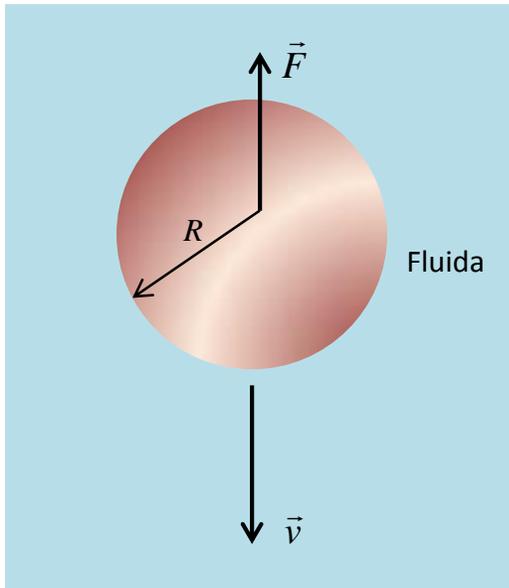
Hukum Stokes bisa pula digunakan untuk menentukan koefisien viskositas fluida. Benda yang bergerak dalam fluida mendapat gaya gesekan yang arahnya berlawanan dengan arah gerak benda (Gambar 10.60). Besarnya gaya gesekan bergantung pada kecepatan relatif benda terhadap fluida serta bentuk benda. Untuk benda yang berbentuk bola, besarnya gaya gesekan memenuhi hokum Stokes

$$F = 6\pi\eta r v \qquad (10.43)$$

dengan

F gaya gesekan pada benda oleh fluida

r jari-jari bola

v laju bola relatif terhadap fluida.

Gambar 10.60 Benda yang bergerak dalam fluida mendapat gaya gesekan yang arahnya berlawanan dengan arah kecepatan benda benda. Khusus untuk benda yang berbentuk bola maka gaya gesekan oleh fluida memenuhi persamaan (10.43).

Jika benda berbentuk bola dijatuhkan dalam fluida maka mula-mula benda bergerak turun dengan kecepatan yang makin besar akibat adanya percepatan gravitasi. Pada suatu saat kecepatan benda tidak berubah lagi. Kecepatan ini dinamakan **kecepatan terminal**. Gaya yang bekerja pada benda selama bergerak jatuh adalah gaya berat ke bawah, gaya angkat Archimedes ke atas, dan gaya Stokes yang melawan arah gerak (ke atas juga). Saat tercapat kecepatan terminal, ketiga gaya tersebut seimbang. Berdasarkan kecepatan terminal bola maka kita dapat menentukan viskositas fulida.

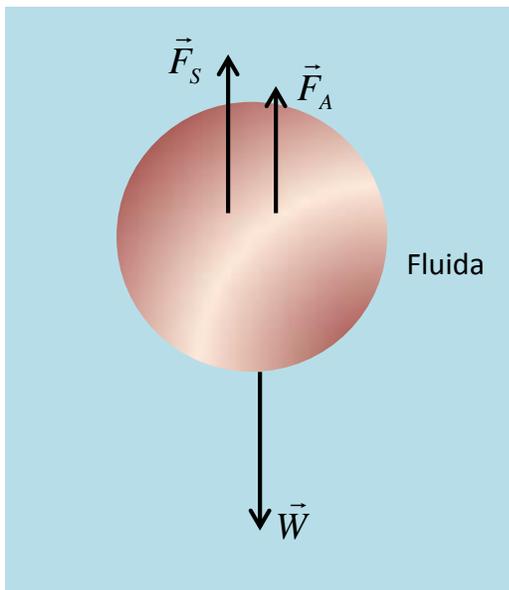
Perhatikan Gambar 10.61. Besarnya gaya berat benda

$$W = mg = \rho_b V g = \rho_b \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right) g$$

Besarnya gaya angkat Archimedes

$$F_A = \rho_f Vg = \rho_f \left(\frac{4\pi}{3} r^3\right) g$$

Besarnya gaya stokes

$$F_S = 6\pi\eta rv$$

Gambar 10.61 Gaya yang bekerja pada bola yang jatuh ke dalam fluida.

Ketika benda mencapai kecepatan terminal, ke tiga gaya di atas memenuhi persamaan

$$W = F_A + F_S$$

$$\rho_b \left(\frac{4\pi}{3} r^3\right) g = \rho_f \left(\frac{4\pi}{3} r^3\right) g + 6\pi\eta rv$$

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \left(\rho_b - \rho_f\right) = 6\pi\eta r v$$

atau

$$\rho_b - \rho_f = \frac{9}{2}\frac{\eta v}{r^2} \tag{10.44}$$

Massa jenis bola, massa jenis fluida, dan jari-jari bola sudah tertentu. Maka dengan mengukur kecepatan terminal, koefisien viskositas fluida dapast dihitung. Jadi kita memiliki dua cara menentukan viskositas fluida. Pertama dengan mengalirkan pada pipa dan menghitung menggunakan hukum Poiseuille atau menjatukna bola yang sudah diketahui massa jenis dan dimensinya kemudian mengukur kecepatan terminal bola. Kecepatan terminal akan dicapai jika bola sudah cukup jauh dari lokasi awal dilepaskan dalam fluida.

10.28 Bilangan Reynolds

Fluida yang mengalir melalui benda atau mengalir dalam pipa bersifat laminar jika laju fluida cukup kecil. Jika laju fluida diperbesar maka suatu saat aliran fluida menjadi turbulen. Adakah kriteria untuk menentukan apakah aliran fluida bersifat laminar arau turbulen? Jawabannya ada. Kriteria tersebut diberikan oleh **bilangan Reynolds**. Bilangan Reynolds didefinisikan sebagai

$$R = \frac{\rho v D}{\eta} \tag{10.45}$$

dengan

R bilangan Reynolds (tidak berdimensi);

ρ massa jenis fluida;

v laju aliran fluida;

η koefisien viskositas;

D dimensi benda yang dilalui fluida atau diameter penampang pipa yang dialiri fluida.

Jika R kurang dari 2000 maka aliran fluida adalah laminar. Tetapi jika R lebih besar dari 5000 maka aliran fluida adalah turbulen.

Contoh 10.24

Air yang bersuhu 20 ^oC mengalir dengan laju 1,5 m/s melalui pipa yang memiliki diameter penampang 6 mm. Hitungan bilangan Reynolds, dan apakah aliran bersifat laminar atau turbulen?

Jawab

Berdasarkan Tabel 11.1 koefisien viskositas air pada suhu 20 ^oC adalah η = 1,0 × 10^{-3} Pa.s. Bilangan Reynolds adalah

$$R = \frac{\rho v D}{\eta} = \frac{10^3 \times 1{,}5 \times (6 \times 10^{-3})}{1{,}0 \times 10^{-3}} = 9000$$

Karena R lebih besar dari 5000 maka aliran air bersifat turbulen

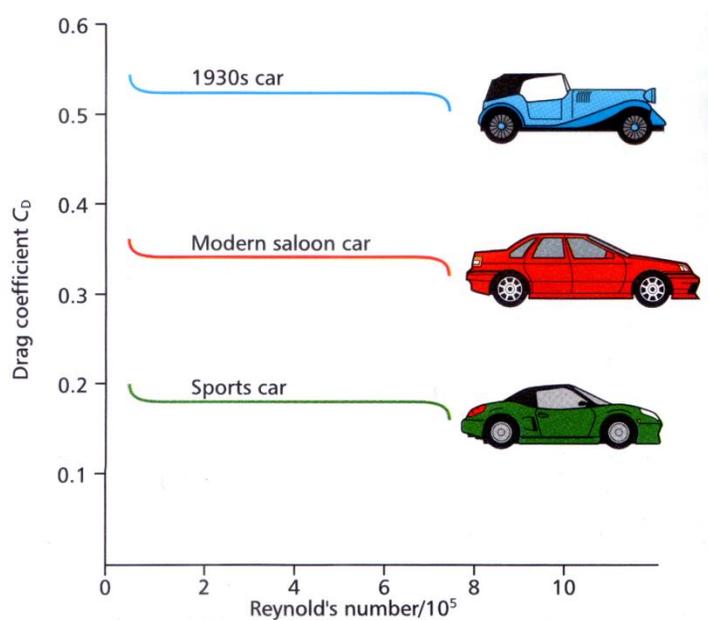
10.30 Gesekan Udara

Fenomena gesekan udara pada benda yang bergerak memegang peranan penting dalam perancangan alat-alat transportasi. Adanya gesekan udara menimbulkan pemborosan penggunakan bahan bakar karena sebagian gaya yang dihasilkan oleh mesin kendaraan atau pesawat digunakan untuk melawan gesekan udara. Pabrik yang ingin merancang mobil berkecepatan tinggi, seperti mobil balap harus memperhitungkan benar gesekan udara. Struktur mobil balap dirancang sedemikian rupa sehingga gesekan udara yang dihasilkan sekecil mungkin.

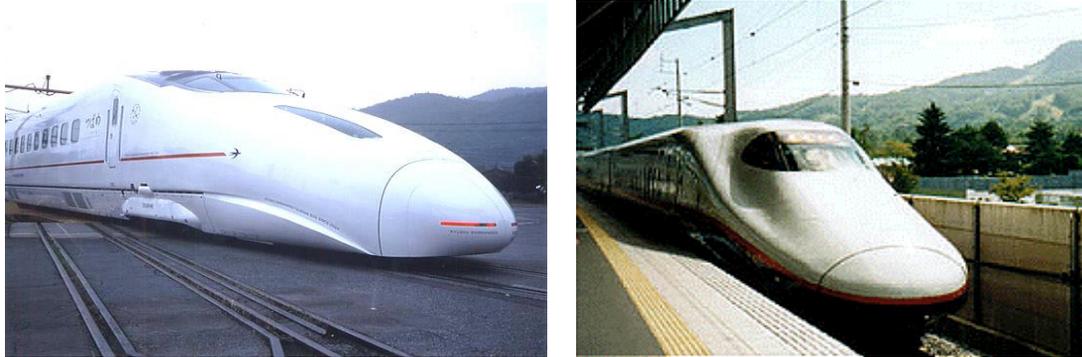
Besarnya gesekan udara pada benda yang bergerak memenuhi persamaan

$$F = C_D \times \frac{1}{2} \rho A_p v^2 \qquad (10.46)$$

dengan C_D koefisien gesekan, ρ massa jenis udara, v laju relatif benda terhadap udara, dan A_p proyeksi luas benda terhadap arah aliran udara. Koefisien

gesekan tergantung pada bentuk permukaan benda. Mobil balap memiliki koefisien gesekan kecil dibandingkan dengan mobil biasa. Gambar 10.62 adalah ilustrasi koefisien gesekan pada berbagai jenis kendaraan.

Gambar 10.62 Koefisien gesekan udara pada berbagai jenis kendaraan

Parasut yang digunakan penerjun payung dimaksudkan untuk menghasilkan gesekan udara sehingga kecepatan turun penerjun tidak terlalu besar yang memungkinkan pendaratan dengan selamat. Saat pesawat ulang-alik mendarat kembali di bumi, sering kali parasut dilepas dari bagian ekornya untuk menghasilkan gesekan udara sehingga pesawat dapat berhenti dengan segera. Para pembalap sepeda menggunakan helm khusus yang dapat mengurangi gesekan udara sehingga pembalap tidak cepat lelah meskipun memacu sepeda dengan kecepatan tinggi.

Gesakan udara juga berpengaruh pada stabilitas benda yang bergerak, khususnya jika kecepatan benda sangat tinggi. Alat transportasi seperti pesawat terbang dan kereta api berkecapatan tinggi harus dirancang khusus sehingga gesekan udara ditekan sekecil mungkin dan kestabilannya terjaga akibat adanya gaya yang dihasilkan oleh udara. Gambar 10.63 adalah bentuk depan salah satu kereta api supercepat di Jepang "shinkansen" yang memungkinkan kereta api tersebut tetap stabil meskipun bergerak dengan kecepatan di atas 300 km/jam.

Gambar 10.63 Rancangan bagian depan kereta supercepar Shinkansen untuk mengurangi gaya gesekan dan meningkatkan kestabilan gerak.

10.31 Topik Khusus

Sekarang kita bahas sejumlah topik khusus yang berkaitan dengan fluida statik maupun dinamik. Sebagian masalah tersebut adalah masalah yang kita alami atau kita tonton sehari-hari. Mudah-mudahan dengan penyajian topik ini kita menjadi sadar bahwa banyak sekali aplikasi fisika dalam kehidupan kita sehari-hari yang dapat mempermudah pekerjaan kita atau memberikan ilmu yang berguna bagi gita agar lebih arif dalam hidup.

Berapa Lama Air Hujan di Lembang Mencapai Kota Bandung?

Supply air tahan kota Bandung kebanyakan berasal dari gunung di sekelilingnya (Bandung Utara dan Bandung Selatan). Ini akibat ruang terbuka hijau sebagai tempat resapan air di kota Bandung sangat minim. Air hujan di Kota Bandung semua mengalir di permukaan tanah dan berakhir di sungai Citarum. Pertanyaan: jika hari ini terjadi hujan di pegunungan sekeliling kota Bandung, berapa lama air tersebut mencapai kota Bandung selama mengalir di dalam tanah?

Debit aliran air dalam tanah memehuni hukum Darcy, yaitu

$$Q = -KA\frac{\Delta h}{\Delta L} \qquad (10.47)$$

dengan

A adalah luas penampang yang dialiri;

Δh adalah selisih ketinggian dua tempat;

ΔL adalah jarak antara dua tempat;

K adalah konstanta yang dikenal dengan permeabilitas tanah atau material yang dilewati air.

Selisih ketinggian Δh menghasilkan perbedaan tekanan hidrostatis. Perbedaan tekanan inilah yang mendorong air mengalir dalam tanah atau material lainnya. Besaran $\Delta h/\Delta L$ sering disebut gradien hidrolik. Untuk tanah yang pori-porinya besan maka nilai K besar dan air lebih mudah mengalir. Konstanta K juga serting disebut konduktivitas hidrolik. Dari persamaan (10.47) maka kita dapatkan laju aliran air dalam tanah sebesar

$$v = \frac{Q}{A} = -K\frac{\Delta h}{\Delta L} \qquad (10.48)$$

Sekarang kita perkirakanan waktu yang diperlukan air dari tanah di Lembang mengali menuju lokasi di kota Bandung. Kita ambil, jarak lurus Lembang Bandung adalah L = 15 km = 15.000 m. Kita ambil perkiraan ketinggian Lembang terhadap kota Bandung 400 m sehingga Δh = - 400 m. Kita asumsikan bahwa tanah antara Lembang dan Bandung mendekati sifat pasir. Berdasarkan data dari Cherry (1929) dan Chathles (1997) nilai konduktivitas hidrolik pasir sekitar $K = 10^{-4}$ m/s. Dengan asumsi bahwa tanah memiliki nilai konduktivitas hidrolik yang sama dengan pasir maka kita dapatkan perkiraan laju aliran air tanah antara Lembang-Bandung sekitar

$$v = -10^{-4} \times \left(\frac{-400}{15.000}\right)$$

$$= 2.7\times 10^{-6} \text{ m/s}$$

Karena jarak bandung Lembang 15 km maka waktu yang diperlukan air tanah dari Lembang mencapai Bandung sekitar

$$t = \frac{15.000}{2.7\times 10^{-6}}$$

$= 5{,}6 \times 10^9$ s = 177 tahun

Mungkin angka tersebut terlampau tinggi. Namun, yang pasti akan butuh waktu puluhan tahun bagi air tanah Lembang mencapai kota Bandung hang jaraknya hanta sekitar 15 km. Pesan yang kita perolah dari data ini adalah mari kita pelihara tempat resapan air seperti hutan. Karena butuh waktu7 puluhan tahun untuk menghasilkan air tanah yang kita minum***. Kita bisa menyedot habis air tanah hanya dalam beberapa tahun, tetapi butuh waktu puluhan tahun untuk mengembalikan air tanah tersebut***.

Begitu lambatnya air tanah mengalir. Pantaslah penyedotan air tanah besar-besaran menyebabkan permukaan air tanah turun secara drastis. Penurunan rata-rata air tanah di Bandung antara 0,5-1 meter/tahun (http://www.bisnis-jabar.com/index.php/berita/kabar-umum-2711-pasirkaliki-anjlok-30-meter). Apa yang terjadi dalam 10 atau 20 tahun mendatang jika kondisi tetap seperti sekarang? Mungkin jet pump pun tidak sanggup lagi menyedot air tanah. Dari mana orang Bandung mendapatkan air bersih? Begitu pula dengan penduduk kota lainnya.

Mengukur Massa Jenis Fluida Secara Sederhana

Ketika akan melakukan percobaan pengukuran massa jenis benda, seringkali yang terpikir oleh kita adalah neraca dan gelas ukur. Karena kita selalu ingin menentukan massa jenis sebagai perbandingan massa dan volume. Percobaan ini mungkin bisa dilakukan di sekolah-sekolah dengan fasilitas laboratorium cukup lengkap. Namun untuk sekolah-sekolah di kampung atau di tengah hutan, percobaan seperti itu sulit dilakukan.

Di sini saya jelaskan percobaan sangat sederhana untuk menentukan massa jenis zat cair. Peralatan yang dibutuhkan hanyalah penggaris, gelas yang menyerupai silinder, serta benda kecil yang bentuknya apa saja tetatpi terapung di air dan di dalam zat cair yang akan ditentukan massa jenisnya. Massa dan volum benda tidak perlu diketahui. Dengan menggunakan prinsip Archimedes maka massa jenis semua zat cair dapat kita tentukan.

Langkah lengkap percobaan sebagai berikut:

1) Masukkan air ke dalam gelas yang berbentuk silinder atau mneyerupai silinder.

2) Beri tanda ketinggian permukaan air

3) Masukkan benda yang terapung ke dalam air. Ukuran benda harus cukup besar sehingga kenaikan air yang dipindahkan dapat diukur secara teliti.

Misalkan ketinggian kenaikan permukaan air adalah h_a. Maka volume air yang dipindahkan adalah

$$V_a = Sh_a$$

dengan S adalah luas penampang gelas. Dengan demikian massa air yang dipindahkan menjadi

$$m_a = \rho_a V_a$$

Misalkan massa benda m_b. Dalam keadaan setimbang (benda tidak lagi bergerak naik atau turun) maka gaya kea atas yang dialami benda sama dengan berat benda. Gaya ke atas adalah gaya Archimedes yang besarnya sama dengan berat zat cair yang dipindahkan. Jadi dalam keadaan setimbang maka berat benda sama dengan berat air yang dipindahkan, atau massa benda sama dengan massa air yang dipindahkan. Dengan demikian kita bisa menulis massa benda sebagai

$$m_b = m_a$$

$$= \rho_a Sh_a \qquad (10.49)$$

4) Kemudian buang air dari gelas.

5) Isi gelas dengan sirop yang akan diukur massa jenisnya. Tandai posisi permukaan sirop.

6) Masukkan benda yang sama ke dalam sirop dan tandai posisi permukaan sirop setelah dicapai kesetimbangan.

Misalkan ketinggian naiknya permukaan sirop adalah h_s maka volume sirop yang dipindahkan adalah

$$V_s = Sh_s$$

Atau massa sirop yang dipindahkan adalah

$$m_s = \rho_s V_s$$

Ketika benda sudah mencapai kesetimbangan maka gaya angkat Archimedes oleh sirop persis sama dengan berat benda. Akibatnya massa sirop yang dipindahkan persis sama dengan massa benda, yang menghasilkan

$$m_b = m_s$$

$$= \rho_s S h_s \qquad (10.50)$$

Dari persamaan (10.49) dan (10.50) kita dapatkan

$$\rho_s S h_s = \rho_a S h_a$$

Yang memberikan nilai massa jenis sirop adalah

$$\rho_s = \frac{h_a}{h_s} \rho_a \qquad (10.51)$$

Persamaan (10.51) sangat luar biasa. Dengan metode ini maka massa jenis fluida dapat diukur hanya dengan mengukur ketinggian naiknya permukaan fluida di dalam gelas. Yang dilakukan adalah mengukur kenaikan permukaan air sekali saja untuk benda yang sama. Lalu untuk mengukur massa jenis fluida lain kita cukup nenetukan ketinggian kenaikan permukaan fluida tersebut ketika memasukkan benda yang sama. Massa jenis air sudah diketahui, yaitu 1000 kg/m^3. Dengan persamaan (10.51) yang sangat sederhana makam massa jenis berbagai fluida dapat ditentukan.

Sebagai satu pekerjaan rumah coba kalian tentukan massa jenis sirup yang biasa kalian beli di supermarket. Kalian hanya perlu mencari gelas transparan yang bentuknya mirip silinder. Gelas tersebut ada di jual di supermarket.

Gesekan udara pada bola golf

Tahun 1949 Davies mengkaji gaya angkat dan gaya gesekan udara pada bola golf yang berputar [J.M. Davies, *Journal of Applied Physics* **20**, 821 (1949)]. Davies melakukan perobaan pada terowongan angin B.F. Goodrich yang memancarkan udara dengan laju 105 ft/s. Kecepatan rotasi bola golf divariasi hingga 8000 rpm. Davies mengamati bahwa gaya gesekan naik secara linier dari sekitar 0,06 ln untuk bola yang tidak berputar hingga 0,1 lb untuk bola yang berputar dengan laju 8000 rpm.Diamati juga adanya gaya angkat yang memenuhi persamaan

$$L = 0{,}064\left[1 - \exp(-0{,}00026N)\right]$$

dengan L dalam lb dan N dalam rpm.

Tahun 1959 William mengamati gaya angkat pada bola golf sebagai fungsi laju [D. Williams, *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **XII**, 387-392 (1959)]. Divariasi laju penembakan awal 150 – 225 ft/s. Dengan menggunakan persamaan gaya gesekan yang memenuhi bentuk umum

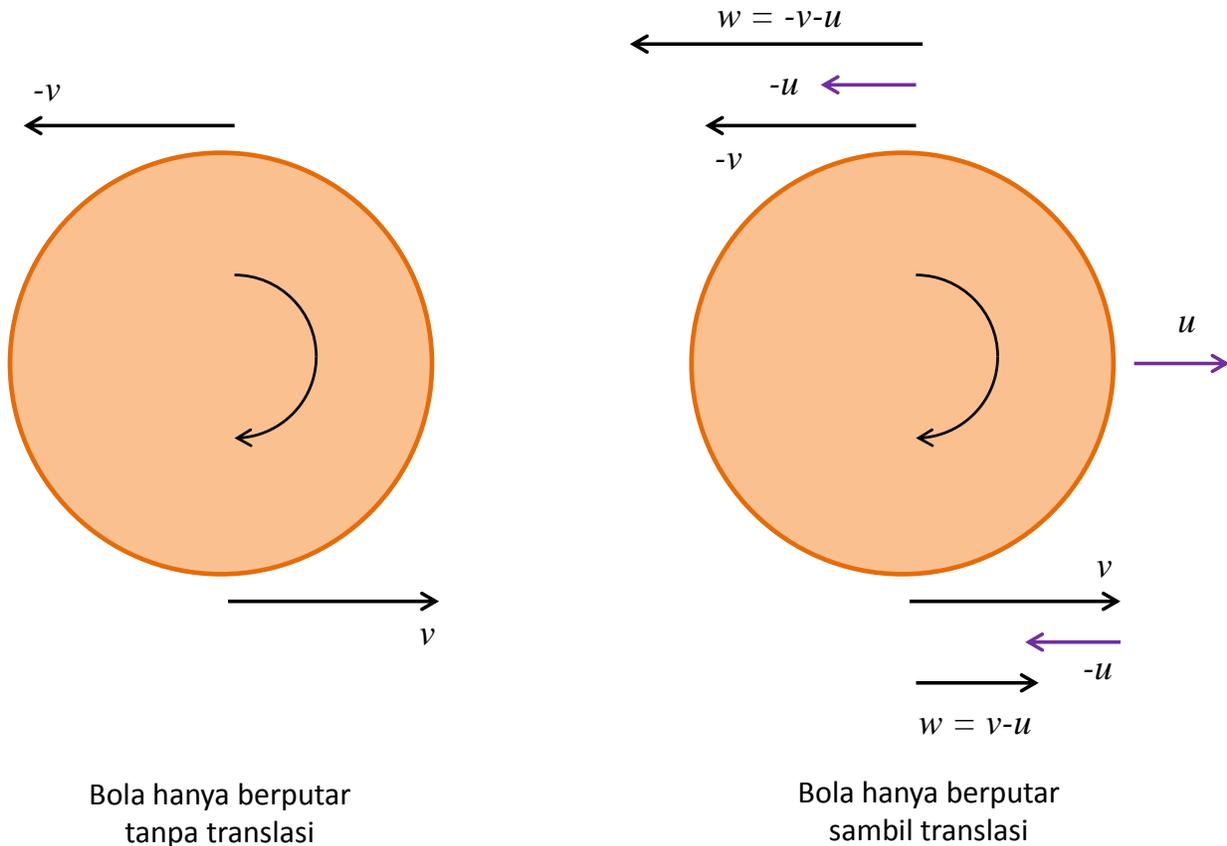
$$f = C_D A\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right)$$

Willimas mendapatkan bahwa C_D berbanding terbalik dengan laju menurut persamaan

$$C_D = \frac{46}{v}$$

dengan v dalam ft/s.Gaya angkat sebesar

$$L = C_L A\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right)$$

muncul karena perbedaan tekanan akibat putaran bola. Putaran ke belakang bola menyebabkan laju udara di atas bola lebih besar daripada laju udara di bawah bola (Gambar 10.64).

Gambar 10.64 Bola mengalami gaya angkat garena terjadi rotasi.

Jika bola hanya berotasi dan tanpa translasi maka laju udara di atas dan di bawah bola relatif terhadap permukaan bola sama besar. Yang berbeda adalah arah. Karena laju udara sama besar maka tidak ada perbedaan tekanan Bernoulli pada permukaan atas dan bawah bola sehingga tidak terjadi gaya angkat.

Jika bola beputar sambil translasi seperti pada Gambar 10.64 maka laju udara di sisi bawah dan sisi atas bola terhadap permukaan bola tidak sama besar. Laju udara di sisi bawah menjadi $v - u$ sedangkan laju udara di sisi atas adalah $v + u$, dengan v adalah laju tangensial rotasi permukaan bola dan u adalah laju translasi bola. Laju udara di sisi bawah lebih kecil daripada di sisi atas. Akibatanya muncul gaya angkat Bernoulli ke atah atas.

Soal-Soal

1) Palung Sunda yang disebut juga Palung Jawa atau Palung Sumatera adalah palung yang terletak di timur laut samudera Hindia dengan panjang 2.600 kilometer dan kedalaman maksimum 7.725 meter. Palung ini merupakan palung terdalam kedua di samudera Hindia setelah palung Diamantina (id.wikipedia.org). Massa jenis air alut adalah 1.029 kg/m^3. Berapa tekanan hidrostatis di dasar palung Sunda. Aanggap massa jenis air laut konstan.
2) Badan Standardisasi Nasional (BSN) mengeluarkan ketetapan tentang kriteria tabung gas 3 kg yang digunakan di Indonesia. Tabung tersebut harus tahan terhadap tekanan hidrostatis sebesar 31 kg/cm2 yang setara dengan 3,1 Mpa. Pada tekanan tersebut tidak boleh ada rembesan air, kebocoran, atau perubahan bentuk. Ini berarti tabung tersebut tidak boleh rusak jika dicelupkan ke dalam air hingga kedalaman berapakah.
3) Jika dalam barometer air raksa, tekanan udara di ujung atas tabung adalah 0,25 atm, berapakah ketinggian kolom air raksa saat barmeter dibawa lokasi sekitar pantai?
4) Menurut data dari Kementerian Energi dan Sumber Daya Mineral (ESDM), tekanan gas dalam elpiji sekitar 8 atm. Jika gas tersebut digunakan untuk mendotong air sepanjang pipa maka air dapat naik hingga ketinggian berapakah?
5) Kapal Selam USS Michigan merupakan kapal selam militer Amerika Serikat. Kapal tersebut dapat menyelam hingga kedalaman 1.300 meter di bawah permukaan laut. Saat seluruh body kapal masuk ke dalam air maka jumlah air yang dipindahkan adalah 18.750 ton. Berapakah gaya angkat Archimedes yang dialami kapal?
6) Tim peneliti dari Geosciences Department Princetown University dan Lawrence Livermore National Laboratory menghasilkan rekor tekanan terbesar menggunakan sinar laser dengan kekuatan terbesar di dunia. Laser tersebut menghasilkan tekanan pada intan hingga mencapai 50 juta atmosfer. Tekanan tersebut melebihi tekanan di pusat Saturnus. Tekanan di pusat bumi sendiri sekitar 3,6 juta atmosfer. Tekanan gas berbanding lurus dengan volume. Jika ada gas yang memiliki volum 1 m3 pada tekanan 1 atm, berakapah volume has tersebut kalau diberi tekanan 60 juta atmosfer?
7) Presto menghasilkan tembahan tekanan uap sekitar 1 atm. Dengan demikian, tekanan uap di dalam presto sekitar 2 atm. Jika penutup presto memiliki luas penampang sekitar 300 cm2, berapa gaya tekan ke luar pada tutup presto.
8) Sebuah pompa yang dipasang pada sistem hidrolik mampu menghasilkan tekanan 1.380 atm. Pompa ini dhubungkan dengan oli ke piston yang memiliki luas penampang 2027 cm2. Berapa beban maksimum yang dapat diangkat piston hidrolik tersebut?
9) Dalam keadaan darurat, pesawat bisa melakukan pendaratan di air khususnya di permukaan laut atau sungai besar. Pada 16 januari 2002, Garuda Indonesia Boeing 737-300 rute Mataram-Yogyakarta melakakukan pendaratan darurat di sungai Bengawan Solo (Gambar 10.65). Pesawat dengan pilot Abdul Rozak dihantam cuaca buruk di atas Purwodadi yang menyebabkan dua mesin mati. Pada pendaratan tersebut hanya seorang korban jiwa, yaitu pramugari pesawat. Mengapa pesawat tidak tenggelam saat pendaratan di air?

Gambar 10.65 Gambar untuk soal nomor 9 (lebihdari.com)

10) Sebuah pompa yang dipasang pada sistem hidrolik mampu menghasilkan tekanan 1.380 atm. Pompa ini dhubungkan dengan oli ke piston yang memiliki luas penampang 2027 cm^2. Berapa beban maksimum yang dapat diangkat piston hidrolik tersebut?
11) Sebuah excavator raksasa mampu menghasilkan tekanan dalam bagian hiroliknya sebesar 5.000 psi (1 psi = 6.895 Pa). Excavator tersebut memiliki cylinder dengan diameter 120 mm. Gaya yang dihasilkan excavator tersebut adalah
12) Gambar 10.66 menunjukkan rekomendasi tekanan ban mobil yang digunakan Jelaskan angka-angka pada gambar tersebut

TYRE SIZE DESIGNATION	RECOMMENDED TYRE SIZE AND INFLATION PRESSURES KPa (PSI) COLD			
	NORMAL LOAD Kgf / cm^2 (PSI)		MAX LOAD Kgf / Cm^2 (PSI)	
	FRONT	REAR	FRONT	REAR
175/70 R13	2.2 (32)	2.1 (30)	2.5 (36)	2.8 (41)
155/80 R13	2.2 (32)	2.1 (30)	2.5 (36)	2.8 (41)
175/65 R14	2.2 (32)	2.1 (30)	2.5 (36)	2.8 (41)

HOSTED ON : Team-BHP.com copyright respective owners

2U5A-1532-CA

Gambar 10.66 Gambar untuk soal nomor 12 (team-bhp.com)

13) Gambar 10.67 memperlihatkan ukuran kaki dan nomor sepatu yang digunakan di Eropa dan Amerika. Misalkans seorang menggunakan sepatu

nomor Eropa 39. Orang tersebut memiliki massa tubuh 60 kg. Berapa perkiraan tekanan yang dilakukan masing-masiking kaki orang tersebut?

SIZE CHART

Size(eur)	US size	Feet length(cm)	Feet width(cm)
33		21.1--21.5	8
34		21.6--22	8--8.5
35	4	22.1--22.5	8.5
36	5	22.6--23	8.5--9
37	6	23.1--23.5	9
38	7	23.6--24	9--9.5
39	8	24.1--24.5	9.5
40	9	24.6--25	9.5--10
41	10	25.1--25.5	10
42	11	25.6--26	10--10.5
43	12	26.1--26.5	10.5
44	13	26.6--27	10.5-11
45	14	27.1--27.5	11

Gambar 10.67 Gambar untuk soal nomor 13.

14) Kedalaman air dam jatiluhur sekitar 105 meter (Gambar 10.68). Berapa tekanan hidrostatis di dasar dam?

Gambar 10.68 Gambar untuk soal nomor 14 (www.jatiluhur.info)

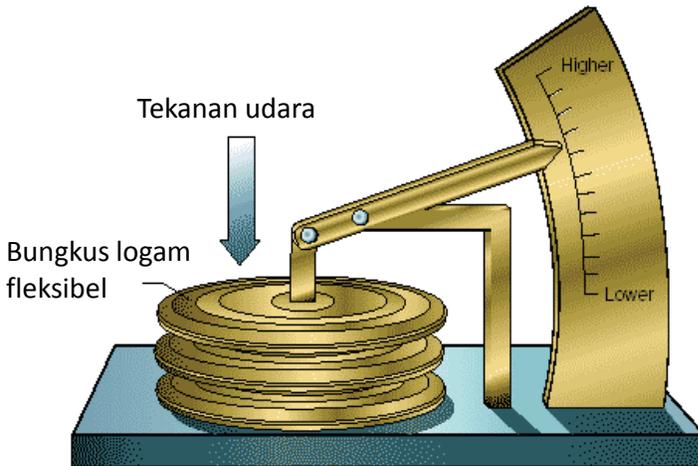
15) Permukaan bendungan (Gambar 10.69) yang bersentuhan dengan air berbentuk bidang vertikal. Misalkan suatu bendugan memiliki dinding penahan air berbentuk vertikal dengan lemar 150 meter dan ketinggian air 140 meter. Berapa gaya total yang dilakukan air pada dinding tersebut.

Gambar 10.69 Gambar untuk soal *** (nww.usace.army.mil)

16) Gas yang memiliki volume 1 liter memiliki tekanan 1 atm pada suhu 10 ^{o}C. Berapa volume gas ketika suhu dinaikkan menjadi 100 ^{o}C

17) Misalkan massa tubuh masing-masing gadis dalam balon air di bawah ini (Gambar 10.70) adalah 47 kg, hitunglan gaya angkat pada balon dan volume bagian balon yang tercelup dalam air.

Gambar 10.70 Gambar untuk soal nomor 17 (mandiribalon.indonetwork.co.id)

18) Jelaskan prinsip kerja barometer pada Gambar 10.71

Gambar 10.71 Gambar untuk soal nomor 18 (mrsmorganssciencepage.weebly.com)

19) Dengan mengacu ke persamaan (**), perkirakan ketinggian kolom barometer air raksa ketika dibawa ke ketinggian 10 km dari permukaan laut.

20) Gunung Tambora di Kabupaten Dompu, NTB meletus bulan April tahun 1815. Ini merupakan letusan terbesar gunung api sepanjang sejarah bumi yang dicatat manusia. Kekuatannya kira-kira 10 kali letusan Krakatau. Letusan diawali dengan terbentuknya ruang magma pada kedalaman antara 1,5 – 4,5 km yang memiliki tekanan yang sangat tinggi. Besar tekanan diperkirakan antara 400 – 500 MPa. Bulan April 1815, tekanan yang besar tersebut tidak bisa lagi ditahan sehingga terjadi letusan.

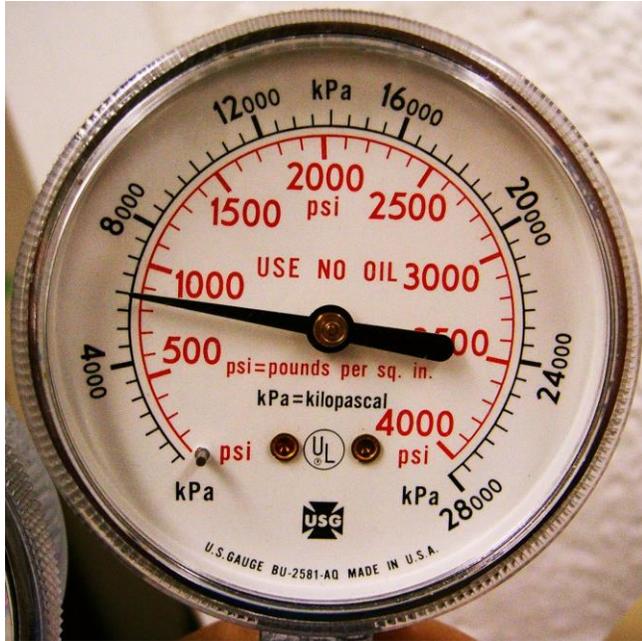
a) Berapa atmosferkah tekanan dalam ruang magma Tambora

b) Jika tekanan tersebut diukur dengan barometer air raksa, berapakah tinggi kolom air raksa yang terbentuk?

21) Ketika akan mengisi angin ke dalam ban mobil, sering kali tukang isi angin tersebut menghidupkan kompressor beebrapa saat dulu. Setelah itu dia menghubungkan selang ke ban mobil untuk mengisi angin. Apa maksud menghidupkan kompressor beberapa saat dulu?

22) Pentil ban mudah ditebus angin dari luar (misalnya saat mengisi angin dengan pompa atau kompressor). Tetapi pentil ban sulit ditembus angin dari dalam ban. Jelaskan mengapa demikian.

23) Berapakah tekanan hidrostatis di dasar barometer air raksa yang menunjukkan pembacaan 800 milibar?

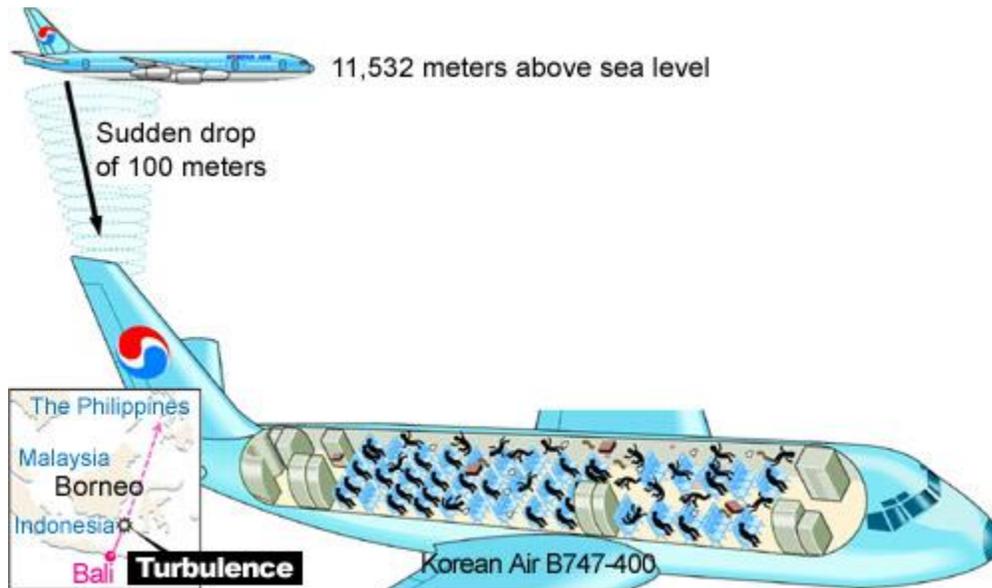
24) Berapa tekanan udara yang ditunjukkan oleh barometer pada Gambar 10.72?

Gambar 10.72 Gambar untuk soal nomor 24 (en.wikipedia.org)

25) Berapakah tekanan hidrostatik pada dasar sungai yang memiliki kedalaman 10 m? Berapakah gaya yang dilakukan air sungai pada tiap 10 m^2 luas dasar sungai?

26) Tentukan tekanan hidrostatik dan tekanan total pada kedalamam 25 m di bawah permukaan laut, jika tekanan di permukaan laut adalah $1{,}01 \times 10^5$ Pa?

27) Minyak dan air dimasukkan secara hati-hati ke dalam masing-masing mulut pipa U. Minyak dan air tersebut tidak bercampur. Jumlah air yang dimasukkan lebih banyak daripada minyak. Jika diukur dari garis horizontal yang melalui perbatasan minyak dan air, tinggi permukaan minyak adalah 27,2 cm sedangkan permukaan air berada 9,41 cm lebih rendah dari permukaan minyak. Berapakah massa jenis minyak?

28) Ketika terjadi tubulensi maka peawat bisa merosot sangat jauh. Tahun 2005, pesawat Boeing 747-400 milik Korean Air merosot sejauh 100 meter akibat clear air turbulence, yaitu turbulensi yang sulit dideteksi (Gambar 10.73). Udara tampak cerah (clear air), tetapi ternyata mengandung tubulensi. Kondisi ini berbeda dengan turbulensi akibat awan tebal yang

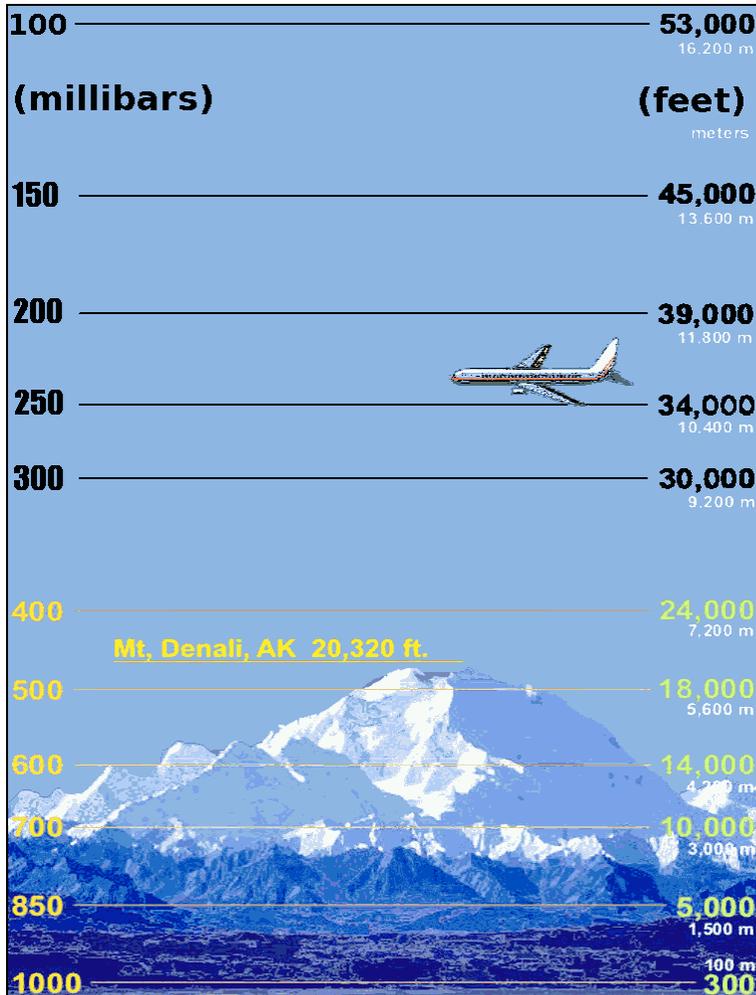
sudah dapat dideteksi dari jauh. Jelaskan mengapa turbulensi dapat menyebabkan pesawat merosot cukup jauh?

Gambar 10.73 Gambar untuk soal nomor 28 (aircraftnut.blogspot.com)

29) Saat pengukur tekanan udara dalam sebuah tabung tertutup, permukaan air raksa di pipa U yang kontak dengan udara luar turun sejauh 1 cm dibandingkan dengan permukaan air raksa yang kontak dengan udara dalam tabung. Berapakah tekanan udara dalam tabung?

30) Sebuah papan kayu memiliki panjang 2 m, lebar 1 m dan ketebalan 10 cm ditempatkan melintang di atas air (ketebalan kayu berarah atas dan bawah). Massa jenis kayu 900 kg/m^3 dan massa jenis air 1000 kg/m^3. Berapa sentimeter bagian kayu yang muncul di atas permukaan air?

31) Sebuah benda yang bentuknya tidak teratur dimasukkan ke dalam air. Tampak bahwa 10% volum benda menyembul di atas permukaan air. Ketika dimasukkan ke dalam suatu jenis fluida, volume benda yang menyembul adalah 25%. Berapakah massa jenis fluida kedua tersebut?

32) Sebuah dongkrak hidrolik memiliki pipa-pipa yang berdiameter 1 cm dan 7 cm. Berapakah gaya yang diperlukan untuk mengangkat benda yang massanya 1500 kg?

33) Berdasarkan Gambar 10.74 buatlah kurva tekanan sebagai fungsi ketinggian

Gambar 10.74 Gambar untuk soal nomor 33 (www.pinterest.com)

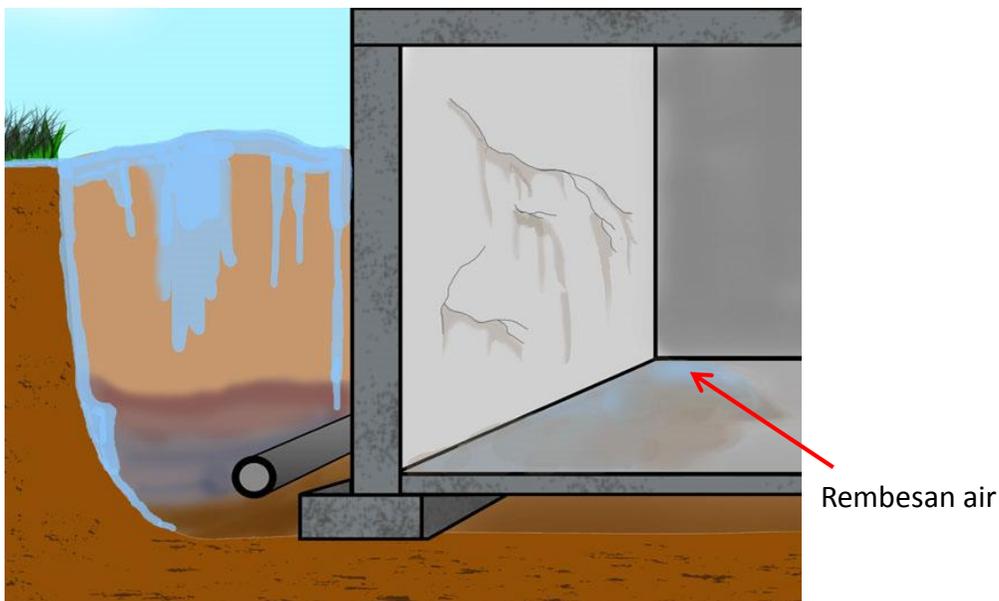
34) Sebuah pipa air dengan diameter dalam 20 mm memancarkan air sebanyak 30 kg selama 1 menit. Hitunglah laju air keluar dari pipa tersebut.

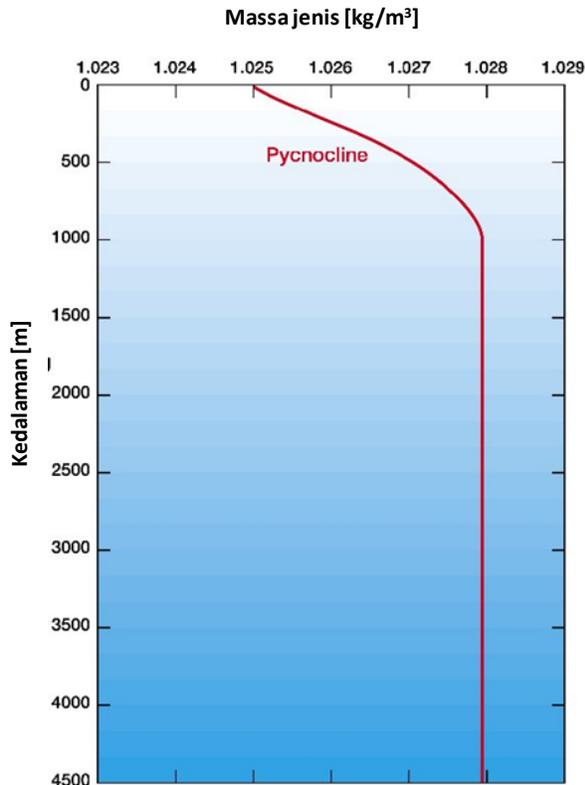
35) Sebuah tabung pitot dipasang pada sebuah boat untuk mengukur laju boat tersebut. Jika massa air laut 1050 kg/m^3 dan perbedaan tekanan yang ditunjukkan oleh alat ukur tekanan adalah 52,5 kPa, berapakah laju boat tersebut?

36) Minyak mengalir secara perlahan-lahan melalui pipa yang memiliki penampang konstan. Panjang pipa adalah 2 meter dan diameternya 1,0 cm. Jika debit aliran minyak adalah $8{,}5 \times 10^{-6}$ m^3/s, hitunglah beda tekanan antara dua ujung pipa. Anggap massa jenis minyak 900 kg/m^3 dan koefisien viskositasnya 0,01 N s m^{-2}.

37) Stetoskop adalah alat untuk mengukur tekanan darah (Gambar 10.75). Jelaskan bagaimana prinsip kerjanya. Kalian dapat membaca referensi di internet.

Gambar 10.75 Gambar untuk soal nomor 37 (www.goredforwomen.org).

38) Basement suatu gedung sering kali basah dan lembab (Gambar 10.76). Pada beberapa tempat, khususnya di lantai basemenet atau ujung bawah tembok basement sehing basah dan kadang muncul retakan dan air keluar dari situ. Jumlah retakan di sisi bawah lebih banyak daripada sisis atas. Jelaskan mengapa demikian?

Gambar 10.76 Gambar untuk soal nomor 38

39) Gambar 10.77 memperlihatkan massa jenis air samudra pada berbagai kedalaman. Dari data tersebut tentukan tekanan hidrostatis sebagai fungsi kedalaman. Caranya kalian pertama kali membangun persamaan massa jenis sebagai fungsi kedalaman. Lapu tekanan hidrostatis dihitung dengan metode integral.

Gambar 10.77 Gambar untuk soal nomor 39 (www.windows2universe.org).

40) Sebual bola baja yang memiliki diameter 8,0 mm diukur waktu jatuhnya dalam minyak yang ditempatkan dalam tabung. Diamatai bahwa, bola tersebut memerlukan waktu 0,56 s untuk jatuh sejauh 0,2 m. Jika massa jenis baja 7800 kg/m^3 dan massa jenis minyak 900 kg/m^3, hitunglah: (a) berat bola, (b) total gaya ke atas yang dialami bola (gaya Stokes dan Arcimedes), dan (c) koefisien viskositas minyak.

41) Hitunglah laju terminal dari bola yang terbuat dari (a) timbal dan (b) butiran es, masing-masing memiliki jar-jari 2 mm ketika dijatuhkan di udara. Diketahui massa jenis timbal $1,14 \times 10^4$ kg/m^3 dan massa jenis es $9,2 \times 10^3$ kg/m^3.

42) Berapakah daya yang diperlukan untuk mempertahankan laju sebuah mobil pada 31 m/s (70 mph)? Diketahui, pada laju ini gaya gesekan antara roda dengan jalan adalah 210 N, luar penampang lintang mobil adalah 1,8 m2, kerapatan udara 1,3 kg/m^3, dan koefisien gesekan udara dengan mobil

adalah 0,4. (*Petunjuk: hitung gaya gesekan total pada mobil. Untuk mempertahankan kecepatan, gaya yang dikelurkan mobil sama dengan gaya gesekan total. Daya adalah perkalian gaya dan kecepatan*).

43) Daya rusak yang ditimbulkan oleh angin tornado di daerah perkotaan adalah karena penurunan tekanan secara tiba-tiba ketika tornado melintas. Besarnya penurunan tekanan bisa mencapai 10% dari tekanan atmosfir. Mengapa bisa terjadi penurunan tekanan seperti itu?

44) Seorang pasien diberikan transfusi darah. Darah dialirkan melaui selang infus dari suatu tabung yang berada pada ketinggian terntentu dari posisi jarum. Darah dimasukkan ke dalam pembuluh darah melalui jarum yang memiliki diameter 0,4 mm dan panjangnya 4 cm. Berapakah ketinggian tabung darah agar debit darah yang masuk dalam pembuluh darah adalah 4,0 cm^3/menit? Anggap bahwa tekanan darah dalam pembuluh darah lebih tinggi 10 torr daripada tekanan atmosfer, koefisien viskositas darah 0,004 Pa.s, dan massa jenis darah 1050 kg/m^3. (*Petunjukan: 1 torr = tekanan hidrostatik yang dihasilkan air raksa setinggi 1 cm. Hitung perbedaan tekanan antara dua ujung jarum. Lalu gunakan persamaan Pouseille*).

45) Perkirakan tekanan di tengah-tengah hurricane katagori 5 yang bergerak dengan laju 300 km/jam.

46) Berapakah gaya angkat yang disebabkan oleh prinsip Bernoulli pada sebuah sayap yang luasnya 80 m^2 jika laju udara di sisi atas sayap adalah 340 m/s dan di bawah sayap 290 m/s?

47) Sebuah bak yang permukaannya sangat luas memiliki dasar yang terletak pada ketinggian 2 meter di atas lantai. Tinggi permukaan air dalam bak adalah 1,5 m. Jika di dasar bak dibuat lubang yang bukaannya berarah vertical, berapa lama waktu yang diperlukan air yang keluar dari lubang mencapai lantai? Berapa jauh dari dinding bak air jatuh (dalam arah horizontal)?

48) Venturimeter air raksa digunakan untuk mengukur laju aliran minyak dalam sebuah pipa yang berdiamater 50 cm. Pada saluran pipa tersebut, terdapat bagian pipa yang mengecil yang memiliki diameter 25 cm. Massa jenis minyal adalah 900 kg/m^3. Jika perbedaan tinggi permukaan air raksa pada venturimeter adalah 5 cm, berapakah laju minyak pada pipa besar? Berapa pula debit minyak?

49) Berat sebuah gelas ukur kosong adalah 2,5 N. Ke dalam gelas dimasukkan alcohol hingga beratnya bertambah menjadi 3,5 N. Berapakah volum alkohol yang dimasukkan ke dalam gelas?

50) Air yang bersuhu 20 ^oC dimasukkan dalam wadah tertutup kemudian dipanaskan hingga sununya mencapai 60 ^oC. Apakah massa air dan wadah berubah? Apakah massa jenis air berubah?

51) Sebuah pipa dimasukkan ke dalam wadah berisi air raksa. Ujung pipa yang masuk ke dalam air raksa terbuka, sedangkan di ujung lainnya, dilakukan penvakuman. Jika tekanan udara luar 9×10^4 Pa, berapakah ketinggian air raksa dalam pipa? Jika pipa dimiringkan hingga membentuk sudut 60^o terhadap horizontal, berapakah panjang kolom air raksa di dalam pipa?

52) Di dalam sebuah gelas silinder yang memiliki jari-jari lubang 4 cm dimasukkan air hingga mencapai ketinggian 7 cm. Di atas air kemudian dimasukkan minyak yang memiliki massa jenis 800 kg/m^3 hingga tinggi total cairan dalam gelas adalah 20 cm. Berapakah gaya yang dialkukan

fluida di dasar gelas dan berapa gaya total yang dialami dasar gelas jika bagian atas gelas terbuka?

53) Sebuah pipa U memiliki luas penampang 4 cm^2. Jarak antar dua kaki pila adalah 2 cm. Ke dalam pipa dimasukkan 100 cm^3 air dan 10 cm^3 minyak yang memiliki massa jenis 800 kg/m^3. Air dan minyak tidak bercampur. Berapakah tinggi permukaan minyak dari dasar pipa U?
54) Sebuah wadah dari bersi yang tertutup bersisi air dan udara di dalamnya. Volume luar wadah adalah 2 L sedangkan volume air di dalam wadah adalah 0,8 L. Ketika dimasukkan ke dalam air wadah tersebut melayang. Berapakah massa bahan wadahnya saja. Jika air dalam wadah dikeluarkan semuanya dan wadah ditutup kembali, berapa volum wadah yang menyembul di atas permukaan air ketika diletakkan kembali di air?
55) Jika massa jenis darah adalah $1{,}05 \times 10^3$ kg/m^3, berapakah beda tekanan darah di ujung kepala dan dasar kaki sesorang yang tingginya 1,6 m?
56) Seorang ahli geologi mengukur massa batuan bulan dengan neraca pegas. Ketika batu tergantung bebas, penunjukkan neraca adalah 8,2 kg. Tetapi ketika batu dicelupkan ke dalam air, penunjukkan neraca adalah 6,18 kg. Berapakah massa jenis batu tersebut?
57) Sebuah balon berbentuk bola dengan jari-jari 9,5 m dan diisi helium. Berapa massa kargo yang dapat diangkut balon jika kulir balon sendiri memiliki massa 1000 kg. Massa jenis udara adalah 1,29 kg/m^3 dan massa jenis helium adalah 0,179 kg/m^3.
58) Dongkrak hidrolik memiliki perbandingan perbandingan luas penampang output dan input sebesar 40. Jika gaya maksimum yang dapay diberikan di lengan imput 200 N, tentukan massa maksimum yang dapat diangkat dongkrak.
59) Sebuah pipa U yang berisi air raksa digunakan untuk mengukur tekanan udara dalam ruang tertutup. Selisih tinggi permukaan air raksa dalam pipa adalah 10 cm. Jika salah satu ujung pipa bersentukan langsung dengan atmosfer, tentukan tekanan udara dalam ruang tertutup tersebut.
60) Sebuah pipa U yang berisi air raksa berada dalam posisi tegak. Masing-masing ujung pipa dihubungan dengan wadah bersisi gas dalam ruang tertutup. Tampak bahwa permukaan air raksa dalam pipa memiliki perbedaan ketinggian 8 cm. Tentukan perbedaan tekanan gas dalam dua wadah tersebut.
61) Jika barometer air raksa yang sedang mengukur tekanan 1 atm dimiringkan hingga membentuk sudut 45^o terhadap horizontal, berapakah panjang kolom air raksa dalam barometer tersebut?
62) Ketika sepotong kayu diletakkan di air, sebanyak 20% volumnya menyembul di atas permukaan air. Berapa persen volum katu tersebut yang menyembul jika diletakkan dalam fluida yang memiliki massa jenis 1,2 g/cm^3?
63) Berapa ketebalan lapisan atmosfer jika massa jenis udara dianggap sama untuk semua ketinggian, yaitu 1,29 kg/m^3.
64) Berapa fraksi aluminium yang tercelup dalam air raksa ketika batang aluminium mengapung di atas air raksa? Massa jenis aluminium adalah 2700 kg/m^3.
65) Massa jenis baja jauh lebih besar daripada massa jenis air laut. Mengapa kapal laut yang terbuat dari baja bisa terapung di atas air laut?
66) Sebuah wadah tertutup yang volum luarnya 1 L berisi alcohol di dalamnya.

Ketika diletakkan di air, wadah tersebut melayang dalam air. Jika 0,2 L alkohol di dalamnya dikeluarkan, berapa persen volum wadah yang terapung di atas permukaan air?

67) Berapa beda tekanan antara dua ujung pipa yang panjangnya 1,9 km dan diameter 29 cm jika digunakan untuk mengaliri minyak (ρ = 950 kg/m^3, η = 0,2 Pa.s) dengan debit 450 cm^3/s?

68) Sebuah menara air yang memiliki penampang cukup besar menampung air yang ketinggian permukaannya 15 meter di atas posisi keran-keran di rumah. Sebuah keran yang memiliki garis tengah 1 cm dibuka selama empat menit. Berapa laju aliran air keluar dari keran? Berapa massa air yang tertampung selama selang waktu tersebut?

69) Sebuah bak air yang memiliki penampang sangat besar di tempatkan di atas bidang datar. Ketinggian permukaan air dalam bak dari bidang adalah 1,5 m. (a) Jika pada ketinggian 1 m dari bidang dibuat lubang yang garis tengahnya 1 cm, berapa juah dari pinggir bak (arah horizontal) air jatuh di lantai? (b) Pada ketinggian berapa dari lantai agar air jatuh pada jarak terjauh dari bak?

70) Perbedaan tekanan pada penampang besar dan kecil suatu pipa yang dialiri air adalah 10^3 Pa. Jika pipa ditempatkan dalam posisi horisontal dan laju fluida pada penampang besar adalah 1 m/s, berapakah laju fluida pada penampang kecil?

71) Jari-jari pembuluh darah aorta sekirat 1 cm. Arah mengalir melalui aorta dengan laju 30 cm/s. Aorta dihubungkan oleh pembuluh kapiler yang memiliki jari-jari 4×10^{-4} cm. Darah mengalir melalui kapiler dengan laju 5×10^{-2} cm/s. Perkirakan jumlah pembuluh kapiler dalam tubuh.

72) Air dialirkan pada sistem pemanas air di rumah. Jika air dipompa dengan laju 0,5 m/s melalui pipa berdiameter 4 cm di lantai dasar rumah dengan tekanan 3 atm, berapa laju dan tekanan air pada pipa berdiamater 2,6 cm di lantai 2 rumah yang tingginya dari lantai dasar adalah 5 m?

73) Air keluar dari keran yang berdiameter 1,5 cm dengan laju 2,8 m/s. Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mengisi sebuah kolam renang yang memiliki diameter 7,2 m dan kedalamam 1,5 m?

74) Jika angin bertiup dengan laju 30 m/s di atas atp rumah, berapakah gaya pada atap yang luasnya 240 m^2?

75) Sebuah bola kaca yang memiliki jari-jari 0,5 cm dilepas dalam tabung yang bersisi minyal. Massa jenis besi adalah 2 500 kg/m^3 dan madda jenis minyak adalah 1 100 kg/m^3. Jika koefisien viskositas minyak adalah 0,2 Pa.s, tentukan kecepatan terminal bola besi?

76) Sebuah mobil balap memiliki luas penampang effektir 1,5 m^2. Mobil tersebut bergerak dengan laju 200 m/s. Jika koefisien gesekan mobil dengan udara adalah 0,2, tentukan gaya gesekan yang dilakukan udara pada mobil tersebut.

Bab 11
KALOR

Dalam bab ini kita akan pelajari salah besaran fisika yang sangat penting, yaitu suhu. Kita akan membahas bagaimana mendefinisikan suhu, apa satuan-satuan suhu yang umum digunakan di dunia, dan apa peranan suhu dalam kehidupan kita sehari-hari. Konversi antar satuan-satuan suhu juga akan kita pelajari. Ilustrasi berikut ini menjelaskan sejumlah aplikasi yang menunjukkan berata pentingnya konsep suhu dalam kehidupan kita sehari-hari.

Suhu dalam kulkas direndahkan agar bakteri tidak bisa tumbuh dalam makanan. Akibatnya makanan yang disimpan di dalam kulkas menjadi awet. Suhu yang aman agar bakteri tidak tumbuh adalah di bawah 5 ^{o}C. Di dalam mobil, sopir atau penumpang sering menghidupkan AC khususnya ketika suhu udara cukup tinggi. Tujuannya adalah agar suhu udara di dalam mobil menjadi rendah dan penumpang merasa lebih nyaman. Jika tidak menyalakan AC maka suhu udara dalam mobil bisa lebih tinggi dari suhu udara di luar mobil. Tetapi sebaiknya kita tidak menyetel suhu terlalu rendah karena di samping kita sendiri menjadi tidak nyaman juga merupakan langkah pemborosan energi.

Saat ke sekolah atau piknik, adik-adik sering membawa minuman atau air hangat di dalam termos. Dinding termos menghambat aliran keluar panas dari air atau minuman dari dalam menuju ke udara luar. Akibatnya, air atau minuman dalam termos dapat tetap hangat dalam waktu berjam-jam. Saat musim dingin, suhu udara di belahan bumi utara atau selatan turun sangat tajam. Bahkan suhu bisa berada di bawah nol derajat celcius. Akibatnya, uap air di udara berubah wujud menjadi padat dalam bentuk butiran-butiran es yang kita kenal dengan salju. Karena begitu dinginnya, maka orang harus menggunakan jaket tebal kalau bepergian. Di dalam rumah pun selalu

dihidupkan pemanas ruangan. Makin ke atas dari permukaan bumi, suhu udara makin turun.

Pada ketinggian 10 km, suhu udara bahkan lebih rendah dari -50 ^{o}C. Pesawat jet komersial yang terbang pada ketinggian ini harus menghidupkan pemanas udara agar suhu udara dalam kabin tetap hangat. Saat udara panas, sangat nikmat minum minuman dingin seperti es cendol, es kampur, dan lainnya. Suhu minuman atau es campur yang enak sekitar 20 ^{o}C. Ketika kalian atau adik kalian sakit demam ibu mengkompres kepala dengan kain dingin. Tujuannya adalah agar sebagian panas dari tubuh mengalir ke kain dan suhu badan tidak terus meninggi. Jika suhu badan sangat tinggi maka proses metabolisme tubuh dapat terganggu dan bisa membahayakan. Suhu normal tubuh manusia sekitar 37 ^{o}C.

Sejumlah cerita di atas menunjukkan betapa seringnya kita mendapati istilah suhu dalam kehidupan sehari-hari. Kalian masih bisa menuliskan puluhan peristiwa lain dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan suhu. Tampak jelas bahwa suhu adalah besaran fisika yang sangat penting dalam kehidupan kita maupun dalam ilmu pengetahuan dan teknologi. Pada bagian ini kita akan membahas suhu secara lebih ilmiah sehingga kita bisa memahami ilmu dan teknologi, khususnya yang ada kaitannya dengan suhu secara lebih baik.

11.1 Pengertian Suhu

Suhu adalah besaran fisika yang hanya dapat dirasakan. Tubuh kita dapat merasakan suhu dalam bentuk rasa panas atau dingin. Ketika menyentuh es, otak memberikan informasi rasa dingin. Ketika berada di terik matahari, otak memberikan informasi rasa panas. Tampak di sini bahwa *suhu adalah ukuran derajat panas suatu benda*.

Kenapa pada suhu lebih tinggi benda menjadi lebih panas? Pada suhu lebih tinggi atom-atom atau molekul-molekul penyusun benda bergetar lebih kencang. Akibatnya, energi yang dimiliki partikel menjadi lebih tinggi. Ketika kita menyentuh benda tersebut maka akan terjadi perpindahan energi dari partikel benda ke tangan kita. Akibatnya tangan merasakan lebih panas.

Pada saat udara panas, molekul-molekul udara bergerak lebih kencang. Molekul-molekul ini menumbuk kulit kita lebih kencang sehingga kita merasakan lebih panas. Sebaliknya, pada saat udara dingin, molekul-molekul di udara bergerak lebih lambat. Molekul-molekul di kulit kita justru bergetar lebih kencang. Ketika udara dingin bersentuhan dengan kulit maka sebagian energi yang dimiliki atom-atom di kulit berpindah ke atom-atom di udara. Getaran atom kulit menjadi lebih lambat sehingga kulit merasakan dingin.

11.2 Skala Suhu

Pertanyaan berikutnya adalah berapakan suhu es yang sedang mencair? Berapakah suhu air yang sedang mendidih? Agar semua orang di seluruh dunia menyimpulkan nilai suhu yang sama maka perlu ditetapkan skala suhu secara internasional. Banyak skala suhu yang telah diusulkan para ahli. Di sini kita akan bahas beberapa saja.

Skala Reamur

Pada saat menetapkan skala suhu, maka orang perlu menentukan dua peristiwa di mana suhunya ditetapkan terlebih dahulu. Dua peristiwa tersebut harus dapat dihasilkan ulang secara mudah dan teliti. Dua peristiwa yang sering digunakan sebagai acuan penetapan adalah *peleburan es pada tekanan satu atmosfer* dan *air mendidih pada tekanan satu atmosfer* (Gambar 11.1). Suhu peleburan es pada tekanan satu atmosfer sering disebut **titik acuan bawah** dan suhu didih air pada tekanan satu atmosfer sering disebut **titik acuan atas**.

Gambar 11.1 (kiri) Suhu es yang melebur pada tekanan satu atmosfer dipilih sebagai titik acuan bawah dan (kanan) suhu air mendidih pada tekanan satu atmosfer dipilih sebagai titik acuan atas.

Skala suhu Reamur ditetapkan sebagai berikut.

i. Suhu es murni yang sedang melebur pada tekanan satu atmosfer ditetapkan sebagai suhu 0 derajat.
ii. Suhu air murni yang sedang mendidih pada tekanan satu atmosfer diterapkan sebagai suhu 80.

Jadi, ketika kita memanaskan es yang sedang melebur sehingga menjadi air yang sedang mendidih pada tekanan 1 atmosfer (udara terbuka) maka kita menaikkan suhu sebesar 80 derajat skala Reamur, atau 80 ^{o}R.

Skala Celcius

Cara penetapan skala suhu Celcius tidak beda jauh dengan cara penetuan skala suhu Reamur. Skala suhu Celcius ditetapkan sebagai berikut.

i. Suhu es murni yang sedang melebur pada tekanan satu atmosfer ditetapkan sebagai suhu 0 derajat
ii. Suhu air murni yang sedang mendidih pada tekanan satu atmosfer diterapkan sebagai suhu 100.

Jadi, ketika kita memanaskan es yang sedang melebur sehingga menjadi air yang sedang mendidih pada tekanan 1 atmosfer kita menaikkan suhu sebesar 100 derajat skala Celcius, atau 100 ^{o}C.

Skala Fahrenheit

Penetapan skala suhu Fahrenheit sedikit berbeda dengan penetapan skala Celcius dan Reamur. Skala suhu Fahrenheit ditetapkan sebagai berikut

i. Suhu es murni yang sedang melebur pada tekanan satu atmosfer ditetapkan sebagai suhu 32 derajat
ii. Suhu air murni yang sedang mendidih pada tekanan satu atmosfer diterapkan sebagai suhu 212.

Jadi, ketika kita memanaskan es yang sedang melebur sehingga menjadi air yang sedang mendidih pada tekanan 1 atmosfer maka kita menaikkan suhu sebesar (212 – 32) = 180 derajat skala Fahrenheit, atau 180 ^{o}F.

Skala Kelvin

Jika suhu zat terus didinginkan maka zat tersebut akan berubah wujud dari gas menjadi cair, lalu berubah menjadi padat. Jika diturunkan terus-menerus maka getaran atom-atom dalam zat makin lambat. Ketika diturunkan lagi maka atom-atom zat tidak bergerak lagi. Untuk semua zat yang ada di alam semesta didapatkan bahwa suhu ketika semua partikel tidak bergerak lagi sama dengan -273 ^{o}C.

Skala suhu Kelvin ditetapkan sebagai berikut.

i. Suhu ketika partikel-partikel zat di alam semesta tidak bergerak lagi dipilih sebagai titik acuan bawah. Suhu titik acuan bawah ini diambil sebagai nol derajat mutlak atau nol kelvin.

ii. Besar kenaikan suhu untuk tiap kenaikan skala kelvin sama dengan besar kenaikan suhu untuk tiap kenaikan skala celcius.

Dengan demikian, hubungan antara skala kelvin dan celius adalah

Skala kelvin = skala celcius + 273

- Suhu es murni melebur pada tekanan satu atmosfer adalah 0 ^{o}C dan sama dengan 0 + 273 = 273 K
- Suhu air murni mendidih pada tekanan satu atmosfer adalah 100 ^{o}C dan sama dengan 100 + 273 = 373 K

Skala kelvin ditetapkan sebagai skala suhu dalam satuan SI.

11.3 Konversi Antar Skala Suhu

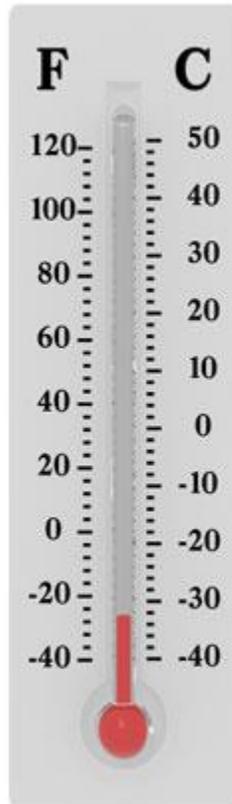
Berapa kelvinkah sepuluh fahrenheit? Berapa reamurkah negatif 100 celcius? Pertanyaan semacam ini akan sering kita jumpai. Beberapa negara menggunakan skala fehrenheit sedangkan kita di Indonesia umumnya menggunakan skala celcius. Pada bagian ini kita akan belajar cara mengonversi suhu dalam berbagai skala di atas. Ada juga alat ukur suhu yang menampilkan dua skala secara bersamaan, seperti pada Gambar 11.2. Untuk memudahkan pemahaman tentang teknik konversi suhu, lihat Gambar 11.3.

Konversi antara skala celcius dan reamur

Lihat dua pita yang sebelah atas pada Gambar 11.3. Perhatikan batas kiri dan kanan pita sebagai titik acuan bawah dan titik acuan atas. Perhatikan pula suatu suhu yang dinyatakan oleh garis di tengah pita. Ini adalah suhu benda yang sama. Namun nilainya berbeda ketika diungkapkan dalam skala berbeda. Jika diungkapkan dalam skala reamur, nilainya t_r, jika diungkapkan dalam skala celcius, nilainya t_c, dan seterusnya. Kita gunakan aturan perbandingan matematika yang sederhana berikut ini

$$\frac{t_r - 0}{80 - 0} = \frac{t_c - 0}{100 - 0},$$

atau

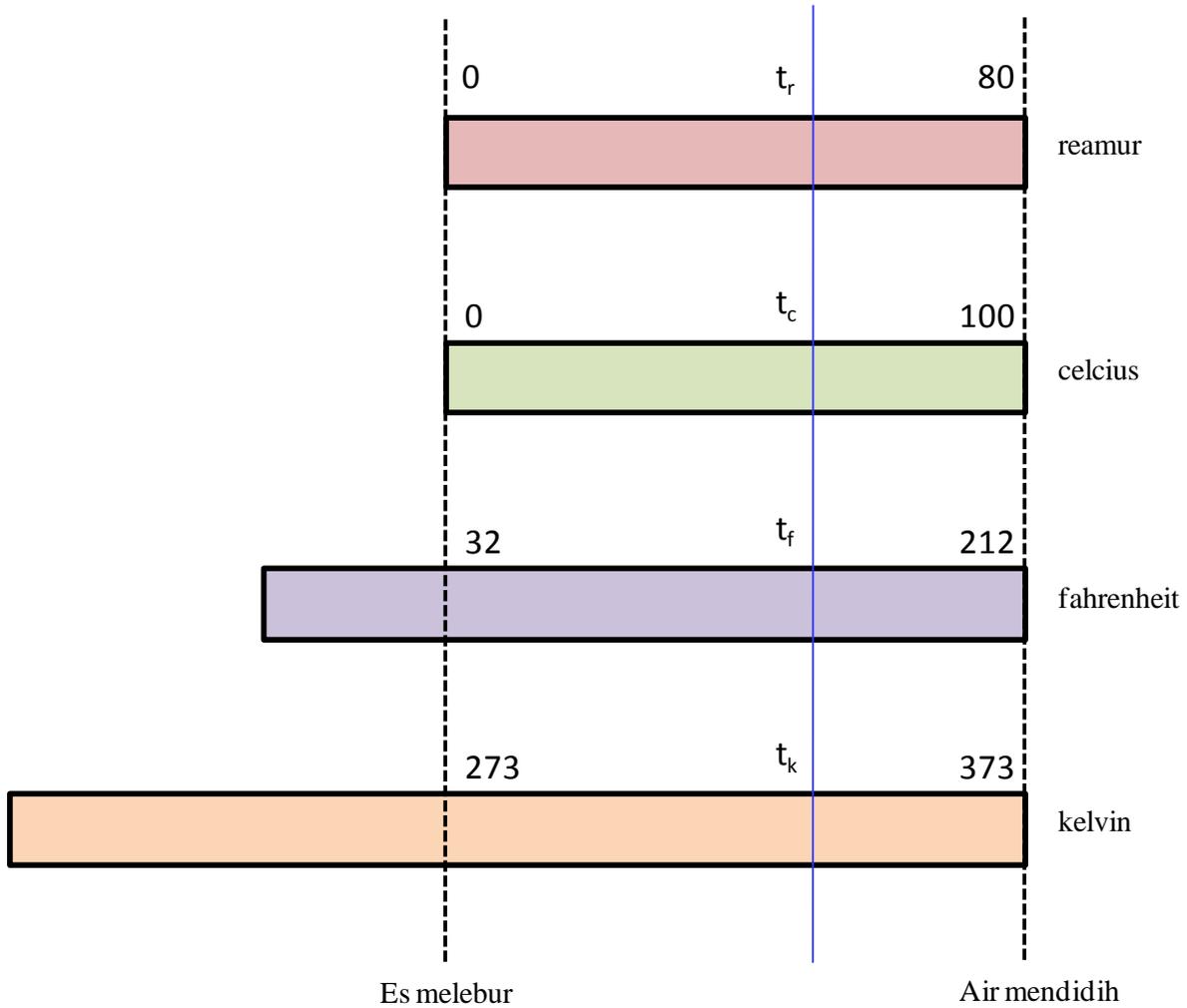
$$t_r = \frac{4}{5} t_c \tag{11.1}$$

Gambar 11.2 Alat ukur suhu yang menunjukkan skala celcius dan fahrenheit secara bersamaan (**).

Konversi celcius dan fahrenheit

Perhatikan pita kedua dan ketiga pada Gambar 11.2. Perhatikan pula suatu suhu yang dinyatakan oleh garis di tengah pita tersebut. Kita gunakan aturan perbandingan matematika yang sederhana berikut

$$\frac{t_c - 0}{100 - 0} = \frac{t_f - 32}{212 - 32}$$

atau

$$t_f = \frac{9}{5} t_c + 32 \tag{11.2}$$

Gambar 11.3 Ilustrasi untuk memudahkan konversi suhu dalam berbagai skala.

Konversi reamur dan fahrenheit

Perhatikan pita pertama dan ketiga pada Gambar 11.3. Perhatikan pula suatu suhu yang dinyatakan oleh garis di tengah pita tersebut. Kita gunakan aturan perbandingan matematika yang sederhana berikut

$$\frac{t_r - 0}{80 - 0} = \frac{t_f - 32}{212 - 32}$$

atau

$$t_f = \frac{9}{4} t_r + 32 \qquad (11.3)$$

Konversi celcius dan kelvin

Perhatikan pita kedua dan keempat pada Gambar 11.3. Perhatikan pula suatu suhu yang dinyatakan oleh garis di tengah pita. Kita gunakan aturan perbandingan matematika yang sederhana berikut

$$\frac{t_r - 0}{80 - 0} = \frac{t_k - 273}{373 - 273}$$

atau

$$t_c = t_k - 273 \qquad (11.4)$$

Kalian dapat melakukan koversi antar satuan yang lain lagi, seperti antara reamur dan kelvin dan antara fahrenheit dan kelvin.

Contoh 11.1

Nyatakan suhu pada Gambar 11.4 dalam dalam satuan reamur, fahrenheit, dan kevlin?

Gambar 11.4 Gambar untuk Contoh 11.1

Jawab

Pada gambar di atas suhu dinyatakan dalam satuan celcius, yaitu t_c = 36,6 °C. Dengan menggunakan persamaan (11.1) kita peroleh suhu dalam skala reamur

$$t_r = \frac{4}{5} t_c = \frac{4}{5} \times 36,6$$

= 29,3 °R

Dengan menggunakan persamaan (11.2) kita peroleh suhu dalam skala fahrenheit

$$t_f = \frac{9}{5} t_c + 32 = \frac{9}{5} \times 36,6 + 32$$

= 97,9 °F

Dengan menggunakan persamaan (11.4) kita peroleh suhu dalam skala kelvin

$$t_k = t_c + 273 = 36,6 + 273$$

= 309,6 K

11.4 Alat Ukur Suhu

Berapakah suhu air yang baru dipanaskan 3 menit? Berapakah suhu udara di luar ruangan saat ini? Berapakah suhu ruangan setelah AC dinyalakan 10 menit? Berapa suhu badan adik saat diserang deman? Bagaimana cara mengetahuinya? Jawabnya hanya satu, yaitu melakukan pengukuran?

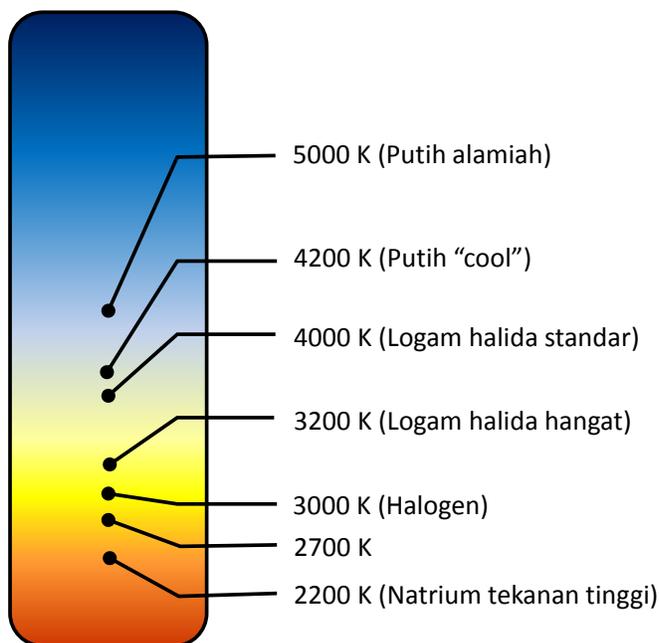
Alat yang digunakan untuk mengukur suhu dinamakan **termometer**. Termometer telah dibuat dalam berbagai jenis. Jenis-jenis tersebut disesuaikan dengan kegunaan masing-masing. Juga jangkauan pengukuran satu termometer dengan termometer lainnya berbeda, sesuai dengan di mana termometer itu akan digunakan. Termometer yang digunakan untuk mengukur suhu tubuh hanya berjangkauan sekitar 30 ^{o}C – 50 ^{o}C. Penyebabnya adalah tidak ada manusia yang memiliki suhu badan di bawah 30 ^{o}C dan di atas 50 ^{o}C. Jadi akan percuma saja membuat skala di bawah 30 ^{o}C dan di atas 50 ^{o}C. Gambar 11.5 memperlihatkan sejumlah termometer yang digunakan dalam rumah sakit, laboratorium, dan industri.

Gambar 11.5 Contoh termometer untuk berbagai penggunaan. (kiri atas) Termometer untuk mengukur suhu badan. Jangakauan suhu yang dapat diukur antara 30 ^{o}C sampai 50 ^{o}C. Karena percuma saja membuat skala suhu di bawah 30 ^{o}C dan di atas 50 ^{o}C. Sudah tubuh manusia tidak pernah di bawah 30 ^{o}C dan di atas 50 ^{o}C. (kanan atas) Termometer untuk mengukur suhu dalam percobaan di laboratorium sekolah. Biasanya termometer ini memiliki skala suhu antara 0 ^{o}C sampai 100 ^{o}C sehingga dapat digunakan untuk mengukur suhu dari es mencair sampai air mendidih. (bawah kiri) Termometer untuk mengukur suhu tungku (kiri bawah). Pada termometer ini jangkauan suhu terbesar yang dapat diukur adalah 600 F. (kanan bawah) Termometer yang digunakan untuk mengukur suhu benda yang sangat tinggi tanpa sentuhan langsung. Pengukuran dilakukan dengan memanfaatkan sifat gelombang elektromagnetik yang dipancarkan benda yang panas. Warna cahaya yang dipancarkan benda panas tergantung pada suhu benda. Jadi, dengan mengukur warna cahaya yang dipancarkan benda tersebut maka suhu benda dapat ditentukan (gambar dari berbagai sumber).

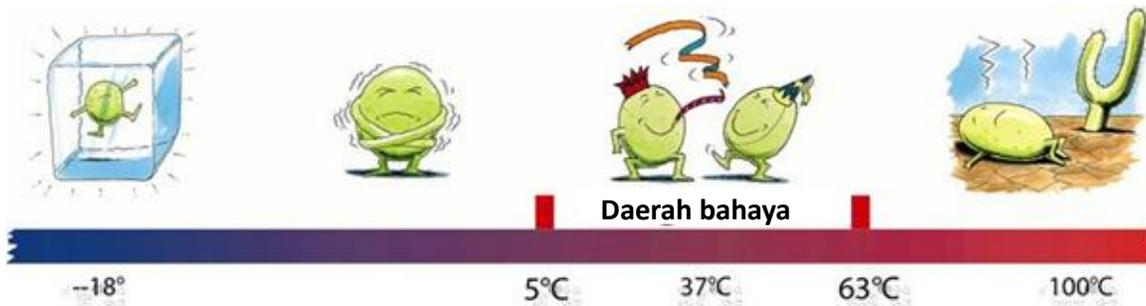
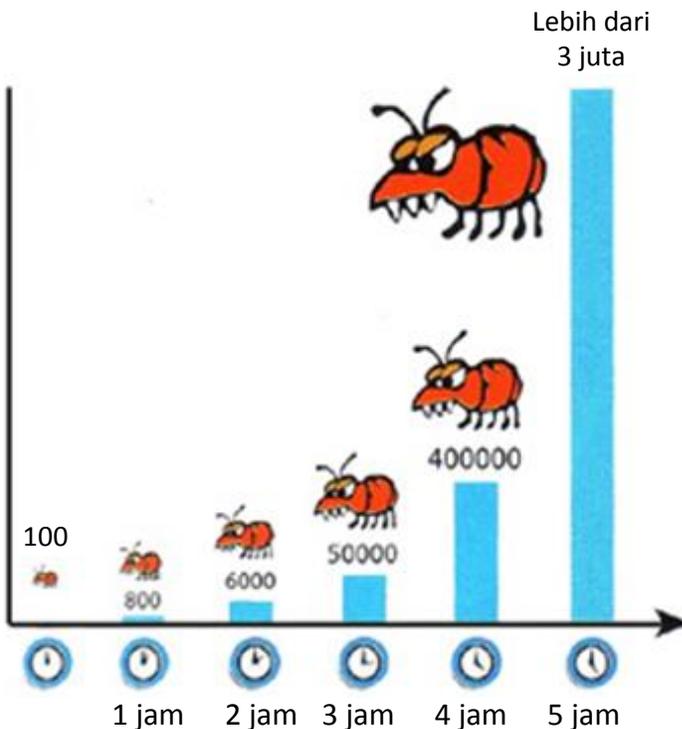
Dalam percobaan sederhana di laboratorium sekolah, suhu yang sering digunakan biasanya antara 0 °C hingga 100 °C. Dalam beberapa industri, suhu yang harus diukur bisa mencapai 2000 °C dan bisa serendah negatif 100 °C. Untuk kebutuhan ini diperlukan termometer jenis lain lagi. Dalam beberapa laboratotium penelitian besar, para ahli sering mendinginkan benda hingga suhu mendekatai 0 K. Untuk keperluan ini digunakan termometer jenis lain lagi. Ketika mengukur benda yang suhunya sangat tinggi, kita biasanya tidak mengukur suhu melalui sentuhan alat ukur karena termometer dapat melunak, bengkok, atau bahkan mencair. Suhu diukur tanpa sentuhan. Dan untuk keperluan ini pun digunakan alat ukur yang jenis lain lagi.

11.5. Warna Suhu

Warna suhu merepresentasikan penampakan visual cahaya. Konsep warna suhu memiliki peran penting dalam bidang fotografi, pencahayaan, videografi, penerbitan, manufaktur, astrofisika, dan sejumlah bidang lain yang berkaitan dengan warna. Warna suhu berkaitan dengan peristiwa radiasi benda. Jika benda dipanaskan maka warnanya akan berubah. Pada suhu rendah warnanya merah dan pada suhu tinggi warnanya berubah menjadi biru. Di tempat pandai besi, warna besi yang dibakar berubah dari merah menjadi biru ketika suhu maskin tinggi. Kaitan antara warna dan suhu benda inilah yang melahirkan konsep warna suhu.

Gambar 11.6 memperlihatkan suhu dan warna yang dihasilkan benda hitam ketika berada pada suhu tersebut. Tampak bahwa makin tinggi suhu benda maka warnanya bergeser ke arah biru.

Gambar 11.6 Bermacam-macam suhu benda dan warna yang berkaitan dengan suhu tersebut.

11.6 Suhu dan Pertumbuhan Bakteri

Bakteri bisa tumbuh pada makanan yang disimpan. Laju pertumbuhan bakteri bergantung pada suhu penyimpanan makanan tersebut. Bakteri dapat berkembang pada suhu antara 5 °C hingga 65 °C. Perkembangan tercepat bakteri berlangsung pada suhu 37 °C. Pada suhu di bawah 5 °C baketeri tidak dapat berkembang. Pada suhu di atas 65 °C, bakteri mati. Suhu antara 5 °C – 65 °C disebut daerah berbahaya karena memungkinkan bakteri tumbuh. Gambar 11.7 adalah ilustrasi daerah pertumbuhan bakteri dalam makanan.

Gambar 11.7 Perkembangan bakteri dalam makanan bergantung pada suhu penyimpanan makanan. Suhun antara 5 °C sampai 65 °C disebut daerah berbahaya di mana bakteri dapat berkembang dalam makanan (**).

Gambar 11.8 Iluatrasi perkembangan bakteri dalam makanan yang disimpan pada suhu 37 °C. Mula-mula jumlah bakteri 100 buah. Setelah 5 jam, jumlah bakteri melebihi 3 juta buah (***).

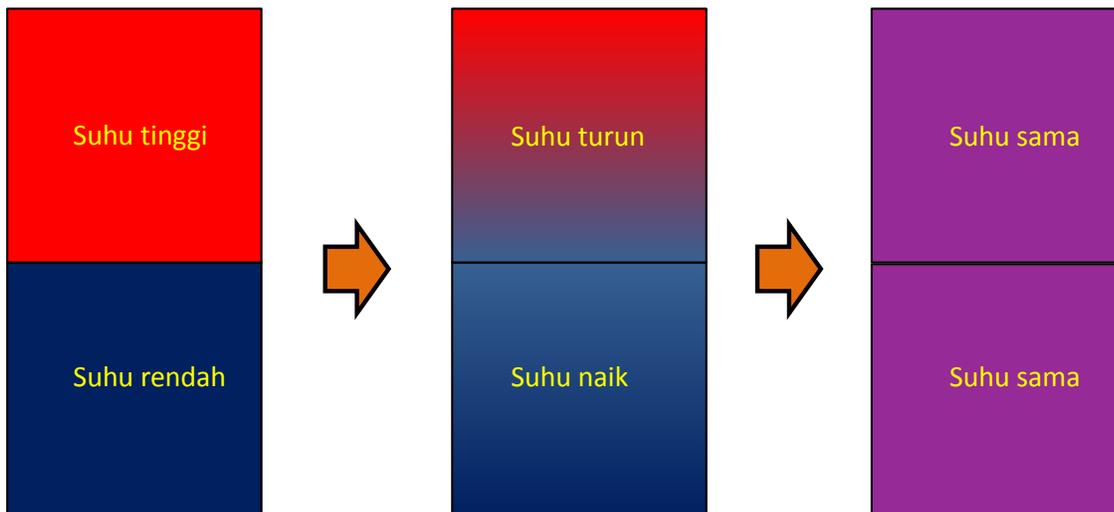
Pada suhu sekitar 37 ^oC, bakteri berkembang sangat cepat (Gambar 11.8). Dengan jumlah awal sekitar 100 bakteri, maka jumlah bakteri menjadi sekitar 6 000 setelah dua jam dan menjadi sekitar 3 juta dalam waktu lima jam. Jadi, kalian harus hati-hati ketika menyimpan makanan. Hindari penyimpanan pada suhu sekitar 37 ^oC. Agar bakteri tidak tumbuh maka kulkas harus diset pada suhu di bawah 5 ^oC.

11.7 Efek Kalor pada Benda

Selanjutnya kita akan membahas tentang konsep energi kalor dan perubahan sifat zat ketika menyerap atau melepas kalor. Kita akan mempelajari mengapa suhu benda meningkat jika dipanaskan dan mengapa suhu menurun jika didinginkan. Apa yang terjadi pada zat tersebut sehingga muncul sifat demikian? Mengapa justru tidak sebaliknya? Mengapa zat mengalami perubahan wujut dari padat ke cair dan dari cair ke gas ketika menyerap kalor yang cukup banyak? Sebaliknya, mengapa terjadi perubahan wujud dari gas ke cair dan dari cair ke padat ketika zat melepas kalor dalam jumlah yang cukup banyak? Mari kita mulai dengan memperhatikan peristiwa (fenomena) berikut ini.

Peristiwa 11.1.

Misalkan kita menyentuhkan dua benda, di mana satu benda memiliki suhu tinggi dan benda lainnya memiliki suhu rendah (Gambar 11.9). Jika ditunggu cukup lama maka akan kita amati:

a) Benda yang bersuhu rendah akan mengalami kenaikan suhu.
b) Benda yang bersuhu tinggi akan mengalami penurunan suhu.

Gambar 11.9 Dua benda yang bersuhu berbeda disentuhkan. Lama kelamaan suhu kedua benda menjadi sama.

Peristiwa 11.2.

Jika kita tempatkan air dingin di atas kompor yang menyala maka suhu air lama kelamaan akan naik dan pada akhirnya mendidih pada suhu sekitar 100 ^{o}C (Gambar 11.10).

Gambar 11.10. Air dingin yang berada dalam panci dan diletakkan di atas kompor yang menyala lama kelamaan akan mendidih.

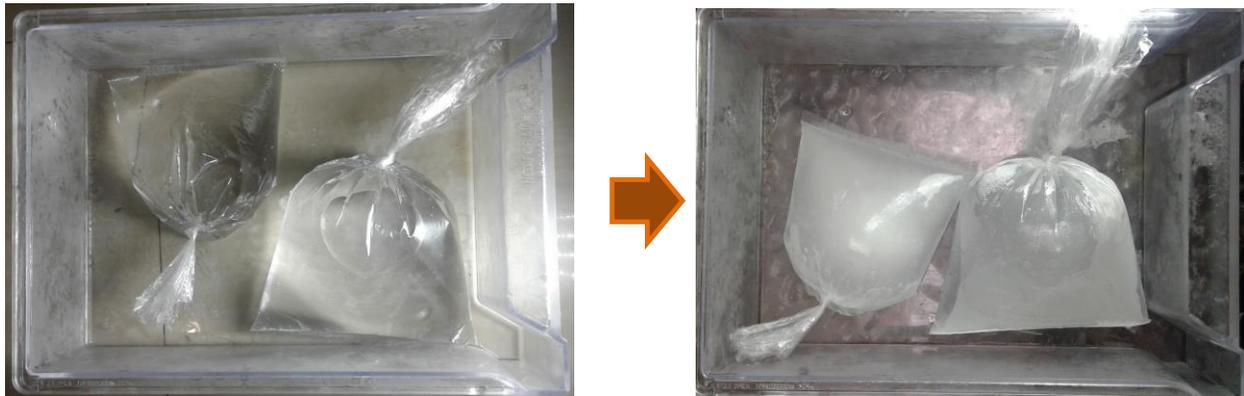
Peristiwa 11.3.

Jika air hangat dimasukkan dalam bagian pembeku (freezer) kulkas maka lama-kelamaan suhu air menurun. Jika dibiarkan terus maka air membeku menjadi es (Gambar 11.11).

Bagaimana menjelaskan tiga peristiwa di atas secara ilmiah? Untuk maksud tersebut para ahli fisika memperkenalkan satu jenis energi yang bernama kalor. Energi kalor tersebutlah yang mempengaruhi suhu benda. Energi kalor dapat berpindah dari satu benda ke benda lain. Hubungan kalor dengan suhu benda adalah:

a) Makin besar energi kalor yang dimiliki benda maka makin tinggi suhu benda.
b) Energi kalor berpindah dari benda bersuhu tinggi ke benda bersuhu rendah.

Dengan konsep energi kalor ini, mari kita jelaskan tiga peristiwa di atas. Pada **Persitiwa 11.1** terjadi perpindahan energi kalor dari benda bersuhu tinggi ke benda bersuhu rendah. Benda yang semula bersuhu rendah mengalami pertambahan energi kalor sehingga suhunya meningkat. Benda yang semula bersuhu tinggi mengalami pengurangan energi kalor sehingga suhunya menurun. Pada **Peristiwa 11.2** energi kalor berpindah dari api

kompor ke panci dan air. Akibatnya suhu air bertambah. Suhu api tidak berkurang karena terjadi produksi kalor terus menerus melalui pembakaran gas. Pada **Peristiwa 11.3** energi kalor berpindah dari air ke kulkas karena suhu freezer kulkas sangat rendah. Akibatnya suhu air dalam gelas terus menerus menurun. Suhu freezer tidak naik karena terjadi penyedotan kalor keluar oleh bagian pendingin kulkas.

Gambar 11.11 Air yang disimpan dalam freezer lama-lama membeku menjadi es.

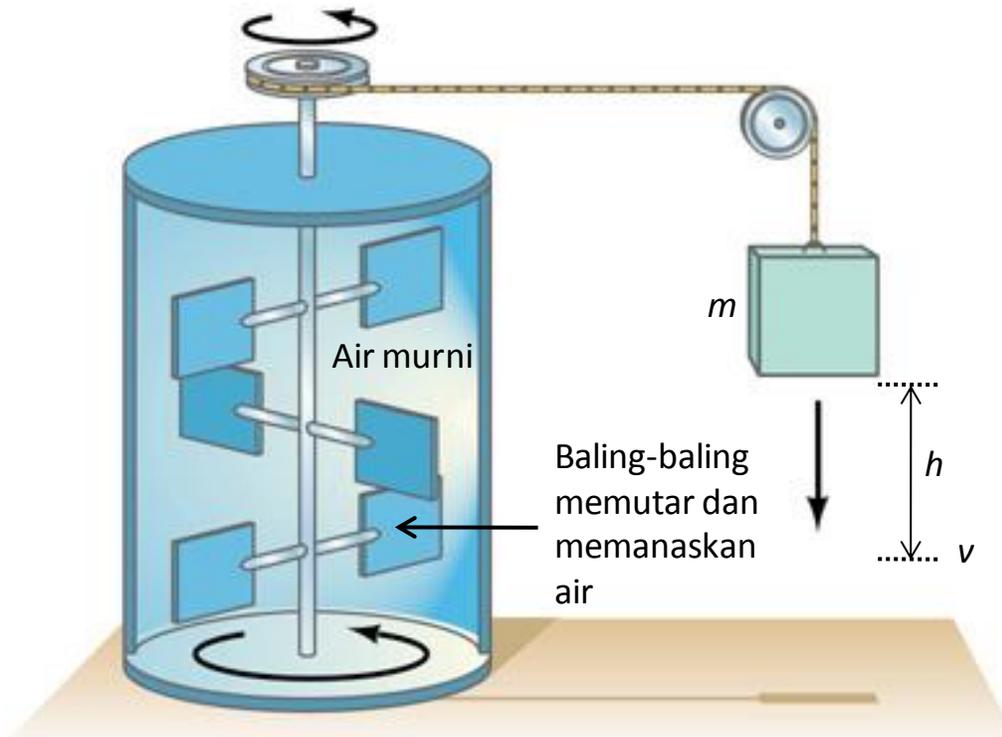
11.8 Satuan Energi Kalor

Bagaimana kita mendefinisikan energi kalor? Misalkan air satu liter mengalami kenaikan suhu 10 ^{o}C. Berapakan energi kalor yang diserap air tersebut? Jika batang besi 1 kg mengalami penurunan suhu 2 ^{o}C, berapa besar energi kalor yang dilepas batang besi tersebut?

Untuk maksud ini kita perlu definisikan satuan energi kalor. Para ahli telah sepakat bahwa satuan energi kalor adalah *kalori* (kita singkat *kal*). Bahasa Inggrisnya adalah *calorie* yang disingkat *cal.* Definisi yang telah disepakati untuk satu kalori adalah

1 kalori = energi yang dibutuhkan untuk menaikkan suhu 1 gram air murni sebesar 1 ^{o}C.

Satuan energi dalam sistem SI adalah joule. Pertanyaan selanjutnya adalah, bagaimana hubungan antara kalori dan joule? Berapa joule kah satu kalori tersebut?

Orang yang pertama kali menentukan relasi antara satuan kalori dan joule adalah Joule itu sendiri. Ia melakukan percobaan yang sangat sederhana. Skema percobaan Joule tampak pada Gambar. 11.12.

Gambar 11.12. Percobaan Joule untuk mencari hubungan antara satuan kalori dan satuan joule.

Percobaan Joule dapat dijelaskan sebagai berikut. Air murni dimasukkan dalam tangki yang berisi baling-baling. Tangki tersebut tersekat dengan baik sehingga tidak ada kalor yang dapat masuk atau keluar. Baling-baling dihubungkan dengan beban melalui katrol. Beban yang bermassa m dilepas dari keadaan diam. Setelah turun sejauh h, laju beban diukur.

Kalau beban bermassa m yang jatuh tidak memutar baling-baling maka energi kinetik beban saat turun sejauh h sama dengan pengurangan energi potensial beban, atau

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \tag{11.5}$$

Pada percobaan Joule, beban yang jatuh memutar baling-baling sehingga persamaan (11.5) tidak berlaku. Pengukuran Joule menunjukkan

bahwa energi kinetik beban setelah turun sejauh h lebih kecil daripada mgh. Jadi ada sebagian energi kinetik yang hilang. Energi kinetik yang hilang tersebut berubah menjadi kalor yang memanaskan air yang merupakan hasil konversi putaran baling-baling. Persamaan yang tepat menjelaskan percobaan Joule adalah $mgh = (1/2)mv^2 + Q$, dengan Q adalah jumlah kalor yang dihasilkan. Joule mengukur pertambahan energi air dan kehilangan energi kinetik beban. Joule sampai pada kesimpulan bahwa untuk menaikkan suhu satu kilogram air murni sebesar satu derajat celcius maka perlu kehilangan energi kinetik sebesar 4,184 Joule. Dengan demikian, kesetaraan satuan kalor dan satuan joule yang diterima hingga saat ini adalah

1 kalori = 4,184 joule

Contoh 11.2

Air dalam botol mineral sebanyak 600 ml memiliki suhu 27 ^{o}C. Air tersebut dimasukkan dalam kulkas sehingga beberapa jam berselang suhunya turun menjadi 5 ^{o}C. Berapa joule kalor yang dilepas air?

Jawab

Pertama kita hitung massa air. Karena massa jenis air = 1 g/ml maka massa 660 ml air = 660 ml × 1 g/ml = 660 g.

Penurunan suhu air ΔT = 27 – 5 = 22 ^{o}C.

Kalor yang dilepas air = 660 × 22 = 14.520 kalori = 14,52 kkal.

11.9 Beberapa Fenomena yang Diakibatkan Kalor

Ketika benda menyerap kalor maka getaran atom dalam benda tersebut akan meningkat. Getaran makin kencang jika kalor yang diserap makin besar. Ini akan menimbulkan sejumlah fenomena yang dapat kita amati, baik secara langsung menggunakan indera maupun dengan menggunakan alat ukur.

Kalor dapat mengubah suhu benda

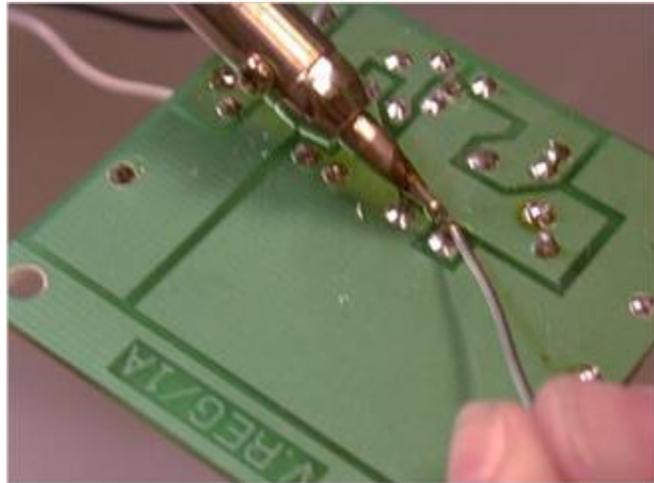
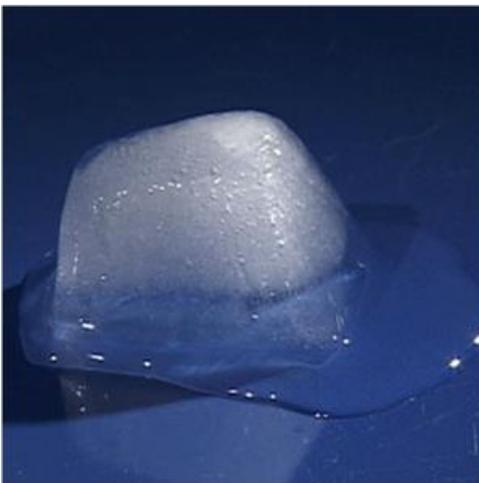
Ketika suatu benda menyerap kalor maka suhu benda akan meningkat. Meningkatnya suhu disebabkan getaran atom benda makin kencang. Masukkan air dingin dalam panci, lalu letakkan dalam kompor menyala. Maka lama-kelamaan suhu air dalam panci meningkat. Makin lama dilakukan pemanasan maka makin tinggi suhu air dalam panci. Hal serupa adalah ketika

kita letakkan batang besi dingin di dekat api. Suhu batang besi lama-lama meningkat akbiat menyerapan kalor.

Kalor dapat mengubah wujud zat

Zat dapat berada dalam wujud padat, cair, dan gas. Pada suhu di bawah 0 ^{o}C, air berada dalam wujud padat (es), antara 0 ^{o}C sampai 100 ^{o}C berada dalam wujud cair (kita sebut air), dan di atas 100 ^{o}C berada dalam wujut gas (uap air).

Es yang memiliki suhu di bawah 0 ^{o}C akan mengalami kenaikan suhu jika menyerap kalor. Ketika kalor diberikan terus maka suhunya terus naik hingga mencapai 0 ^{o}C. Ketika kalor diberikan pada es yang bersuhu 0 ^{o}C, maka tidak terjadi pertambahan suhu. Yang terjadi adalah perubahan es menjadi air namun semuanya berada pada suhu 0 ^{o}C. Es yang bersuhu 0 ^{o}C berubah menjadi air yang bersuhu 0 ^{o}C (Gambar. 11.13, kiri). Ini adalah contoh perubahan fasa, yaitu dari fasa padat ke fasa cair. Perubahan fasa ini sering disebut *peleburan*.

Peristiwa yang sama terjadi saat tukang elektronik memasang komponen pada rangkaian listrik. Kaki komponen disambung dengan rangkaian menggunakan timah solder. Timah yang semula padat akan mencair ketika menerima panas dari mata solder (Gambar 11.13, kanan).

Gambar 11.13. (kiri) Es yang bersuhu 0 ^{o}C akan mencair jika menerima kalor dan (kanan) Kawat solder yang berwujud pada akan meleleh jika meneirma kalor dari mata solder.

11.10 Kapasitas Kalor

Pada bab ini kita simbolkan energi kalor dengan huruf *Q*. Energi kalor 5,5 kalori ditulis Q = 5,5 kalori. Kalau kalian panaskan berbagai macam benda

di atas kompor yang sama selama selang waktu yang sama maka kalian akan amati bahwa kenaikan suhu benda tersebut secara umum tidak sama. Ada benda yang mengalami kenaikan suhu sangat cepat. Contoh benda ini adalah aluminium, besi, atau logam lainnya. Ada benda yang mengalami kenaikan suhu lambat. Contoh benda ini adalah air. Karena dipanaskan selama selang waktu yang sama maka semua benda tersebut sebenarnya menyerap energi kalor dalam jumlah yang sama. Tetapi mengapa kenaikan suhu dapat berbeda?

Untuk membedakan benda satu dengan benda lain berdasarkan berapa besar perubahan suhu apabila diberikan energi kalor maka kita definisikan suatu besaran yang dinamakan kapasitas kalor. Besaran tersebut memiliki rumus

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \qquad (11.6)$$

dengan

C adalah kapasitas kalor;

Q adalah jumlah kalor yang diberikan atau ditarik dari benda tersebut;

ΔT adalah perumabahn suhu benda.

Satuan Q adalah kalori atau joule. Satuan ΔT adalah ^{o}C atau K. Jadi satuan kapasitas kalor dapat berupa kal/^{o}C atau J/^{o}C, atau kal/K, atau J/K.

Persamaan (11.6) jelas mengatakan bahwa:

a) Jika kapasitas kalor sebuah benda bernilai besar maka diperlukan kalor yang banyak untuk mengubah suhu benda.
b) Sebaliknya, jika kapasitas kalor sebuah benda bernilai kecil maka cukup diperlukan kalor sedikit untuk mengubah suhu benda.

Contoh 11.3

Misalkan kalian memiliki sejumlah benda: potongan besi, potongan aluminium, dan potongan tembaga. Suhu awal semua potongan logam diukur. Potongan tersebut dimasukkan ke dalam 2.000 g air secara bergantian. Setelah suhu air turun 5 ^{o}C, potongan dikeluarkan dari air dan suhu potongan logam diukur. Tabel 11.1 adalah data yang diperoleh. Hitunglah kapasitas kalor masing-masing potongan

Tabel 11.1 Tabel untuk Contoh 11.3

Jenis logam	Suhu awal (°C)	Suhu akhir (°C)
Besi	23	33
aluminium	25,5	31
Tembaga	23,5	33,5

Jawab

Dari semua proses di atas, penurunan suhu air disebabkan oleh perpindahan kalor dari air ke potongan logam. Jadi besar pengurangan energi kalor air sama dengan besar kalor yang diserap potongan logam.

Karena air mengalami penurunan suhu yang sama maka kalor yang diserap semua potongan logam dari air sama besar, yaitu Q = *massa air* ×1 kalori ×*perubahan suhu air* = 2.000 × 1 × 5 = 10.000 kalori. Dari data table di atas, kita dapatkan data kapasitas kalor seperti ditunjukkan pada Tabel 11.2.

Tabel 11.2 Tabel untuk jawaban Contoh 11.3.

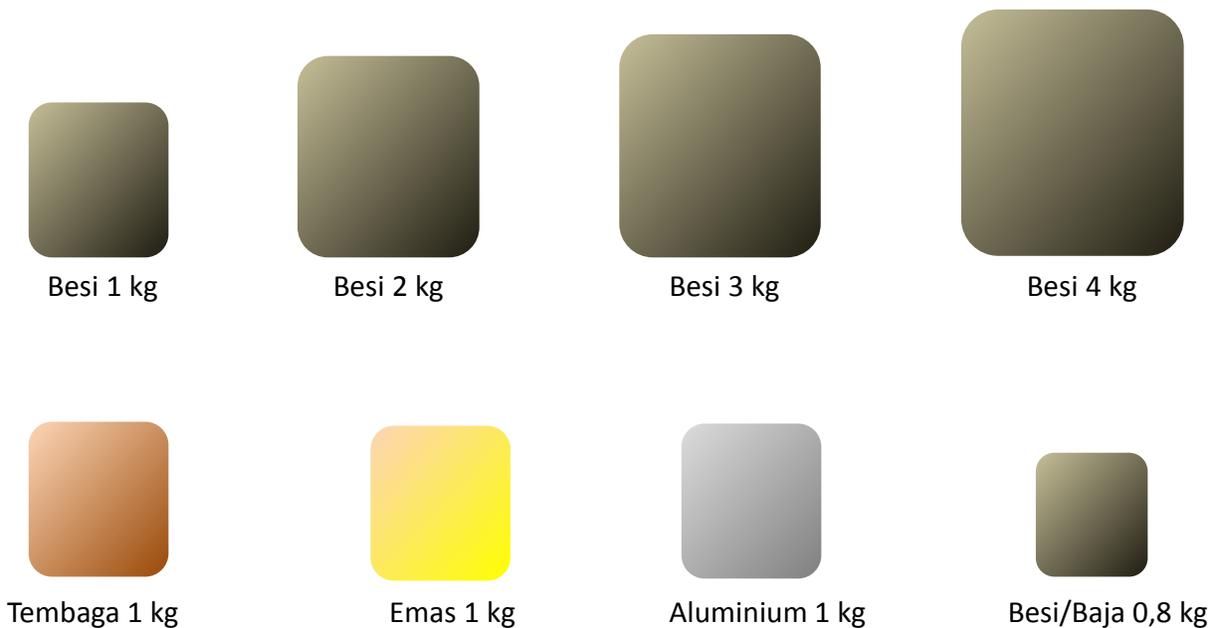
Jenis logam	Suhu awal (°C)	Suhu akhir (°C)	Perubahan suhu, ΔT (°C)	Kalor yang diserap Q (kal)	Kapasitas kalor $C = Q/\Delta T$ (kal/°C)
Besi	23	33	10	10.000	1.000
aluminium	25,5	31	5,5	10.000	1.820
Tembaga	23,5	33,5	10	10.000	1.000

Kapasitas Kalor Bukan Sifat Khas Benda. Masukkan air dalam panci lalu tempatkan di atas kompor yang menyala. Lakukan berkali-kali dengan jumlah air yang berbeda. Jangan lupa mengukur suhu air sebelum ditempatkan di atas kompor dan suhu saat melakukan pemanasan. Apa yang akan kamu amati?

Jika jumlah air makin banyak maka perlu pemanasan lebih lama untuk menaikkan suhu air 1 °C.

Pemanasan lebih lama bermakna pemberian kalor lebih banyak. Jadi, untuk menaikkan suhu sebesar 1 ^oC, air yang lebih banyak memerlukan kalor lebih banyak.

Kalor yang diperlukan untuk menaikkan suhu air sebesar 1 ^oC merupakan definisi kapasitas kalor. Jadi kita simpulkan:

a) Kapasitas kalor suatu zat makin besar jika massa zat makin besar.
b) Kapasaitas kalor suatu zat bukan merupakan besaran yang khas.
c) Zat yang sama memiliki kapasitas kalor yang berbeda jika massanya berbeda (Gambar. 11.14, atas).
d) Zat yang berbeda dapat memiliki kapasitas kalor yang sama jika memiliki perbandingan massa tertentu. Contohnya, kapasitas kalor 1 kg tembaga sama dengan kapasitas kalor 3 kg emas sama dengan kapasitas kalor 0,43 kg aluminium = kapasitas kalor 0,83 kg baja (Gambar 11.14, bawah).

Gambar 11.14. (atas) Zat yang sama memiliki kapasitas kalor yang berbeda jika massanya berbeda. (bawah) Zat yang berbeda dalam memiliki kapasitas kalor yang sama.

11.11. Kalor Jenis

Tabel 11.3 adalah kalor yang diperlukan untuk menaikkan suhu air, besi, dan aluminium sebesar 1 ^oC. Jumlah massa masing-masing zat berbeda-beda. Perhatikan kolom paling kanan dalam Tabel 11.3. Kapasitas kalor dibagi massa selalu sama nilainya untuk zat yang sama. Berapa pun massa zat maka perbandingan kapasitas kalor dengan massa selalu tetap. Kita simpulkan

bahwa perbandingan kapasitas kalor dan massa merupakan sifat khas suatu zat. Besaran ini kita namai kalor jenis, dan dihitung dengan persamaan

$$c = \frac{C}{m} \tag{11.7}$$

dengan

c adalah kalor jenis

Satuan kalor jenis adalah kal/kg ^{o}C atau J/kg ^{o}C, atau kal/kg K, atau J/kg K. Hampir semua zat telah didokumentasikan nilai kalor jenisnya. Tabel 11.4 adalah kalor jenis sejumlah zat.

Tabel 11.3 Kalor yang dibutuhkan untuk menaikkan suhu sejumlah zat pada berbagai massa sebesar 1 ^{o}C.

Zat/Massa	Kalor untuk menaikkan suhu sebesar 1 ^{o}C (kkal)	Kapasitas kalor (kkal/^{o}C)	Kapasitas kalor/massa (kkal/kg ^{o}C)
Air			
2 kg	2	2	1
5 kg	5	5	1
20 kg	20	20	1
Besi			
0,5 kg	0,0555	0,0555	0,111
4 kg	0,444	0,444	0,111
10 kg	1,111	1,111	0,111
Aluminium			
0,1 kg	0,0214	0,0214	0,214
1,8 kg	0,3852	0,3852	0,214
9,5 kg	2,033	2,033	0,214

Ketika benda menyerap atau melepas kalor maka besar kalor dapat dihitung dengan rumus

$$Q = C\Delta T \qquad (11.8)$$

Jika kita belum mengetahui nilai kapasitas kalor, C, maka kita hitung kapasitas kalor dengan rumus $C = mc$.

Contoh 11.4

Sebanyak 0,4 kg besi di tempat pandai besi dibakar sehingga suhunya naik dari 30 ^oC menjadi 450 ^oC. Berapa jumlah kalor yang diserap besi untuk menaikkan suhu tersebut?

Jawab

Karena tidak ada informasi kapasitas kalor, maka kita hitung dulu kapasitas kalor. Untuk itu perlu informasi tentang kalor jenis besi. Berdasarkan Table 1.4 kalor jenis besi adalah c = 0,108 kal/g ^oC. Massa besi di soal adalah m = 0,4 kg = 400 g. Maka kapasitas kalor besi adalah

$$C = mc = 400 \times 0{,}108 = 43{,}2 \text{ kal}/^oC$$

Kenaikan suhu besi, ΔT = 450 – 30 = 420 ^oC

Kalor yang diserap besi

$$Q = C\Delta T = 43{,}2 \times 420 = 18.144 \text{ kal} = 18{,}144 \text{ kkal}.$$

Contoh 11.5

Jika 500 g tembaga yang bersuhu 50 ^oC dimasukkan ke dalam 200 g air yang bersuhu 20 ^oC, berapa suhu akhir ketika dua benda tersebut dalam keseimbangan (mencapai suhu yang sama)?

Jawab

Misalnya suhu akhir T. Penurunan suhu tembaga: ΔT_1 = 50 – T. Kalor yang dilepas tembaga adalah

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta T_1 = 500 \times 0{,}092 \times (50 - T)$$

$$= 46 \times (50 - T) = 2.300 - 46T.$$

Tabel 11.4. Kalor jenis sejumlah zat (dari berbagai sumber).

Zat	Kalor jenis	
	Satuan kal/g °C	Satuan J/g °C
Udara (tekanan 1 atm, suhu 0 °C)	0,24	1,0035
Aluminium	0,214	0,897
Argon	0,124	0,5203
Tembaga	0,092	0,385
Intan	0,122	0,5091
Etanol	0,583	2,44
Kaca	0,2	0,84
Grafit	0,17	0,710
Emas	0,03	0,129
Hidrogen	3,418	14,30
Besi	0,108	0,450
Timbal	0,031	0,129
Air raksa	0,033	0,1395
Lilin	0,598	2,5
Perak	0,056	0,233
Titanium	0,125	0,523
Baja	0,111	0,466
Air	1,00	4,184
Es	0,504	2,108
Seng	0,092	0,387

Kenaikan suhu air: $\Delta T_2 = T - 20$. Kalor yang diserap air adalah

$$Q_2 = m_2 c_2 \Delta T_2 = 200 \times 1 \times (T - 20)$$

$$= 200T - 4.000.$$

Kalor yang dilepas tembaga persis sama dengan kalor yang diserap air. Dengan demikian 2.300 – 46T = 200T – 4.000 atau 246T = 6.300. Akhirnya kita dapatkan suhu akhir campuran sebesar T = 6.300/246 = 25,6 ^{o}C.

11.12 Kalor Jenis Kuantum

Pada pembahasan di atas kalor jenis benda dianggap konstan, berapa pun suhu benda. Hasil ini selalu benar selama suhu benda masih tinggi. Namun, jika suhu benda diturunkan mendekati nol kelvin maka sifat ini tidak lagi dipenuhi. Kalor jenis benda tidak lagi konstan tetapi menuju nol jika suhu menuju nol. Gejala ini baru diamati ketika para ahli sudah bisa menurunkan suhu mendekati nol kelvin yang dimulai oleh ilmuwan belanda Heike Kamerling Onnes.

Awalnya tidak ada teori yang dapat menjelaskan pengamatan ini. Orang yang pertama yang berhasil menjelaskan sifat kalor jenis benda yang menuju nol ketika suhu mendekati nol kelvin adalah Albert Einstein berdasarkan teori kuantum energi getaran atom. Namun, teori yang dirumuskan Einstein kurang tepat menjelaskan data pengamatan. Teori Einstein kemudian disempurnakan oleh fisikawan Belanda, Debeye. Teori Debeye benar-benar cocok dengan data pengamatan. Teori yang dibangun Debeye juga didasarkan pada fisika kuantum. Menurut teori Debeye, pada suhu sangat rendah kalor jenis zat padat bukan logam merupakan fungsi pangkat 3 suhu (suhu dinyatakan dalam satuan kelvin), atau

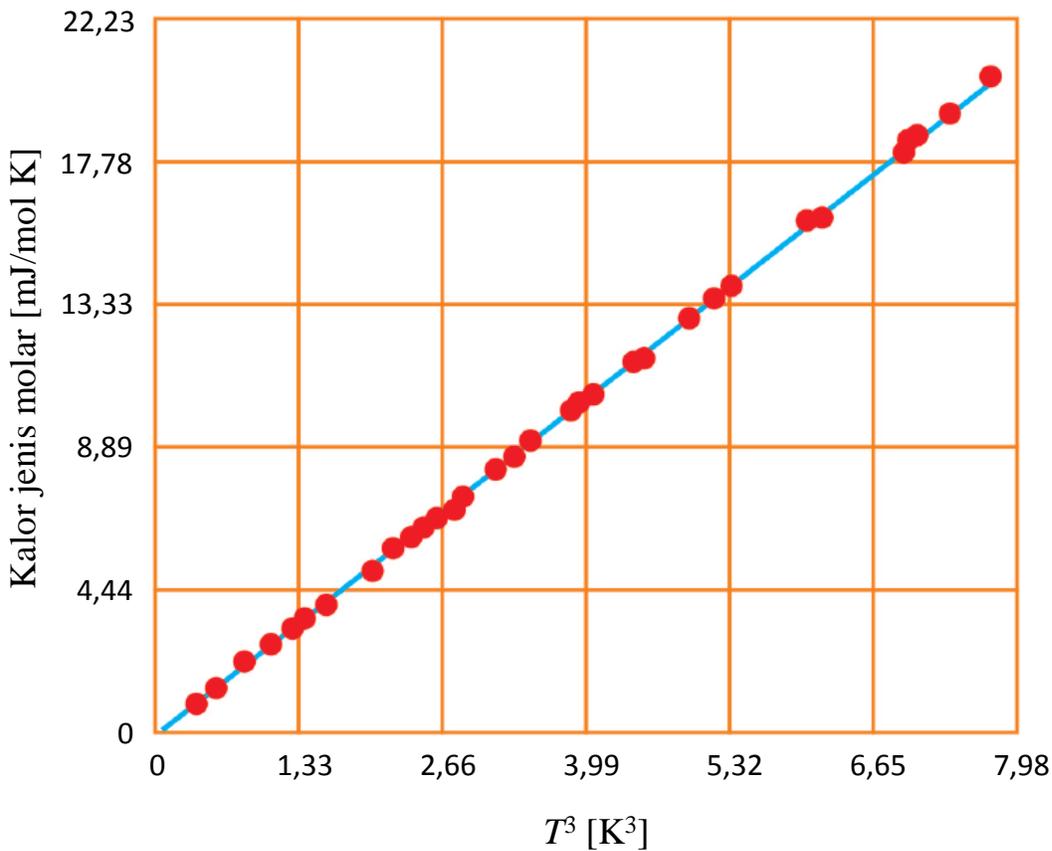
$$c = AT^3 \qquad (11.9)$$

dengan A adalah konstan.

Teori kalor jenis sebelumnya (teori klasik) yang melahirkan ketidakbergantungan kalor jenis pada suhu didasarkan pada fisika klasik. Gambar 11.15 adalah kurva kalor jenis molar argon pada suhu antara 0 K sampai 10 K. Sumbu datar merupakan suhu pangkat 3. Digambar juga kurva yang merupakan fungsi pangkat 3 suhu (menjadi garis lurus kalau sumbu datar merupakan pangkat 3 suhu). Tampak kesesuaian antara teori kuantum dengan data eksperimen.

Untuk material logam, persamaan kalor jenis sedikit berbeda. Pada logam terdapat banyak elektron bebas yang juga memberi sumbangan pada kalor jenis. Kalor jenis pada persamaan (11.9) hanya disumbang oleh getaran atom zat padat di sekitar posisi setimbangnya. Pada logam, disamping getaran atom, juga ada gerakan elektron bebas. Untuk material logam ini, kalor jenis sebagai fungsi suhu memenuhi persamaan

$$c = \gamma T + AT^3 \qquad (11.10)$$

dengan γ adalah konstanta. Suku pertama merupakan sumbangan elektron bebas, dan suku kedua merupakan sumbangan getaran atom.

Gambar 11.15 Kalor jenis molar argon (kapasitas kalor per satuan mol) pada suhu rendah. Kurva diperoleh dari persamaan (11.9). Sumbu datar adalah pangkat 3 suhu sehingga persamaan (11.9) menjadi fungsi linier. Data diekstrak dari C. Kittel, Introduction to Solid State Physics, New York: John Wiley (1996).

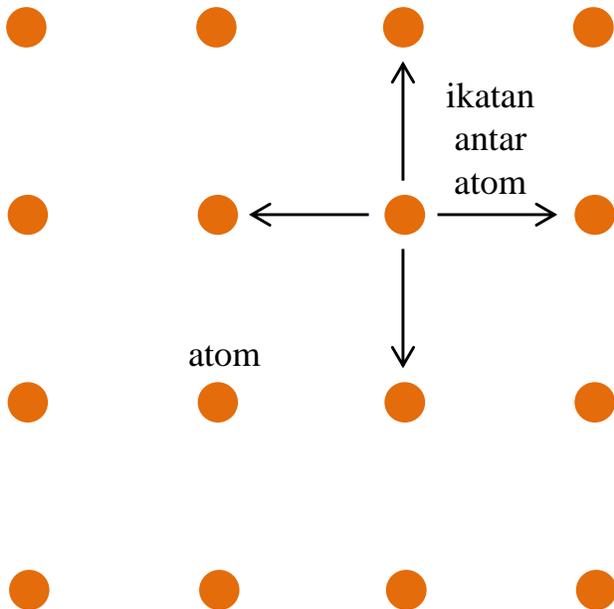
11.13 Kalor Lebur

Berapa jumlah kalor yang diperlukan untuk melebur zat padat menjadi zat cair? Jumlah kalor tersebut bergantung pada mass zat yang akan dilebur serta jenis zat. Besar kalor yang diperlukan memenuhi persamaan

$$Q = mL \tag{11.11}$$

dengan

m adalah massa zat yang dilebur (kg)

L disebut kalor lebur zat (kal/kg atau J/kg).

Gambar 11.16. Kekuatan ikatan antar atom dalam wujud padat menentukan kalor lebur. Makin kuat gaya antar atom maka makin besar kalor lebur.

Zat yang berbeda memiliki nilai L yang berbeda. Nilai L ditentukan oleh kekuatan gaya tarik antar atom penyusun zat padat tersebut (Gambar 11.16). Pada dasarnya peleburan adalah pelepasan ikatan antar atom-atom penyusun zat padat menjadi ikatan atom-atom dalam wujud cair. Makin kuat ikatan antar atom dalam zat padat maka makin tinggi kalor yang diperlukan untuk

meleburkan zat tersebut. Kalor yang diperlukan untuk meleburkan lilin atau mentega sangat kecil. Sebaliknya kalor yang diperlukan untuk meleburkan besi atau baja sangat besar. Tabel 11.5 adalah kalor lebur sejumlah zat padat dan suhu peleburan (titik lebur).

Tabel 11.5 Kalor lebur zat padat dan suhu peleburan (dari berbagai sumber).

Zat	Titik lebur (°C)	Kalor lebur (kJ/kg)
Es	0	334
Aluminium	660	321
Kuningan	900	168
Cadmium	321	46
Cobalt	1495	243
Tembaga	1085	176
Gliserin	18	200
Emas	1065	67
Iodine	114	62,2
Air raksa	-39	11,6
Platina	1768	113
Perak	962	88
Timbal	327	23
Timah putih	232	25,2
Seng	420	118

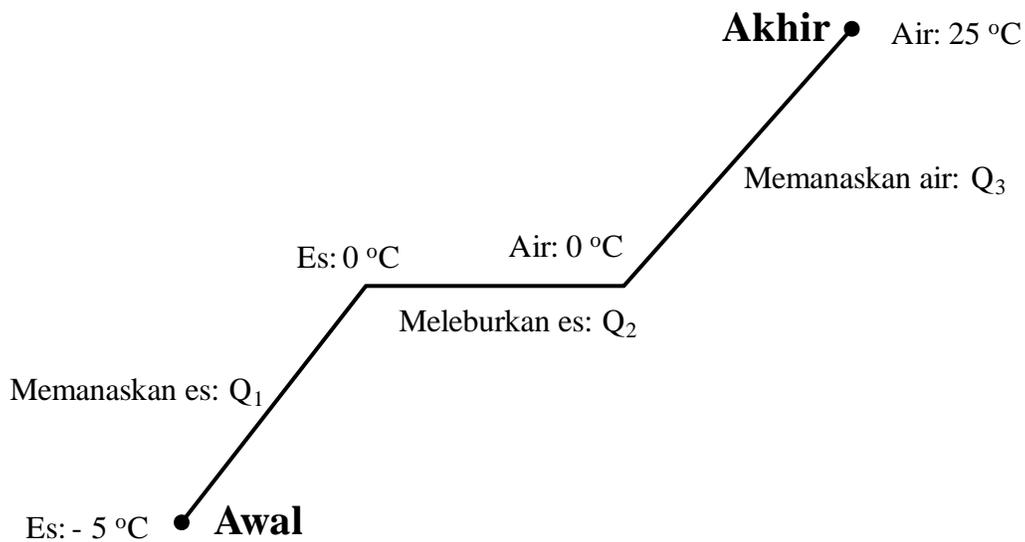
Contoh 11.6

Tentukan kalor total yang diperlukan untuk mengubah 500 g es yang bersuhu -5 °C sehingga menjadi air yang bersuhu 25 °C.

Jawab

Berdasarkan Tabel 11.4 kalor jenis es, c_{es} = 2,108 J/g dan kalor jenis air c_{air} = 4,184 J/g. Berdasarkan Tebel 11.5, kalor lebur es adalah L_{es} = 334 J/g.

Di sini ada tiga proses yang berlangsung, yaitu:

i. Memanaskan es dari suhu -5 ^oC menjadi es bersuhu 0 ^oC dengan kalor Q_1.
ii. Meleburkan es pada suhu 0 ^oC menjadi air yang bersuhu 0 $_oC$ dengan kalor Q_2.
iii. Memanaskan air dari suhu 0 ^oC menjadi air bersuhu 25 ^oC dengan kalor Q_3.

Kita hitung masing-masing kalor tersebut.

$$Q_1 = m_{es} c_{es} \Delta T_1$$

$$= 500 \times 2,108 \times [0 - (-5)]$$

$$= 5.465 \text{ J}$$

$$Q_2 = m_{es} L_{es}$$

$= 500 \times 334$

$= 167.000$ J

$$Q_2 = m_{air} c_{air} \Delta T_2$$

$= 500 \times 4{,}184 \times [25 - 0]$

$= 52.300$ J

Total kalor yang dibutuhkan = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 5.464 + 167.000 + 52.300 = 224.765 J

11.14 Kalor Lebur Material Ukuran Nanometer

Saat ini kita masuk kepada dunia nanometer. Satu nanometer = sepersatu miliar meter (10^{-9} meter). Saat ini mulai banyak teknologi yang didasarkan pada gejala-gejala materi dalam ukuran nanometer. Dan yang menarik bahwa sifat material dalam ukuran nanometer dapat berbeda sangat jauh dengan sifat material dalam ukuran besar. Seperti ditunjukkan pada Gambar 11.17, emas dalam ukuran besar melebur pada suhu sekitar 1300 K. Tetapi kalau emas dibuat dalam bentuk partikel berukuran beberapa nanometer maka emes dapat melebur pada suhu di bawah 500 kelvin.

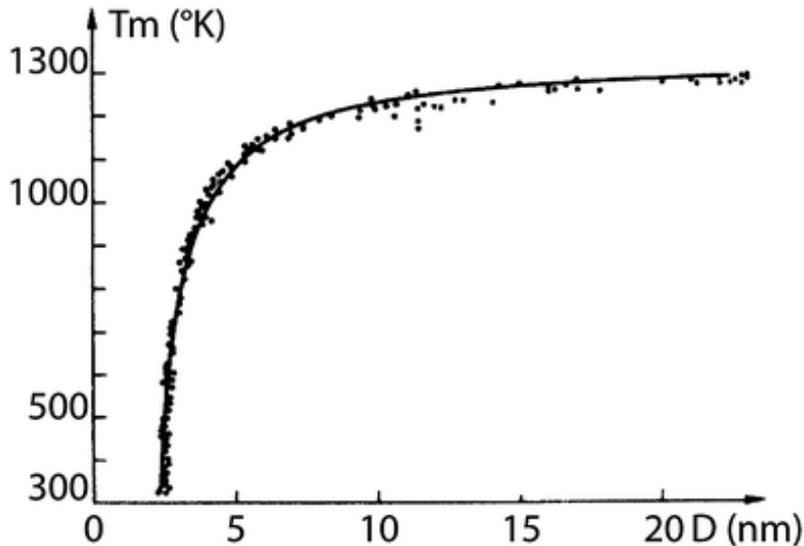
Secara umum, titik lebur material menurun dengan mengecilnya ukuran. Khususnya ketika ukuran sudah dalam rentang beberapa nanometer. Rumus yang paling sederhana yang menghubungkan antara titik lebur dan ukuran material (material dianggap berbentuk bola dengan diameter D) adalah

$$T_l(R) = T_{l\infty}\left(1 - \frac{a}{D}\right) \qquad (11.12)$$

dengan

$T_l(D)$ adalah titik lebur material yang berjari-jari D,

$T_{l\infty}$ adalah titik lebur material dalam ukuran besar,

a adalah konstanta.

Gambar 11.17 Titik lebur emas dalam ukuran sangat kecil (ukuran nanometer) bergantung pada diamater partikel (pubs.rsc.org). Makin kecil diameter partikel maka titik lebur makin kecil. Emas berukuran besar (ukuran makroskopik) meleleh pada suhu sekitar 1.300 kelvin. Namun emas dalam bentuk partikel berukursan sekitar 2 nanometer melelh pada suhu sekitar 300 kelvin (1 nanometer = 0,000000001 meter = seper satu miliar meter).

11.15 Kalor Uap

Jika air yang bersuhu 100 ^oC diberi kalor terus maka suhunya tidak berubah, yaitu tetap 100 ^oC. Yang terjadi adalah volume air makin sedikit. Ini berarti air mengalami penguapan. Molekul-molukul air mulai lepas dari air dan menjadi molekul bebas (uap air). Proses ini disebut penguapan dan suhu 100 ^oC untuk air disebut titik uap. Pertanyaan selanjutnya adalah, berapa kalor yang diperlukan untuk menguapkan satu kilogram air pada titik uapnya?

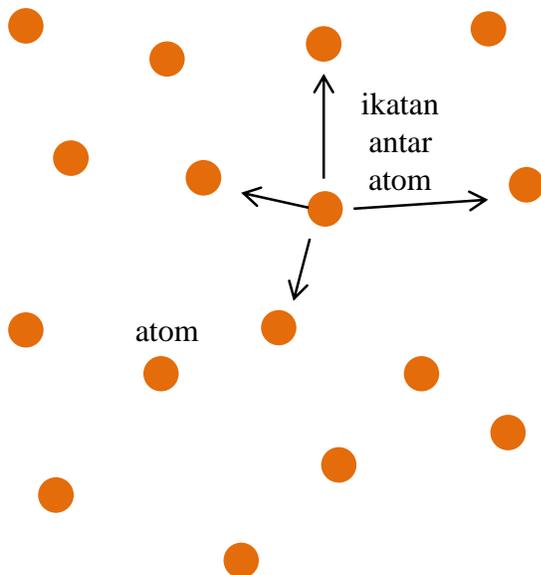
Kalor yang diperlukan untuk mengubah zar cair menjadi gas seluruhnya (menguapkan) memenuhi persamaan

$$Q = mU \qquad (11.13)$$

dengan

m adalah massa zat (kg)

U disebut kalor uap (J/kg).

Tampak bahwa rumus untuk kalor uap sama dengan rumus untuk kalor lebur. Nilai kalor uap sangat ditentukan oleh kekuatan ikatan antar atom-atom atau molekul-molekul dalam wujud cair (Gambar 11.18). Makin kuat ikatan antar atom-atom tersebut maka makin sulit atom-atom dilepas dari zati cair sehingga makin sulit zat diuapkan. Zat seperti ini memiliki kalor uap yang tinggi. Tabel 11.6 adalah kalor uap sejumlah zat cair dan suhu penguapan (titik uap).

Gambar 11.18 Kekuatan ikatan antar atom dalam wujud cair menentukan kalor uap. Makin kuat gaya antar atom maka makin besar kalor uap.

Contoh 11.7

Berapa kalor yang dibutuhkan untuk mengubah 50 g air yang bersuhu 50 °C sehingga seluruhnya menjadi uap?

Jawab

Di sini ada dua tahapan: menaikkan suhu air dari 50 °C menjadi 100 °C dan mengubah air yang bersuhu 100 °C menjadi uap yang bersuhu 100 °C (lihat skema beriku ini).

Kalor untuk memanaskan air

$$Q_1 = mc\Delta T$$

$$= 50 \text{ g} \times 1 \text{ kal/g } ^{o}\text{C} \times (100 \, ^{o}\text{C} - 50 \, ^{o}\text{C})$$

$$= 2.500 \text{ kal}$$

Tabel 11.6 Kalor uap zat padat dan suhu penguapan atau titik uap (dari berbagai sumber)

Zat	Titik uap (^{o}C)	Kalor uap (kJ/kg)
Air	100	2.260
Magnesium	1.090	5.300
Aluminium	2.467	10.890
Mangan	2.061	3.746
Besi	2.861	6.070
Kobalt	2.927	6.730
Nikel	2.913	6.400
Tembaga	2.567	4.724
Seng	907	2.050
Perak	2.167	2.390
Kadmium	767	890
Timah putih	2.602	2.510
Iodium	184	328
Platina	3.825	2.410
Emas	2.856	1.645
Air raksa	357	295
Timbal	1.749	867

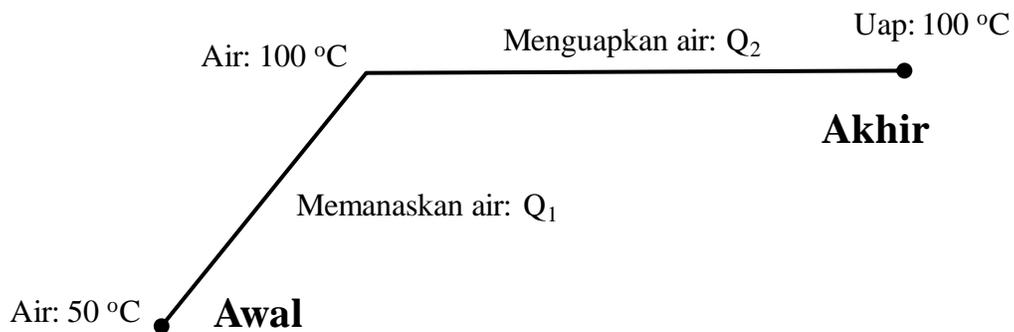
Kalor untuk menguapkan air

$Q_2 = mL_{uap}$

$= 0,05$ kg × 2.260 kJ/kg

= 113 kJ

= 113.000 J

= 27.000 kal

Kalor total yang dibutuhkan

$Q = Q_1 + Q_2$

= 2.500 + 27.000

= 29.500 kal

= 29,5 kkal

Contoh 11.8

Deposisi termal adalah melapisi suatu bahan dengan bahan lain melalui penguapan bahan pelapis. Dalam suatu wadah vakum, bahan yang akan dilapisi dimasukkan. Bahan pelapis juga ada dalam wadah tersebut. Bahan pelapis kebudian dipanaskan hingga menguap dan uap tersebut mengenai bahan yang akan dilapis sehingga terjadi kondensasi dan pemadatan di situ. Akhirnya seluruh permukaan bahan yang akan dilapisi tertutup oleh bahan pelapis. Misalkan suatu bahan ingin dilapisi dengan emas. Mula-mula suhu kawat emas di dalam wadah adalah 30 ^oC. Kawat tersebut kemudian dipanaskan hingga menguap. Setelah selesai proses jumlah emas yang hilang di kawat adalah 1 mg. Berapa kalor yang telah digunakan untuk menguapkan emas? Kalor jenis emas cair adalah 0,345 J/g ^oC. Data lain ada di table di atas.

Jawab

Massa emas m = 1 mg = 0,001 g. Beberapa tahap yang berlaku di sini adalah:

a) Menaikkan suhu emas dari 30 ^oC ke suhu peleburan emas sebesar 1.065 ^oC, Q_1. Kalor jenis $c_{em\text{-}pdt}$ = 0,129 J/g ^oC
b) Melelehkan emas pada suhu 1.065 ^oC, Q_2. Kalor lebur L_{lebur} = 67 kJ/kg = 67 J/g
c) Menaikkan suhu emas cair dari 1.065 ^oC ke titik uap emas 2.856 ^oC, Q_3. Kalor jenis $c_{em\text{-}cair}$ = 0,345 J/g ^oC.
d) Menguapkan emas pada suhu 2.865 ^oC, Q_4. Kalor uap L_{uap} = 1.645 kJ/kg = 1.645 J/g

Mari dihitung satu per satu.

$$Q_1 = mc_{em\text{-}pdt}\,\Delta T_1$$

$$= 0{,}001 \times 0{,}129 \times (1.065 - 30)$$

$$= 0{,}134 \text{ J}$$

$$Q_2 = mL_{lebur}$$

$$= 0{,}001 \times 67$$

$= 0,067$ J

$Q_3 = mc_{\text{em-cair}}\,\Delta T_2$

$= 0,001 \times 0,345 \times (2.865 - 1.065)$

$= 0,621$ J

$Q_4 = mL_{\text{uap}}$

$= 0,001 \times 1.645$

$= 1,645$ J

Total kalor yang diperlukan adalah

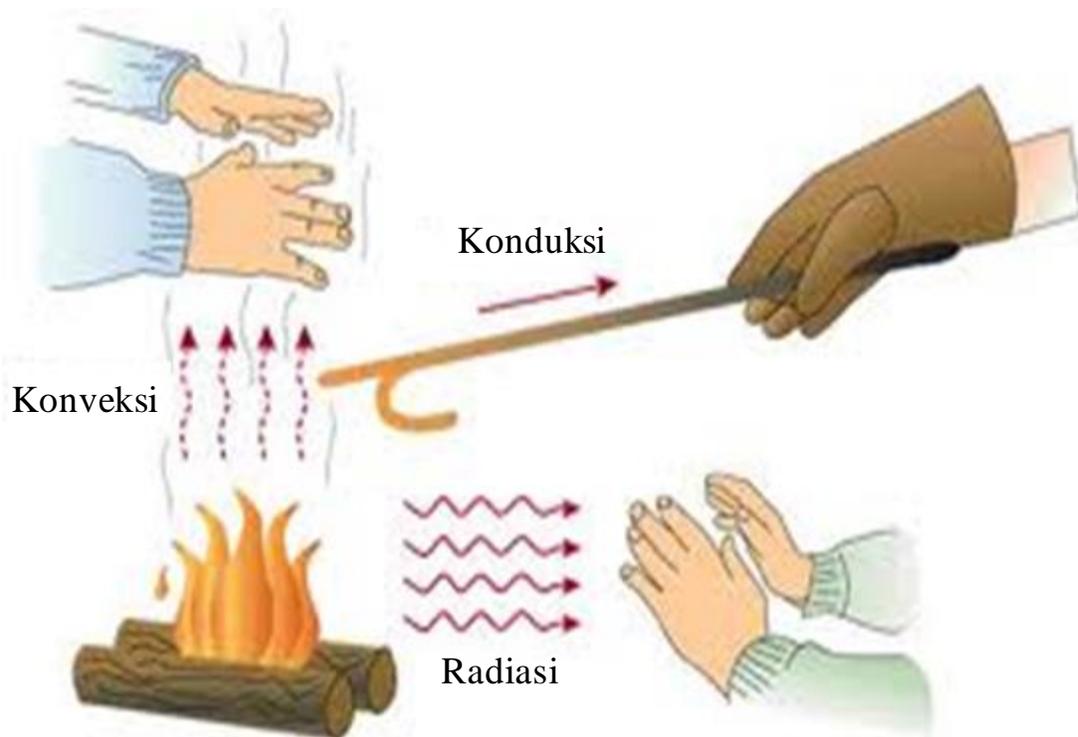
$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$

$= 0,134 + 0,067 + 0,621 + 1,645$

$= 2,467$ J

11.16. Perpindahan Kalor

Seperti dijelaskan di atas, kalor berpindah dari benda bersuhu tinggi ke benda bersuhu rendah. Perpindahan kalor berhenti ketika suhu kedua benda sudah sama. Kondisi ketika dua benda memiliki suhu sama disebut *kesetimbangan panas* atau *kesetimbangan termal*. Selama ada perbedaan suhu maka kalor selalu berpindah hingga tercapai kesetimbangan panas.

Pertanyaan selanjutnya adalah bagaimana cara kalor berpindah dari satu benda ke benda lainnya? Para ahli akhirnya menyimpulkan bahwa hanya ada tiga cara perpindahan kalor antara benda, yaitu konduksi, konveksi, dan radiasi (Gambar 11.19).

Gambar 11.19. Tiga cara perpindahan kalor: konduksi, konveksi, dan radiasi (beodom.com). Konduksi adalah perpindahan kalor melalui benda tanpa disertai perpindahan atom atau molekul benda. Konvensi adalah perpindahan kalor yang dibawa oleh aliran atom atau molekul benda. Radiasi adalah perpindahan kalor tanpa memerlukan kehadiran benda. Pada peristiwa radiasi, kalor dibawa oleh gelombang elektromagnetik.

Konduksi

Konduksi adalah perpindahan kalor dari satu tempat ke tempat lain melalui benda. Tetapi selama kalor berpindah tidak ada bagian benda maupun atom atau molekul penyusun benda yang ikut berpindah.

Ketika ujung zat dipanaskan maka electron-elektron pada bagian tersebut bergerak lebih kencang (memiliki energy kinetic lebih besar). Akibatnya electron bermigrasi ke lokasi yang memiliki energy kinetic lebih rendah (bagian zat yang lebih dingin). Migrasi tersebut menyebabkan tumbukan electron yang berenergi tinggi dengann electron yang berenergi

rendah sehingga electron yang berenergi rendah menjadi berenergi tinggi yang direpresentasikan oleh kenaikan suhu. Begitu seterusnya sehingga electron yang berenergi tinggi tersebar makin jauh dari lokasi pemanasan. Peristiwa ini merepresentasikan perambatan kalor secara konduksi.

Penyebab lain peristiwa konduksi adalah getaran atom zat padat di sekitar posisi setimbangnya. Ketika atom-atom di lokasi pemanasan bergetar lebih kencang maka atom-atom yang bertetangga ikut bergetar lebih kencang dari sebelumnya. Getaran kencang atom tetangga ini diikuti oleh tetangga yang lebih jauh. Begitu seterusnya sehingga terjadi perpindahan getaran atom. Pada akhirnya semua atom dalam zat bergetar lebh kencang. Ini merepresentasikan fenomena perambatan kalor. Karena tidak ada atom yang berpindah (hanya getaran yang lebh kencang saja yang berpindah) maka ini pun merupakan peristiwa konduksi.

Perpindahan kalor secarakondusksi akibat migrasi electron hanya terjadi pada material logam (material yang mengandung lektron bebas). Perpindahan kalor secara konduksi akibat getaran aom –atom dapat terjadi pada semua zat padat. Namun, perpindahan kalor secara konduksi akibat migrasi electron jauh lebih mudah daripada akibat perpindahan getaran atom. Oleh karena itulah peristiwa konduksi pada logam jauh lebih mudah daripada peristiwa konduksi pada material bukan logam (isolator). Pada material isolasor juga terjadi peristiwa konduksi (akibat perpindahan getaran atom) namun angat lambat sehingga kita kataka material tersebut merupakan penghambat aliran kalor. Jika ujung kaca d panaskan maka ujung lain akan ikut panas walaupun setelah berselang cukup lama. Ini adalah bukti peristiwa konduksi pada bahan bukan logam.

Perpindahan kalor secara konduksi ditemukan di zat padat. Contohnya, ketika salah satu ujung besi dipanaskan maka ujung lainnya akan ikut panas. Ini diakibatkan adanya kalor yang berpindah dari ujung yang dipanaskan ke ujung yang dingin. Di sini tidak ada bagian besi yang berpindah. Ketika bagian dasar panci dipanaskan maka bagian atas atau ujung panci ikut panas. Ini terjadi karena perpindahan kalor dari bagian dasar panci ke bagian lainnya. Tidak ada bagian panci yang bergerak. Jika kita mengaduk teh panas dengan sendok yang dingin maka lama-lama pegangan sendok menjadi panas. Terjadi aliran kalor dari ujung sendok yang bersentuhan dengan teh dengan ujung sendok yang dipegang tangan.

Cepat perambatan kalor dalam zat padat berbeda untuk zat yang berbeda. Ada zat yang sangat mudah memindahkan kalor dan ada yang sangat sulit. Zat yang mudah memindahkan kalor contohnya besi, tembaga, aluminium. Semua logam termasuk zat yang mudah memindahkan kalor. Zat semacam ini disebut juga *konduktor kalor*. Umumnya konduktor kalor juga merupakan konduktor listrik. Artinya jika zat mudah menghantar kalor maka zat tersebut juga mudah menghantar listrik.

Contoh zat yang sulit menghantar kalor adalah kaca, karet, kayu, batu. Zat yang sulit menghantarkan kalor juga disebut *isolator kalor*. Zat padat yang sulit menghantarkan kalor umumnya juga sulit menghantarkan listrik. Ketika

satu ujung zat ini dipanaskan maka diperlukan waktu yang sangat lama bagi ujung lain untuk panas.

Ukuran kemampuan zat menghantar kalor dikenal dengan konduktivitas panas. Laju konduksi kalor dalam bahan memenuhi persamaan

$$q = kA\frac{T_t - T_r}{L} \quad \text{d} \qquad (11.14)$$

dengan

q adalah kalor yang dirambatkan per detik (J/s)

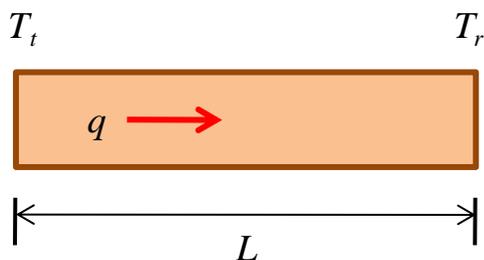
T_t adalah suhu satu ujung benda (suhu tinggi)

T_r adalah suhu ujung benda yang lain (suhu rendah)

L adalah panjang benda (m)

A adalah luas penampang benda (m^2)

k disebut konduktivitas panas (J/m s ^{o}C).

Sebagai ilustrasi lihat Gambar 11.20 untuk menjelaskan peristiwa konduksi kalor. Konduktivitas panas sejumlah zat tampak pada Tabel 11.7.

Gambar 11.20. Parameter untuk menentukan perpindahan panas dalam bahan secara konduksi.

Contoh 11.9

Sebuah silinder tembaga memiliki panjang 10 cm dan jari-jari 5 cm. Satu ujung silinder disentuhkan ke air yang sedang mendidih dan ujung lainnya disentuhkan pada es yang sedang mencair. Tentukan

a) Laju perambatan kalor dalam batang.
b) Jumlah kalor yang dipindahkan selama 5 menit.

Jawab

Dari informasi di atas kita peroleh T_t = 100 °C (air mendidih) dan T_r = 0 °C (es melebur). Luas penampang silinder adalah $A = \pi R^2 = 3,14 \times (0,05)^2 = 0,00785$ m^3. Berdasarkan Tabel 11.7 kite peroleh k = 385 J/m s °C.

Tabel 11.7 Konduktivitas panas sejumlah zat (dari berbagai sumber).

Zat	Konduktivitas panas (J/m s °C)
Aluminium	205
Perunggu	42
Tembaga	385
Kaca	0,8
Emas	315
Es	2
Besi	72
Timbal	35
Nikel	91
Perak	427
Stainless stell	17
Air	0,6

a) Laju perambatan kalor adalah

b)

$$q = kA\frac{T_t - T_r}{L}$$

$$= 385 \times 0,00785 \times \frac{200-50}{0,1}$$

= 5.533 J/s

b) Selama selang waktu 5 menit = 300 s, jumlah kalor yang berpindah adalah 4.533 × 300 = 1,36 × 10^6 J.

Contoh 11.10

Untuk memindahkan kalor dari air mendidih ke lokasi yang memiliki suhu 25 ^{o}C digunakan sebuah batang aluminium. Jarak dua lokasi tersebut adalah 3 meter. Aluminium dibungkus dengan isolator ideal sehingga tidak ada kalor yang terbuang selama perpindahan. Berapakah jari-jari batang aluminium (anggap berbentuk silinder) agar laju perpindahan kalor adalah 50 J/s.

Jawab

Informasi yang diberikan di soal adalah L = 2 m, T_t = suhu didih air = 100 ^{o}C, T_r = 25 ^{o}C, dan q = 50 J/s. Berdasarkan Tabel 11.5, k = 205 J/m s ^{o}C. Dari persamaan (5.7) kita dapat menulis

$$A = \frac{qL}{k(T_t - T_r)}$$

$$= \frac{50 \times 2}{205 \times (100 - 25)}$$

= 0,0065 m^2.

Karena silinder berbentuk silinder maka jari-jari memenuhi $A = \pi R^2$, atau

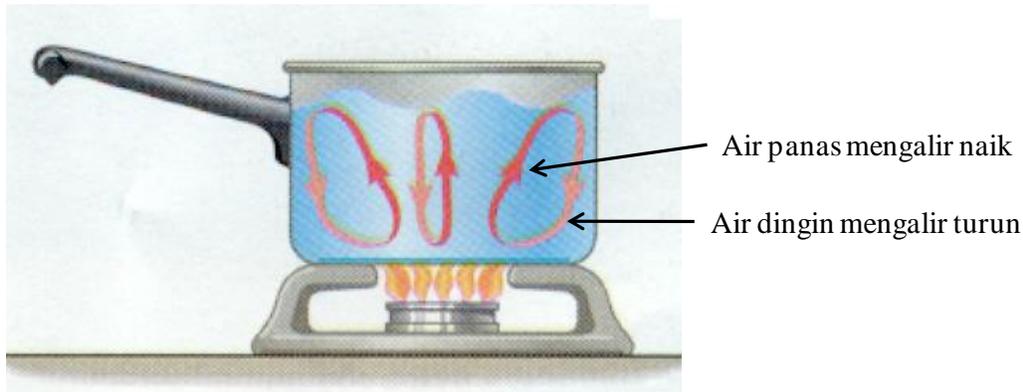
$$R = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{0{,}0065}{3{,}14}}$$

= 0,046 m = 4,6 cm

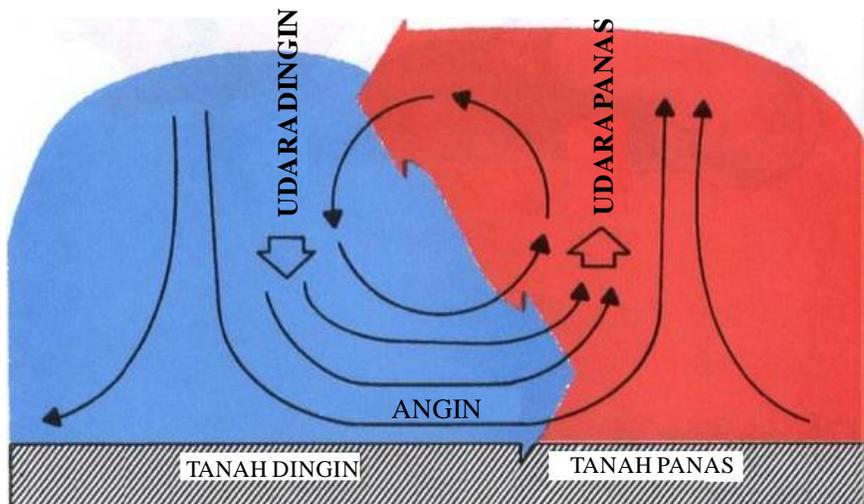
Konveksi

Cara kedua perambatan kalor adalah konveksi. Pada cara ini kalor merambat karena perpindahan molekul atau atom penyusun benda. Ketika satu bagian benda menerima kalor maka atom-atom penyusunnya bergerak lebih cepat. Akibatnya, atom-atom tersebut terdorong (berpindah) ke lokasi di mana atom-atom masih bergetar lambat. Perpindahan atom yang telah bergerak cepat membawa energi kalor. Dengan demikian terjadi perpindahan kalor dari lokasi yang bersuhu tinggi ke lokasi yang bersuhu rendah.

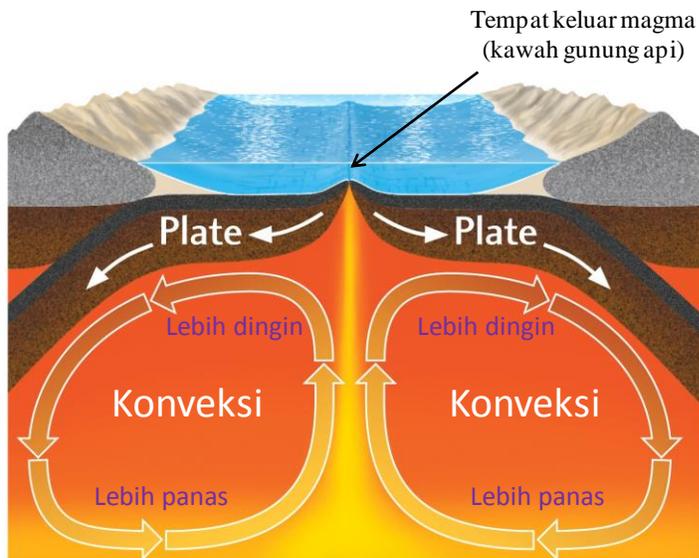
Konveksi hanya terjadi di dalam benda yang memiliki atom atau molekul yang dapat bergerak bebas. Benda seperti ini adalah fluida yang terdiri dari zat cair dan gas. Jadi, konveksi terjadi dalam zat cair atau gas. Ketika air di dalam panci dipanaskan maka bagian air yang menerima panas adalah bagian yang bersentuhan dengan panci, khususnya bagian dasar panci. Namun, lama-lama seluruh bagian air menjadi panas karena adanya aliran molekul air dari bawah ke atas. Aliran tersebut mendesak air yang dingin yang berada di atas untuk turun sehingga mengalami pemanasan.

ketika yang dipanaskan. Fluida yang dipanaskan akan memuai. Karena massa tidak berubah maka massa jenis fluida mengecil. Akibatnya fluida tersebut akan bergerak ke atas. Benda yang massa jenis lebih kecil akan berada di lapisan atas dan yang massa jenis besar akan berada di lapisan bawah. Jika air dan minyak dicampur maka minyak pada akhirnya berada di lapisan atas karena massa jenisnya lebih kecil daripada air.

Gambar 11.21. Fenomena konvekssi pada air yang dipanaskan dalam panci. Terjadi perputaran air dari atas ke bawah secara terus menerus karena perbedaan massa jenis air panas dan air dingin (physics.stackexchange.com).

Fluida yang berada di atas dan bersuhu lebih rendah (memiliki massa jenis lebih besar) akan bergerak turun mengisi tempat kosong yang ditinggalkan fluida panas. Akibatya terjadi pergantian posisi fluida (Gambar 11.21). Yang panas di atas dan yang dingin di bawah. Fluida dingin yang baru sampai di bawah mengalami pemanasan sehingga massa jenisnya mengecil dan selanjutnya bergerak ke atas. Fluida yang berada di atas dan memiliki suhu lebih rendah turun mengisi ruang yang ditinggalkan di dasar panci. Begitu seterusnya sehingga terjadi aliran terus-menerus fluida dari dasar panci ke atas. Dan pada akhirnya semua bagian fluida menacapai suhu yang sama.

Fenomena konveksi berperan sangat penting dalam kehidupan manusia. Aliran udara atau angin adalah peristiwa konveksi. Udara di tempat yang bersuhu tinggi mengalami penurunan massa jenis akibat pemuaian volum sehingga mengalir ke atas. Tempat kosong yang ditinggalkan akan diisi oleh udara dingin yang memiliki massa lebih kecil dari atas samping yang memiliki massa jenis lebih besar sehingga terjadi angin arah mendatar (Gambar 11.22).

Gambar 11.22. Salah satu mekanisme terjadinya angin akibat konveksi (ocw.uci.edu).

Tiap kali terjadi kebakaran, petugas pemadam kebakaran sering kesulitan memadamkan api karena angin cukup kencang. Harap diketahui bahwa jika terjadi kebakaran pasti timbul angin kencang. Udara di tempat kebakaran mengalami pemanasan sehingga terjadi aliran konveksi ke atas secara cepat. Lokasi tempat kebakaran mengalami kekosongan udara. Udara dingin dari sekeliling cepat mengalir mengisi kekosongan tersebut sehingga timbul angin cukup kencang (Gambar 11.23).

Gambar 11.23. Kebakaran sering memicu munculnya angin kencang dari sisi menuju ke lokasi kebakaran. Ini adalah fenomena konveksi (***).

Contoh 11.24. Konveksi magna di dalam bumi (peter-mulroy.squarespace.com).

Keluarnya magma dari dalam bumi menuju ke permukaan melalui gunung api juga adalah proses konveksi. Inti bumi memiliki suhu yang tinggi. Suhu yang tinggi tersebut mencairkan material batuan di dalam bumi sehingga dapat mengalir. Bagian bawah cairan memiliki suhu lebih tinggi sehingga massa jenisnya lebih kecil. Massa jenis yang kecil menyebabkan cairan tersebut bergerak ke atas dan bisa keluar ke permukaan bumi melalui lubang gunung api (Gambar 11.24).

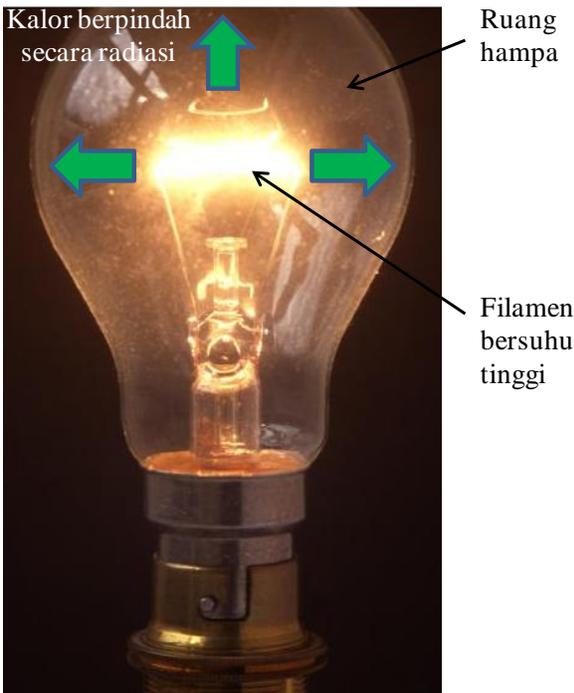
Radiasi

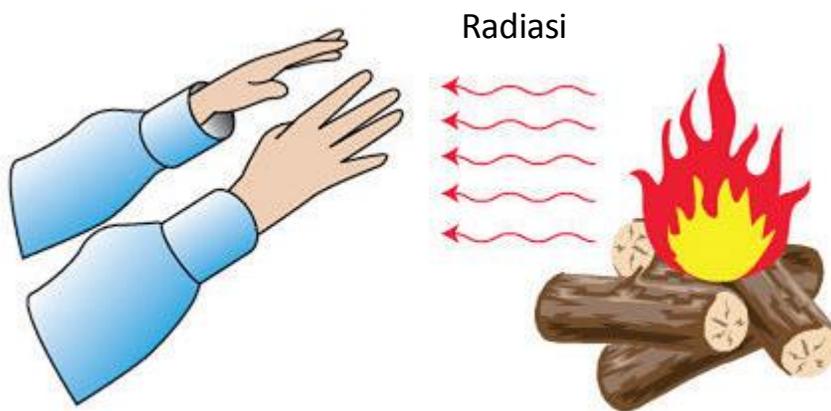
Bentuk ketiga perpindahan kalor adalah radiasi. Radiasi adalah perpindahan kalor tanpa melalui medium. Ruang antara matahari dan bumi

kebanyakan hampa. Tetapi panas matahari dapat mencapai bumi. Ini salah satu bukti bahwa kalor dapat merambat tanpa perlu medium.

Lampu pijar mengandung filamen di tengahnya (kawat kecil). Ruang antara filamen adan kaca lampu adalah hampa. Ketika lampu disambung ke tegangan listrik PLN maka filamen memanas. Suhunya bisa mencapai 5.000 ^{o}C. Tetapi panas dapat dirasakan sampai ke kaca lampu dan bisa juga dirasakan sampai di luar (Gambar 11.25). Ini menunjukkan bahwa panas filamen dapat merambat melalui ruang hampa dalam lampu hingga mencapai lokasi di luar lampu.

Udara adalah penghantar panas yang tidak baik. Ketika kita menyalakan api unggun maka dalam sekejap kita yang duduk sekitar setengah meter dari api unggun merasakan panas (Gambar 11.26). Ini bukan karena panas merambat melalui udara, tetapi panas merambat melalui radiasi. Kalau menunggu panas merambat melalui udara maka diperlukan waktu yang lama bagi kita yang duduk setengah meter dari api unggun untuk merasakan panas.

Pertanyaan berikutnya adalah, mengapa panas bisa merambat secara radiasi? Jawabannya adalah panas tersebut dibawa oleh gelombang elektromagnetik (Gambar 11.27). Setiap benda memancarkan gelombang elektromagnetik. Energi gelombang yang dipancarkan makin besar jika suhu benda masing tinggi. Salah satu komponen gelombang yang dipancarkan tersebut adalah gelombang inframerah yang membawa sifat panas. Makin tinggi suhu benda maka makin banyak pula energi gelombang inframerah yang dipancarkan sehingga makin panas benda tersebut terasa pada jarak tertentu

Gambar 11.25. Ruang antara filamen dan adalah hampa. Panas dari filamen dapat mencapai kaca lampu adalah bukti bahwa panas dapat merambat melalui ruang hampa. Ini adalah peristiwa radiasi panas (***).

Gambar 11.26. Panas api unggun dengan segera dirasakan oleh orang yang duduk di sekeliling api unggun. Panas tersebut merambat melalui radiasi, bukan konduksi atau konveksi melalui udara antara orang dan api unggun (shabrinat.blogspot.com).

Gambar 11.27. Panas dapat merambat secara radiasi karena panas tersebut dibawa oleh gelombang elektromagnetik (sciencelearn.org.nz)

11.17 Pemanfaatan Sifat Kalor

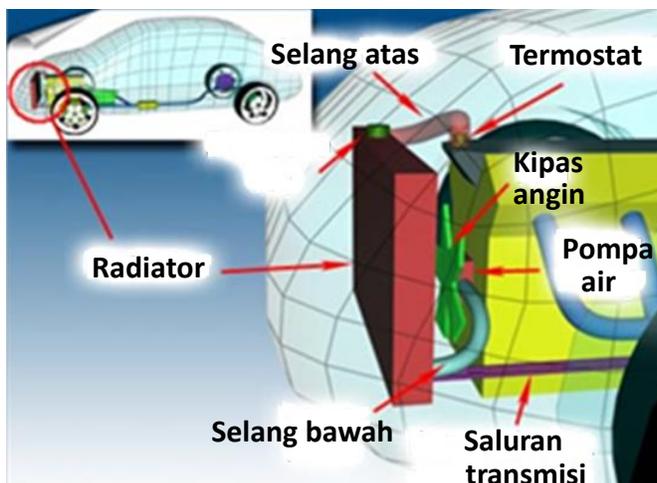
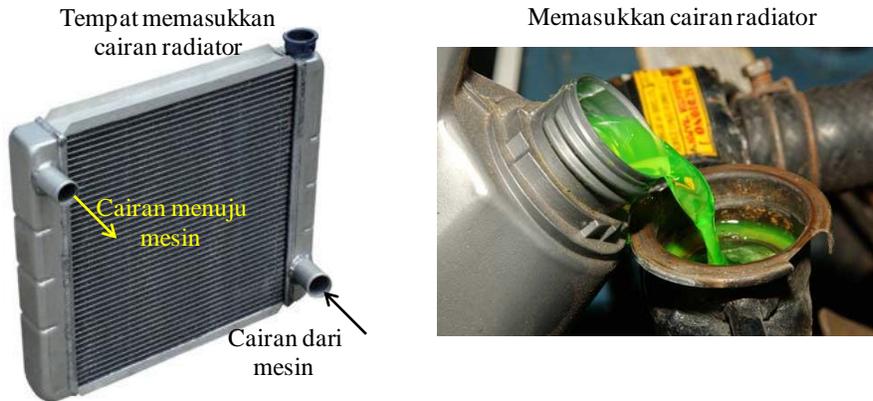
Setelah mengetahui sejumlah sifat kalor maka para ahli memikirkan pemanfaatannya bagi manusia. Berikut ini akan dijelaskan sejumlah pemanfaatan yang kita ketahui selama ini.

Cairan Radiator

Cairan radiator digunakan pada kendaraan untuk mendinginkan mesin. Cairan ini berfungsi untuk menyerap panas dari mesin dan melepas panas ke

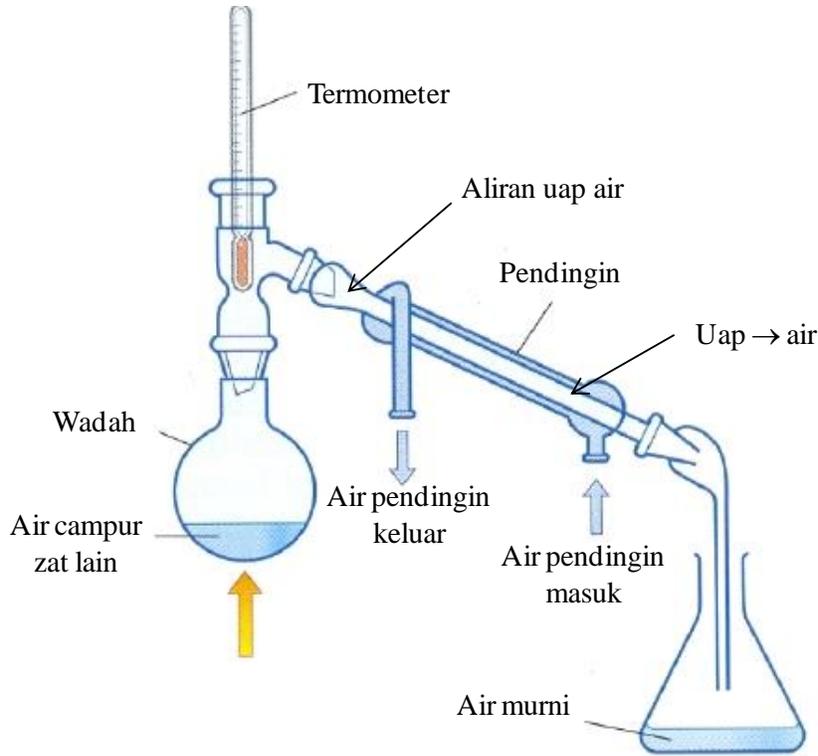
udara. Dengan cara seperti ini maka mesin kendaraan tidak terlampau panas. Cairan radiator disirkulasikan melewati mesin yang mengalami pembakaran, dan sesampainya di bagian radiator, cairan tersebut mengalami pendinginan oleh aliran udara dari depan mobil.

Bahan utama cairan radiator adalah air. Mengapa air? Karena air adalah zat cair yang memiliki kalor jenis besar. Dengan kalor jenis besar maka walaupun kalor yang diserap air dari mesin cukup besar, kenaikan suhu air tidak terlampau tinggi. Ingat rumus, $Q = mc\Delta T$, atau $\Delta T = Q/mc$. Karena c besar maka meskipun Q besar, kenaikan suhu ΔT tidak terlalu besar. Air radiator biasa dilengkapi dengan zat antikarat sehingga selama bersirkulasi tidak terlalu cepat menimbulkan karat pada pipa aliran. Maka dari itu banyak cairan radiator yang berwarna, seperti hijau, biru, atau kuning. Zat warna tersebut adalah zat antikarat.

Prinsip kerja radiator adalah air disirkulasi antara radiator dan mesin kendaraan. Cairan dari bagian radiator mengalir ke mesin yang memiliki suhu tinggi sehingga menyerap sebagian kalor mesin tersebut. Akibatnya suhu air meningkat dan suhu mesin turun. Air yang sudah panas mengalir kembali ke bagian radiator. Ketika mobil sedang bergerak maka bagian radiator akan tertiup oleh angin (yang memiliki suhu rendah) sehingga kalor dalam air yang baru sampai ke radiator dilepas ke udara. Suhu air menjadi turun. Selanjutnya air tersebut mengalir kembali ke mesin dan menyerap kembali kalor dari mesin. Begitu sampai ke radiator maka panas kembali dilepas ke udara. Radiator memiliki bentuk seperti sekarang untuk memudahkan pelepasan panas ke udara. Gambar 11.28 adalah ilsutrasi pemasangan radiator pada mobil dan Gambar 11.29 adalah contoh radiator dan pengisian cairan ke dalam radiator.

Gambar 11.28 Ilustrasi pemasangan radiator pada mobil (autorepairshopsanjose.com)

Gambar 11.29. Bentuk radiator dan memasukkan cairan pendingin ke dalam radiator mobil (5osial.wordpress.com)

Bagaimana proses pelepasan panas di radiator jika kendaraan dalam keadaan diam sehingga tidak ada udara yang mengalir melalui bagian radiator? Tidak adanya udara yang mengalir menyebabkan pelepasan panas menjadi tidak efektif sehingga air di radiator tidak mengalami penurunan suhu yang berarti. Dan ketika kembali mengalir ke mesin maka hanya sedikit kalor yang dapat diserap dari mesin. Ini dapat menyebabkan mesin terlalu panas. Untuk mengatasi kondisi ini maka mobil dilengkapi dengan kipas angin yang dipasang menghadap radiator. Jika kendaraan diam, maka hembusan udara oleh kipas angin itulah yang mendinginkan radiator.

Penyulingan Air

Penyulingan air adalah proses mendapatkan air murni dari air yang bercampur dengan komponen lain (mengandung bahan terlarut di dalamnya). Contohnya adalah mendapatkan air murni dari air garam. Air yang mengandung bahan lain tersebut dipanaskan pada suhu sekitar 100 ^{o}C sehingga molekul-molekul air menguap. Molekul-molekul zat lain tetap tertinggal di dalam campuran. Air mengalami perubahan dari fase cair ke fase gas. Uap air yang dihasilkan dialirkan melalui pipa yang memiliki suhu lebih rendah sehingga mengalami kondensasi menjadi air murni. Pipa ini biasanya dialiri air dingin di sisi luarnya sehingga tidak ikut panas saat dilewati uap air. Air murni yang dihasilkan menetes masuk ke dalam penampung sehingga dalam waktu yang cukup lama diperoleh air murni yang banyak. Gambar 11.30 adalah ilustrasi proses penyulingan air.

Gambar 11.30 Contoh skema alat penyuling. Air dipanaskan hingga mendidih sehingga dihasilkan banyak uap. Hany air yang menguap sedangkan zat lain di dalamnya tidak menguap. Jadi dalam uap terkandung molekul air semua. Uap air dialirkan ke bagian pendingin sehingga suhunya turun di bawah 100 °C. Akibatnya air kembali berubah ke wujud cair dan masuk ke wadah penampung dalam bentuk air murni.

Dapatkah penyulingan digunakan untuk menghasilkan air minum? Jawabnya dapat. Air hasil penyulingan memang dapat langsung diminum. Tetapi masalahnya adalah biaya listrik atau biaya untuk menghasilkan kalor yang digunakan untuk menghasilkan air suling sangat mahal. Biaya listrik yang digunakan untuk menghasilkan satu liter air suling lebih mahal dari biaya yang digunakan untuk menghasilkan satu liter air dengan metode lain, seperti pengolahan pada instalasi air minum. Juga biaya listrik yang diperlukan untuk menghasilkan satu liter air suling lebih mahal daripada harga satu liter air kemasan. Karena masalah biaya menjadi pertimbangan utama maka proses penyulingan untuk menghasilkan air minum belum dilakukan secara massal.

Pembuatan Garam

Garam dibuat dengan menjemur air laut. Di dalam air laut terlarut zat-zat pembentuk garam seperti NaCl. Air laut sendiri tidak dapat langsung diubah menjadi garam karena konsentrasi zat terlarut masih rendah. Garam

hanya bisa terbentuk jika konsentrasi zat terlarut dalam air laut sangat tinggi. Untuk mencapai konsentrasi tinggi tersebut maka air laut perlu diuapkan dengan cara menjemur di tempat penampungan. Lama-kelamaan jumlah air makin sedikit sehingga konsentrasi zat terlarut makin tinggi. Pada konsentrasi yang sangat tinggi (setelah penguapan yang lama) tiba-tiba terbentuk kristal garam (Gambar 11.31). Jadi dalam proses pembuatan garam terjadi perubahan wujud zat cair (air laut) menjadi uap air akibat penyerapan kalor dari matahari.

Pembuatan garam efektif dilakukan saat musim kemarau. Saat ini sinar matahari sangat banyak dan tidak ada hujan yang jatuh di lokasi penjemuran air laut yang dapat menurunkan kembali konsentrasi zat terlarut.

Gambar 11.31. Garam akan terbentuk jika sudah banyak air yang menguap sehingga konsentrasi zat dalam air laut sangat tinggi. Ini dicapai dengan penjemuran yang cukup lama. (lensaindonesia.com)

11.18. Pemanfaatan Sifat Perpindahan Kalor

Di bagian sebelumnya kita bahas pemanfaatan sifat penyerapan kalor oleh zat yang dapat menyebabkan suhu naik/turun atau perubahan wujud zat. Berikut ini adalah beberapa aplikasi sifat perpindahan kalor.

Setrika

Setrika memanfaatkan sifat konduksi logam yang digunakan untuk membuat dasar setrika. Pada setrika jaman dulu, yang dimasukkan ke dalam setrika adalah arang (Gambar 11.32, kiri). Arang tersebut dibakar sehingga mengalami peningkatan suhu. Sisi atas logam alas setrika menjadi panas. Karena alas setrika dibuat dari bahan konduktor panas maka sisi bawah ikut panas yang selanjutnya digunakan untuk menghaluskan pakaian.

Gambar 11.32 (kiri) Desain setrika arang dan (kanan) sertika listrik yang banyak digunakan saat ini (kalinggasepeda.wordpress.com, depopelita.com)

Pada setrika listrik (Gambar 11.32, kanan), sebuah elemen pemanas dipasang bersentuhan dengan sisi atas alas setrika. Ketika dialiri arus listrik, filamen mengalami pemanasan sehingga memanaskan sisi atas alas setrika. Karena alas setrika dibuat dari konduktor panas maka sisis bawah alas juga akan panas dan siap untuk digunakan untuk melicinkan pakaian.

Setrika listrik yang ada sekarang telah dilengkapi dengan sensor suhu. Kalau suhu terlalu tinggi maka arus listrik tiba-tiba putus sehingga elemen pemanas berhenti dipanaskan. Suhu setrika tidak lagi bertambah panas. Ketika suhu kembali turun maka arus listrik kembali tersambung dan filament kembali mengalami pemanasan dan suhu setrika kembali naik. Dengan adanya sensor ini maka kita dapat mengatur suhu setrika sesuai dengan jenis kain yang akan dihaluskan.

Termos

Termos digunakan untuk menyimpan air panas sehingga panas dapat bertahan cukup lama. Ini hanya mungkin terjadi kalau dinding termos terbuat dari bahan isolator panas. Karena selalu dibawa-bawa maka termos harus

cukup kuat dan ringan. Material yang kuat biasanya logam. Tetapi logam bukanlah isolator panas sehingga tidak dapat digunakan langsung sebagai dinding termos. Oleh karena itu, ide yang dilakukan adalah menggunakan ruang hampa sebagai dinding termos dan dinding paling luar adalah logam (Gambar 11.33). Desain termos adalah air ditempatkan dalam tabung kaca. Di sisi luar tabung kaca dibuat ruang hampa dan di sisi luar ruang hampa digunakan logam untuk menghasilkan kekuatan. Karena antara tabung kaca tempat menyimpan air dan dinding logam terdapat ruang hampa maka panas dari tabung kaca tidak dapat merambat ke dinding luar yang terbuat dari logam. Akibatnya panas air akan bertahan lama.

Gambar 11.33. Skema termos air panas. Urutan material dinsing termos adalah: tabung kaca, ruang hampa, dan dinding logam sebagai pengaman (pemberi kekuatan).

Sandal

Sandal yang sering dijumpai di hotel dibuat dari bahan yang sangat sederhana. Bahan utamanya adalah kain (Gambar 11.34). Kain termasuk bahan yang sulit dilewati kalor. Sandal tersebut digunakan untuk melindungi kaki dari dinginnya lantai.

Sandal tersebut juga dijumpai di rumah warga yang tinggal di daerah bersalju. Saat salju turun suhu sangat rendah termasuk suhu lantai ruangan. Dan saat musim salju inilah sandal tersebut digunakan untuk menghindari dingin telapak kaki.

Jaket

Fungsi jaket sebenarnya mirip dengan sandal, yaitu menghindari perpindahan panas dari tubuh ke udara di luar. Jadi bahan utama jaket adalah material isolator panas (Gambar 11.35). Pada saat udara dingin, panas tubuh disekat oleh jaket sehingga suhu tubuh tidak terlalu jauh turun. Suhu tubuh akan bertahan di sekitar suhu normal. Jika jaket tidak digunakan maka kalor akan mengalir langsung dari tubuh ke udara luar. Perpindahan kalor tersebut menyebabkan suhu tubuh turun. Jika turunnya sangat jauh maka bisa terjadi gangguan metabolisme.

Gambar 11.34. Contoh sandal yang digunakan di hotel-hotel. Sandal tersebut terbuat dari isolator panas yang baik sehingga kalor dari kaki sulit berpindah ke lantai yang dingin. Dengan demikian kaki tidak merasakan dinginnya lantai. Kaki akan merasa dingin kalau kalor dari kaki mudah perpindah ke lantai.

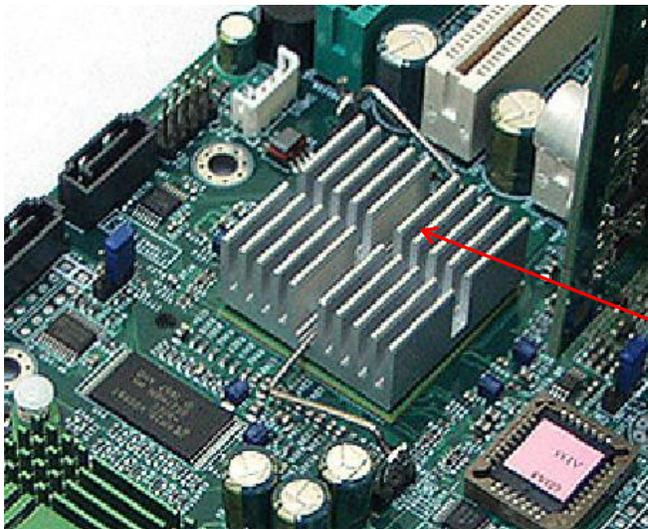
Gambar 11.35 Jaket digunakan untuk menghindari perpindahan panas dari tubuh ke udara luar yang dingin (ajilbab.com).

Pegangan Alat Masak

Pegangan alat masak terbuat dari bahan isolator panas. Ketika kita memasak, bagian logam seperti penggorengan akan bersentuhan dengan api atau makanan panas lainnya. Agar benda tersebut tetap dapat dipegang maka pegangan harus tetap dingin. Oleh karena itu material pembuatnya haruslah isolator panas (Gambar 11.36). Kebanyakan bahan untuk pegangan alat masak adalah plastik atau kayu.

Gambar 11.36. Alat masak beserta pegangan yang terbuat dari bahan isolator panas

Pendingin IC

Pernahkan kalian melihat *motherboard* komputer, yaitu rangkaian utama dalam komputer. Jika kalian lihat maka IC processor yang ada dalam *motherboard* tersebut ditutupi logam aluminium seperti pada Gambar 11.37. Apa guna logam aluminium tersebut?

Gambar 11.38 *Motherboard* komputer yang memiliki pendingin panas dari aluminum (heat sink) untuk membuang panas yang dihasilkan mikroprosessor (en.community.dell.com)

Ketika computer dinyalakan maka miroprosessor mulai bekerja. Mikroprosessor adalah otak computer dan bekerja sangat intensif mengendalikan semua data dan infromasi dalam computer. Ukuran mikroprosessor tidak terlalu besar, namun panas yang dihasilkan cukup besar. Andaikan panas tersebut tidak segera dibuang maka suhu prosessor bisa sangat tinggi dan merusak komponen serta rangkaian di dalamnya. Untuk diketahui, ukuran satu komponen dalam proresor ada yang kurang dari 0,1 μm sehingga sangat rentan terhadap pemanasan.

Komputer dirancang sedemikian rupa sehingga panas yang dihasilkan prosessor dapat segera dibuang ke udara. Salah satu alat untuk membuang panas tersebut adalah aluminium yang ditempelkan pada permukaan prosessor. Ketika terjadi pemanasan pada prosessor maka panas dapat segera mengalir ke aluminium. Aluminium termasuk konduktor panas yang baik sehingga panas prosessor dapat segera berpindah ke aluminium. Aluminium dibuat berjari-jari sehingga memiliki luas permukaan besar (bagian yang bersentuhan dengan udara sangat luas) sehingga panas dapat dipindahkan ke udara dalam waktu cepat. Kadang, aluminium tersebut dilengkapi kipas angin kecil untuk lebih mempercepat lagi pembuangan panas.

11.19 Pemuaian Termal

Fenomena lain yang berkaitan langsung dengan suhu adalah pemuaian termal. Tiap benda yang dipanaskan selalu memuai. Bagaimana keterkaitan antara kenaikan suhu dan besar pemuaian akan kita bahas di bagian ini. Sejumlah aplikasi pemuaian termal juga akan kita bahas.

Pengalaman manusia selama ini menunjukkan bahwa semua benda memuai jika mengalami kenaikan suhu. Sebaliknya benda mengkerut jika suhunya menurun. Memuai artinya ukurannya membesar, baik ukuran panjang, lebar, tinggi, luas, maupun volum. Besar pemuaian berbeda pada benda yang berbeda. Ada benda yang sangat mudah memuai sehingga kenaikan suhu sedikit saja sudah cukup membuat ukuran benda yang dapat diamati mata. Sebaliknya ada benda yang sulit memuai sehingga meskipun suhu bertambah cukup besar, ukuran benda hampir tidak mengalami perubahan.

Contoh peristiwa pemuaian yang paling sering kita amati adalah naiknya kolom zat cair dalam termometer. Pada suhu yang lebih tinggi kenaikan kolom air raksa dalam termometer lebih besar (Gambar 11.38). Pada suhu yang lebih tinggi, volume zat cair dalam termometer bertambah sehingga terdesat sepanjang kolom.

Setelah kita mengetahui peristiwa pemuaian adalah bagaimana kita mengukur besarnya pemuaian tersebut? Ini menjadi penting karena dengan mengetahui nilai pemuaian secara detail maka kita dapat memikirkan aplikasi sifat pemuaian tersebut untuk meningkatkan kesejahteraan manusia.

Gambar 1.39 Tinggi kolom air raksa dalam termometer bergantung pada suhu. Makin tinggi suhu maka kolom air raksa makin tinggi karena terjandinya pemuaian (vulgarisation-scientifique.com)

11.20 Persamaan Pemuaian

Setelah manusia mengetahui bahwa semua benda memuai jika mengalami kenaikan suhu maka pertanyaan berikutnya adalah: bagaimana rumus pemuaian tersebut? Dengan rumus tersebut kita dapat mepredikisi berapa pertambahan panjang benda jika mengalami kenaikan suhu tertentu. Rumus tersebut didapat dari sejumlah percobaan yang dilakukan banyak peneliti terdahulu. Percobaan dilakukan pada berbagai macam benda dan pada berbagai kenaikan suhu. Kesimpulan dari sejumlah percobaan tersebut sebagai berikut:

Pemuaian Panjang

Jika benda mengalami kenaikan suhu maka panjang benda bertambah (Gambar 11.40). Pengukuran yang dilakukan secara teliti pada sejumlah benda padat menunjukkan bahwa perubahan panjang sebanding dengan panjang mula-mula dikali perubahan suhu. Jika dinyatakan dalam rumus matematika maka pengamatan tersebut dapat ditulis dalam rumus

$$\Delta l \propto l_0 \Delta T \qquad (11.15)$$

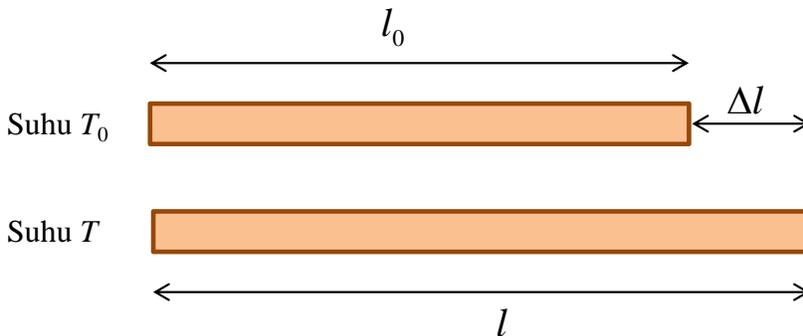
dengan

Δl adalah perubahan panjang (m)

l_0 adalah panjang mula-mula (m)

ΔT adalah perubahan suhu, $\Delta T = T - T_0$ (°C)

T_0 adalah suhu awal (°C)

T adalah suhu akhir (°C).

Gambar 11.40 Benda dipanaskan mengalami pertambahan panjang. Besarnya perubahan panjang berbanding lurus dengan panjang mula-mula dan perubahan suhu benda.

Pemuaian Luas

Disamping mengalami perubahan panjang, benda juga mengalami perubahan luas jika mengalami perubahan suhu Pengukuran yang sangat teliti juga menunjukkan bahwa perubahan luas sebanding dengan luas mula-mula dikali perubahan suhu. Secara matematika dapat ditulis,

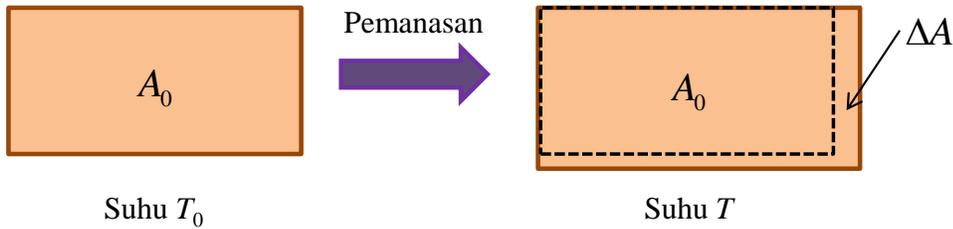
$$\Delta A \propto A_0 \Delta T \qquad (11.16)$$

dengan

ΔA adalah perubahan luas (m^2)

A_0 adalah luas mula-mula (m^2)

ΔT adalah perubahan suhu (°C)

Persamaan (11.16) diilustrasikan pada Gambar 11.41. Bentuk persamaan (1116) serupa dengan persamaan (11.15).

Gambar 11.41. Benda dipanaskan mengalami pertambahan luas. Besarnya perubahan luas berbanding lurus dengan luas mula-mula dan perubahan suhu benda.

Pemuaian Volum

Benda juga mengalami perubahan volum jika mengalami perubahan suhu. Pengukuran yang sangat teliti juga menunjukkan bahwa perubahan volum sebanding dengan volum mula-mula dikali perubahan suhu. Secara matematika dapat ditulis

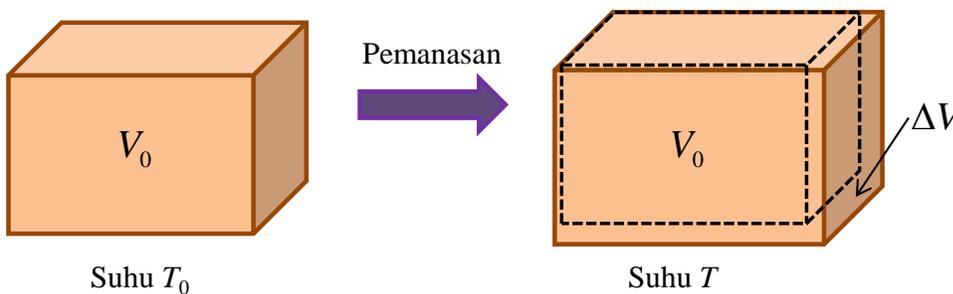
$$\Delta V \propto V_0 \Delta T \qquad (11.17)$$

dengan

ΔV adalah perubahan volum (m^3)

V_0 adalah volum mula-mula (m^3)

ΔT adalah perubahan suhu (^oC).

Persamaan (11.17) diilustrasikan pada Gambar 11.42.

Gambar 11.42 Benda dipanaskan mengalami pertambahan volum. Besarnya perubahan volum berbanding lurus dengan volum mula-mula dan perubahan suhu benda.

Jika kita mengganti tanda sebanding ($\propto$) pada persamaan (11.15) – (11.17) dengan tanda sama dengan maka kita perkenalkan konstanta pembanding. Dari tiga persamaan pemuaian di atas kita peroleh tiga persamaan berikut ini.

- Persamaan pemuaian panjang:

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T \tag{11.18}$$

- Persamaan pemuaian luas:

$$\Delta A = \beta A_0 \Delta T \tag{11.19}$$

- Persamaan ppemuaian volum:

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta T \tag{11.20}$$

dengan α disebut koefisien muai panjang ($^oC^{-1}$), β disebut koefisien muai luas ($^oC^{-1}$), dan γ disebut koefisien muai volum ($^oC^{-1}$). Satuan ketiga konstanta tersebut sama, yaitu kebalikan dari satuan suhu. Disamping dinyatakan dallam $^oC^{-1}$ dapat pula kita nyatakan dalam K^{-1}. Dengan adanya pemuaian tersebut maka panjang, luas, dan volum benda akibat perubahan suhu adalah

$$l = l_0 + \Delta l \tag{11.21}$$

$$A = A_0 + \Delta A \tag{11.22}$$

$$V = V_0 + \Delta V \tag{11.23}$$

Contoh 11.10

Pada suhu 50 ^oC batang aluminium memiliki panjang 120 cm dan batang besi memiliki panjang 120,2 cm. Koefisien muai panjang aluminium dan besi masing-masing $23{,}1 \times 10^{-6}$ $^oC^{-1}$ dan $11{,}8\times 10^{-6}$ $^oC^{-1}$. Jika suhu kedua benda diubah, pada suhu berapakah panjang kedua batang menjadi sama?

Jawab

Misalkan suhu diubah menjadi *T*. Panjang batang aluminium menjadi

$$L_{al} = L_{al,0} + \alpha_{al} L_{al,0}(T - T_0)$$

Panjang batang baja menjadi

$$L_{bl} = L_{bj,0} + \alpha_{bj} L_{bl,0}(T - T_0)$$

Kedua batang menjadi sama panjang pada suhu yang menghasilkan

$$L_{al} = L_{bj}$$

atau

$$L_{al,0} + \alpha_{al} L_{al,0}(T - T_0) = L_{bj,0} + \alpha_{bj} L_{bj,0}(T - T_0)$$

atau

$$\left(\alpha_{al} L_{al,0} - \alpha_{bj} L_{bj,0}\right)(T - T_0) = L_{bj,0} - L_{al,0}\,.$$

Akhirnya kita dapatkan

$$T - T_0 = \frac{L_{bj,0} - L_{al,0}}{\alpha_{al} L_{al,0} - \alpha_{bj} L_{bj,0}}$$

atau

$$T = T_0 + \frac{L_{bj,0} - L_{al,0}}{\alpha_{al} L_{al,0} - \alpha_{bj} L_{bj,0}}$$

Masukkan data yang diberikan maka diperoleh

$$T = 50 + \frac{120{,}01 - 120}{(23{,}1 \times 10^{-6}) \times 120 - (11{,}8 \times 10^{-6}) \times 120{,}01} \;=\; 191\ {}^{o}\mathrm{C}$$

Contoh 11.11

Massa jenis air pada suhu 20 ^oC adalah 998.21 kg/m^3. Berapakah massa jenis air pada suhu 80 ^oC? Koefisien muai volum air adalah 2,07 × 10^{-4} $^oC^{-1}$.

Jawab

Misalkan volum air pada suhu 20 ^oC adalah V_0. Misalkan massa air adalah *m*. Massa jenis air pada suhu 20 ^oC memenuhi persamaan

$$\rho_0 = m / V_0$$

Jika suhu dinaikkan maka volum air bertambah menjadi *V*, tetapi massanya tidak berubah. Volume air pada suhu *T* memenuhi

$$V = V_0 + \gamma V_0 (T - T_0)$$

Massa jenis air pada suhu *T* memenuhi

$$\rho = m / V = (\rho_0 V_0) / [V_0 + \gamma V_0 (T - T_0)]$$

atau

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma (T - T_0)}$$

Dengan memasukkan nilai-nilai yang diberikan di soal maka kita dapatkan ρ = 998,21/[1+ 2,07 × 10^{-4} (80-200] = 985,76 kg/m^3.

11.21 Hubungan antara Koefisien Muai Panjang, Luas, dan Volum

Untuk benda dari bahan yang sama tentu ada hubungan antara tiga koefisien muai tersebut. Kita tahu luas adalah perkalian dua besaran panjang (panjang dan lebar). Ketika benda mengalami kenaikan suhu maka dua besaran panjang tersebut memuai dan pertambahan panjang mengikuti persamaan (11.21). Hasil dari pertambahan panjang dua sisi tersebut

menyebabkan pertambahan luas. Jadi dapat disimpulkan bahwa koefisien permuaian luas dapat diperoleh dari nilai koefisien pemuaian panjang.

Misalkan panjang dan lebar benda mula-mula adalah p dan l. Luas mula-mula benda adalah A_0. Ketika mengalami perubahan suhu sebesar ΔT maka panjang dan lebar menjadi $p + \alpha p\Delta T$ dan lebarnya menjadi $l + \alpha l\Delta T$. Dengan demikian luas benda menjadi

$$A = (p + \alpha p\Delta T)(l + \alpha l\Delta T)$$

$$= pl + 2\alpha pl\Delta T + \alpha^2 pl\Delta T^2 \qquad (11.24)$$

Karena koefisien muai panjang adalah adalah konstanta yang sangat kecil dibandingkan dengan satu, maka kudrat dari konstanta muai panjang menjadi jauh lebih kecil lagi. Sebagai contoh, jika koefisien muai panjang memiliki orde 10^{-5} maka kuadratnya memiliki orde 10^{-10}. Dengan demikian suku ketiga di ruas kanan persamaan (11.24) dapat diabaikan tehadap suku pertama dan kedua. Kita akhirnya mendapatkan aproksimasi

$$A = pl + 2\alpha pl\Delta T$$

$$= A_0 + 2\alpha A_0\Delta T \qquad (11.25)$$

Dari persamaan (11.25) kita simpulkan bahwa pertambahan luas adalah $\Delta A = 2\alpha A_0\Delta T$. Apabila hubungan ini dibandingkan dengan persamaan (11.19) maka kita dapatkan hubungan berikut ini

$$\beta = 2\alpha \qquad (11.26)$$

Juga kita sudah paham bahwa volum adalah perkalian tiga besaran panjang (panjang, lebar, dan tinggi). Ketika benda mengalami kenaikan suhu maka tiga besaran panjang tersebut memuai dan pertambahan panjang mengikuti persamaan (11.21). Hasil dari pertambahan panjang tiga besaran tersebut menyebabkan pertambahan volum. Jadi dapat disimpulkan pula bahwa koefisien permuaian volum dapat diperoleh dari nilai koefisien

pemuaian panjang. Dengan mudah dapat kalian buktikan hubungan antara koefieisn muai panjang dan volum adalah

$$\gamma = 3\alpha \qquad (11.27)$$

Koefisien muai panjang sejumlah material sangat bervariasi. Ada yang cukup besar dan ada yang sangat kecil. Tabel 11.8 adalah nilai koefisien muai panjang, luas, dan volum sejumlah zat. Tampak rentang nilai yang cukup bervariasi.

Tabel 11.8 Koefisien muai panjang, luas, dan volum sejumlah zat (en.wikipedia.org)

Zat	Koefisien muai panjang, α (10^{-6} $^oC^{-1}$)
air	69
aluminium	23,1
Kuningan	19
beton	12
tembaga	17
intan	1
kaca	8,5
emas	14
Besi	11,8
timbal	12
Air raksa	61
Nikel	13
platina	9
PVC	52
perak	18
Stainless steel	10 – 17
baja	11 - 13

11.22 Pemuaian Lingkaran

Jika benda berbentuk lingkaran dipanaskan, bagaimana perubahan nilai jari-jari? Apakah memenuhi persamaan (11.21) atau memenuhi persamaan lainnya? Perhatikan Gambar 11.43. Pada suhu T_0 jari-jari lingkaran adalaag R_0 dan pada suhu T jari-jarinya adalah R. Luas lingkaran pada suhu T_0 adalah

$$A_0 = \pi R_0^2$$

Dan pada suhu T adalah

$$A = \pi R^2$$

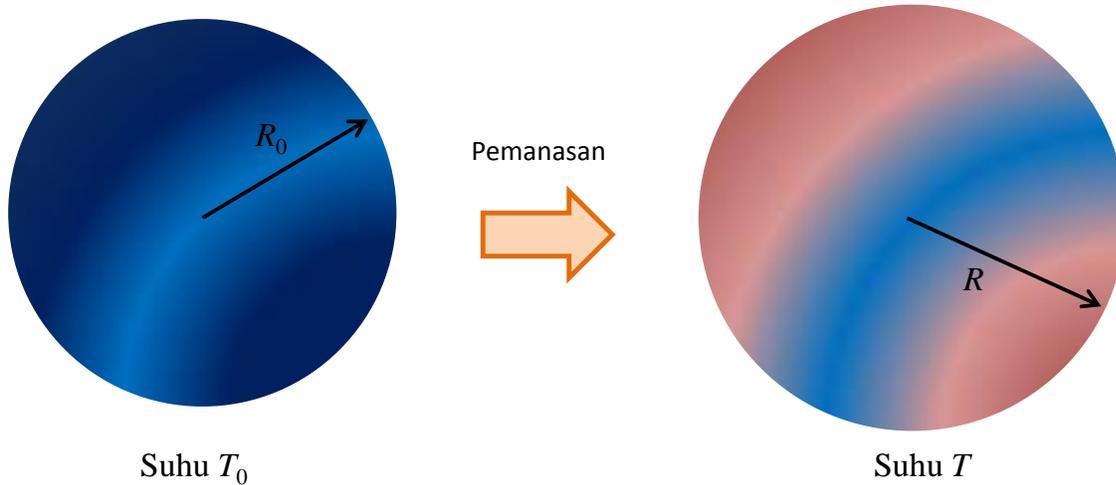
Perubahan luas lingkaran akibat perubahan suhu adalah

$$\Delta A = \pi R^2 - \pi R_0^2 = \pi\left(R^2 - R_0^2\right)$$

$$= \pi\left(R^2 - R_0^2\right)$$

$$= \pi\left(R + R_0\right)\left(R - R_0\right) \qquad (11.28)$$

Besar perubahan jari-jari lingkaran umumnya sangat kecil sehingga R dan R_0 tidak berbeda jauh. Akibatnya kita dapat melakukan pendekatan, $R + R_0 \approx R_0 + R_0 = 2R_0$. Sedangkan $R - R_0 = \Delta R$. Dengan demikian, persamaan (11.28) dapat ditulis sebagai

$$\Delta A = \pi\left(2R_0\right)\Delta R \qquad (11.29)$$

Gambar 11.43 Pada suhu T_0 jari-jari lingkaran adalah R_0 dan pada suhu T sembarang jari-jarinya adalar R.

Jika kita substitusi persamaan (11.22) ke dalam persamaan (11.28) maka diperoleh

$$\beta A_0 \Delta T = \pi(2R_0)\Delta R\,,$$

atau

$$\beta(\pi R_0^2)\Delta T = \pi(2R_0)\Delta R\,.$$

Akhirnya kita dapatkan pertambahan jari-jari lingkaran memenuhi

$$\Delta R = \frac{1}{2}\beta R_0 \Delta T = \alpha R_0 \Delta T \qquad (11.30)$$

Dengan demikian, jari-jari lingkaran memuai menurut persamaan muai panjang.

Contoh 11.12

Pada suhu 0 ^{o}C jari-jari kolom kaca termometer air raksa adalah 1 mm. Koefesien muat panjang kaca adalah 8,5 × 10^{-6} $^{o}C^{-1}$. Hitung jari-jari kolom pada suhu 100 ^{o}C.

Jawab

Pertambahan suhu ΔT = 100 ^oC. Dengan menggunakan persamaan (11.30) maka pertambahan jari-jari kolom adalah $\Delta R = \alpha R_0 \Delta T = 8,5 \times 10^{-6} \times 1 \times (100 - 0) = 8,5 \times 10^{-4}$ mm. Dengan demikian, jari-jari kolom pada suhu 100 ^oC adalah 1 mm + $8,5 \times 10^{-4}$ mm = 1,00085 mm.

11.23 Pemuaian Lingkaran Berongga

Perhatikan bahan berbentuk lingkaran berongga seperti pada Gambar 11.44. Jika bahan tersebut mengalami pemmanasan bagaimana perubahan jari-jari? Khusunya untuk jari-jari dalam apakah mengalami pembesaran atau pengecilan?

Untuk memahamimnya, mari kita gunting lingkaran tersebut sehingga seolah-olah berbentuk pita yang dilekukkan seperti pada Gambar 11.45. Panjang mula-mula sisi dalam dan sisi luar adalah

$$L_0 = 2\pi R_0$$

dan

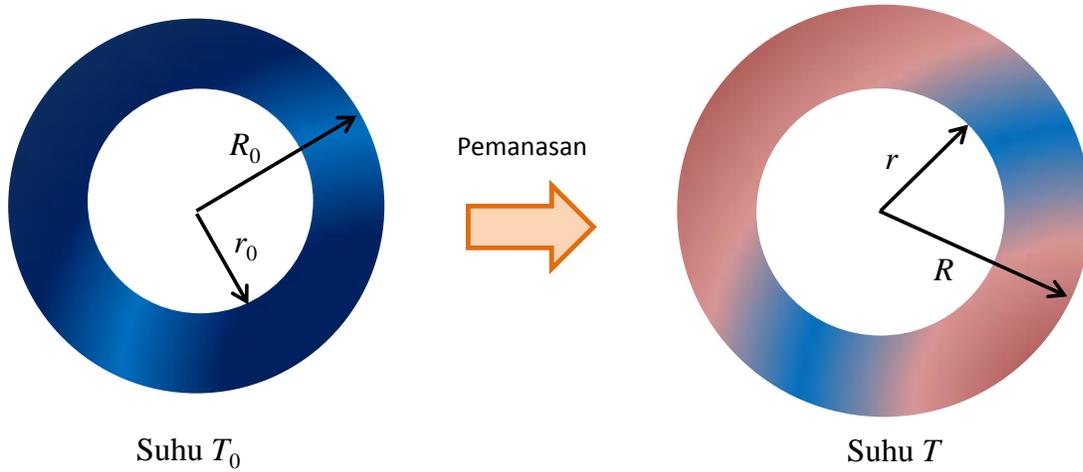
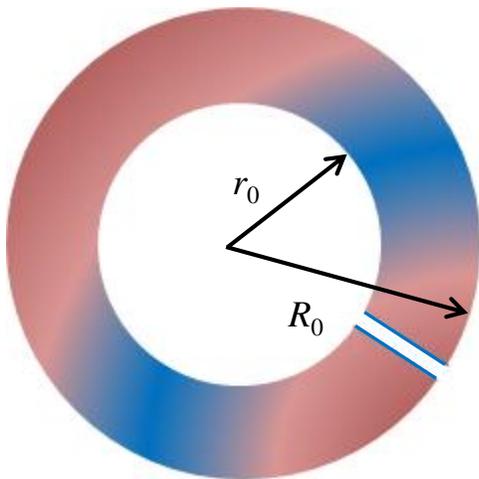
$$l_0 = 2\pi r_0 .$$

Akibat peningkatan suhu maka sisi-sisi tersebut mengalami pertambahan panjang masing-masing sebesar

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T = \alpha (2\pi R_0) \Delta T \quad (11.31)$$

dan

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T = \alpha (2\pi r_0) \Delta T \quad (11.32)$$

Karena sisi dalam dan sisi luar mengalami pertambahan panjang maka **pastilah jari-jari dalam dan jari-jari luar lingkaran mengalami pertambahan panjang**.

Gambar 11.44. Lingkaran berongga yang mengalami pemanasan dari suhu T_0 menjadi suhu T.

Gambar 11.45 Lingkaran berongga digunting sehingga menyerupai pita yang dilekukkan.

Pertambahan panjang sisi dalam dan sisi luar lingkaran memenuhi

$$\Delta L = 2\pi R - 2\pi R_0 = 2\pi(R - R_0) = 2\pi \Delta R \tag{11.33}$$

dan

$$\Delta l = 2\pi r - 2\pi r_0 = 2\pi(r - r_0) = 2\pi \Delta r \tag{11.34}$$

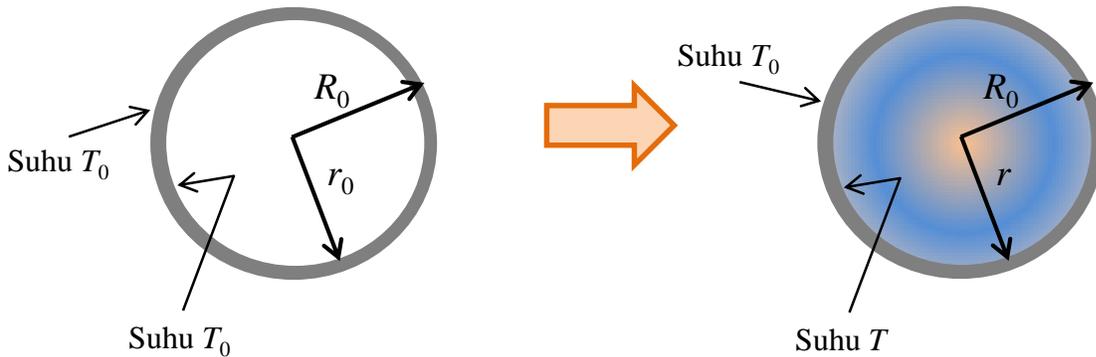
Jika kita gabung persamaan (11.31) dan (11.33) maka diperoleh $2\pi\Delta R = \alpha(2\pi R_0)\Delta T$, atau

$$\Delta R = \alpha R_0 \Delta T \tag{11.35}$$

Jika kita gabung persamaan (11.32) dan (11.34) maka diperoleh $2\pi\Delta r = \alpha(2\pi r_0)\Delta T$, atau

$$\Delta r = \alpha r_0 \Delta T \tag{11.35}$$

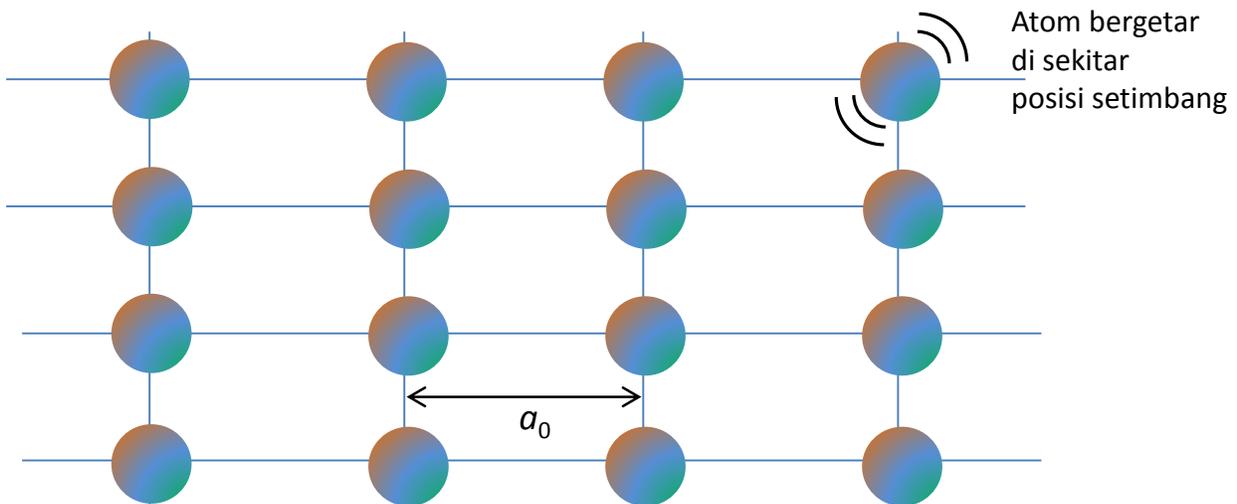
Jadi, baik jari-jari dalam maupun jari-jari luar bahan mengalami pemuaian seperti pemuaian panjang.

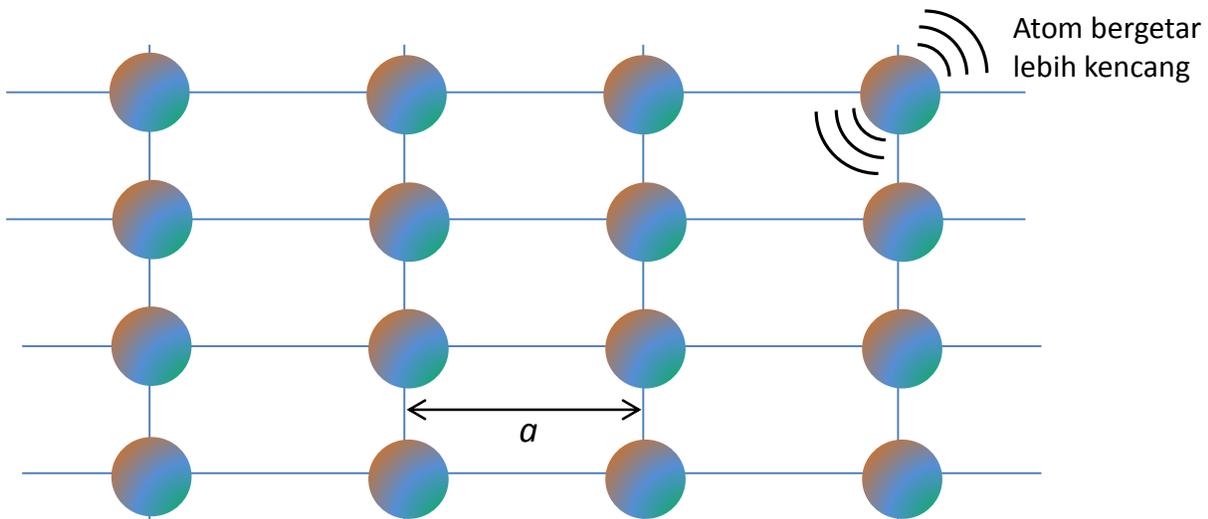
Mengapa gelas kaca pecah ketika dimasukkan air panas secara tiba-tiba? Untuk menjelaskannya, perhatikan Gambar 11.46 yang merupakan pandangan gelas dari atas (dari mulut gelas). Bentuk gelas seperti sebuah cakram berlubang yang memiliki ketebalan sangat kecil (tebal dinding gelas)

Gambar 11.46 Gelas dipandang dari atas. Gambar kiri adalah kondisi sebelum memasukkan air panas dan gambar kanan adalah kondisi saat memasukkan air panas. Sebelum memasukkan air panas, suhu permukaan dalam dan permukaan luar gelas sama-sama T_0. Begitu memasukkan air panas maka suhu permukaan dalam menjadi T sedangkan suhu permukaan luar masih T_0. Akibatnya bagian gelas di sekitar permukaan dalam segera memaui sedangkan bagian sekitar permukaan luar untuk sesaat belum memuai.

Sebelum memasukkan air panas, suhu permukaan dalam dan permukaan luar dinding gelas persis sama yaitu T_0. Ketika dimasukkan air panas secara tiba-tiba maka permukaan dalam gelas menglami peningkatan suhu secara tiba-tiba sedangkan permukaan luar sesaat masih berada pada suhu T_0. Hal tersebut disebabkan daya hantar panas gelas cukup jelek. Suhu di permukaan dalam jauh lebih tinggi daripada suhu permukaan luar dinding. Akibatnya, jari-jari permukaan dalam gelas cenderung bertambah sesuai dengan persamaan (11.35) sedangkan jari-jari permukaan luar belum akan bertambah. Perbedaan ini menyebabkan adanya desakan dari permukaan dalam ke arah luar dan desakan tersebut berwujud sebagai gaya dorong ke arah luar yang menyebabkan dinding gelas pecah. Karena gaya dorong arahnya ke luar maka pecahan gelas terlempar ke arah luar.

11.24 Mengapa Zat Memuai

Semua zat disusun oleh atom-atom. Pada zat padat dan zat cair atom diikat oleh gaya atomik (gaya antar atom) sehingga dapat berkumpul. Pada saat bersamaan atom-atom bergetar di sekitar posisi kesetimbangan.

Misalkan pada suhu T_0 jarak rata-rata antar atom adalah a_0. (Gambar 11.47). Ketika suhu dinaikkan, getaran atom-atom makin kencang. Getaran ini mulai melawan gaya tarik antar atom sehingga jarak rata-rata antar atom mengalami penambahan. Pada suhu sembarang T, jarak antar atom menjadi a.

Gambar 11.47 Dalam zat padat atom-atom bergetar di sekitar posisi setimbang. Pada suhu T_0 jarak rata-rata atom adalah a_0.

Jadi, ketika suhu berubah dari T_0 ke T jarak rata-rata antar atom mengalami perubahan sebesar $\Delta a = a - a_0$. Nilai a, a_0, dan Δa sangat kecil. Namun, karena jumlah atom penyusun zat sangat banyak sehingga perubahan jarak rata-rata yang kecil tersebut menimbulkan perubahan panjang yang dapaty diukur untuk benda makroskopik. Jika terdapat n atom dalam arah panjang, maka perubahan panjang zat adalah $\Delta l = n\Delta a$. Sebagai ilustrasi, jumlah atom penyusun benda yang sering kita pegang dalam satu arah sekitar 5×10^7 atom. Perubahan jarak antar atom ketika suhu berubah puluhan derajat celcius sekitar 0,01 angstrom = 10^{-12} meter. Dengan demikian, ketika suhu berubah puluhan sedaraj celcius, perubahan panjang benda yang biasa kita pegang sekitar $(5 \times 10^7) \times 10^{-12}$ meter = 5×10^{-5} meter.

Gambar 11.48 Pada suhu *T* jarak rata-rata atom adalah *a*.

Contoh 11.13

Koefisien muai panjang logam tembaga adalah 17×10^{-6} °C^{-1}. Jarak antar atom tembaga pada suhu 0 °C adalah 3,6 angstrom. Berapa jarak antar atom pada suhu 300 °C?

Jawab

Misalkan sepanjang batang tersusun atom sepanjang N. Maka panjang tembaga pada suhu 0 °C memenuhi persamaan $L_0 = Na_0$. Panjang batang pada suhu 300 °C memenuhi persamaan $L_{300} = Na_{300}$. Tetapi panjang batang memenuhi persamaan pemuaian, yaitu $\Delta L = \alpha L_0$ (300-0) = $300\alpha L_0 = 300\alpha N a_0$.

Akan tetapi $\Delta L = L_{300} - L_0 = Na_{300} - Na_0 = N(a_{300} - a_0)$. Samakan dua persamaan tersebut sehingga diperoleh $300\alpha Na_0 = N(a_{300} - a_0)$ atau

$$a_{300} = a_0 + 300\alpha a_0$$

Masukkan nilai yang diberikan pada soal sehingga diperoleh 3,62 angstrom.

11.25 Pemuaian Gas

Gas adalah zat yang paling mudah memuai. Perubahan suhu yang tidak terlampau besar sudah cukup mengubah volum gas secara signifikan. Misalkan kita mempunyai gas ideal. Persamaan yang mengaikan tekanan, suhu, dan volum untuk gas ideal adalah $V = nRT/P$, dengan V adalah volum (m^3), T adalah suhu (K), P adalah tekanan (Pa), n adalah jumlah mol zat (mol), dan R adalah konstanta gas umum (J/mol K)

Jika kita panaskan gas pada tekanan konstan ($P = P_0$) dari suhu T_0 sampai suhu T maka:

Volum awal gas adalah:

$$V_0 = nR\frac{T_0}{P_0}$$

Volum akhir gas adalah:

$$V = nR\frac{T}{P_0}.$$

Perubahan volum gas adalah

$$\Delta V = V - V_0$$

$$= nR\frac{T}{P_0} - nR\frac{T_0}{P_0}$$

$$= nR\frac{T - T_0}{P_0}$$

$$= nR\frac{\Delta T}{P_0} \quad (11.36)$$

Dari persamaan keadaan awal kita dapat menulis $nR/P_0 = V_0/T_0$. Substitusi ke dalam persamaan perubahan volum diperoleh

$$\Delta V = \frac{V_0}{T_0}\Delta T \quad (11.37)$$

Dengan membandingkan persamaan (11.36) dan (11.37) kita simpulkan bahwa koefisien muai volum gas adalah

$$\gamma = \frac{1}{T_0} \quad (11.38)$$

Namun perlu diingat bahwa persamaan (11.38) berlaku kalau perubahan suhu gas tidak terlampau jauh dari T_0. Atau perubahan suhu jauh lebih kecil daripada T_0.

11.26 Aplikasi Sifat Pemuaian Zat

Sekarang kita akan belajar sejumlah aplikasi fenomena pemuaian zat. Aplikasi tersebut sebenarnya sangat dekat dengan kehidupan kita, atau bahkan sering kita temui. Kadang kita tidak menyadarinya.

Termometer

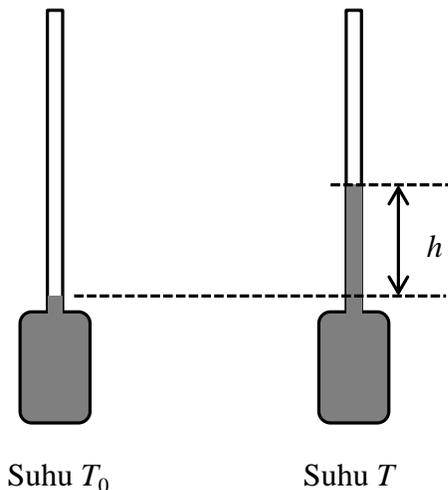
Termometer jenis lama yang masih menggunakan kolom zat cair memanfaatkan fenomena pemuaian zat cair. Gambar 11.49 adalah kondisi zat cair dalam termometer pada suhu T_0 dan suhu T. Ketika suhu meningkat dari T_0 ke T volum zat cair dalam wadah termometer bertambah. Gelas sendiri tidak mengalami pemuaian berarti (pemuaian gelas jauh lebih kecil daripada pemuaian zat cair). Dengan demikian, zat cair yang telah bertambah

volumenya mengisi kolom kosong pada pipa kaca termometer sehingga ujung kolom zat cair menunjukkan pembacaan suhu yang lebih besar.

Misalkan luas penampang kolom yang diisi zat cair adalah A dan volum total zat cair dalam termometer (volum dalam wadah dan yang berada di dalam kolom) pada suhu T_0 adalah V_0. Ketika suhu berubah menjadi T maka pertambbahan volum zat cair dalam termometer adalah $\Delta V = \gamma V_0(T - T_0)$. Pertambahan volum ini seluruhnya akan mengisi kolom kaca. Karena luas penampang kolom adalah A maka tinggi kenaikan permukaan zat cair dalam kolom memenuhi $\Delta V = Ah$ atau $h = \Delta V/A$ atau

$$h = \frac{\gamma V_0}{A}(T - T_0) \tag{11.39}$$

Misalkan kita tetapkan suhu 0 °C sebagai suhu referensi dan V_0 adalah volum pada suhu 0 °C maka ketinggian kolom zat cair dalam termometer memenuhi

$$h = \frac{\gamma V_0}{A}T \tag{11.40}$$

Gambar 11.49. (kiri) Keadaan zat cair dalam termometer pada suhu T_0 dan (kanan) keadaan zat cair pada suhu T. Perubahan suhu menyebabkan perubahan volum zat cair dalam termometer sehingga terdesak naik atau turun pada kolom.

Tampak dari persamaan (11.40) ketinggian kolom zat cair dalam termometer merupakan fungsi linier dari suhu. Artinya jika suhu naik dua kali lipat maka ketinggian kolom juga dua kali lipat. Jarak antar skala dalam kolom termometer menjadi sama. Juga tampak dari persamaan (11.39) atau (11.40) bahwa pada suhu yang sama, kolom lebih tinggi jika luas penampang kolom lebih kecil. Artinya, jika kita ingin membaca kenaikan suhu lebih teliti (jarak antar skala lebih besar) maka penampang kolom air raksa dalam termometer harus sekecil mungkin. Itulah sebabnya, mengapa penampang kolom pada termometer (bagian yang berongga di dalam kaca) berukuran mendekati diameter rambut.

Contoh 11.14

Jari-jari kolom dalam termometer air raksa adalah 0,14 mm. Pada suhu 0 ^{o}C volum air raksa dalam wadah termometer adalah 0,255 ml. Berapa jarak satu skala derajat celcius pada batang termoemeter?

Jawab

Kita gunakan persamaan (11.40). Pada suhu T_1 tinggi kolom air raksa adalah $h_1 = \gamma V_0 T_1 / A$. Ketika suhu bertambah 1 ^{o}C ($T = T_1 + 1$) maka tinggi kolom menjadi $h_2 = \gamma V_0 (T_1 + 1)/A$. dengan demikian, pertambahan panjang kolom ketika suhu naik 1 ^{o}C adalah

$$\Delta h = h_2 - h_1$$

$$= \gamma V_0 / A$$

$$= 3\alpha V_0 / A.$$

Kita nyatakan semuanya dalam satuan cgs. Volume air pada suhu 0 ^{o}C adalah V_0 = 0,255 ml = 0,255 cm^3. Jari-jari kolom adalah r = 0,14 mm = 0,014 cm. Maka luas penampang kolom adalah $A = \pi r^2 = 3{,}14 \times (0{,}014)^2 = 0{,}000616$ cm^2. Oleh karena itu, jarak antar skala derajat pada termiemeter adalah

$$\Delta h = \frac{3\alpha V_0}{A}$$

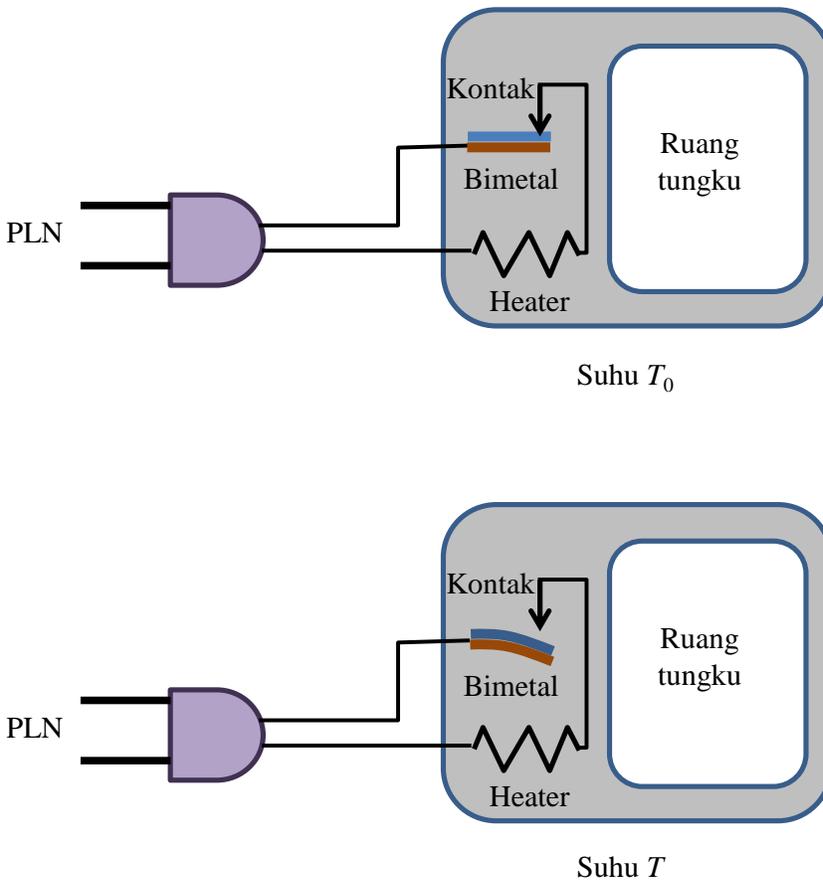
$$= \frac{3 \times (61 \times 10^{-6}) \times 0,255}{0,000616}$$

= 0,076 cm

Saklar Bimetal

Bimetal artinya dua buah logam yang ditempelkan. Logam yang ditempel memiliki koefisien muai panjang yang berbeda. Untuk memahami prinsip kerja bimetal, perhatikan Gambar 11.50. Misalkan logam A memiliki koefisien muai panjang lebih besar daripada logam B. Ketika mengalami kenaikan suhu yang sama maka logam A mengalami pertambahan panjang lebih besar daripada logam B. Jika dua logam ditempelkan sangat kuat maka pertambahan panjang yang berbeda menyebabkan paduan logam tersebut melengkung. Logam yang memiliki koefisien muai panjang besar berada di sisi luar.

Gambar 11.50 Prinsip kerja bimetal. Logam A dan B memiliki koefisien muai panjang berbeda. Jika logam terpisah (tidak ditempel) kemudian dipanaskan maka logam A menjadi lebih panjang daripada logam B. Namun, jika dua logam ditempel kuat lalu dipanaskan maka gabungan logam melengkung di mana logam A berada di sisi luar karena lebih panjang.

Sifat bimetal yang melengkung jika suhu dinaikkan dapat digunakan sebagai saklar pengontrol suhu otomatis. Prinsip kerjanya ditunjukkan pada Gambar 11.51. Bimetal sendiri adalah logam sehingga dapat dialiri arus listrik. Pada Gambar 11.51 kita memiliki tungku yang akan dipanaskan hingga suhu tertentu. Ketika suhu masih rendah, bimetal masih dalam posisi lurus. Bimetal menyentuh ujung kabel sehingga membentuk rangkaian tertutup. Arus listrik mengalir dalam rangkaian pemanasan sehingga menaikkan suhu pemanas dan suhu tungku.

Suhu T_0

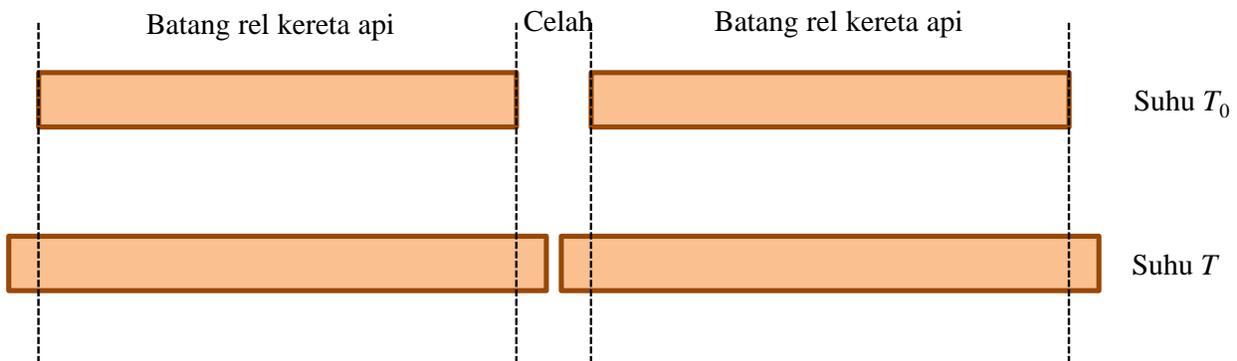
Suhu T

Gambar 11.51 Prinsip kerja saklar bimetal. Pada suhu T_0 bimetal lurus. Kontak terbentuk dan arus mengalir. Heater mengalami pemanasan. Ketika dicapai suhu yang tinggi, bimetal melengkung sehingga kontak terputus. Arus berhenti dan pemanasan heater berhenti.

Ketika suhu sudah mencapai suhu yang diinginkan, bimetal melengkung (akibat perbedaan koefisien muai panjang dua logam). Lengkungan bimetal menyebabkan kontak dengan ujung kabel menjadi terbuka. Arus berhenti sehingga pemanasan berhenti menghasilkan kalor. Selanjutnya suhu bertahan di sekitar nilai yang diseting. Lama-kelamaan suhu akan turun. Begitu suhu berada di bawah suhu yang disetting, bimetemal kembali melurus dan kontak dengan ujung kabel kembali terjadi. Arus listrik

kembali mengalir sehingga pemanasan terjadi kembali. Begitu seterusnya. Dengan prinsip kerja ini maka suhu tungku bervariasi di sekitar suhu yang diinginkan.

Rel Kereta Api

Pemasangan rel kereta api menyisakan celah pada persambungan. Cara ini dilakukan untuk menghindari dorongan antar rel ketika terjadi peningkatan suhu lingkungan akibat pemuaian panjang. Dorongan antar rel dapat menyebabkan rel bengkok apabila celah tersebut tidak ada.

Gambar 11.52 Batang rel kereta api pada suhu T_0 dan suhu T (lebih tinggi). Rel bertambah panjang karena pemuaian sehingga celah antar rel menyempit. Ukuran celah harus cukup sehingga pada saat pemuaian tidak terjadi dorongan antar rel yang menyebabkan rel bengkok.

Ketika suhu lingkungan naik maka batang rel bertambah panjang (Gambar 11.52). Akibatnya celah antar rel menyempit. Pada saat rel dipasang, para insinyur harus memiliki data berapa suhu maksimum yang mungkin terjadi di daerah tersebut sehingga dapat diperkirakan berapa pertambahan panjang maksimum batang rel yang mungkin terjadi. Dengan demikian, dapat diperkirakan dengan tepat berapa lebar celah antar rel.

Para insinyur dapat memperkirakan lebar celah antar rel dengan persamaan merikut ini. Misalkan rel dipasang pada suhu T_0. Misalkan pada suhu tersebut panjang batang rel adalah L_0. Misalkan pula hasil pengukuran menunjukkan bahwa koefisien muai panjang rel adalah α. Ketika suhu naik menjadi T maka pertambahan panjang rel adalah $\Delta L = \alpha L_0(T - T_0)$. Misalkanya di lokasi pemasangan rel suhu tertinggi yang pernah terjadi adalah Tm. Dengan demikian pertambahan panjang terbesar yang mungkin terjadi pada rel adalah $\Delta L_m = \alpha L_0(T_m - T_0)$. Antar tidak terjadi dorongan antar rel saat perubahan suhu hingga suhu maksimum yang mungkin terjadi maka lebar celah harus lebih besar daripana ΔL_m, atau

$$\delta > \alpha L_0 (T_m - T_0) \tag{11.41}$$

di mana δ adalah lebar celah antar rel.

Pemasangan Beton Jembatan

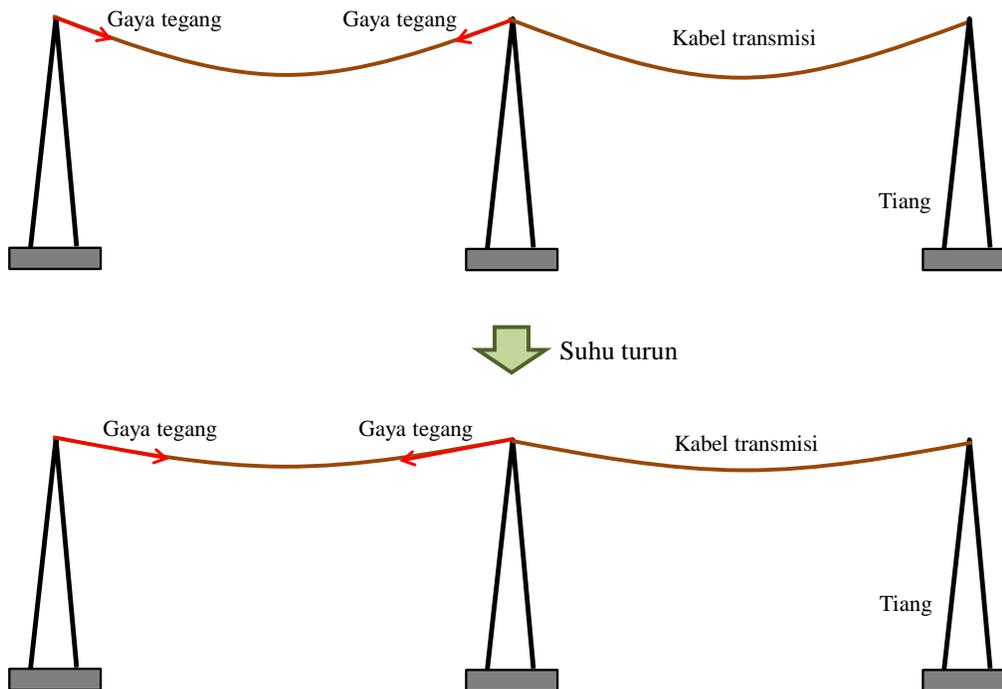
Fenomena serupa perlu diperhatikan pada pemasangan beton atau baja pada jembatan. Banyak jembatan dibangun dengan teknologi *precast*. Artinya batang-batang beton dicor di tempat lain. Setelah kering dan kuat diangkut ke tempat pembangunan jembatan. Pada saat pemasangan, antara batang yang satu dengan batang lainnya tidak boleh bersentuhan. Harus disediakan celah yang cukup bagi batang untuk memuai sehinggan tidak terjadi saling dorong antar ujung (Gambar 11.53).

Gambar 11.53 Celah antara batang beton sebagai ruang bagi terjadinya pemuaian panjang. Dengan adanya celah tersebut maka pemuaian panjang beton tidak menyebabkan saling dorong antar batang beton yang dapat menyebabkan beton pecah (alpcentauri.info).

Berapa lebar celah yang harus dibuat sangat bergantung pada koefisien muai beton, panjang batang beton dan ketinggian maksimum suhu yang

mungkin terjadi di lingkungan tersebut. Jika celah antar batang cukup lebar sehingga dapat membahayakan pengguna jalan maka biasanya material lunak seperti karet dimasukkan ke dalam celah tersebut. Saat batang memuai, material tersebut akan terjepit tanpa merusak batang. Persamaan (11.41) dapat digunakan untuk memprediksi lebar celah antar beton saat dipasang.

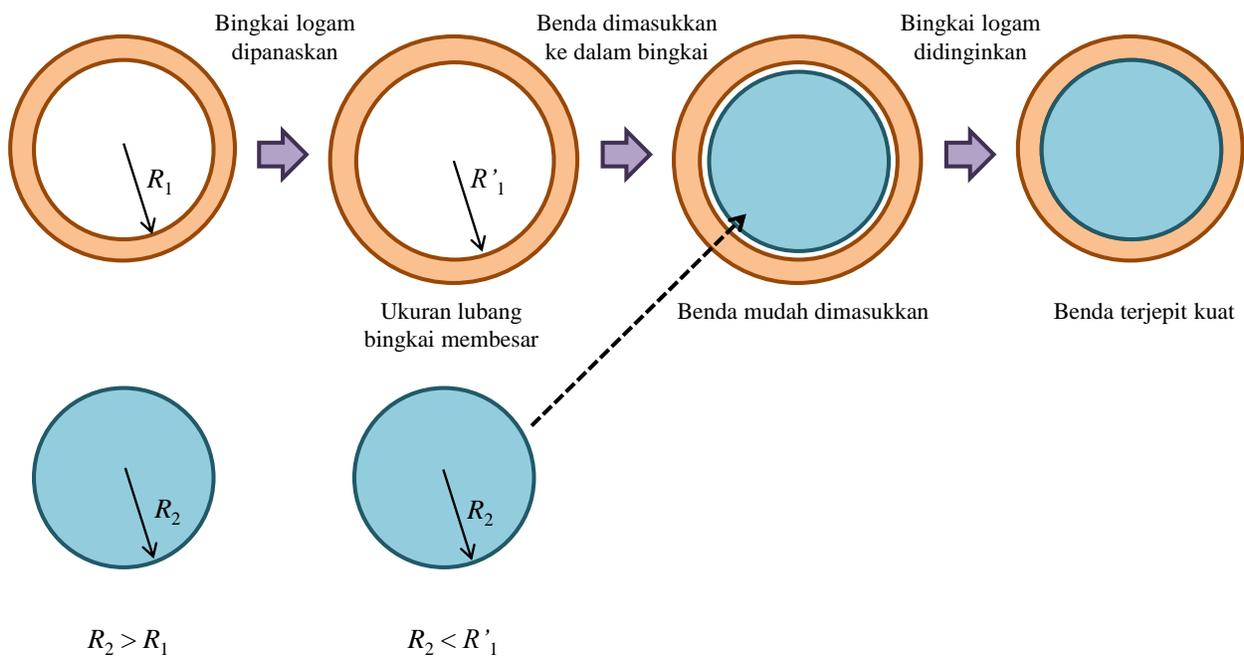
Kabel Jaringan Listrik

Jika kita melihat kabel transmisi litrik tampak bahwa kabel tersebut dipasang agak kendor (menggelantung) seperti diilustrasikan pada Gambar 11.54. Tujuan pemasangan demikian adalah untuk menghindari putusnya kabel ketika suhu turun. Jika suhu turun maka panjang kabel berkurang. Jika awalnya kabel dipasang terlalu kencang maka pada saat panjang kabel berkurang akibat suhu turun, tarikan kabel pada tiang makin kencang. Ini dapat menyebabkan kabel putus. Pemasangan seperti ini sangat diperhatikan di daerah yang mengalami musim dingin. Saat musim dingin, suhu lingkungan dapat mencapai di bawah nol derajat celcius.

Gambar 11.54 (atas) Pada saat pemasangan, kabel transmisi listrik harus sedikit dilonggarkan (menggelantung) sehingga saat terhadi penurunan suhu lingkungan tidak terjadi tegangan yang besar akibat memendeknya kabel (bawah). Tegangan yang terlampau besar dapat menyebabkan kabel putus.

Pemasangan Bingkai Logam

Kadang orang ingin memasang benda di dalam bingkai logam. Agar benda terpasang kuat maka jepitan bingkai logam pada benda tersebut harus sekuat mungkin. Cara penjepitan yang kuat tersebut dapat dicapai jika pada suhu kerja (suhu operasi bingkai yang telah terpasang) ukuran lubang bingkai sedikit lebih kecil daripada ukuran benda yang dijepit. Tetapi bagaimana cara memasukkan benda?

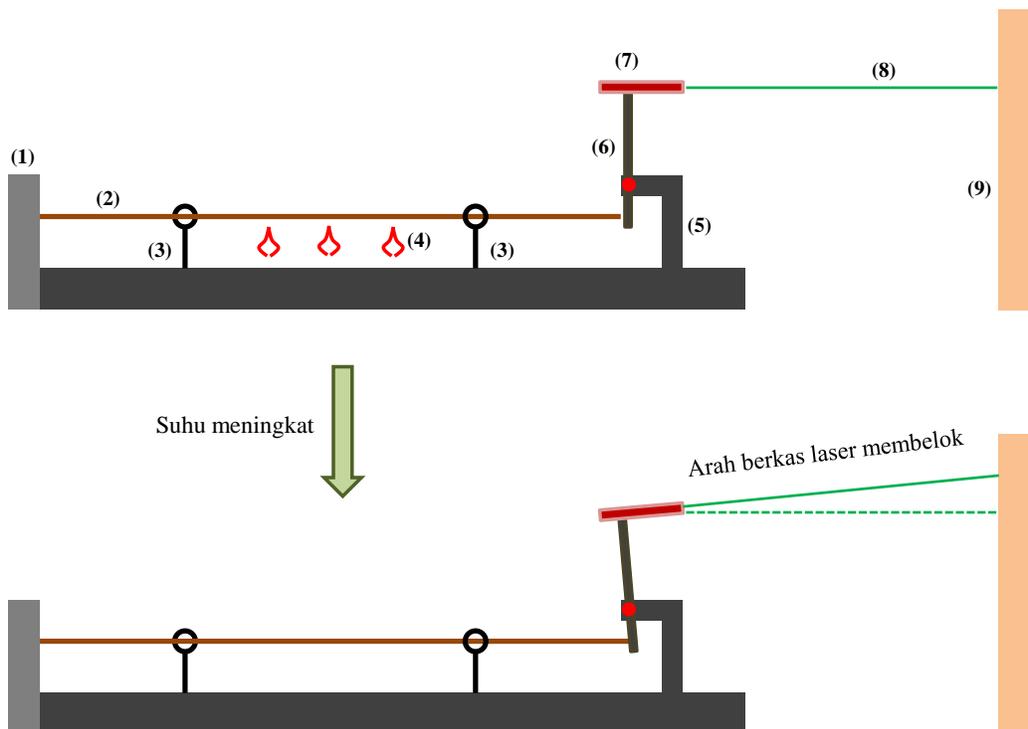
Caranya adalah bingkai logam dipanaskan terlebih dahulu. Akibat pemanasan maka ukuran lubang membesar. Ketika ukuran lubang melebihi ukuran benda yang akan dijepit, maka benda dimasukkan ke dalam lubang bingkai. Ketika posisi benda sudah pas maka bingkai logam didinginkan kembali. Ketika kembali ke suhu semula maka benda dijepit dengan kuat oleh bingkai logam. Gambar 11.55 adalah ilustrasi pemasangan tersebut.

Berapakah suhu pemanasan agar benda dapat dimasukkan ke dalam bingkai? Suhu tersebut bergantung pada jari-jari bingkai dan perbedaan jari-jari bingkai dengan jari-jari benda yang akan dipasang. Misalkan pada suhu T_0 jari-jari bingkai adalah R_1 dan jari-jari benda yang akan dimasukkan adalah $R_2 = R_1 + \delta$. Benda dapat dimasukkan ke dalam biingkai jika jari-jari bingkai memuai sebesar δ. Dengan hukum pemuiaian panjang maka kenaikan suhu bingkai memenuhi $\delta = \alpha R_1 \Delta T$ atau $\Delta T = \delta / \alpha R_1$

Gambar 11.55 Proses pemasangan benda ke dalam bingkai logam agar terjepit kuat. Pertama bingkai dipanaskan sehingga ukuran lubang membesar. Bedan yang akan dipasang dimasukkan ke dalam lubang bingkai yang masih panas. Setelah pas, suhu bingkai diturunkan ke suhu semula sehingga benda yang telah dipasang terjepit kuat.

11.27 Mengukur Pemuaian Zat

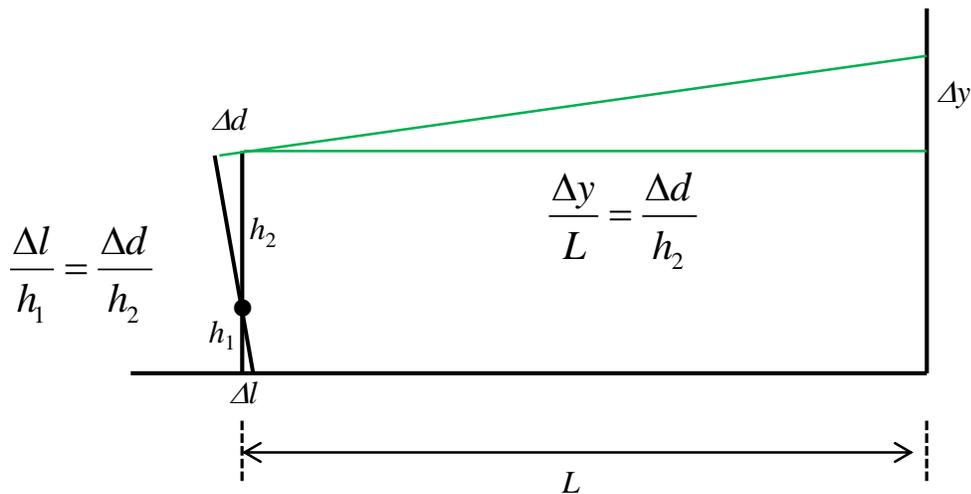
Besar pemuaian zat sangat kecil sehingga sering sulit diamati langsung atau diukur dengan peralatan sederhana (seperti mistar). Perlu alat ukur yang cukup teliti untuk mendapatkan informasi pemuaian tersebut. Di sini kita akan bahas cara mengukur pemuaian panjang zat padat dan pemuaian volum zat cair dan gas.

Pemuaian Panjang Batang Logam

Kalian bisa membuat alat ukur seperti pada Gambar 11.56. Bahan yang digunakan mudah diperoleh di sekitar kita. Pembacaan pemuaian panjang didasarkan pada perubahahn posisi berkas sinar laser pada dinding yang lokasinya sangat jauh. Meskipun pemuaian panjang sangat kecil sehingga arah sinar laser berubah sangat kecil, namun ketika diamati pada jarak yang sangat jauh maka posisi jatuhnya berkas cukup besar. Dari perubahan posisi jatuhnya berkas ini maka kita dapat mengiihung berapa perubahan panjang batang dengan persamaan matematika yang cukup sederhana.

Gambar 11.56. Disain alat ukur pemuaian panjang batang. Perubahan panjang ditentukan berdasarkan perubahan posisi jatuhnya berkas sinar laser pada tembok atau layar yang lokasinya sangat jauh. Karena posisi yang sangat jauh maka perubahan panjang batang yang kecil menghasilkan perubahan posisi berkas yang cukup besar.

Keterangan alat:

(1) Penyangga tetap
(2) Batang logam yang akan diukur pertambahan panjangnya. Bisa menggunakan batang besi, aluminium, tembaga, atau kuningan
(3) Tiang penyangga batang
(4) Pemanas batang
(5) Penyangga poros
(6) Batang yang dapat berputar pada poros
(7) Laser pointer
(8) Berkas sinar laser
(9) Dinding yang posisinya cukup jauh

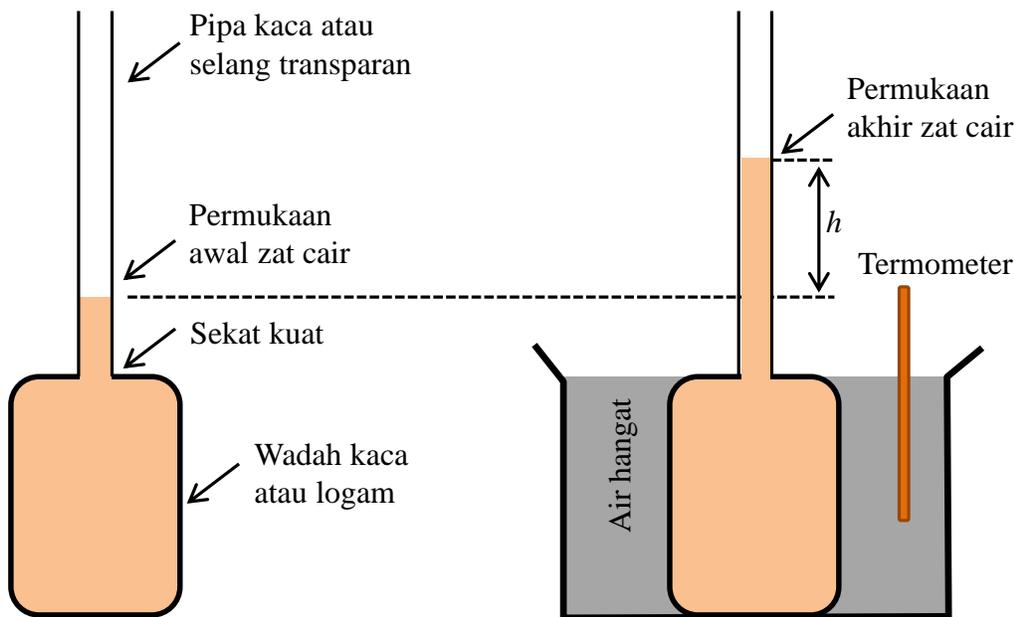
Pada suhu awal laser pointer mengarah horisontal ke dinding. Jarak laser pointer ke dinding harus cukup jauh. Ketika batang memanjang, sisi bawah batang berporos didorong sehingga arah laser pointer berubah. Titik jatuh sinar laser di dinding berubah.

Gambar 11.57 Skema arah berkas sinar laser ketika suhu batang T_0 dan T. Besaran yang harus diukur dalam percobaan adalah pergeseran posisi jatuh berkas laser di layar (Δy), jarak layar ke poros (L), dan panjang sisi bawah poros tempat laser pointer (h_1).

Perhatikan skema pada Gambar 11.57. Dari gambar tersebut kita dapat simpulkan bahwa $\Delta l/h_1 = \Delta y/L$. Dengan demikian pertambahan panjang batang memenuhi

$$\Delta l = \frac{h_1}{L}\Delta y \qquad (11.42)$$

Nilai h_1 dan L ditentukan dari susunan alat. Nilai Δy adalah jarak dua titik jatuh berkas laser di dinding. Jika jarak dinding cukup jauh maka Δy dapat dikur secara teliti. Dengan demikian Δl dapat ditentukan dengan teliti.

Pemuaian Volum Zat Cair

Untuk menentukan pemuaian zat kalian perlu semacam pipa kaca yang mengandung kolom dengan jari-jari sangat kecil (Gambar 11.58). Pipa tersebut dihubungkan dengan wadah berisi udara dan disekat sehingga tidak ada gas udara yang bisa keluar masuk. Ukuran wadah harus cukup besar agar naiknya air dalam kolom dapat diamati secara teliti.

Gambar 11.58 (kiri) Keadaan zat cair dalam wadah pada suhu rendah dan (kanan) keadaan zat cair pada suhu tinggi.

Berapa perkiraan kenaikan permukaan zat cair dalam kolom dapat diestimasi dengan perhitungan berikut ini. Misalnya volume awal zat cair pada

suhu T_0 adalah V_0. Volume ini terdiri dari volume dalam wadah dan volume yang muncul sedikit di dasar kolom. Jika suhu berubah menjadi T maka pertambahan volum zat cair menjadi $\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$. Misalkan luas penampang rongga kolom adalah S maka ketinggian naiknya permukaan air dalam kolom adalah $h = \Delta V/S = \gamma V_0 \Delta T/S$. Dengan demikian, koefisien muai volum zat cair dapat dihitung dengan persamaan

$$\gamma = \frac{Sh}{V_0 \Delta T} \tag{11.43}$$

dengan

h adalah ketinggian naiknya air dalam kolom (m)

V_0 adalah volume zat cair pada sutu T_0 (m^3)

S adalah luas penampang kolom pipa (m^2)

ΔT adalah kenaikan suhu (K)

γ adalah koefisien muai volum zat cair (K^{-1}).

Pemuaian Volum Gas

Serupa dengan penentuan pemuaian zat cair, untuk menentukan pemuaian gas kalian perlu semacam pipa kaca atau selang transparan yang mengandung kolom dengan jari-jari sangat kecil. Pipa atau selang tersebut dihubungkan dengan wadah beriisi udara dan disekat sehingga tidak ada gas udara yang bisa keluar masuk (Gambar 11.59).

Kenaikan kolom gas dapat diestimasi dengan cara serupa dengan perhitungan kenaikan kolom pada pemuaian zat cair. Misalnya volume awal gas pada suhu T_0 adalah V_0. Volume ini terdiri dari volume dalam wadah dan volume yang ada di bagian bawah kolom (di bawah air berwarna). Jika suhu berubah menjadi T maka pertambahan volum gas menjadi $\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$. Misalkan luas permukaan rongga kolom adalah S maka ketinggian naiknya gas dalam kolom adalahh $h = \Delta V/S = \gamma V_0 \Delta T/S$ Dengan demikian, koefisien muai volum gas dapat dihitung dengan persamaan

$$\gamma = \frac{Sh}{V_0 \Delta T} \tag{11.43}$$

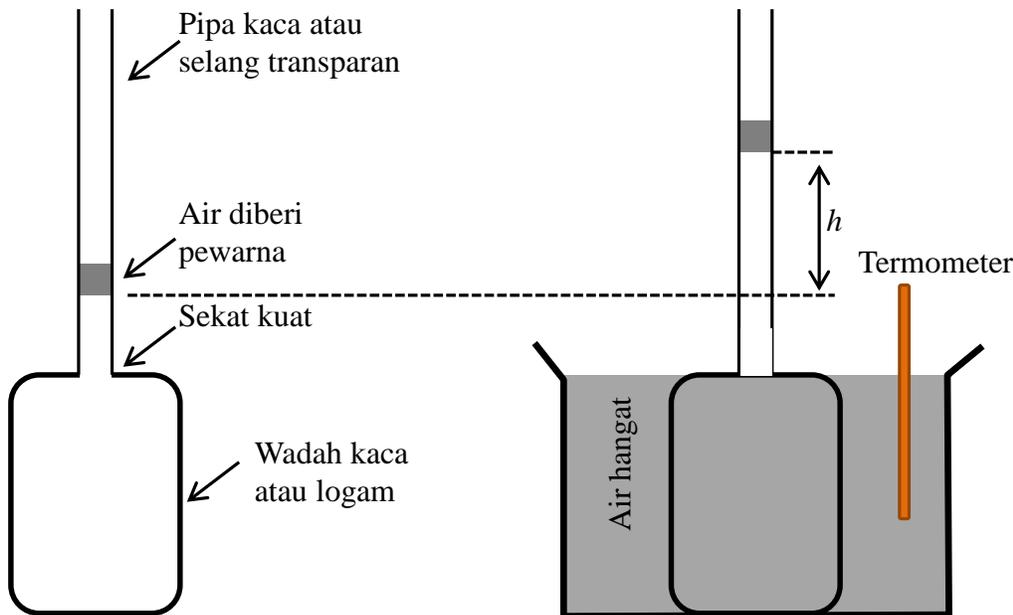
dengan

h adalah ketinggian gas dalam kolom (m)

V_0 adalah volume gas pada sutu T_0 (m^3),

S adalah luas penampang kolom pipa (m^2)

ΔT adalah kenaikan suhu (K),

γ adalah koefisien muai volum dari gas (K^{-1}).

Gambar 11.59 Alat yang dapat digunakan untuk mengukur pemuaian volum gas. Wadar berisi gas ditutup dengan sedikit zat cair berwarna yang dapat bergerak naik turun sepanjang kolom ketiga gas di dalam wadah memuai atau mengkerut. Posisi zat cair tersebut digunakan untuk mengukur volum gas dalam kolom.

11.28 Fisika Termal di Sekitar Kita

Sekarang kita akan mendiskusikan beberapa fenomena yang berakiatn dengan suhu yang ada di sekitar kita. Sebagian sering kita amati atau lakukan, tetapi tidak pernah bertanya mengapa terjadi demikian. Fenomena tersebut tampak menjadi menarik ketika kita dapat merumuskan persamaan-persamaan fisika untuk menjelaskannya.

Minuman Hangat dan Mandingin

Jika kita membuat teh atau kopi atau minuman hangat lainnya, mula-mula suhunya cukup tinggi dan kita belum berani meminumnya (Gambar 11.60). Minuman tersebut dibiarkan beberapa saat dalam keadaan terbuka

baru bisa kita minum. Dengan demikian terjadi penurunan suhu minuman. Kalau kita amati lebih teliti maka suhu mula-mula turun dengan cepat, tetapi ketika suhu sudah cukup rendah, suhu turun lebih lambat. Artinya minuman hanya sebentar berada pada suhu tinggi tetapi sangat lama berada pada suhu hangat. Mengapa demikian? Mari kita jelaskan.

Gambar 11.60 Teh yang baru dibuat masih sangat panas dan belum bisa diminum. Dalam beberapa saat suhu teh menurun dan sudah bisa diminum. Tampak masih banyak asap muncul dari minuman.

Kita misalkan minuman kita memiliki suhu T. Minuman tersebut berada di udara yang bersuhu T0. Kita kita biarkan selama selang waktu ΔT maka suhu minuman akan turun. Kita pasti akan mengatakan bahwa penurunan suhu minuman makin besar jika selang waktu makin lama dan jika beda suhu minuman saat itu dengan suhu udara makin besar. Sekaca matematis, besarnya penurunan suhu minuman memenuhi

$$\Delta T \propto (T - T_0)\Delta t \tag{11.44}$$

Jika kesebandingan (11.44) akan dijadikan samadengan maka kita perlu memasukkan konstanta pembanding. Karena perubahan suhu negatif (suhu makin turun) maka kesebandingan (11.44) dapat diubah menjadi

$$\Delta T = -\alpha(T - T_0)\Delta t \tag{11.45}$$

Persamaan (11.45) dikenal dengan hukum pendinginan Newton.

Bagaimana perubahan suhu terhadap waktu? Mari kita ambil Δt mendekati nol. Dengan pengambilan tersebut maka Δt menjadi dt dan ΔT menjadi dT. Persamaan (11.45) menjadi

$$dT = -\alpha (T - T_0) dt$$

atau

$$\frac{dT}{T - T_0} = -\alpha dt \qquad (11.46)$$

Kita selesaikan persamaan (11.46) dengan metode integral sederhana. Misalkan saat t = 0 suhu minuman adalat T_i (minuman yang baru dibuat) maka

$$\int_{T_i}^{T} \frac{dT}{T - T_0} = -\alpha \int_0^t dt$$

$$\ln(T - T_0)\Big|_{T_i}^{T} = -\alpha t$$

$$\ln(T - T_0) - \ln(T_i - T_0) = -\alpha t$$

$$\ln\left(\frac{T - T_0}{T_i - T_0}\right) = -\alpha t$$

Ambil eksponensial dua ruas sehingga

$$\frac{T - T_0}{T_i - T_0} = e^{-\alpha t}$$

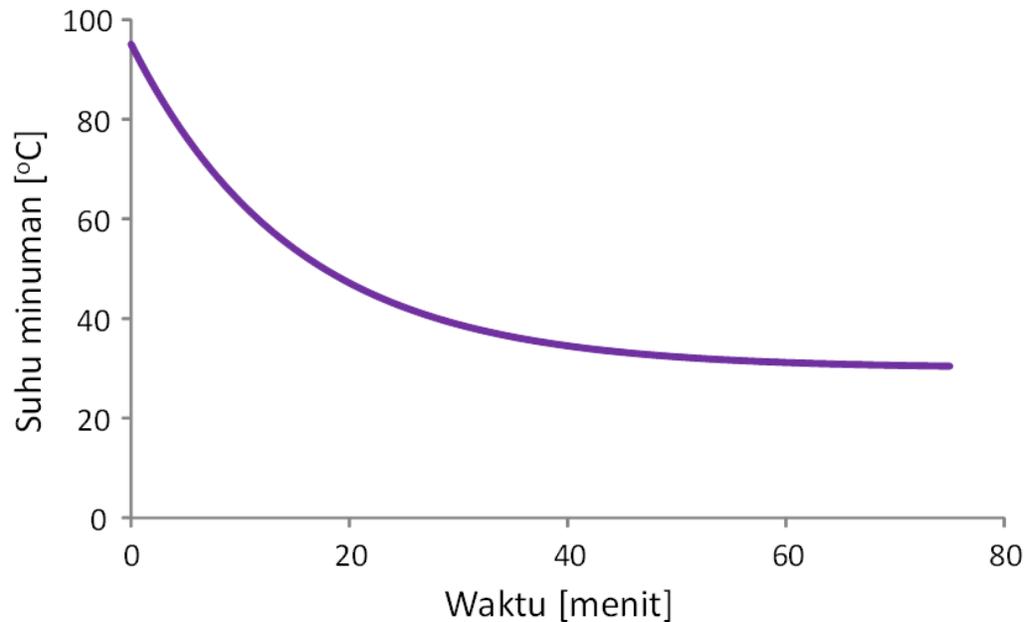
$$T - T_0 = (T_i - T_0)e^{-\alpha t}$$

Akhirnya kita dapatkan suhu minuman tiap saat memenuhi

$$T = T_0 + (T_i - T_0)e^{-\alpha t} \qquad (11.47)$$

Misalkan minuman yang kita buat memiliki suhu awal T_i = 95 °C. Misalkan suhu udara dalam ruangan adalah T_0 = 30 °C. Maka suhu minuman setiap saat memenuhi

$$T = 30 + 65e^{-\alpha t} \quad [^oC] \qquad (11.47)$$

Gambar 11.61 adalah kurva perubahan suhu minuman terhadap waktu. Sebagai ilustrasi kita ambil nilai α = 1/15 menit^{-1}.

Gambar 11.61 Perubahan suhu minuman ketika disimpan di udara terbuka yang memiliki suhu 30 °C. Suhu mula-mula minuman adalah 95 °C.

Meniup Makanan/Minuman Agar Cepat Dingin

Ketika kita disodorkan makanan atau minuman yang panas, kita sering kali meniup permukaannya agar cepat dingin (Gambar 11.62). Memang kalau makanan atau minuman dibiarkan begitu saja maka pendinginan sangat lama. Tetapi jika ditiup di permukaannya maka makanan cepat mengalami pendinginan sehingga cepat bisa disantap/diminum. Mengapa demikian?

Gambar 11.62 Meniup makanan atau minuman dalam mempercepat pendinginan makanan atau minuman tersebut. (kiri) tidak ditiup dan (kanan) ditiup.

Untuk menjelaskan peristiwa ini mari kita kembali ke persamaan (11.45). Tampak dari persamaan tersebut bahwa besarnya penurunan suhu makanan/minuman berbanding lurus selisih suhu makanan/minuman dengan suhu udara di sekelilingnya. Makin besar selisih suhu maka suhu makanan/minuman turun lebih cepat. Ketika makanan/minuman panas ditempatkan di udara terbuka maka suhu udara yang kontak langsung makanan/minuman mengalami peningkatan. Suhu udara di permukaan makanan lebih tinggi daripada suhu udara awal. Misalkan suhu udara yang kontak langsung dengan makanan/minuman adalah T' maka sebenarnya penurunan suhu makanan/minuman memenuhi persamaan $\Delta T = -\alpha(T - T')\Delta t$. Karena $T' > T_0$ maka jelas bahwa penurunan suhu makanan/minuman lebih lambat daripada yang dinyatakan oleh persamaan (11.45).

Agar penurunan suhu makanan/minuman kembali lebih cepat maka udara panas di sekeliling makanan/minuman harus dibuang dan harus digantikan oleh udara yang lebih dingin. Jadi udara yang bersuhu T' harus digantikan dengan udara yang bersuhu T_0. Nah, inilah yang dilakukan saat

meniup permukaan makanan/minuman. Jadi meniup makanan/minuman adalah mengganti udara panas dengan udara dingin sehingga selisih suhu makanan/minuman dengan udara di sekelilingnya tetap tinggi.

Mengapa Suhu Kabin Pesawat Terlalu Dingin?

Saya pernah naik pesawat bertarif rendah (LCC) dan suhu dalam kabin sangat dingin. Para penumpang pada mengginggil dan bergantian ke toilet. Pramugari pun berkali-kali ke toilet.

Mungkin sistem pemanasan kabin sedang mengalami masalah. Seperti diketahui, pada ketinggian cruising (di atas 38.000 kaki) suhu udara luar sekitar -55 ^{o}C. Jadi, kabin harus terus-menerus dipanaskan agar udara di dalamnya tetap nyaman. Suhu kabin pesawat yang nyaman sekitar 24 ^{o}C. Karena perbedaan suhu yang tinggi antara kabin dan udara luar maka terjadi pemancaran kalor yang cukup besar dari kabin ke udara luar. Laju pemancaran bergantung pada konduktivitas termal dinding pesawat dan ketebalan dinding pesawat.

Andaikan suhu kabin sengaja diset rendah maka ini sudah masuk teknik dagang. Dengan suhu kabin rendah maka kalor yang dipancarkan ke udara luar menjadi rendah. Laju pemanasan kabin menjadi kecil dan konsumsi bahan bakar untuk pemanasan kabin menjadi kecil pula. Ini berarti maskapai dapat menghemat biaya bahan bakar.

Untuk menjelaskan fenomena ini, perhatikan Gambar 11.63. Misalkan suhu udara di luar pesawat adalah T_u dan misalkan kabin pesawat diset pada suhu T_k. Laju aliran kalor keluar dari kabin ke udara luar akan sebanding dengan perbedaan suhu kabin dan suhu udara luar, sebanding dengan luas body pesawat, dan berbanding terbalik dengan ketebalan dinding pesawat. Secara matematis kita dapatkan laju aliran kalor keluar dari kabin pesawat memenuhi persamaan

$$J = KA\frac{T_k - T_u}{d} \qquad (11.48)$$

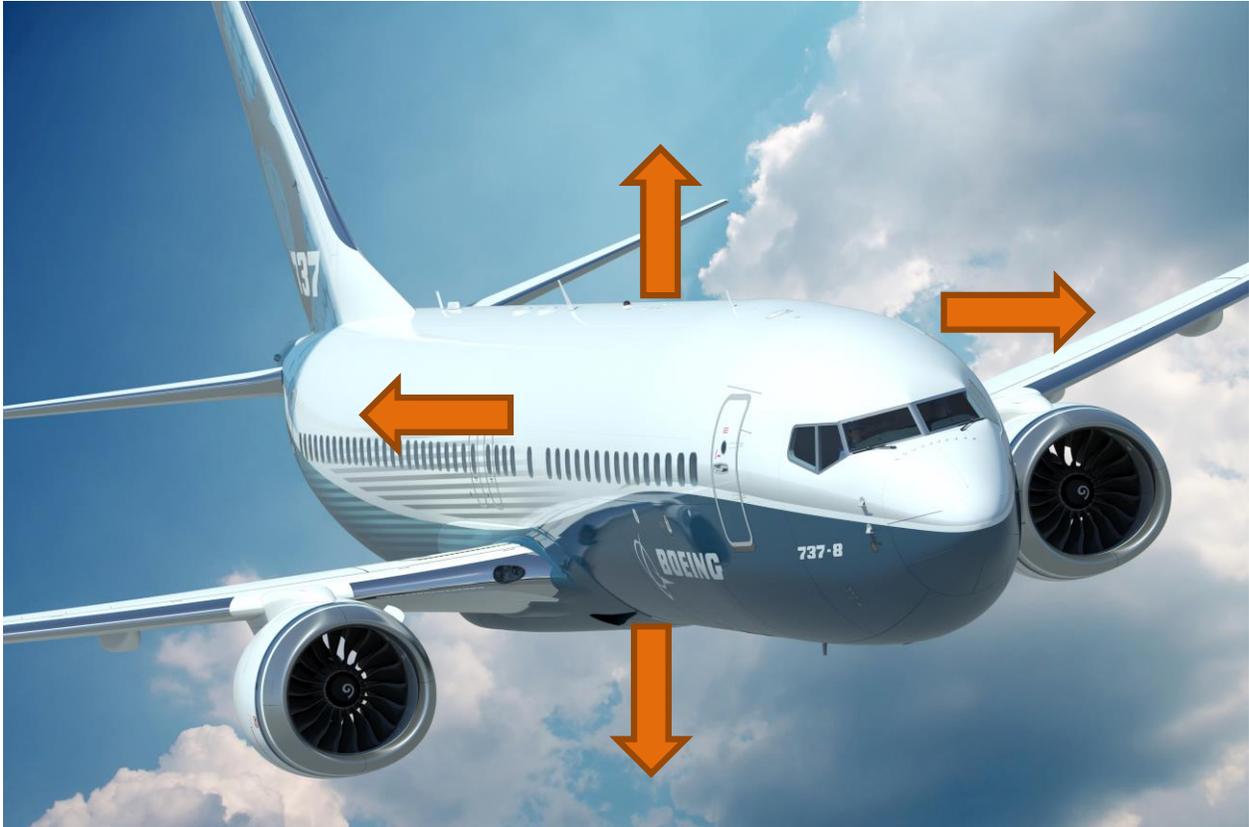
dengan

A luas body pesawat

D ketebalan dinding pesawat

T_k suhu dalam kabin

T_u suhu udara luar

K konstanta yang dikenal dengan konduktivitas termal

Gambar 11.63 Aliran kalor dari kabin pesawat ke udara luar sebanding dengan selisih suhu kabin dan suhu udara luar, sebanding dengan luar body pesawat, dan berbanding terbalik dengan ketebalan dinding pesawat (news.ayekoo.com).

Umumnya suhu kabin (normal) diset pada nilai sekitar 24 ^{o}C. Pada ketinggian jelajah di atas 35.000 kaki suhu udara luar bisa di bawah -55 ^{o}C. Dengan demikian laju aliran kalor keluar dari kabin pesawat adalah

$$J = \frac{79K}{d} \tag{11.49}$$

Kalor yang terbuang inilah yang haris digantikan oleh heater pada pesawat.

Misalkan saja suhu kabin diset lebih rendah 5 ^{o}C menjadi 19 ^{o}C maka laju aliran keluar kalir dari kabin ke udara menjadi

$$J' = \frac{74K}{d} \qquad (11.50)$$

Dengan demikian terjadi penghematan pembangkitan kalor oleh heater dalam pesawat sebesar

$$\frac{J - J'}{J} \times 100\% = \frac{79 - 74}{79} \times 100\%$$

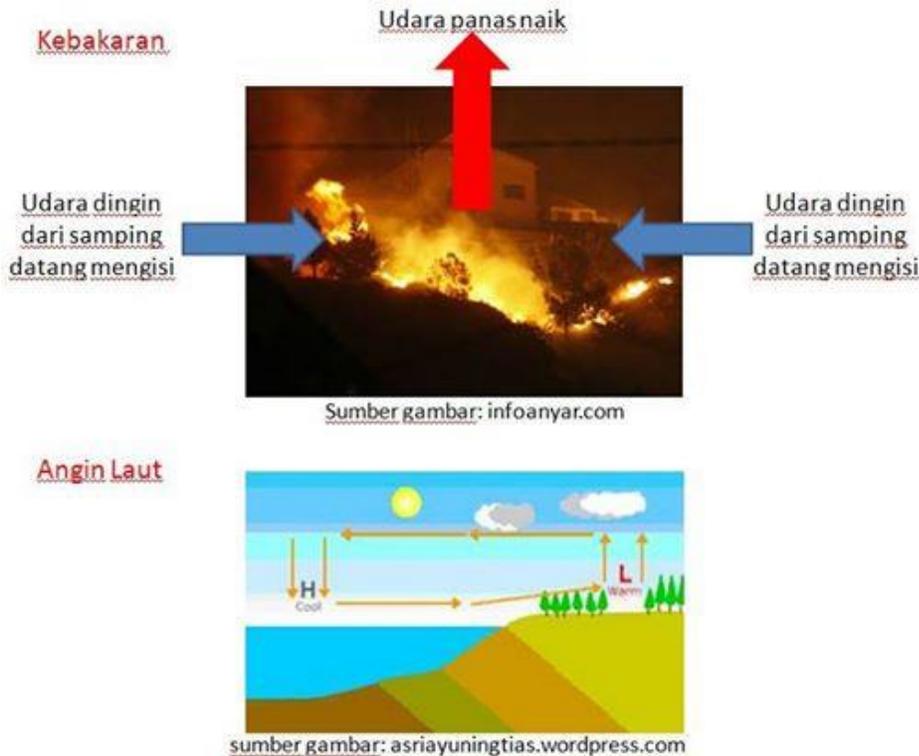
$$= 6{,}3\ \%$$

Ini berakibat penghematan bahan bakar yang digunakan untuk menjalankan heater. Penghematan makin besar jika suhu diset lebih rendah lagi hingga para penumpang merasa sangat kedinginan.

Mengapa Saat Kebakaran Selalu Muncul Angin?

Petugas pemadam kebakaran kewalahan memadamkan api di lokasi kebakaran karena muncul angin kencang. Sebenarnya, secara fisika, jika terjadi kebakaran pasti muncul angin. Makin besar kebakaran maka makin besar angin yang muncul.

Ketika terjadi kebakaran, suhu udara di lokasi menjadi sangat panas sehingga udara memuai. Pemuaian menyebabkan massa jenis udara berkurang sehingga udara terdesak ke atas. Akibatnya lokasi kebakaran mengalami kekurangan udara. Maka udara yang lebih dingin dari semua sisi lokasi datang mengisi (gambar 11.64 atas). Inilah angin yang muncul saat kebakaran.

Peristiwa ini mirip dengan angin laut di siang hari. Siang hari suhu daratan lebih tinggi daripada suhu laut. Udara di darat terdesak ke atas karena massa jenis kecil sehingga terjadi kekurangan udara di permukaan tanah. Akibatnya udara dari laut yang lebih dingin datang mengisi. Inilah angin laut (gambar 11.64 bawah).

Gambar 11.64 (atas) Saat terjadi kebakaran maka udara di sekitar lokasi memanas sehingga naik dan meninggalkan ruang korong. Udara dari arah sisi mengalir dalam sehingga muncul sebagai angin. (bawah) Proses terjadinya angin laut mirip dengan fenoma di lokasi kebakaran.

Udara Sumpek Dalam Kamar Kos

Udara dalam kamar kos umumnya lebih sumpek dari udara di luar. Mengapa demikian? Kebanyakan kamar kos hanya memiliki ventilasi udara yang kecil. Apalagi kos bentuk minimalis. Ventilasi udara hanya berupa kotak kecil di atas pintu atau jendela. Rasa sumpek terjadi karena konsentrasi oksigen lebih rendah daripada konsentrasi oksigen di luar dan konsentrasi CO_2 lebih tinggi daripada di udara luar akibat pernapasan. Proses pernapasan menghirup oksigen dan mengeluarkan CO_2.

Jika ventilasi kecil maka terjadi pengurangan O_2 dan peningkatan CO_2 secara terus menerus dalam kamar kos. Laju masuk O2 melalui ventilasi tidak mampu mengimbangi pengurangan O_2 akibat pernapasan. Berapa konsentrasi akhir O_2 dalam kamar kos? Berikut ini adalah perkiraan modelnya.

Laju aliran masuk oksigen ke dalam kamar kos sebanding dengan selisih konsentrasi oksigen di luar dan di dalam kamar kos, sebanding dengan luas ventilasi, dan berbanding terbalik dengan ketebalan dinding kamar. Secara matematis dapat ditulis

$$q = -DA\frac{C - C_0}{\Delta x} \qquad (11.52)$$

dengan

A luas ventilasi udara

C_0 konsentrasi O_2 di luar kamar

C konsentrasi O_2 di dalam kamar

Δx ketebalan dinding kamar

D konstanta yang dikenal dengan konstanta difusi

Misalkan laju hirup oksigen oleh penghuni kos adalah Q. Maka setelah selang waktu t konsentyrasi oksigen dalam kamar yang telah dihirup adalah Qt. Pada selang waktu yang sama konsentrasi oksigen yang masuk melalui ventilasi adalah $\int q dt$. Misalkan mula-mula konsentrasi O_2 dalam kamar kos sama dengan di luar ruangan maka setelah selang waktu t konsentrasi O_2 dalam kamar kos menjadi

$$C = C_0 + \int q dt - Qt \qquad (11.53)$$

Sunstitusi persamaan (11.53) ke dalam persamaan (11.52) diperoleh

$$q = DA\frac{-\int q dt + Qt}{\Delta x} \qquad (11.54)$$

Lalu kita diferensial dua ruas persamaan (11.54) sehingga diperoleh

$$\frac{dq}{dt} = DA\frac{-q + Q}{\Delta x}$$

atau

$$\frac{dq}{dt} = -DA\frac{q-Q}{\Delta x}$$

atau

$$\frac{dq}{q-Q} = -\frac{DA}{\Delta x}dt \qquad (11.55)$$

Persamaan (11.55) persis sama dengan persamaan (11.46) hanya dengan mengganti T dengan q, T_0 dengan Q, dan $\alpha = DA/\Delta x$. Dengan demikian kita peroleh solusi persis sama dengan persamaan (11.47). Misalkan pasa saat $t = 0$ laju masuknya O_2 dari luar ke dalam kamar kos adalah $q_i = 0$ (karena mula-mula konsentrasi oksigen di dalam dan di luar kos sama sehingga tidak ada oksigen yang mengalir masuk) maka solusi persamaan (11.55) menjadi

$$q = Q - Qe^{-(DA/\Delta x)t} \qquad (11.56)$$

Konsentasi oksigen yang masuk kamar kos selama selang waktu menjadi

$$C_{in} = \int_0^t q dt$$

$$= Qt - Q\int_0^t e^{-(DA/\Delta x)t} dt$$

$$= Qt + Q\frac{\Delta x}{DA}\left[e^{-(DA/\Delta x)t}\right]_0^t$$

$$= Qt - Q\frac{\Delta x}{DA}\left(1 - e^{-(DA/\Delta x)t}\right) \qquad (11.57)$$

Konsentrasi oksigen yang dihirup selama selang waktu t adalah

$$C_h = Qt \qquad (11.58)$$

Konsentrasi oksigen yang tersisa dalam kamar kos adalah

$$C_{oks} = C_0 + C_{in} - C_h \qquad (11.59)$$

Substitusi persamaan (11.57) dan (11.58) ke dalam persamaan (11.59) diperoleh

$$C_{oks} = C_0 + \left[Qt - Q\frac{\Delta x}{DA}\left(1 - e^{-(DA/\Delta x)t}\right) \right] - Qt$$

$$= C_0 - Q\frac{\Delta x}{DA}\left(1 - e^{-(DA/\Delta x)t}\right) \qquad (11.60)$$

Untuk waktu yang sudah sangat lama ($t \to \infty$), maka konsentrasi oksigen dalam kamar kos menjadi

$$C_{oks} = C_0 - Q\frac{\Delta x}{DA} \qquad (11.61)$$

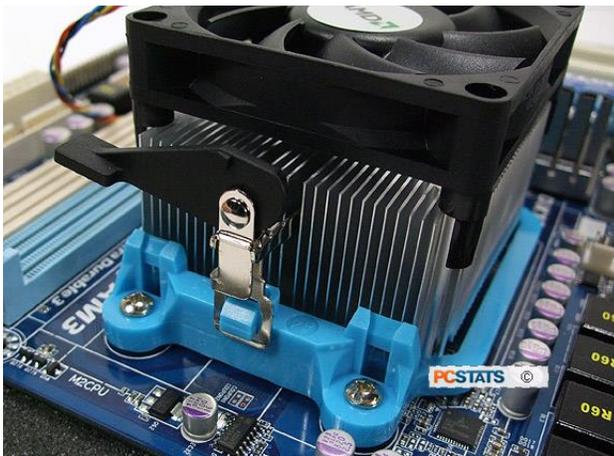
Tampak dari persamaan (11.61) bahwa penurunan konsentrasi akhir udara dalam kamar kos ditentukan oleh laju hirupan, ketebalan dinding, dan luas ventilasi. Makin besar laju hirupan (makin banyak penghuni kos) maka konsentrasi akhir oksigen dalam kamar makin kecil. Makin tebal tembok kamar kos maka kosentrasi akhir oksigen dalam kamar makin kecil. Makin kecil ventilasi maka konsentrasi akhir juga makin kecil.

Mengapa Pembuangan Panas (heat sink) Bersirip dan dari Bahan Aluminium?

Pembaung panas pada sejumlah alak elektronika seringkali terbuat dari aluminium bersirip (Gambar 11.65). Mengapa demikian? Laju pembuangan panas berbanding lurus dengan konduktivitas termal, luas permukaan sentuh

dengan lingkungan, dan gradien suhu. Untuk menghasilkan luas permukaan sentuh yang besar yang dapat diwujudkan dengan disain bersirip. Laju pembuangan kalor memenuhi persamaan pendinginan Newton, yaitu persamaan (11.45). Namun nilai konstnta α sebenarnya berbanding lurus dengan luas permukaan kontak sehingga secaralengkap dapat ditulis sebagai

$$J = KA(T - T_0) \tag{11.62}$$

Tampak bahwa makin besar luas permukaan maka makin cepat laju pembuangan kalor. Itulah sebabnya pembuang kalor dibuang bersirip agar luas pemukaan kon tak dengan udara menjadi besar.

Gambar 11.65 Pembuang kalor yang terbuat dari bahan aluminium bersirip (www.pcstats.com, ixbtlabs.com).

Aluminum merupakan logam dengan konduktivitas panas yang tinggi. Hanya kalah dari tembaga, perak, dan emas. Namun massa jenis aluminium jauh lebih rendah daripada tembaga, emas, dan perak. Menggunakan aluminium berarti mengurangi massa bahan pembuang panas tersebut.

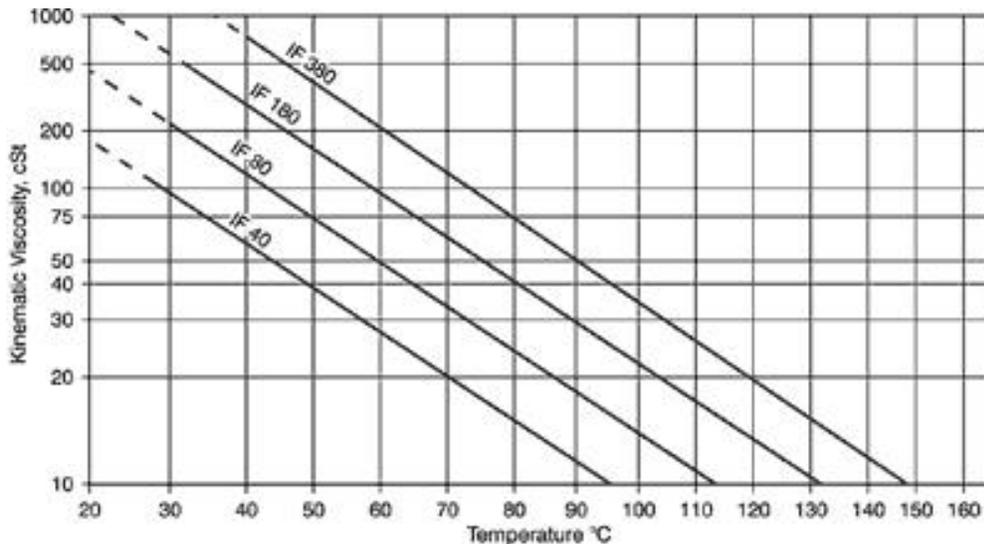
Lebih lanjut harga aluminium lebih murah. Bayangkan apabila pembuang panas terbuat dari emas dan perak dengan ukuran panjang 10 cm, lebar 10 cm, tinggi 5 cm. Berapa harganya ya?

Ballpoint Ngadat

Mungkin hampir semua kita pernah mengalami kesulitan menulis dengan ballpoint saat tinta tidak keluar. Agar tinta muncul kita perlu menggesek ballpoint berkali-kali ke kertas, dan kadang hingga kertas robek. Mengapa demikian?

Tinta adalah zat cair yang memiliki viskositas cukup tinggi. Viskositas tinta ballpoint sekitar 10^4 cP. Zat yang memiliki viskositas tinggi sulit mengalir melewati lubang atau celah kecil.

Mata ballpoint terdiri dari silinder luar dan bola. Saat tidak digunakan, bola menekan hingga ujung silinder sehingga celah pada ujung ballpoint tertutup. Jika dipakai untuk menulis, maka bola sedikit tertekan ke dalam sehingga terbentuk celah berbentuk cincin antara silinder dan bola. Di sinilah tempat tinta keluar. Jika celah sangar tipis dan viskositas tinta sangat tinggi maka tinta sulit mengalir melewati celah. Akibatnya kita gagal menulis.

Jika ballpoint digesek berkali-kali ke kertas maka kita memanaskan bola di ujung ballpoint. Pemanasan tersebut menyebabkan tinta di celah ujung ballpoint memanas. Viskositas zat cair sangat sensitif pada suhu. Kenaikan suhu sedikit saja sudah menurunkan viskositas cukup besar. Gambar 11.66 adalah perubahan viskositas sejumlah fluida sebagai fungsi suhu. Subu datar pada kurva adalah kebalikan dari suhu sedangkan sumbu tegak adalah logaritma viskositas. Ini berarti makin ke kiri pada sumbu datar menyatakan suhu makin besar. Tampak bahwa makin besar suhu (makin ke kiri) maka viskositas makin turun. Penurunan viskositas menyebabkan tinta lebih mudah mengalir seperti yang diberikan oleh persamaan Poiseuille (persamaan (10.42)).

Gambar 11.66 Pengaruh suhu pada viskositas sejumlah fluida. Sumbu datar adalah kebalikan suhu sedangkan sumbu tegak adalah logaritma viskositas. Makin ke kiri (makin kecil nilai pada sumbu datar) menyatakan suhu makin besar (www.kittiwake.com).

Fisika Stroke Panas

Ada satu makalah yang dipublikasi di American Journal of Physics tentang stroke panas jika seseorang masuk secara tiba-tiba dalam bath tube

yang terlalu panas [A.A. Barlett and T.J. Braun, *American Journal of Physics* **51**, 127 (1983)]. Kita coba bahas kembali.

Kematian pasangan di California tahun 1979 balam bath tube yang mengandung air terlalu panas menghasilkan berita besar (Time 18 Juni 1979), halaman 62). Pemeriksa medis munyimpulkan bahwa pasangan tersebut meninggal karena hipetermia atau stroke panas karen air dalam bath tube terlalu panas.

Stroke panas berkontribusi besar pada kematian anggota militer dan atlet sepanjang sejaran Amerika [S. Shibolet, M.C. Lancaster, and Y. Danon, Aviat. Space Environ. Med. 280, march 1976]. Musim panas membunuh 4.000 orang di Amerika tahun 1974. Saat musim panas yang tinggi tahun 1980 dilaporkan adanya peningkatan kematian 230 di St Louis dibandingkan dengan pada tahun sebelumnya hanya dalam periode 4 minggu. Pada 6 Juli 1966 terjadi peningkatan jumlah kematian sebesar 1.300 di New York dibandingkan dengan tahun sebelumnya akibat musim panas terpanas sepanjang 40 tahun.

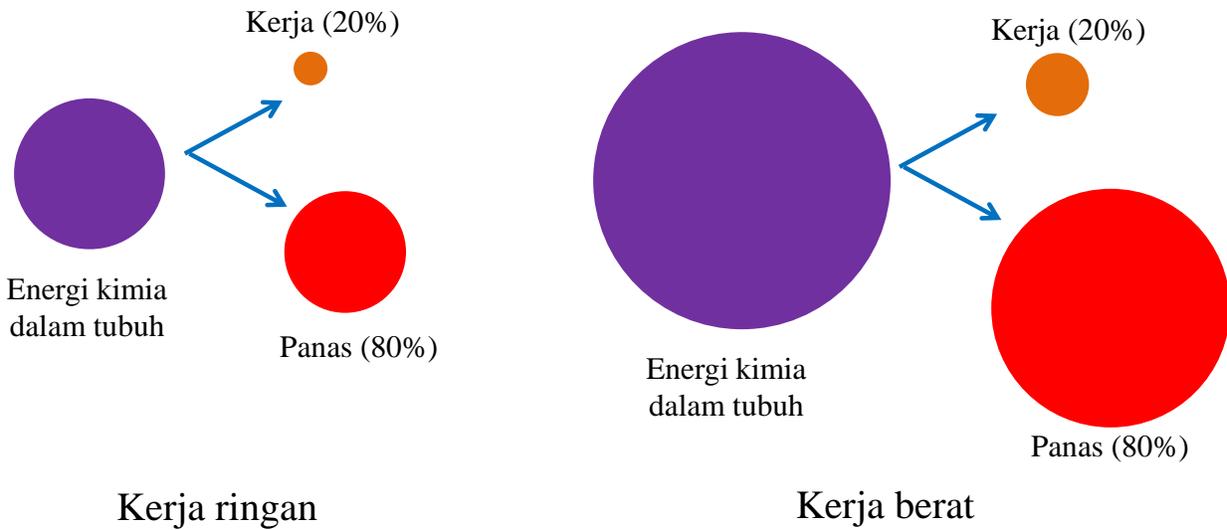
Stroke panas adalah penyebab kematian terbesar kedua yang dialami para atlit Amerika [C.L. Sprung, Chest. 77, 461 (1980)] dan sangat beresiko bagi atlit lari jarak jauh.

Munculnya stroke panas dapat dijelaskan dengan prinsip fisika sederhana. Sistem regulasi panas tubuh manusia berusaha mempertahankan suhu tubuh selalu berada pada suhu normal sekitar 37 oC. Suhu tubuh dapat dipengaruhi oleh faktor internal maupun eksternal. Faktor eksternal dapat berupa suhu lingkungan di luar tubuh maupun kelembaban udara di luar. Suhu lingkungan yang tinggi menyebabkan pelepasan panas dari tubuh ke lingkunagan menjadi kecil. Laju pelepasan panas oleh tubuh ke lingkunan dapat melalui proses radiasi, konveksi, atau evaporasi.

Pelepasan panas secara radiasi sebanding dengan $(T_B - T_L)^4$ dengan T_B adalah suhu tubuh dan T_L adalah suhu lingkungan di luar tubuh. Laju pelepasan panas secara konduksiatau konveksi sebanding dengan $(T_B - T_L)$. Laju pelepasan panas secara evaporasi bergantung pad aselisih suhu tubuh dan lingkungan, kelembaban udara di luar tubuh, dan lain-lain. Namun, secara umum, semua jenis pelepasan panas bergantung pada selisih suhu tubuh dan lingkungan.

Sebaliknya, faktor internal ditentukan oleh laju produksi energi dalam tubuh. Ternyata energi kimia yang dihasilkan oleh tubuh hanya 20% yang diubah menjadi kerja sedangkan 80% berubah menjadi panas. Dengan demikian makin besar kerja yang dilakukan orang maka makin besar prosuksi energi dalam tubuh. Karena hanya 20% energi yang digunakan untuk kerja sedangkan 80% menjadi panas, maka makin panas yang diproduksi juga makin besar (Gambar 11.67).

Jika tubuh dalam keadaan diam dan suhu 37 ^{o}C maka produksi energi dal;am tubuh sekitar 75 W. Proses konversi makanan menjadi energi disebut metabolisme. Dari energi yang dihasilkan ini, sebesar 80% atau 58 W diubah

menjadi kalor dalam otot dan seluruh bagian tubuh. Kalor yang diproduksi dalam proses metabolisme mekain besar jika suhu tubuh making tinggi. Tiap kenaikan suhu tubuh 1 ^{o}C terjadi peningkatan produksi energi metabolisme antara 4% - 13%. Dengan demikian, jika suhu tubuh naik menjadi 38 ^{o}C maka laju produksi energi metabolisme antara 77,8 W sampai 85 W.

Gambar 11.67 Dari total energi kimia yang dihasilkan tubuh manusia, hanya sekitar 20% yang digunakan untuk bekerja. Sejumlah 80% digunakan untuk menaikkan suhu tubu.

Peningkatan laju metabolisme menyebabkan peningkatan laju produksi panas dalam tubuh. Akibatnya suhu tubuh makin naik dan laju metabolisme pun makin naik lagi. Begitu seterusnya. Akibatnya, jika tidak ada udaha luar untuk menurunkan panas maka suhu tubuh akan teru-menerus naik tanpa terkontrol yang akan berakibat terganggunya fungsi regulasi termal tubuh.

Jika seseorangh melakukan kerja sangat keras dalam waktu lama maka laju metabolisme dapat mencapai 600 W – 800 W. Ini berarti laju produksi kalor dalam tubuh antara 480 W salpai 640 W. Jika seseorang bekerja di terik matahari maka energi matahari menambah energi ke dalam tubuh dengan laju sekitar 150 W.

Agar tubuh tetap berada pada suhu normal 37 ^{o}C maka laju penerimaan kalor oleh tubuh bagik yang bersumber dari internal (metabolisme) maupun eksternal (lingkungan, radiasi matahari) harus sama denghan lajku pembuangan kalor oleh tubuh ke lingkungan melalu mekanisme radisi, kondusksi, konvensi, evaporasi, respirasi, eksskresi, dan sebagainya. Dalam definsii medis kondisi ini disebut “formula pertukaran panas” atau “persamaaan kesetimbangan panas”.

Mekanisme utama pelepasan kalor oleh tubuh adalah pengangkutan panas dari dalam tubuh ke permukaan tubuh (kulit) kemudian dari situ panas dibuang ke lingkungan. Jika suhu lingkungan sangat rendah dibandingkan dengan suhu permukaan tubuh maka mekanisme konveksi, konmdusksi, dan radiasi mengambil peran penting. Jika suhu lingkungan agak tinggi maka sweat galands mulai meproduksi perspiration. Jika suhu lingkungan mencapai 34 °C, evaporation of perspiration merupakan satu-satunya mekanisme pendinginan.

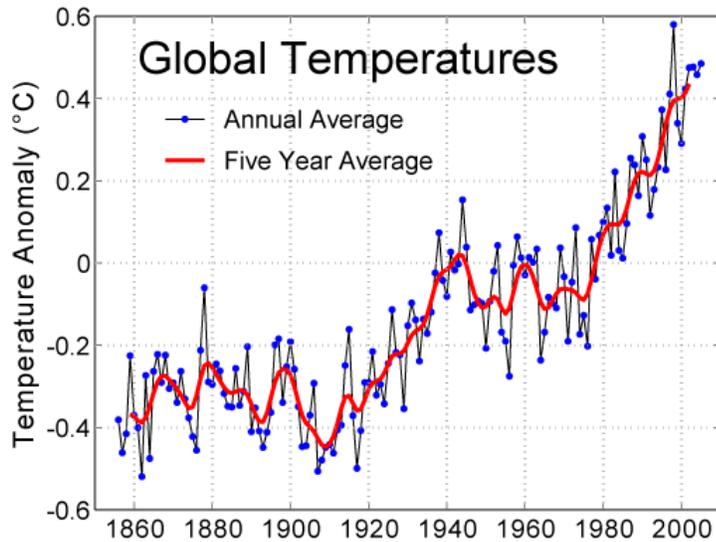
Mekaniema tubuh membawa energi kalor dari dalam ke permukaan tubuh sebagai berikut. Mekaniosme utama adalah konveksi panas melalui sistem sirkulasi darah. Secara umum, suhu permukaan tubuh lebih rendah 3,5 °C sampai 4,5 °C dibandingkan dengan suhu bagian dalam tubuh. Parameter utama yang menentukan laju transpor kalor ke permukaan tubuh adaalah gradien suhu pada bagian sebelah dalam kulit. Tubuh dapat meningkatkan gradien ini jika banyak kalor yang harus dibuang keluar. Mekanisme meningkatkan gradien tersebut adalah membuka (dilasi) jaringan pembuluh darah di dekat permukana kulit. Dengan pembukaan ini maka darah yang bersuhu hangat dibawa lebih dekat ke permukaan kulit. Akibatnya kulit tampak lebih merah. Ini menyebabkan peningkatan suhu permukaan tubuh dan meningkatkan pembuangan panas.

Kebalikan terjadi jika suhu lingkungan cukup rendah dan tubub berusaha mengurangi laju pembuangan kalor. Jaringan pembuluh darah di sekitar permukaan tubuh dikerutkan (dikurangi diameternya). Akibatnya, darah hangat dijaga agar lebih jauh ke dalam. Permukaan tubuh tampak lebioh putih atau tidak berwarna.

Dilasi pembuluh darah sebagai respon terhadap peningkatan suhu tubuh menyebabkan peningkatan supply darah dari jantung. Menurut laporan, setiap kenaikan suhu tubuh 0,01 °C maka diperlukan peningkatan laju suppy darah sekitar 15 cm^3/menit. Ini berarti, setiap kenaikan suhu tubuh 1 °C maka terjadi peningkatan supply darah sekitar 1,5 liter/menit. Sedangkan dalam keadaan normal jantung memompa darah antara 5 – 6 liter/menit. Dengan demikina, kenaikan suhu tubuh 1 °C menyebabkan peningkatan kerja jantung 25% - 30%.

Ketika orang masuk ke dalam air hangat maka suhu tubuh mulai naik. Ini berarti jaringan pembuluh darah di permukaan tubuh mengalami dilasi. Darah yang diharapkan mengalami pendinginan ketika mencapai permukaan tubuh malah mengalami sebaliknya, yaitu mengalami pemanasan. Ini berakibat makin naiknya suhu tubuh yang memberi sinyal untuk makin meningkatkan dilasi pembuluh darah di sekitar permukaan tubuh. Proses ini berlangsung terus menerus hingga dilasi pembuluh darah mencapai maksimal. Dalam keadaan demikian tekanan darah menurun dan berkurangnya supply darah ke organ tubuh lainnya, terutama otak. Jika supply darah ke otak turun hingga 60% maka fungsi otak menjadi tidak normal. Kemudian, jika jantung terus bekerja dalam laju yang sanbat berat maka banyak elemen di dalamnya menjadi rusak. Jika supply darah ke otak di bawah 40% dari kondisi normal maka terjadi stroke.

Soal-Soal

1) Berikut ini adalah perubahan suhu bumi akibat pemanasan global (Gambar 10.68). Buat kurva serupa dalam skala suhu reamur, fahrenheit, dan kelvin

Gambar 10.68 Gambar untuk soal nomor 1

2) Berapa suhu penyimpanan yang aman flash memori berikut ini dalam skala kelvin, reamur, dan fahrenheit? (Gambar 10.69)

Gambar10.69 Gambar untuk soal nomor 2.

3) Nyatakan suhu wilayah di bawah ini dalam satuan celcilus (Gambar 10.70). Suhu yang tertera dalam gambar dinyatakan dalam skala fahrenheit

Gambar 10.70 Gambar untuk soal nomor 3

4) Mengapa tangan manusia tidak dapat digunakan untuk mengukur suhu, padahal tangan dapat membedakan suhu panas dan dingin

5) Suhu besi cair dapat melelehkan termometer biasa yang terbuat dari kaca. Lalu, bagamiana cara mengukur suhu besi yang sedang mencair?

6) (a) Mengapa ketika mendapat panas kolom air raksa bertambah panjang? (b) Mengapa air raksa banyak digunakan sebagai media cairan dalam termometer sedangkan air tidak pernah digunakan?

7) Misalkan sebuah termometer dirancang sehingga es yang sedang mecair ditetapkan memiliki suhi -100^{o} dan air yang mendidih ditetapkan memiliki suhu 300^{o}. a) Tentukan hubungan antara suhu celcius dengan skala suhu baru tersebut. Berapakan dalam skala baru tersebut suhu nol mutlak.

8) Pada suhu berapakah termoemeter reamur dan fahrenheit menunjukkan nilai suhu yang sama?

9) Tinggi kolom air raksa dalam pipa kapiler adalam 30 mm ketika dicelupkan ke dalam es yang sedang mencair dan 170 mm ketika dicelupkan ke dalam air yang sedang mendidih. Ketika dicelupkan ke dalam cairan X, tinggi kolom adalah 50 mm: (a) Tentukan titik tetap atas dan titik tetap bawah, (b) berapa suhu cairan X dalam celcius, kelvin, reamur, dan fahrenheit?

10) Tono membuat termometer raksa ketika berada di Bandung. Dia sana ia memberikan skala tanda pada titik tetap bawah (es yang mencair) dan titik tetap atas (air yang mendidih). Antara dua titik tersebut ia menandai 100 skala suhu. Ketika berada di Jakarta, Tono juga memmbuat termometer serupa. Ia juga memberikan skala pada titik tetap bawah dan atas. Ia juga menandai seratus skala suhu antara titik tetap atas dan bawah. Ketua dua termometer digunakan secara bersama untuk mengukur suhu suatu benda,

apakah Tono mendapatkan hasil pengukuran yansa sama? Jelaskan jawabanmu.

11) Pada saat Luna sakit, suhu badannya berubah menurut waktu seperti ditunjukkan oleh Tabel 10.**

Tabel 10.*** Tabel untuk soal 11

Waktu (jam)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Suhu (oC)	37	39	39	40	41	40	40	38	37	37,5	37

a) Plot kurva suhu sebagai fungsi waktu
b) Berapa suhu tertinggi badan Luna dan pada jam ke berapa itu terjadi?
c) Selama berapa jam suhu badan Luna berada di atas normal?
d) Kapan suhu tubuhnya turun paling cepat?

12) Pada sebuah gelas yang berisi air hangat dan termometer dilakukan pengadukan. Setelah air diaduk beberapa saat, ternyata termoemeter menunjukkan penurunan suhu. Mengapa demikian?

13) Permukaan matahari tampak berwarna orange (Gambar 10.71). Perkirakan suhu permukaan matahari tersebut. Kalian bisa mencari data dari internet untuk mendukung hasil perkiraan kalian.

Gambar10.71 Gambar untuk soal nomor 13.

14) Menurut hasil penelitian mutakhir, suhu rata-rata alam semesta sekitar 2,9 K. Berapakah suhu tersebut dinyatakan dalam satuan celcius, reamur, dan fahrenheit? Jika kamu membuat termometer dengan memberikan skala 100^o pada suhu lebur es dan 300^o pada suhu didih air, berapa suhu rata-rata alam semesta menurut skala termometer kamu?

15) Seseorang ingin membuat skala termometer sendiri. Ketika dimasukkan ke dalam es yang melebur, orang tersebut memberikan skala 30^o pada termometernya. Ketika dicelupkan di air yang mendidih, ia memberi angka 90^o pada termometernya. Ketika dicelupkan ke dalam benda yang bersuhu 60 ^{o}C, berapa pembacaan termometer tersebut

16) Ketika dicelupkan ke dalam es yang sedang mencair panjang sebuah kawat adalah 100 cm. Ketika dicelupkan ke dalam air yang mendidih, panjang kawat berubah menjadi 102 cm. Berdasarkan data tersebut, berapa panjang kawat ketika dicelupkan ke dalam air yang bersuhu 158 oF

17) Volume zat padat pada suhu 32 ^{o}F adalah 100 cm^3. Volume zat tersebut pada suhu 100 ^{o}F adalah 105 cm^3. Berapa volume zat tersebut pada suhu 200 ^{o}F

18) Air sebanyak 4 liter yang bersuhu 10 ^{o}C diletakkan di dalam panci. Ke dalam panci dimasukkan pemanas listrik. Setelah pemanasan dinyalakan selama 5 menit, suhu air meningkat menjadi 90 ^{o}C. a) Berapa kalor yang diserap air? b) Berapa laju serapan kalor oleh air? c) Menurut kamu apakah jumlah kalor yang diserap air persis sama dengan jumlah kalor yang dihasilkan pemanas?

19) Suhu di dalam freezer kulkas adalah -5 ^{o}C. Air satu gelas sebanyak 250 ml yang bersuhu 60 ^{o}C dimasukkan ke dalam frezer. Berapa energi kalor yang harus ditarik freezer dari air agar air mencapai suhu 0 ^{o}C?

20) Sejumlah paku dengan massa 337 g dimasukkan ke dalam air panas yang memiliki massa 100 g. Suhu awal paku adalah 20 ^{o}C dan suhu awal air adalah 50 ^{o}C. Setelah ditunggu sekian lama suhu paku dan air menjadi sama, yaitu 42 ^{o}C. a) Berapa kapasitas kalor paku? b) Berapa kalor jenis paku? *Petunjuk: kalor yang dilepas air persis sama dengan kalor yang diserap paku.*

21) Sebanyak 250 g tembaga yang bersuhu 80 ^{o}C dan 200 g timbal yang bersuhu 90 ^{o}C dimasukkan ke dalam 150 air yang bersuhu 25 ^{o}C. Hitunga suhu kesetimbangan ketiga benda tersebut?

22) Dalam suatu pabrik pengecoran aluminium, sebuah balok aluminium dengan massa 2,5 kg dan berada pada suhu 30 ^{o}C ingin dicor dalam satu cetakan. Oleh karena itu aluminum tersebut harus dicairkan seluruhnya. Berapa kalor yang diperlukan untuk mencairkan balok aluminium tersebut?

23) Cairan emas 10 g dimasukkan ke dalam cetakan perhiasan. Setelah perhiasan mendingin hingga suhu kamar (25 ^{o}C), berapa kalor yang telah dilepas perhiasan tersebut?

24) Di dalam suatu freezer, air yang bersuhu 27 ^{o}C ingin diubah menjadi es. Air tersebut diisi ke dalam pembungkus plastik. Isi tiap plastik adalah 250 ml dan jumlah plastic di dalam frezer ada 40 bungkus. Setelah beberapa jam, semua air telah berubah menjadi es pada suhu -4 ^{o}C. Berapa kalor yang telah diserap freezer dari air?

25) Pada proses pengecoran besi, batang besi dengan massa 7,5 kg dan bersuhu 35 ^{o}C dipanaskan hingga mencair seluruhnya. Semua cairan besi kemudian dimasukkan dalam alat cetak. Berapa kalor yang telah diberikan kepada besi tersebut?

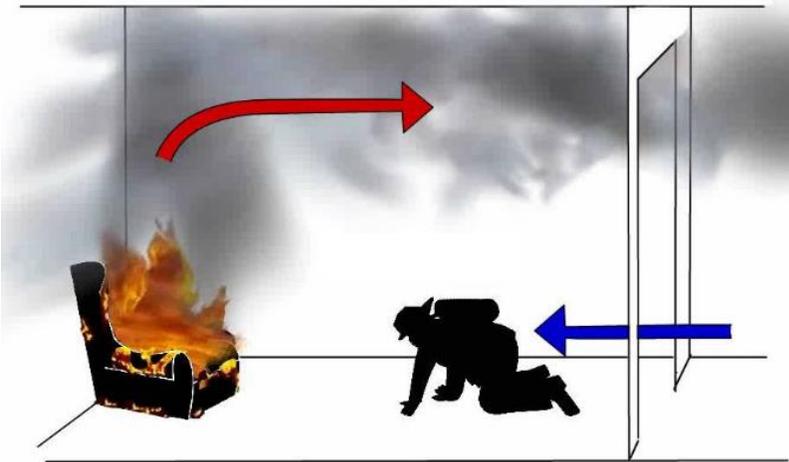
26) Sebanyak 1,5 gram perak yang bersuhu 25 ^{o}C ingin diubah seluruhnay menjadi uap pada titik uapnya. Berapa kalor yang dibuthkan? Kapasitas panas perak cair adalah 0,31 J/g ^{o}C.

27) Batang besi dan aluminium memiliki dimensi yang persis sama. Berapa perbandingkan laju aliran kalor pada besi dan aluminium?

28) Satu ujung batang besi dihubungkan dengan air mendidih dan ujung lainnya dihubungkan dengan es yang berada pada suhu 0 ^{o}C. Batang besi tersebut memiliki panjang 50 cm dan diameter 1 cm. Andaikan seluruh kalor yang merambat dalam batang besi digunakan untuk mencairkan es. Berapa lama waktu yang diperlukan utuk mencairkan 1 kg es?

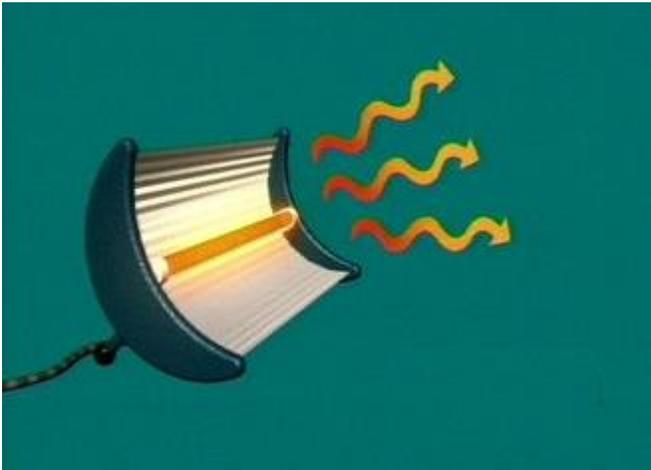
29) Jelaskan prinsip kerja pemanas air yang menggunakan matahari pada Gambar 10.72.

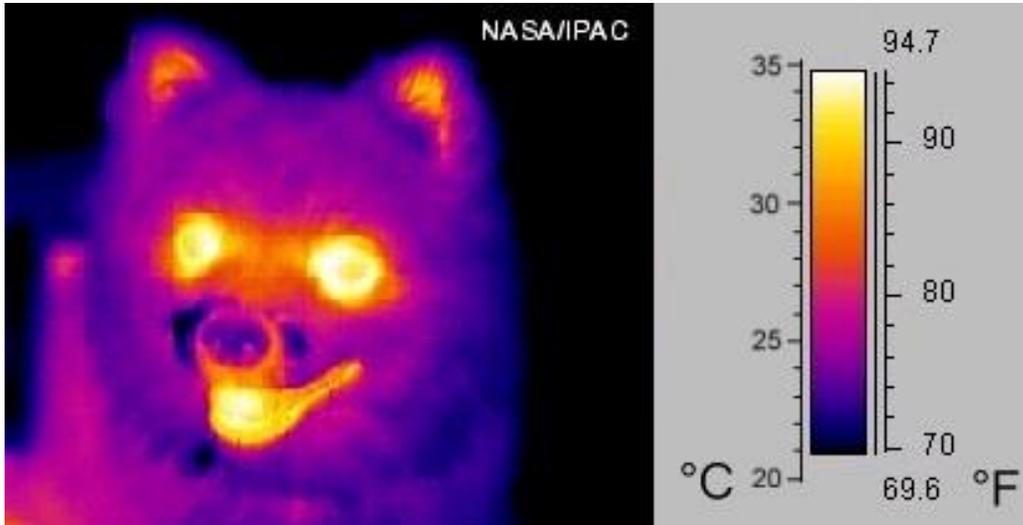
Gambar 10.72 Gambar untuk soal nomor 29.

30) Cara pemadam kebakaran memasuki suatu ruangan yang di dalamnya ada benda yang terbakar adalah merangkak (Gambar 10.73). Kalian jelaskan mengapa demikian?

Gambar 10.73 Gambar untuk soal nomor 30 (nist.gov)

31) Volum air raksa dalam sebuah thermometer adalah 1 ml. Massa jenis air raksa adalah 13,6 g/ml. Mula-mula thermometer menunjukkan suhu 25 ^{o}C. Ketika digunakan untuk mengukur suhu tubuh, thermometer menunjukkan suhu 37,5 ^{o}C. Berapa kalor yang telah diserap air raksa dalam thermometer.

32) Hitung kalor yang diperlukan untuk melelehkan 10 kg es yang bersuhu 0 ^{o}C sehingga seluruhnya menjadi air yang bersuhu 0 ^{o}C

33) Gambar 10.74 adalah alat pemantul panas. Jelaskan cara kerjanya.

Gambar 10.74 Gambar untuk soal nomor 33 (cdxetextbook.com)

34) Detektor inframerah mendeteksi gelombang pembawa panas (gelombang inframerah) yang dipancarkan benda. Gambar 10.75 adalah hasil pemotretan menggunakan detector inframerah seekor srigala. Berdasarkan informasi diagram di sebelah kanan, perkirakan suhu mulut, mata, hidung, dan telinga srigala tersebut.

Gambar 10.75 Gambar untuk soal nomor 34 (m.teachastronomy.com).

35) Sepotong es memiliki suhu -10 ^{o}C. Ketika diberikan kalor 2,5 kJ es tersebut seluruhnya berubah menjadi air yang bersuhu 5 ^{o}C. Berapa massa potongan es tersebut

36) Es yang bersuhu -5 ^{o}C dan memiliki massa 100 g dimasukkan ke dalam 500 g air yang bersuhu 50 ^{o}C. Ketika tercapai kesetimbangan yang diperoleh adalah?

37) Termometer x dan y diposisikan sedemikian rupa sehingga thermometer x berada di atas balok es dan thermometer y berada di bawah balok es seperti pada gambar berikut ini (gambar 10.76). Thermometer mana yang lebih cepat menunjukkan perubahan bacaan dan alasannya apa?

Gambar 10.76 Gambar untuk soal nomor 37

38) Sebanyak 10 g besi dipanaskan dari suhu 10 ^oC menjadi 60 ^oC. Kalor jenis besi adalah 0,11 kal/g ^oC. Berapa jumlah total kalor yang diserap besi pada pemanasan tersebut.

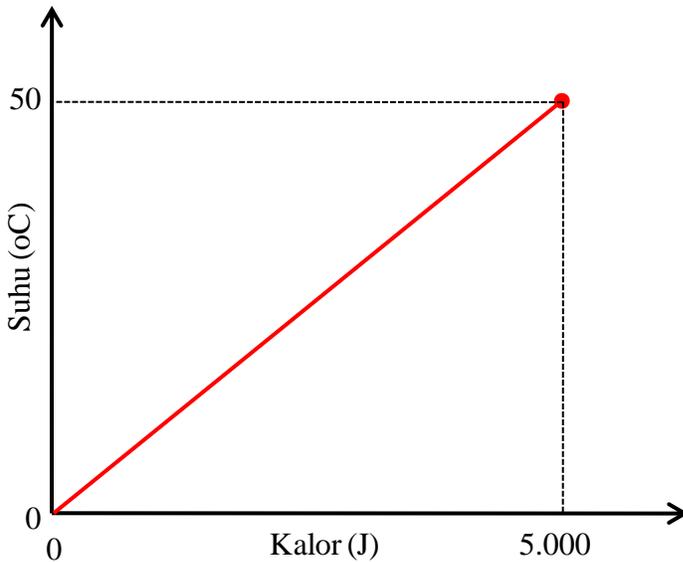
39) Pada suatu eksperimen sebuah thermometer dicelupkan ke dalam zat cair yang sedang mengalami pendinginan. Pembacaan thermometer tiap setengah menit dicatat. Hasil pencatatan tampak pada Tabel 10.***. Berdasarkan data tersebut berapa titik beku zat cair?

Tabel 10.*** Tabel untuk soal nomor 39

Waktu (menit)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5
Suhu (oC)	95	86	67	55	55	55	54	50	48	42	36	30	26	24	22	21

40) Kalor jenis emas adalah 129 J/kg oC dan kalor leburnya adalah 64,5 kJ/kg. Hitung kalor yang diperlukan untuk mengubah 100 g emas yang semula berada pada suhu 0 ^oC menjadi cair pada titik leburnya 1.060 ^oC

41) Sepotong tembaga memiliki suhu 0 oC. Jika diberikan kalor 500 kal suhunya menjadi 1 oC. Berapa suhunya jika ditambahkan kalor lagi 1.500 kal

42) Gambar 10.77 menunjukkan perubahan suhu ketika 575 g suatu zat cair diberikan kalor. Berdasarkan kurva tersebut tentukan kalor jenis zat cair

Gambar 10.77 Gambar untuk soal nomor 42

43) Air sebanyak 3 liter dimasukkan ke dalam sebuah panci yang tidak dapat ditembus kalor. Ke dalam air dicelupkan pemanas listrik yang memiliki daya 250 watt. Mula-mula suhu air dalam panci adalah 10 ^{o}C. Berapa lama pemanas disambungkan ke listrik agar air dalam panci mendidih. Kita anggap tidak ada pertukaran kalor antara air dengan benda lainnya. Berapa lama pemanas disambungkan ke listrik agar setengah dari air dalam panci menguap?

44) Keping tembaga dan keping besi dimasukkan ke dalam air yang memiliki suhu 80 ^{o}C. Air berada dalam wadah yang kedap kalor. Suhu mula-mula keping tembaga dan besi sama-sama 25 ^{o}C. Massa keping tembaga adalah 50 g, massa keping besi adalah 100 g sedangkan volum air adalah 300 mL. Berapakah suhu akhir ketika terjadi kesetimgbangan suhu. Anggaplah bahwa hanya terjadi pertukaran kalor antara air dan keping besi dan tembaga.

45) Keping aluminium yang memiliki massa 100 g dan suhu 10 ^{o}C serta keping tembaga yang memiliki massa 50 g dan suhu 30 ^{o}C dimasukkan secara bersama-sama ke dalam air yang memiliki massa 250 g dan suhu 75 ^{o}C. Air berada dalam wadah yang kedap kalor. Jika diasumsikan bahwa hanya terjadi pertukaran kalor antara air, keping aluminium, dan keping tembaga, tentukan suhu kesetimbangan campuran air, aluminium, dan tembaga.

46) Larutan garam mengandung 40% berat garam dalam air. Artinya dati total massa larutan tersebut, sebesar 40% merupakan massa garam dan 60% merupakan massa air. Misalkan kalian memiliki 2 liter larutan garam

tersebut. Berapa minimal kalor yang diperlukan untuk mengubah larutan tersebut yang bersuhu 30 ^oC menjadi garam murni?

47) Para ilmuwan percaya bahwa global warming (pemanasan global) menyebabkan cairnya es di kutub utara san kutub selamatn bumi (Gambar 10.78). Air hasil pencairan es mengisi laut sehingga permukaan laut bertmbah tinggi. Jelaskan keterkaitan global warming dengan pencaiiran es tersebut dengan kalimat kalian.

Gambar 10.78 Gambar untuk soal nomor 47 (wattsupwiththat.com).

48) Ada yang bertanya ke saya mengapa makin kita naik ke atmosfer suhu atmosfer makin rendah, padahal makin kita naik maka posisi kita masik dekat dengan matahari?

49) Efek Mpemba yang ditemukan Erasto Mpemba, seorang siswa SMP di Tanganyika, Tanzania, pada tahun 1963. Dia mengamati bahwa campuran untuk menbuat es krim yang agak hangat dan yang agak dingin dimasukkan bersama-sama dalam freezer. Mpemba mengamati bahwa campuran yang memiliki suhu lebih tinggi membeku lebih cepat. Coba kalian lakukan percobaan untuk membuktikan efek ini. Caranya adalah memasukkan air hangat dan air yang lebih dingin ke dalam gelas yang sejenis lalu dimasukkan ke dalam freezer. Kalau efek Mpemba benar maka air hangat akan membeku lebih cepat.

50) Ketika kita memukul paku dengan palu maka paku maupun palu menjadi panas. Kalau dipegang ternyata suhu paku lebih tinggi daripada suhu palu. Jelaskan mengapa demikian?

51) Ketika mentega dimasukkan ke dalam penggorengan yang sudah panas maka mentega meleleh mulai dari permukaan yang kontak dengan penggorengan (Gambar 10.79). Jelaskan mengapa?

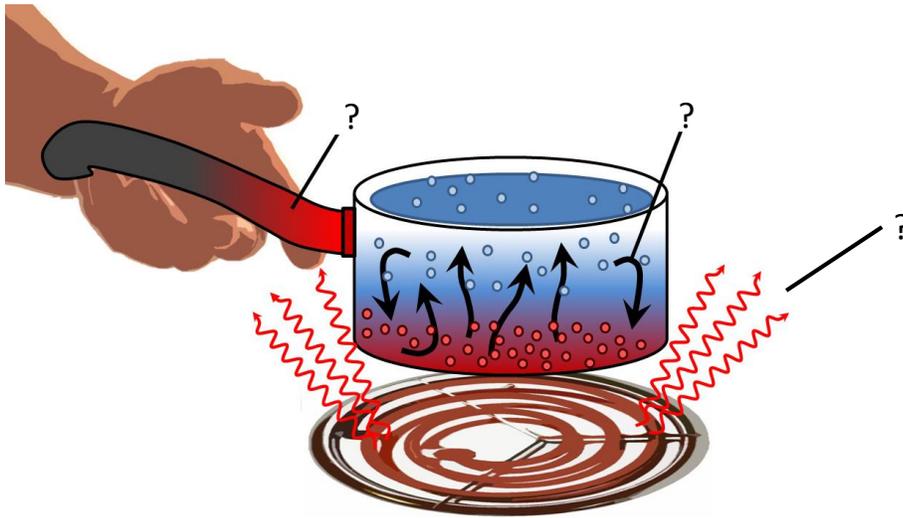
Gambar 10.79 Gambar untuk soal nomor 51

52) Kalau kalian perhatikan bolu kukus tampak bentuknya berlubang-lubang bukan (Gambar 10.50)? Jelaskan bagaimana proses terbentuknya lubang-lubang tersebut.

Gambar 10.80 Gambar untuk soal nomor 52

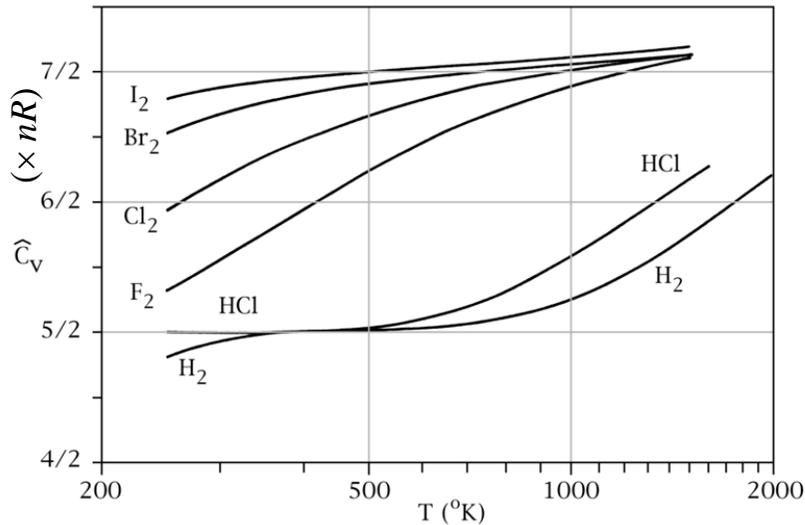
53) Kalian hendak membuat es batu dari satu liter air. Air dimasukkan ke dalam plastik. Suhu mula-mula air adalah 25 ^{o}C. Berapa kalor yang diserap freezer dari air ketika seluruh air menjadi es batu pada suhu 0 ^{o}C. Jika tetap dibiarkan, suhu es turun menjadi negatif. Saat suhu es menjadi -5 ^{o}C berapakah kalor yang sudah disedot freezer sejak pertama kali memasukkan air ke dalam freezer?

54) Ada satu pola hidup yang aneh di masyarakat kita, khususnya yang tinggal di rumah yang dilengkapi AC. Saat akan tidur seringkali AC dipasang pada suhu yang cukup rendah sehingga suhu ruangan sangat dingin. Karena suhu rungan yang dingin, maka pada saat tidur penghuni tersebut menggunakan selimut yang tebal agar badan agak hangat. Aneh bukan? Kenapa AC tidak diset pada suhu cukup tinggi saja sehingga ruangan tidak terllu dingin dan penghuni dapat tidur nyaman tanpa kedinginan. Jelaskan bagaimana cara kerja AC mendinginkan suhu ruangan. Jelaskan juga bagaimana peranan selimut dapat memyebabkan badan merasa hangat.

55) Dari Gambar 10.81 jenis transfer panas pada bagian yang diberi tanda tanya. Juga jelaskan dengan kalimat kalian penjelasan tentang jenis-jenis transfer panas tersebut.

Gambar 10.81 Gambar untuk soal nomor 55 (ces.fau.edu)

56) Jari-jari kolom termometer aluminium adalah 0,14 mm sedangkan volume air raksa dalam wadah adalah 0,255 cm^3. Dari informasi tersebut tetukan pertambahan panjang kolom air raksa ketika suhu naik dari 10 ^{o}C menjadi 35 ^{o}C?

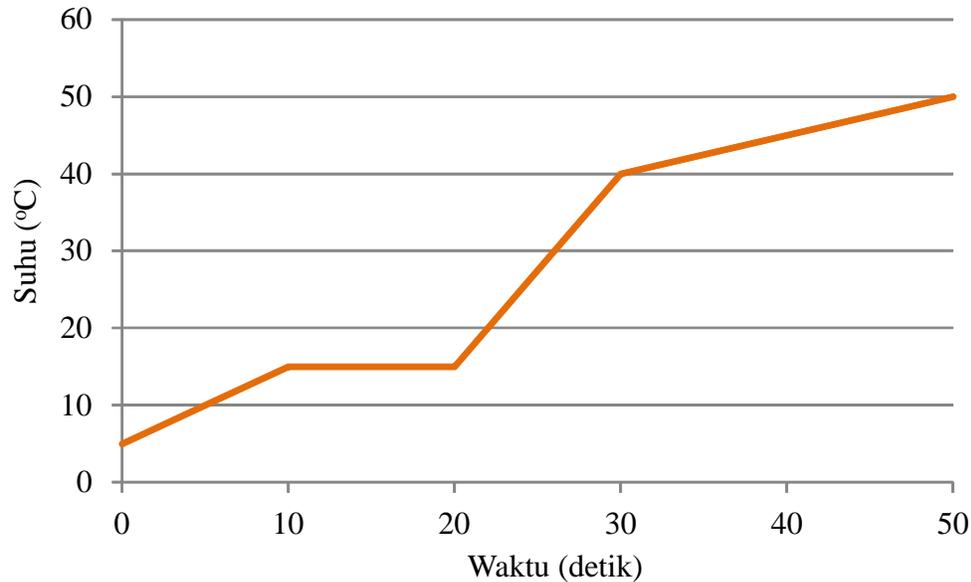
57) Material dengan titik leleh paling tinggi adalah tantalum hafnium karbida (Ta_4HfC_5). Material ini melelah pada suhu 4.215 ^{o}C. Menurut kalian bagaimana cara melelehkan material ini? Karena jika menggunakan pemanas yang terbuat dari material lain maka sebelum mencapai suhu 4.215 ^{o}C pemanas sendiri sudah lebih dahulu meleleh.

58) Kurva pada Gambar 10.82 menunjukkan kapasitas kalor sejumlah zat. Satuan dalam sumbu vertikal adalah nR di mana n adalah jumlah mol zat dan R adalah konstanta zat umum (= 8,314 J/K mol). Perkirakan kapasitas kalor semua zat dalam grafik pada suhu 400 K.

Gambar 10.82 Gambar untuk soal nomor 58 (en.wikipedia.org).

59) Air adalah material yang paling sering digunakan sebagai bahan pendingin baik dalam bidang teknologi rendah maupun teknologi tinggi. Jelaskan keuntungan penggunaan air sebagai bahan pendingin dikaitkan dengan nilai kapasitas kalor yang dimiliki air.

60) Kalor laten peleburan air adalah 336 J/g. Sebuah pabrik es menghasilkan es batu 5 ton per hari. Bahan baku yang digunakan adalah air yang memiliki suhu 25 oC. Produk dari pabrik tersebut adalah balok-balok es batu yang memiliki suhu -5 oC. Berapakah energi listrik minimum yang dikonsumsi pabrik tersebut tiap hari?

61) Pada minyak goreng ada definisi titik asap, yaitu suhu ketika minyak goreng mulai mengeluarkan asap. Ini artinya pada suhu tersebut sebagian zat yang terkandung dalam minyak goreng mulai menguap dalam jumlah yang cukup banyak. Titik asal minyak goreng dari kelapa sawit adalah 235 oC. Kapasitas kalor rata-rata minyak goreng sekitar 2,2 J/g oC. Perkirakan kalor yang diserap 50 g minyak goreng yang semula memiliki suhu 25 oC hingga mencapai suhu titik asap di dalam panci penggorengan.

62) Gambar 10.83 menunjukkan perubahan suhu air katika dilakukan pemanasan dengan heater. Jumlah air yang dipanaskan adalah 5 kg. Dari gambar tersebut kalian hitung kalor yang diserap air sampai 30 detik dan sampi 50 detik sejak pemanasan.

Gambar 10.83 Gambar untuk soal nomor 62

63) Meteroit atau batu meteor memiliki titik leleh sekitar 1.700 K dan kalor jenis sekitar $2,56 \times 10^5$ J/kg. Ketika memasuki bumi, meteor tampak menyala karena mengalami pelelehan akibat gesekan dengan atmosfer (Gambar 10.84). Berapakah meteor saat melewati atmosfer bumi? Berapa kalir yang diperlukan untuk melenyapkan satu meteor yang memiliki massa 0,75 kg?

Gambar 10.84 Gambar untuk soal nomor 63 (rickietraeger.com)

64) Pada sebuah pabrik pengecoran besi dihasilkan 500 kg besi cor tiap hari. Proses pengecoran dimulai dengan melelehkan potongan-potongan besi,

mesukkan ke dalam cetakan lalu mendinginkan (Gambar 10.85). Besi memiliki mesaran berikut ini: titik leleh 1.538 ^{o}C, kalor laten peleburan 272 J/g, dan kalor jenis adalah 0,45 J/g. Misalkan potongan besi yang digunakan sebagai bahan bakar cor memiliki suhu 38 ^{o}C, tentukan total kalor yang dibutuhkan pabrik tersebut selama sehari.

Gambar 10.85 Gambar untuk soal nomor 64 (bonjorjaya.com)

65) Ketika suhu batang logam yang memiliki panjang mula-mula 1,6 meter diubah sebesar 50 ^{o}C maka terjadi perubahan panjang sebesar 0,00104 m. Berapakah koefisien muai batang?

66) Ketika suhu dinaikkan, batang aluminium yang semula memiliki panjang tepat 1 meter mengalami pertambahan panjang 0,000515 meter. Dari informasi tersebut hitung perubahan suhu.

67) Panci penggorengan yang terbuat dari stainless steel berlapis teflon memiliki diameter 25 cm. Suhu awal panci adalah 25 ^{o}C. Ke dalam panci dimasukkan minyak goreng yang memiliki titik asap 225 ^{o}C. Ketika dipanaskan dan minyak mulai mengeluarkan asap maka diameter panci mengalami perubahan sebesar berapakah?

68) Volum air raksa dalam termometer pada suhu 0 ^{o}C adalah 0,3 mL. Air raksa tersebut memiliki kolom dengan jadi-jadi 0,1 mm. Ketika suhu yang diukur dengan termometer adalah 50 ^{o}C, berapa kenaikan kolom air raksa dalam termometer?

69) Ketika suhu diubah dari 20 ^{o}C menjadi 40 ^{o}C volume air berubah sebesar 1 mL. Dari data tersebut hitung volume air pada suhu 40 ^{o}C

70) Pada suhu T_0 panjang sebuah batang logam adalah L_0. Suhu logam kemudian dinaikan sehingga berubah menurut persamaan $T = T_0 + kt$ di mana t adalah lama pemanasan dan k adalah konstanta. Pemanasan berlangsung secara merata. Dengan informasi ini, tentukan persamaan perubahan panjang batang sebagai fungsi waktu

71) Sebuah pemanas listrik menyuplai kalor dengan laju konstant ke dalam air. Air berada dalam wadah yang kedap kalor (tidak ada pertukaran kalor antara air dengan lingkungan di luar). Pemberian kalor tersebut menyebabkan suhu air berubah menurut persamaan $T = T_0 + kt$ dengan T_0 adalah suhu awal air, t adalah waktu dan k adalah konstanta. Misalkan massa jenis air pada suhu T_0 adalah ρ_0. Tentukan persamaan massa jenis air pada berbagai waktu sejak pemanasan dilakukan

72) Pada persambungan batangan beton atau besi pada jembatan disisakan celah untuk mengindari dorongan pada batang akibat pemuaian. Untuk menhindari bahaya bagi pengendara jalan, celah yang ada (kadang ada yang ukurannya cukup besar) ditutup dengan bahan dari karet. Jelaskan tujuan utama penggunaan bahan dari karet tersebuat

73) Salah satu yang dikhawatirkan para insinyur sipil ketika membuat beton adalah adanya air yang terperangkap dalam beton setelah beton kering. Air tersebut mengisi pori-pori dalam beton. Kira-kira apa yang dikhawatirkan para insinyur dengan adanya air tersebut?

74) Kalau kalian jalan-jalan ke mall seringkali melihat sejumlah keramik lantai lepas. Menurut kalian, penyebab utama lepasnya keramik tersebut adalah

75) Panjang bentangan kabel antara tiang sutet adalah 300 meter. Ketika suhu udara turun sebesar 25 ^{o}C berapakah perubahan panjang bentangan kabel? Kabel yang digunakan adalah tembaga.

76) Dua batang tembaga memiliki panjang yang sama tetapi diameter berbeda. Ketika mengalami perubahan suhu yang sama apakah panjang akhir dua batang tersebut tetap sama atau berbeda? Jelaskan jawaban kalian.

77) Ketika dipanaskan, logam mengalami pertambahan panjang $\Delta L = (\alpha \Delta T)L$. Dan kalau logam tersebut ditarik dengan gaya F maka logam mengalami pertambahan panjang yang memenuhi persamaan $\Delta L = (F / AY)L$ dengan A adalah luas penampang dan Y adalah modulus young. Jika dua persamaan tersebut disetarakan maka kita dapatkan $\alpha \Delta T = F / AY$ atau $F = \alpha AY \Delta T$. 4) Persamaan ini menyatakan bahwa kenaikan suhu menyebabkan benda dapat melakukan gaya. Modulus Young besi adalah ****. Berapa gaya yang dapat dilakukan besi yang memiliki luas penampang 4 cm2 ketika mengalami kenaikan suhu 50 ^{o}C?

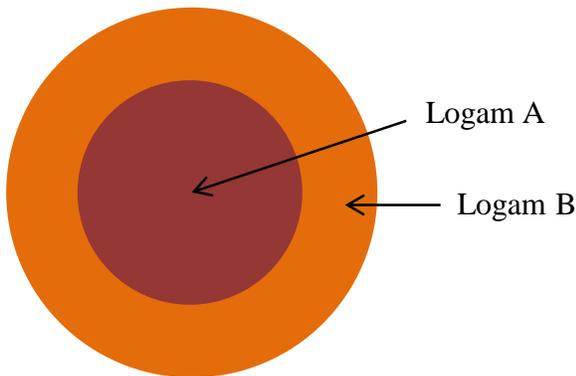
78) Silinder dan piston pada mesin kendaraan adalah tempat melakukan pembakaran bahan bakar. Proses pembakaran inilah yang menghasilkan tenaga gerak. Suhu pembakaran pada mesin bensin sekitar *** ^{o}C. Ukuran jari-jari luar piston dan jari-jari dalam silinder hampir sama *hanya menyisakan celah yang sangat kecil). Mengapa piston tidak terjepit akibat pemuaian pada suhu pembakran yang cukup tinggi tersebut?

79) Keramik yang dipasang di lantai terbuka dari sinar matahari mudah sekali lepas. Jelaskan dengan menggunakan hukum pemuaian.

80) Massa jenis logam bergantung pada suhu akibat peristiwa pemuaian. Secara umum massa jenis logam pada suhu T memenuhi persamaan

$$\rho(T) = \frac{\rho(T_0)}{1+\gamma(T-T_0)}$$

dengan $\rho(T_0)$ adalah massa jenis pada suhu T_o. Tentukan massa jenis besi pada suhu 300 °C dan 500 °C jika massa jenis pada suhu 20 °C adalah *** kg/m³.

81) Perhatikan Gambar 10.86. Logam A dijepit kuat oleh logam B. Jika koefisien muai panjang logam A lebih besar daripada koefisien muai panjang logam B maka logam A dapat dilepas dengan mudah dari logam B dengan cara menurunkan suhu. Jelaskan jawabannmu.

Gambar 10.86 Gambar untuk soal nomor 81.

82) Jika ke dalam gelas kaca dimasukkan air panas sedikit demi sedikit maka gelas tersebut kecil kemungkinan untuk pecah. Gelas akan mudah pecah jika air panas dimasukkan secara tiba-tiba dalam jumlah banyak. Jelaskan jawaban kalian menggunakan konsep pemuaian.

83) Ban mobil menjadi lebih kencang ketika melakukan perjalanan cukup jauh. Jelaskan mengapa?

84) Pada suhu 0 °C panjang sebuah batang adalah 105 cm. Pada suhu 10 °C panjang batang menjadi 105,0021 cm. Berapakah panjang batang pada suhu 320 °C?

85) Batang besi dan batang tembaga disambung. Pada suhu 100 °C panjang batang besi dan tembaga masing-masing 70 cm dan 80 cm. Berapakah panjang masing-masing batang pada suhu 0 °C dan 200 °C?

86) Pada suhu 20 ^{o}C diameter panci aluminium adalah 20 cm. Panci tersebut kemudian digunakan unruk memasak air. Perubahan diamater pancil pada saat air mendidih dibandingkan dengan diameter suhu 200 ^{o}C adalah?

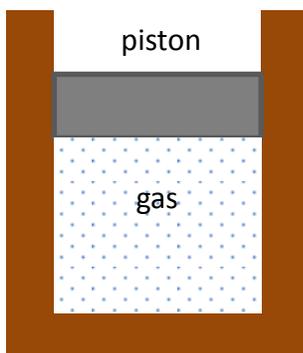
87) Salah satu penyebab terjadinya pelapukan batuan adalah peristiwa pemuaian. Batu yang terkena sinar matahari sepanjang siang mengalami kenaikan suhu secara merata hingga bagian dalam. Suhu permukaan dan bagian dalam batu hampir sama. Jika tiba-tiba turun hujan maka suhu permukaan turun secara tiba-tiba sedangkan suhu bagian dalam masih tteap tinggi. Jelaskan bahwa perbedaan suhu tersebut dapat menyebabkan batu pecah atau retak.

88) Sebuah benda melayang dalam air. Air berada dalam sebuah pancil. Panci kemudian dipanaskan sehingga suhu air meningkat. Lama-kelamaan tampak bahwa benda bergerak perlahan-lahan ke dasar panci. Jelaskan mengapa terjadi demikian.

89) Air berada dalam wadah aluminimum yang tertutup rapat. Suhu air dalam wadah adalah 10 ^{o}C dan air mengisi penuh wadah tersebut. Ketika wadah dipanaskan, apakah wadah tetap penuh berisi air?

90) Bahan kaca termometer hars memiliki koefisien muai panjang lebih kecil daripada cairan di dalamnya. Jelaskan mengapa demikian?

91) Panjang batang baja yang dipasang pada sebuah jembatan adalah 15 meter. Saat pemasangan, suhu batang tersebut adalah 20 ^{o}C. Para insinyur memperkirakan bahwa pancaran sinar matahari di lokasi jembatan dapat menaikkan suhu jempatan hingga 80 ^{o}C. Dari inmformasi tersebut berapa seharusnya lebar celah yang sisisakan bagi pemuaian baja tersebut?

92) Gas berada dalam piston seperti pada Gambar 10.87. Piston dapat bergerak bebas sehingga tekanan yang dialami gas selalu sama. Misalkan pada suhu 300 K volu gas dalam piston adalah 1,5 liter. Berapakah volume gas jika suhu dinaikkan menjadi 450 K dan diturungkan menjadi 250 K? Berapakan koefisien mulai volum gas pada suhu sekitar 300 K?

Gambar 10.87 Gambar untuk soal nomor 92.

93) Pada siang hari terjadi angin laut yaitu angin yang mengalir dari laut ke darat sedangkan pada malam hari terjadi angin darat yaitu angin yang

mengalir dari darat ke laut. Itu sebabnya para nelayan trandisional (memanfaatkan angin sebagai penggerak perahu) melaut pada malam hari dan kembali ke pantai siang hari. Jelaskan terjadinya kedua jenis angin tersebut menggunakan konsep pemuaian termal.

94) Ditinjau dari konsep atom atau molekul penyusun zat, coba kalian jelaskan mengama gas lebih mudah memuai dibandingkan dengan zat cair atau zat padat dan mengapa zat cair lebih mudah memuai dibandingkan dengan zat padat.

95) Coba kalian diskusikan dengan teman-teman mencari penjelasan mengapa zat padat yang berbeda memiliki koefisien muai yang berbeda. Penjelasan kalian harus memperhatikan sifat-sifat atom penyusun zat tersebut.

96) Kalian memanasakan air 1 liter yang bersuhu 20 ^oC. Pada saat mendidih, menjadi berapakah volume air tersebut jika dianggap hilangnya air akibat penguapan dapat dibaikan.

97) Sebuah benda yang tidak diketahui massa maupun jenis bahan penyusunnya memiliki kapasitas kalor 0,54 kkal/^oC. Benda tersebut ditempatkan di sekitar api unggun sehingga mengalami kenaikan suhu sebesar 9,5^oC. Berapa kalor yang telah diserap benda tersebut?

98) Berapa energi yang diperlukan untuk meleburkan 100 g timah putih padat pada titik lebur sehingga menjadi cair seluruhnya

99) Batang baja pada sebuah jembatan memiliki panjang 8 m ketika dilakukan pemasangan. Pemasangan dilakukan pada siang hari di mana suhu udara sekitar 28 ^oC. Suatu saat di daerah tersebut terjadi kenaikan suhu yang sangat tinggi. Suhu batang baja jembatan naih hingga menjadi 45 ^oC. Data teknik menunjukkan bahwa koefisien muai panjang baja adalah 12×10^{-6} $^oC^{-1}$. Berapakah pertambahan panjang batang baja tersebut?

Bab 12
GAS dan
TERMODINAMIKA

Sifat-sifat gas telah menarik minat peneliti sejak jaman dahulu. Hal ini mendorong mereka untuk menyelidiki sifat-sifat tersebut secara ilmiah. Kita mengenal ilmuwan-ilmuwan yang memulai kajian ilmiah sifat-sifat gas seperti Robert Boyle (1697-1691), Jacques Charles (1746-1823), dan Joseph Gay-Lussac (1778-1850). Sehingga hukum-hukum gas diberi nama sesuai dengan nama mereka sebagai penghargaan. Pada bab ini kita akan mempelajari hukum-hukum gas yang ditemukan secara empirik (eksperimen) dan teori kinetik gas yang merupakan penerapan hukum dinamika Newton pada molekul-molekul gas serta aplikasinya dalam termodinamika.

12.1 Gas Ideal

Gas yang akan kita bahas di sini adalah gas ideal. Gas ideal sebenarnya tidak ada di alam. Gas ideal merupakan penyederhanaan atau idealisasi dari gas yang sebenarnya (gas nyata) dengan membuang sifat-sifat yang tidak terlalu signifikan sehingga memudahkan analisis. Namun orang dapat menciptakan kondisi sehingga gas nyata memiliki

sifat-sifat yang mendekati sifat-sifat gas ideal. Beberapa sifat gas ideal sebagai berikut.

Sifat 1: ***Tidak ada interaksi antar molekul-molekul gas***

Antar molekul gas tidak ada gaya tarik-menarik atau tolak-menolak meskipun jarak antar molekul sangat dekat. Interaksi yang terjadi antar molekul gas hanyalah tumbukan antar molekul yang sifatnya elastik sempurna. Setelah tumbukan tidak terjadi perubahan energi kinetik total molekul. Sebaliknya pada gas nyata ada tarikan antar molekul-molekulnya jika jarak antar molekul sangat dekat. Gaya tarik menarik inilah yang menyebabkan gas dapat mencair. Sedangkan gas ideal tidak dapat mencair.

Gas nyata mendekati sifat gas ideal jika jarak rata-rata antar molekul sangat jauh sehingga gaya tarik antar molekul dapat dianggap nol. Jarak antar molekul yang besar dapat dicapai dengan memperkecil tekanan gas dan meperbesar suhunya (jauh di atas titik didih).

Sifat 2: ***Molekul-molekul gas dapat dipandang sebagai partikel-partikel yang ukurannya dapat diabaikan (dapat dianggap nol).***

Dengan anggapan ini ruang yang ditempati gas ideal dapat dianggap semuanya ruang kosong karena volume total semua partikel gas dapat dianggap nol. Kondisi ini juga dapat didekati oleh gas nyata pada tekanan rendah dan suhu tinggi di mana jarak rata-rata antar molekul jauh lebih besar daripada diameter molekul gas.

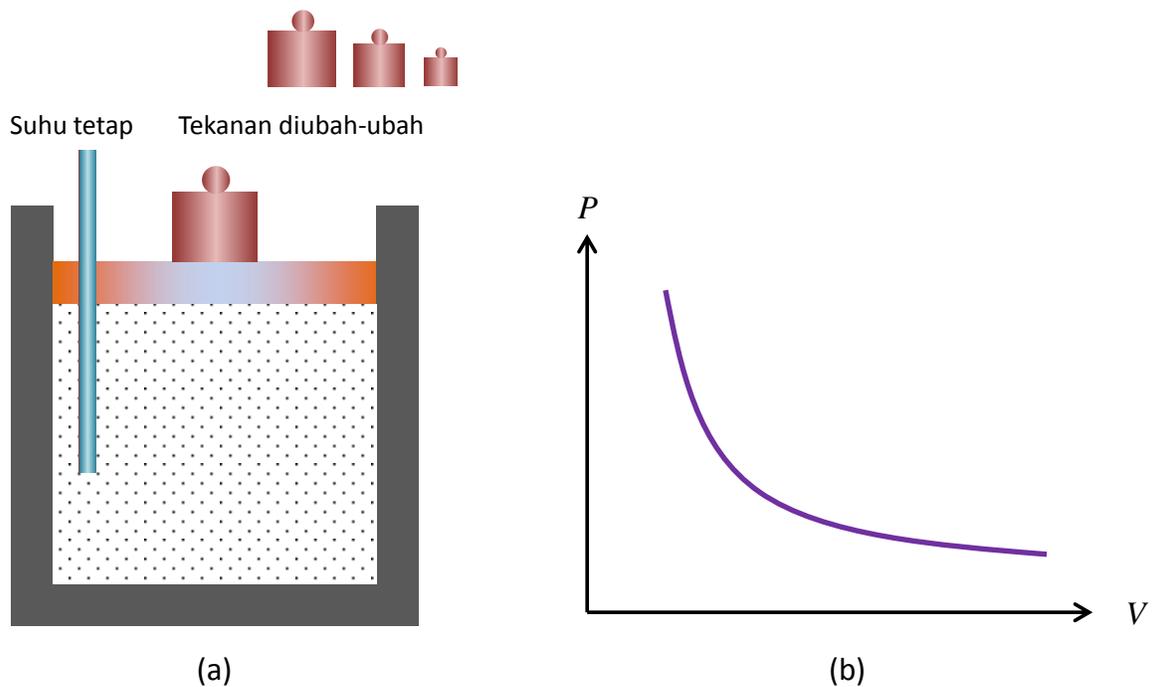
Sifat 3: ***Dalam satu wadah partikel gas bergerak secara acak ke segala arah. Tumbukan antar molekul gas maupun tumbukan antar molekul gas dengan dinding wadah bersifat elastik sempurna sehingga energi kinetik total molekul-molekul gas selalu tetap***.

Setelah mendefinisikan sifat-sifat yang dimiliki gas ideal, mari kita

membahas sifat-sifat makroskopik gas tersebut. Sifat makroskopik gas ideal diawali dengan kajian eksperimen. Dari kajian tersebut dibangunlah rumus empiris yaitu rumus yang diduga memenuhi data-data pengamatan. Kemudian para fisikan membangun landasan teoretik mengapa sifat-sifat gas ideal seperti apa yang diamati (diukur).

12.2 Hukum Boyle

Robert Boyle mengukur sifat-sifat gas dalam keadaan yang mendekati keadaan gas ideal. Boyle mencapai kesimpulan bahwa

Pada suhu tetap maka volume gas berbanding terbalik dengan tekanannya.

Gambar 12.1 (a) Skema percobaan Boyle. (b) Hubungan antara volum dan tekanan gas pada suhu konsntan. Tekanan gas berbanding terbalik dengan volum.

Pernyataan di atas dapat ditulis $V \propto 1/P$, dengan V volum dan P tekanan.

Hubungan ini dapat dutilis sebagai $V = C_1 / P$, atau

$$PV = C_1 \qquad (12.1)$$

dengan C_1 adalah konstanta. Persamaan (12.1) dikenal dengan hukum Boyle. Jika digambarkan pada diagram P dan V (V adalah sumbu datar dan P adalah sumbu vertikal) maka jika tekanan atau volum gas diubah-ubah pada suhu tetap, maka nilai tekanan dan volum pada berbagai keadaaan berada pada kurva di Gambar 12.1.

12.3 Hukum Gay-Lussac

Gay-Lussac mengamati perubahan tekanan gas jika suhunya diubah-ubah dengan mempertahankan volume gas agar tetap. Gay-Lussac mendapatkan kesimpulan

Pada volume tetap, tekanan gas berbanding lurus dengan suhunya

Pernyataan di atas dapat ditulis $P \propto T$, dengan T adalah suhu. Hubungan ini dapat dutilis sebagai $P = C_2 T$, atau

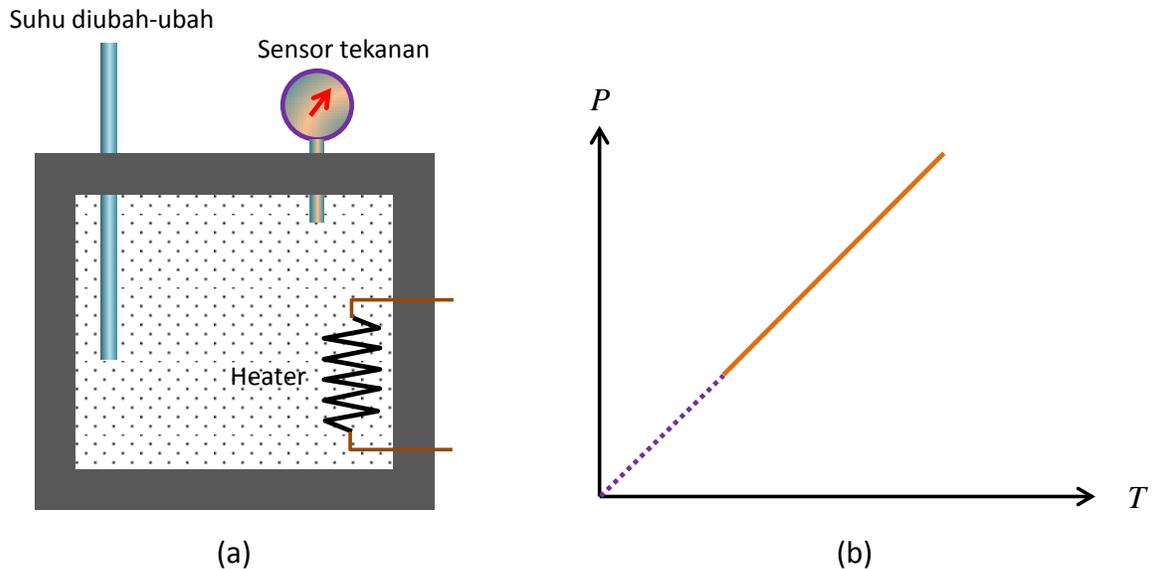
$$\frac{P}{T} = C_2 \qquad (12.2)$$

dengan C_2 adalah konstanta. Persamaan (12.2) dikenal dengan hokum Gay-Lussac.

Jika digambarkan pada diagram P dan T (T adalah sumbu datar dan P adalah sumbu vertical) maka jika suhu atau tekanan gas diubah-ubah pada volum tetap, maka nilai tekanan dan suhu pada berbagai keadaaan berada pada garis lurus seperti pada Gambar 12.2.

12.4 Hukum Charles

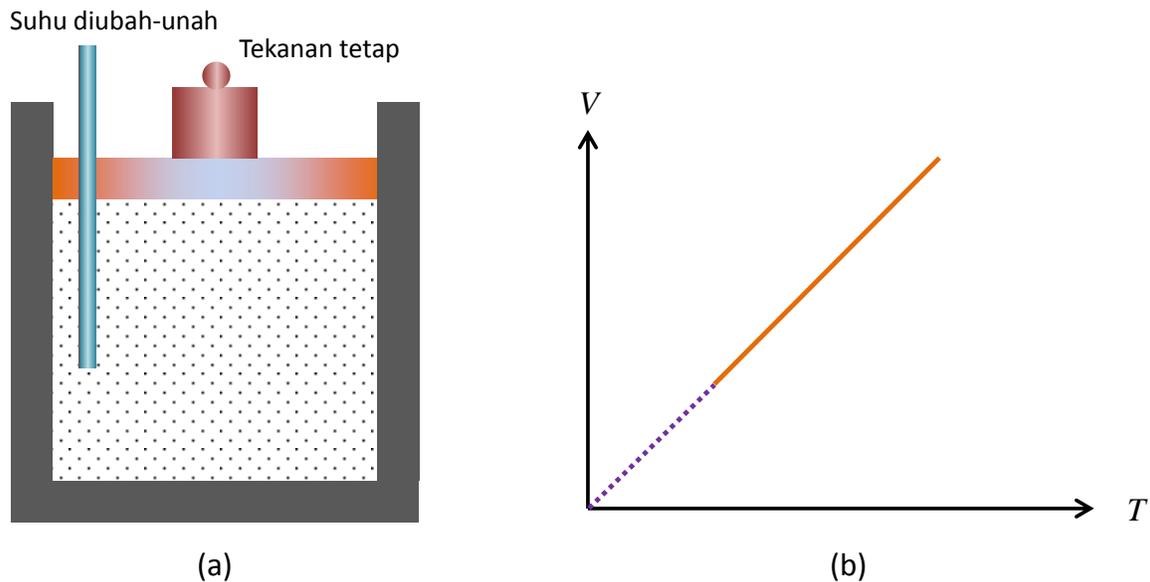
Charles mengamati sifat gas yang mendekati sifat gas ideal pada tekanan tetap. Ia mengamati perubahan volum gas pada berbgai suhu. Charles sampai pada kesimpulan bahwa

Jika tekanan gas dipertahankan konstant maka volum gas berbanding terbalik dengan suhunya

Gambar 12.2 (a) Skema percobaan Gay-Lussac. (b) Hubungan antara suhu dan tekanan gas pada volum konsntan. Tekanan berbanding lurus dengan suhu sebagaimana diungkapkan oleh hukum Gay-Lussac.

Pernyataan di atas dapat ditulis $V \propto T$. Hubungan ini dapat dutilis sebagai $V = C_3 T$, atau

$$\frac{P}{T} = C_3 \qquad (12.3)$$

dengan C_3 adalah konstanta. Persamaan (12.3) dikenal dengan hukum Charles.

Jika digambarkan pada diagram V dan T (T adalah sumbu datar dan V adalah sumbu vertical) maka jika suhu atau volum gas diubah-ubah pada tekanan tetap, maka nilai volum dan suhu pada berbagai keadaaan berada pada garis lurus seperti pada Gambar 12.3.

Gambar 12.3 (a) Skema percobaan Charles. (b) Hubungan antara suhu dan volum gas pada tekanan konsntan. Volum berbanding lurus dengan suhu sebagaimana diungkapkan oleh hokum Charles.

12.5 Hukum Gas Umum

Persamaan (12.1) sampai (12.3) merupakan hasil pengamatan pada gas yang mendekati sifat gas ideal. Tiap persamaan mengubungkan dua besaran gas, yaitu P dan V, P dan T, dan V dan T. Adakah suatu persamaan yang menghubungkan ke tiga besaran tersebut sekaligus? Jawabannya ada. Ternyata, tiga buah hukum gas yang tertera pada persamaan (12.1) sampai (12.3) dapat dilebur menjadi satu persamaan

$$\frac{PV}{T} = C_4 \quad (12.4)$$

dengan C_4 adalah konstanta.

a) Pada persamaan (12.1), nilai C_1 bergantung pada suhu. Pada suhu yang berbeda, nilai C_1 juga berbeda.

b) Pada persamaan (12.2), nilai C_2 bergantung pada volum gas. Pada volum berbeda, nilai C_2 juga berbeda.

c) Pada persamaan (12.3), nilai C_3 bergantung pada tekanan gas. Pada tekanan berbeda, nilai C_3 juga berbeda.

d) Tetapi pada persamaan (12.4), nilai C_4 tidak bergantung pada suhu, tekanan, maupun volum gas. Pasa suhu, tekanan, dan volum berapa pun, nilai C_4 selalau sama.

Oleh karena kekhasan tersebut, para ahli tertarik menentukan nilai C_4 tersebut. Dan ternyata dari hasil pengukuran diperoleh

$$C_4 = nR \tag{12.5}$$

dengan n jumlah mol gas dan R disebut konstanta gas umum yang memiliki nilai 8,315 J/(mol K). Dari persamaan (12.4) dan (12.5) diperoleh satu persamaan yang berlaku untuk semua gas ideal atau gas nyata yang mendekati sifat gas ideal, yaitu

$$\frac{PV}{T} = nR \tag{12.6}$$

Persamaan (12.6) disebut **persamaan gas umum**.

Contoh 12.1

Sebanyak 0,2 mol gas ideal berada dalam wadah yang volumnya

10 L dan tekanannya 1 atm. (a) Berapakah suhu gas tersebut? (b) Berapakah volum gas jika suhunya dijadikan setengahnya dan tekanannya dilipatduakan?

Jawab

Diberikan dalam soal n = 0,2 mol, V = 10 L = 10 × 10^{-3} m^3 = 0,01 m^3, dan P = 1 atm = 10^5 Pa.

(a) Dengan menggunakan persamaan (12.6) maka suhu adalah

$$T = \frac{PV}{nR} = \frac{10^5 \times 0{,}01}{0{,}2 \times 8{,}315} = 601 \text{ K}$$

(b) Jika suhu diturunkan menjadi setengah T = 0.5 × 601 = 300,5 K, dan tekanan digandakan P = 2 × 10^5 Pa, maka volum gas menjadi

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{0{,}2 \times 8{,}315 \times 300{,}5}{2 \times 10^5} = 0{,}0025 \text{ m}^3 = 2{,}5 \text{ L.}$$

Contoh 12.2

Tentukan volum 1,0 mol gas ideal pada STP (“standard of temperature and pressure”).

Jawab

STP adalah keadaan dengan suhu dan tekanan yang ditetapkan sebagai standar. Yang ditetapkan sebagai suhu standar adalah T = 273 K dan yang ditetapkan sebagai tekanan standar adalah P = 1,00 atm = 1,013 × 10^5 Pa. Jadi, volum 1,0 mol gas ideal pada STP adalah

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{1{,}0 \times 8{,}315 \times 273}{1{,}013 \times 10^5}$$ = 22,4 × 10^{-3} m3 = 22,4 L

12.6 Teorema Ekipartisi Energi

Molekul-molekul gas ideal dalam suatu wadah bergerak dalam arah sembarang. Namun, arah semabarang tersebut selalu dapat diuraikan atas tiga arah yang saling tegak lurus, yaitu: sejajar sumbu x, sejajar sumbu y, dan sejajar sumbu z (Gambar 12.4). Makin besar suhu gas maka makin besar kecepatan gerak molekulnya, yang berarti makin besar energi kinetiknya. Pertanyaan berikutnya adalah, adakah persamaan yang mengubungkan energi kinetik molekul gas ideal dengan suhu gas tersebut? Jawabannya diberikan oleh teorema partisi energi. Teori ini menyatakan bahwa

Energi rata-rata untuk tiap derajat kebebasan yang dimiliki molekul sama dengan kT/2,

dengan

k adalah tetapan Boltzmann = 1,38 × 10^{-23} J/K;

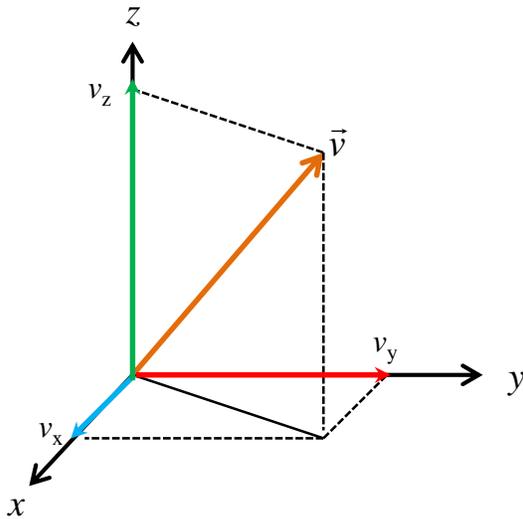
T adalah suhu gas (K).

Apa yang dimaksud dengan energi untuk tiap derajat kebebasan di sini? Mari kita bahas. Molekul dalam ruang tiga dimensi (misalnya dalam wadah) dapat bergerak dengan bebas dalam tiga arah sembarang, yaitu arah sumbu x, arah sumbu y, dan arah sumbu z. Dalam keadaan demikian, molekul gas dikatakan memiliki tiga derajat kebebasan gerak. Energi rata-rata yang berkaitan dengan gerak molekul gas, yaitu energi kinetik gas tersebut pada suhu T menjadi

$$3 \times \frac{1}{2} kT = \frac{3}{2} kT$$

Misalkan wadah dibuat sangat tipis sehingga dapat dianggap

molekul hanya mungkin bergerak secara bebas dalam dua arah saja, yaitu arah x dan arah y maka dikatakan molekul memiliki dua derajat kebebasan gerak. Dengan demikian, energi rata-rata yang berkaitan dengan gerak molekul, yaitu energi kinetiknya, adalah

$$2 \times \frac{1}{2} kT = kT$$

Gambar 12.4 Kecepatan partikel gas selalu dapat diurakan atas tiga komponen kecepatan yang sejajar sumbu *x*, sejajar sumbu *y*, dan sejajar sumbu *z*.

Terakhir, misalnya wadah berbentuk pipa dengan diameter sangat kecil sehingga molekul hanya bisa bergerak dengan bebas sepanjang pipa, maka dikatakan molekul memiliki satu derajat kekebabasan gerak. Energi rata-rata yang berkaitan dengan gerak molekul, energi kinetiknya, menjadi

$$1 \times \frac{1}{2} kT = \frac{1}{2} kT$$

Contoh 12.3

Dalam suatu kotak terdapat 10^{21} molekul gas ideal. Suhu gas tersebut 27 ^oC. Berapakah energi kinetik total rata-rata molekul-molekul gas ideal tersebut?

Jawab

Berdasarkan informasi soal suhu gas adalah T = 27 + 273 = 300 K dan jumlah molekul gas, N = 10^{21} molekul. Karena gas berada dalam kotak maka jumlah derajat kebasan gerak adalah tiga. Dengan demikian, energi kinetik rata-rata satu molekul gas adalah

$$\varepsilon = 3 \times \frac{1}{2} kT = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1,38 \times 10^{-23} \times 300 = 6,2 \times 10^{-21} \text{ J.}$$

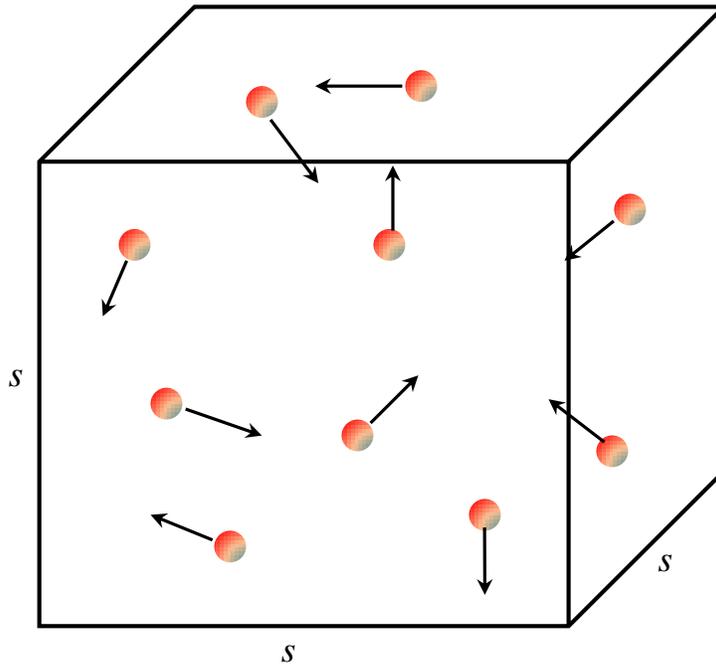
Energi kinetik total rata-rata semua molekul gas adalah

$$E = N\varepsilon = 10^{21} \times 6,2 \times 10^{-21} = 6,2 \text{ J}$$

12.7 Teori Kinetik Gas Ideal

Hukum Boyle, Gay-Lussac, Charles, maupun hukum gas umum semuanya didapat dari hasil pengukuran. Pertanyaan selanjutnya adalah adakah landasan teori bagi hukum-hukum tersebut? Bisakah persamaan-persamaan gas yang diperoleh dari haril eksperimen tersebut diturunkan secara teori? Jawabannya ternyata bisa! Dan ini yang akan kita pelajari sekarang.

Mari kita tinjau gas yang berada dalam kubus tertutup dengan panjang sisi s (Gambar 12.5). Walaupun kita pilih wadah berbentuk kubus, namun hasil yang diperoleh berlaku untuk semua bentuk wadah. Misalkan jumlah partikel gas dalam kubus tersebut N yang nilainya sangat besar. Molekul-molekul bergerak dalam arah sembarang. Selanjutnya kita tinjau molekul yang memiliki komponen kecepatan dalam arah y yang memiliki nilai rata-rata sebesar v_y. Molekul bergerak ke kanan dengan

komponen kecepatan $+v_y$. Molekul tersebut lalu dipantulkan oleh dinding kanan secara elastik sempurna sehingga bergerak balik dengan komponen kecepatan arah y sebesar $-v_y$ (Gambar 12.6).

Gambar 12.5 Partikel-partikel gas berada dalam kubus dengan sisi *s*. Partikel-partikel gas bergerak secara random, baik dalam arah maupun besar kecepatan (laju).

Jika massa satu molekul adalah m maka:

i) Momentum satu molekul sebelum menumbuk dinding kanan adalah

$$p_1 = mv_y \quad (12.7)$$

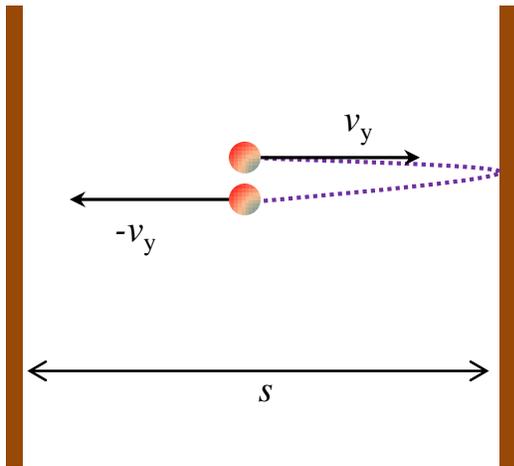
ii) Momentum satu molekul setelah menumbuk dinding kanan adalah

$$p_2 = m(-v_y) = -mv_y \quad (12.8)$$

iii) Perubahan momentum molekul akibat tumbukan

$$\Delta p = p_2 - p_1$$

$$= -mv_y - mv_y$$

$$= -2mv_y \quad (12.9)$$

Gambar 12.6 Partikel bergerak bolak balik antara dua dinding dalam arah sumbu-*y*. Tumbukan dengan dinding bersifat elastik sempurna sehingga setelah dipantulkan dinding partikel bergerak balik dengan laju yang sama (tidak ada kehilangan energi kinetik.

Berdasarkan hukum II Newton, gaya yang dilakukan dinding pada molekul adalah

$$F_{md} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-2mv_y}{\Delta t} \quad (12.10)$$

Berdasarkan hukum III Newton, gaya yang dilakukan molekul pada dinding sama dengan gaya yang dilakukan dinding pada molekul tetapi berlawanan arah. Dengan demikian

$$F_{dm} = -F_{md} = \frac{2mv_y}{\Delta t} \qquad (12.11)$$

Molekul bergerak bolak-balik antara dinding kiri dan kanan. Molekul akan kembali dipantulkan oleh dinding yang sama setelah menempuh jarak ℓ = 2s. Dengan demikian, selang waktu terjadinya tumbukan berurutan adalah

$$\Delta t = \frac{\ell}{v_y} = \frac{2s}{v_y} \qquad (12.12)$$

Dengan menggabungkan persamaan (12.11) dan (12.12) iperoleh

$$F_{dm} = \frac{2mv_y}{2s/v_y}$$

$$= \frac{mv_y^2}{s} \qquad (12.13)$$

Luas satu dinding adalah s^2. Maka tekanan yang dilakukan satu molekul pada dinding adalah

$$p = \frac{F_{dm}}{s^2}$$

$$= \frac{mv_y^2}{s^3}$$

$$= \frac{mv_y^2}{V} \quad (12.14)$$

dengan $V = s^3$ adalah volume wadah (kubus). Tekanan rata-rata yang dilakukan satu molekul pada dinding adalah

$$\langle p \rangle = \left\langle \frac{mv_y^2}{V} \right\rangle = \frac{\langle mv_y^2 \rangle}{V} \quad (12.15)$$

Karena terdapat N molekul dalam wadah maka tekanan total yang dihasilkan semua molekul pada dinding adalah

$$P = N\langle p \rangle$$

$$= \frac{N\langle mv_y^2 \rangle}{V}$$

$$= \frac{2N}{V}\left\langle \frac{1}{2} mv_y^2 \right\rangle$$

$$= \frac{2N}{V}\langle K_y \rangle \quad (12.16)$$

Lihat, $\langle K_y \rangle$ adalah energi kinetik rata-rata dalam arah sumbu-y.

Energi ini dihasilkan oleh satu derajat kebebasan gerak. Dengan demikian, berdasarkan teorema ekipartisi energi, kita dapatkan

$$\langle K_y \rangle = \frac{1}{2}kT \quad (12.17)$$

Selanjutnya substitusi (12.7) ke dalam (12.6) diperoleh

$$P = \frac{2N}{V} \times \frac{1}{2}kT = \frac{NkT}{V} \quad (12.18)$$

Jika n adalah jumlah mol gas dan N_A adalah bilangan Avogadro maka berlaku $N = n\, N_A$. Dengan demikian

$$P = \frac{n(N_A k)T}{V}$$

Dengan mendefinisikan $N_A\ k = R$ maka diperoleh persamaan yang tidak lain daripada persamaan gas umum, yaitu

$$P = \frac{nRT}{V} \quad (12.6)$$

Contoh 12.4

Berapa massa jenis gas oksigen pada STP. Massa molekul oksigen adalam 32,0 sma.

Jawab

Jumlah mol gas oksigen per satuan volum pada kondidi STP adalah

$$\frac{n}{V} = \frac{P}{RT} = \frac{1{,}013\times 10^5}{8{,}315\times 273} = 44{,}6 \text{ mol/m}^3$$

Karena massa molekul oksigen adalah 32,0 sma maka massa satu mol molekul oksigen adalah 32 g = 0,032 kg. Dengan demikian, massa jenis gas oksigen adalah

$$\rho = 0{,}032\times\frac{n}{V} = 0{,}032\times 44{,}6 = 1{,}4 \text{ kg/m}^3$$

12.8 Laju rms

Salah satu besaran penting yang dimiliki molekul gas adalah laju rms. Rms adalah ringkatan dari *root mean square* (akar rata-rata kuadrat). Kecepatan ini diperoleh dengan terlebih dahulu mengkuadratkan kecepatan, kemudian menentukan rata-ratanya, dan menarik akar dari harga rata-rata tersebut. Untuk menentukan kecepatan rms, mari kita lakukan tahap berikut ini.

Kecepatan molekul gas secara umum memenuhi

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} \tag{12.19}$$

Kuadrat dari kecepatan tersebut adalah

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \tag{12.20}$$

Energi kinetik total satu molekul gas adalah

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2$$

$$= K_x + K_y + K_z \qquad (12.21)$$

dengan K_x, K_y, dan K_z masing-masing energi kinetik yang berkaitan dengan komponen gerak arah x saya, arah y saja, dan arah z saja. Energi kinetik rata-rata adalah

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \langle K_x \rangle + \langle K_y \rangle + \langle K_z \rangle$$

Karena K_x, K_y, dan K_z masing-masing mengandung satu derajat kebebasan gerak, maka berdasarkan teorema ekipartisi energi, harga rata-ratanya memenuhi $K_x = kT/2$, $K_y = kT/2$, dan $K_z = kT/2$. Substitusi ke dalam persamaan (12.21) diperoleh

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = \frac{3}{2}kT$$

atau

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m} \qquad (12.22)$$

Dengan demikian, laju rms adalah

$$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \qquad (12.23)$$

Contoh 12.5

Berapakah laju rms molekul oksigen pada suhu 100 ^{o}C? Masa atomic molekul oksigen adalah 32, sedangkan 1 sma = 1,67 × 10^{-27} kg.

Jawab

Massa atom oksigen m = 32 × 1,67 × 10^{-27} = 5,344 1,67 × 10^{-26} kg dan suhu gas T = 100 oC = 100 +273 = 373 K. Laju rms adalah

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3\times(1{,}38\times10^{-23})\times373}{5{,}344\times10^{-26}}} = \sqrt{2{,}9\times10^{5}} \quad = 538 \text{ m/s}$$

12.9 Energi Dalam Gas Ideal

Dalam wadah yang bersuhu T, molekul gas selalu bergeral dengan acak ke segala arah. Jika energi yang dimiliki molekul gas hanya disumbangkan oleh geraknya, maka energi rata-rata yang dimiliki satu molekul gas adalah

$$\langle \varepsilon \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle$$

$$= \left\langle \frac{1}{2} m v_x^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2} m v_y^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2} m v_z^2 \right\rangle \qquad (12.24)$$

Dengan menggunaka teorema ekipartisi energi maka diperoleh

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT$$

$$= \frac{3}{2}kT \qquad (12.25)$$

Jika terdapat n mol gas, maka jumlah molekul gas adalah $N = nN_A$. Energi total semua molekul gas menjadi

$$U = N\langle \varepsilon \rangle$$

$$= nN_A\left(\frac{3}{2}kT\right)$$

$$= \frac{3}{2}nRT \qquad (12.26)$$

di mana kita telah menggunakan hubungan $N_A k = R$. Persamaan (12.26) dikenal dengan energi dalam gas ideal.

Contoh 12.6

Pada suhu 73 ^{o}C energi dalam gas ideal adalah 500 J. Berapakah jumlah mol gas?

Jawab

Dengan menggunakan persamaan (12.26) mama

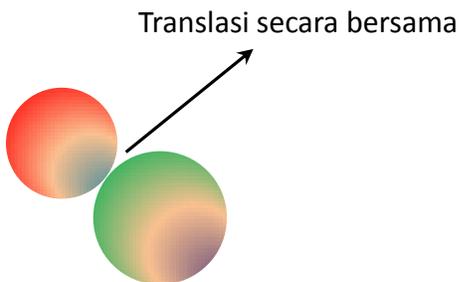
$$n = \frac{2U}{3RT} = \frac{2\times 500}{3\times 8{,}315\times(73+273)} = 0{,}12 \text{ mol}$$

Gas monoatomik dan diatomik.

Persamaan (12.26) selalu berlaku untuk gas yang partikelnya hanya terdiri dari satu atom. Gas semacam ini disebut gas monoatomik. Contoh gas monoatomik adalah helium, neon, argon, dan krypton.

Jika satu partikel gas mengandung lebih dari satu atom, maka persamaan energi dalam akan berbeda jika suhu berbeda. Sebagai contoh, kita tinjau gas yang partikelnya tersusun oleh dua tom. Gas semacam ini disebut gas diatomic. Contoh gas diatomic adalah O_2, H_2, Cl_2, dan F_2. Untuk gas diatomik maka terjadi sujumlah mekanisme berikut ini.

i) Jika suhu gas diatomik cukup rendah, maka jarak antar atom hampir tidak mengalami perubahan. Energi yang dimiliki tiap partikel gas praktis hanya energi geraknya (Gambar 12.7). Dengan demikian, ungkapan *energi dalam gas diatomik pada suhu rendah* sama dengan untuk gas monoatomik, yaitu

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

Gambar 12.7 Pada suhu rendah energi molekul diatomik hanya berasal dari gerak translasi secara bersama dua atom penyusun molekul.

ii) Jika suhu gas diatomik dinaikkan maka getaran mendekat dan menjauh atom penyusun molekul gas mulai terjadi (Gambar 12.8). Atom-atom gas dikatakan bervibrasi. Vibrasi tersebut menyebabkan munculnya dua derajat kebebasan baru yaitu perubahan jarak dua atom, x, dan kecepatan relatid dua atom, v. Perubahan jarak dua atom melahirkan energi potensial $u_1 = kx^2/2$ dan kecepatan relatif dua atom melahirkan energi kinetik $K_1 = mv^2/2$. Karena tiap energi vibrasi memiliki satu derajat kebebasan, yaitu kebebasan posisi, maka berdasarkan teorema ekipartisi energi, energi rata-ratanya memenuhi

$$\langle u_1 \rangle = \frac{1}{2}kT$$

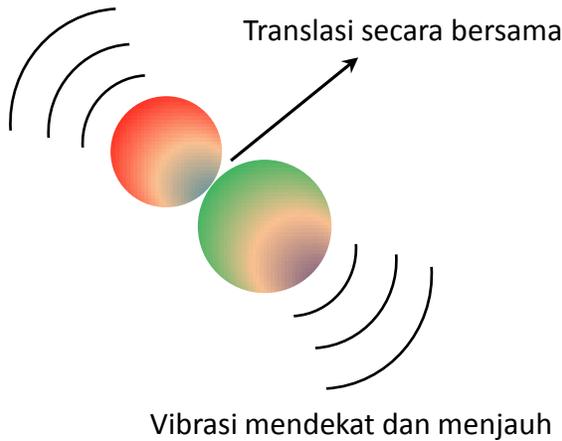
$$\langle K_2 \rangle = \frac{1}{2}kT$$

Energi tiap molekul gas diatomic pada suhu sedang menjadi

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2}kT + \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT$$

$$= \frac{5}{2}kT$$

Jika terdapat n mol gas, maka *energi dalam gas diatomik pada suhu sedang* adalah

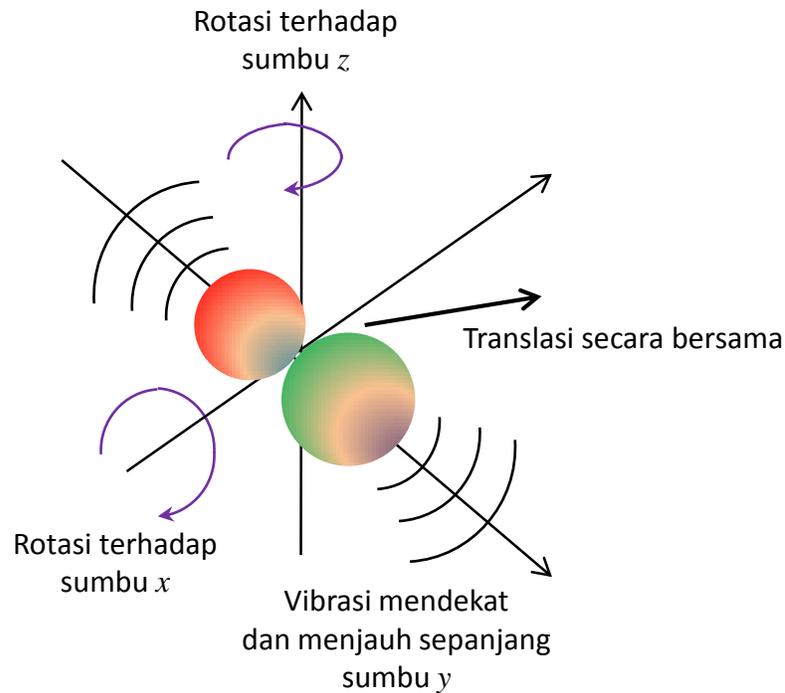
$$U = \frac{5}{2}nRT \qquad (12.27)$$

Gambar 12.8 Vibrasi molekul diatomik

iii) Jika suhu dinaikkan lagi maka muncul rotasi molekul terhadap pusat massanya. Rotasi yang terjadi memiliki dua kemungkinan arah seperti yang ditunjukkan pada Gambar 12.9. Rotasi yang dapat terjadi adalah rotasi mengelilingi sumbu x dan rotasi mengelilingi sumbu z. Tidak dapat terjadi rotasi mengelilingi sumbu y karena sumbu y sejajar dengan sumbu molekul. Tiap arah rotasi mengasilkanj energi kinetik rotasi masing-masing. Dengan teorema ekipartisi energi, energi rata-rata untuk masing-masing rotasi adalah $kT/2$. Dengan demikian, energi tiap molekul gas diatomic pada suhu yang cukup tinggi menjadi

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{5}{2}kT + \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT$$

$$= \frac{7}{2}kT$$

Jika terdapat n mol gas, maka *energi dalam gas diatomik pada suhu tinggi* adalah

$$U = \frac{7}{2}nRT \qquad (12.28)$$

Gambar 12.9 Rotasi molekul diatomik pada suhu tinggi

Perlu ditekankan di sini bahwa suhu rendah, suhu sedang, dan suhu tinggi berbeda untuk gas yang berbeda. Bisa terjadi suhu rendah bagi satu gas merupakan sugu tinggi bagi gas lain. Lalu apa definisi yang tepat untuk suhu rendah, suhu sedang, dan suhu tinggi?

a) Suhu rendah adalah suhu ketika gerak rotasi molekul gas diatomik belum muncul.

b) Suhu sedang adalah suhu ketika gerak rotasi molekul sudah muncul tetapi gerak vibrasi belum muncul.

c) Suhu tinggi adalah suhu kerika gerak vibrasi molekul sudah muncul.

Suhu-suhu tersebut berbeda untuk gas yang berbeda.

12.10 Persamaan untuk Gas Nyata

Kita sudah mempelajari gas ideal dan mendapatkan persamaan umum seperti pada persamaan (12.6). Bagaimana dengan gas nyata yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari? Bagaimana persamaan untuk gas tersebut? Sebab, kalau kita hanya bergelut dengan gas ideal kita tidak akan dapat menjelaskan peristiwa pencairan dan pembekuan gas. Fenomena ini hanya mungkin terjadi jika ada tarikan anatar molekul-molekul gas.

Van der Walls adalah orang yang pertama membangun persamaan untuk gas nyata. Ide van der Walls adalah sebagai berikut. Mari kita tulis ulang persamaan gas ideal dengan mengungpaknan tekana sebagai fungsi suhu dan volum

$$P = \frac{nRT}{V}$$

i) Walaupun ukuran molekul gas kecil, tetapi jika volume sejumlah besar molekul tersebut dijumlahkan akan diperoleh nilai volume tertentu. Oleh karena itu volum yang tertulis pada persamaam (12.6) merupakan jumlah volum ruang kosong dan volume total semua molekul.

ii) Volume total yang dimiliki semua molekul gas bergantung pada jumlah mol-nya. Makin besar jumlah molnya, yang berarti makin banyak molekul gas, maka makin besar volum total molekul-molekul gas. Sehingga dapat ditulis, volum total molekul gas

$$v = an \qquad (12.29)$$

dengan

n jumlah mol molekul gas;

a adalah konstanta yang bergantung pada jenis gas.

Dengan demikian, volum ruang kosong dalam wadah menjadi

$$V' = V - v$$
$$= V - an \quad (12.30)$$

dan persamaan gas ideal mengalami modifikasi menjadi

$$P = \frac{nRT}{V - na} \quad (12.31)$$

Hipotesis gas ideal menyatakan bahwa tidak ada tarikan antar molekul-molekul gas. Namun, untuk gas nyata, tarikan tersebut ada. Tarikan antar molekul gas menyebabkan molekul yang akan menumbuk dinding wadah mendapat tarikan ke dalam oleh molekul-molekul lain sehingga kekuatan tumbukan pada dinding berkurang. Akibatnya, tekanan yang dihasilkan oleh tumbukan molekul pada dinding berkurang. Dengan demikian, tekanan yang ada di persamaan (12.6) harus dilakukan koreksi. Tekanan tersebut terlalu besar. Van der Walls menunjukkan bahwa besarnya koreksi tekanan berbanding terbalik dengan kuadrat volum total gas, atau

$$\Delta P = \frac{bn^2}{V^2} \quad (12.32)$$

Maka modifiksi kedua dari persamaan gas ideal menjadi

$$P = \frac{nRT}{V - na} - \frac{bn^2}{V^2}$$

atau

$$\left(P + \frac{bn^2}{V^2}\right)(V - na) = nRT \quad (12.33)$$

Persamaan (12.33) dikenal dengan persamaan van der Walls. Persamaan tersebut dapat menjelaskan dengan baik fenomena perubahan fasa gas, seperti peristiwa pencairan gas.

12.11 Hukum ke Nol Termodinamika

Selanjutnya kita akan bahas tentang termodinamika, yaitu ilmu yang menghubungkan panas dengan mekanika. Topik utama yang akan kita bahas adalah pemanfaatan energi yang dihasilkan akibat adanya proses dalam gas untuk menghasilkan kerja.

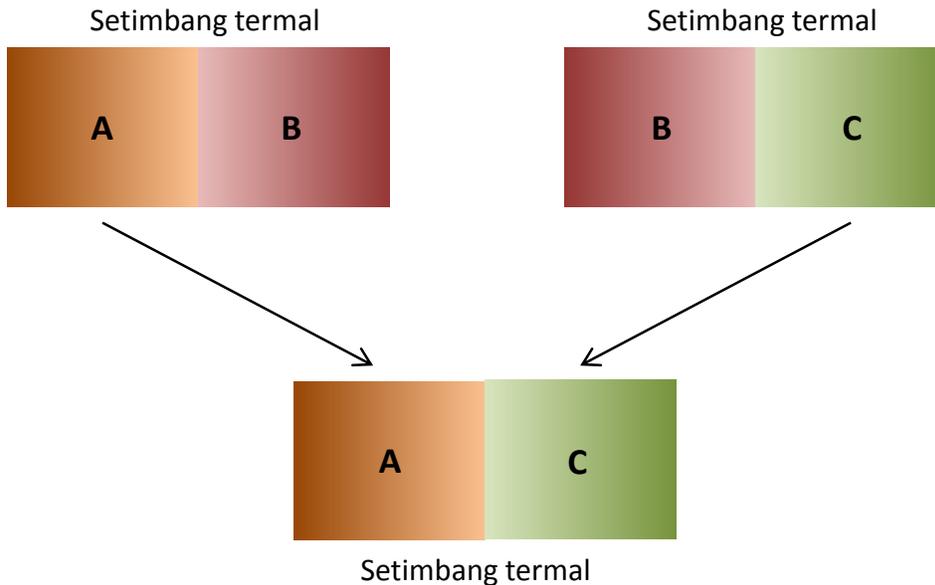
Kita mulai dengan definisi keseimbangan panas. Dua benda berada dalam **keseimbangan panas** jika tidak ada pertukaran kalor antara dua benda tersebut saat keduanya disentuhkan. Kondisi ini hanya dapat dicapai jika suhu kedua benda sama. Sebab perpindahan kalor terjadi karena adanya perbedaan suhu. Berkaitan dengan keseimbangan panas, kita memiliki hukum ke nol termodinamika. Hukum ini menyatakan:

Jika benda A berada dalam keseimbagan panas dengan benda B dan

Benda B berada dalam keseimbangan panas dengan benda C

maka

Benda A berada dalam keseimbangan panas dengan benda C

Pernyataan ini diilustrasikan dalam Gambar 12.10. Contohnya, kita memiliki tiga wadah yang terbuat dari logam: wadah A bersisi air, wadah B berisi minyak, dan wadah C berisi gliserin. Misalkan wadah berisi air dan minyak disentuhkan dan tidak diamati adanya perubahan suhu pada keduanya maka air dan minyak maka kita katakan berada dalam keseimbangan panas. Setelah disentuhkan dengan air, misalkan wadah berisi minyak disentuhkan dengan wadah berisi gliserin, dan juga tidak diamati adanya perubahan suhu keduanya, maka minyak dan gliserin juga berada dalam keseimbangan panas. Maka wadah berisi air dan wadah berisi gliserin tidak akan mengalami perubahan suhu ketika disentuhkan. Dengan kata lain, keduanya juga berada dalam keseimbangan panas.

Gambar 12.10 Ilustrasi hokum ke-0 termodinamika. Jika benda A setimbang termal dengan benda B dan benda B setimbang termal dengan benda C maka benda A setimbang termal dengan benda C.

Hukum ke-0 termodinamikan merupakan landasan bagi pembuatan alat ukur suhu. Ketika termometer diberi skala maka sebenarnya termometer tersebut dibuat dalam kesetimbangan termal dengan benda yang telah diketahui suhunya (benda referensi). Termometer yang telah memiliki skala digunakan untuk mengukur suhu benda-benda lain. Saat termometer berada dalam keseimbangan termal dengan benda yang sedang diukur maka benda yang sedang diukur tersebut berada dalam kesetimbangan termal dengan penda yang digunakan saat memberi skala pada termometer. Jadi, suhu benda yang diukur disimpulkan sama dengan suhu benda standar yang digunakan untuk memberi skala pada termometer.

12.12 Sistem dan Lingkungan

Dalam membahas termodinamika, alam semesta dibagi atas dua bagian, yaitu sistem dan lingkungan. Sistem adalah bagian yang sedang kita kaji/selidiki sedangkan lingkungan adalah semua bagian alam di luar sistem. Ketika kita bahas proses pemuaian gas dalam silinder maka: sistem adalah gas dalam silinder dan lingkungan adalah silinder beserta semua bagian alam di sekelilingnya. Ketika kita membahas pemuaian gas dalam silinder dan proses penyerapan dan pelepasan panas oleh silinder,

maka: sistem adalah gas dan silinder dan lingkungan adalah seluruh bagian alam di luar silinder.

Sistem termodinamikan yang akan kita pelajari dalam bab ini adalah termodinamika gas. Variabel sistem termodinamika ini adalah besaran fisis yang menerangkan keadaan gas. Contoh variable termodinamika adalah suhu, tekanan, volume, dan jumlah mol gas.

12.13 Proses

Proses adalah peristiwa perubahan keadaan gas dari satu keadaan awal ke satu keadaan akhir. Misalkan mula-mula keadaan gas diungkapkan oleh variable-variabel P_1, V_1, dan T_1. Jika pada keadaan selanjutnya nilai variable tersebut adalah P_2, V_2, dan T_2, maka dikatakan gas telah melewati suatu proses.

Selama mengalami proses umumnya terjadi perubahan energi dalam gas serta pertukaran energi antara gas dengan lingkungan. Berkaitan dengan masalah pertukaran energi ini, kita mengklasifikasi beberapa jenis proses berikut ini.

Proses Adiabatik

Pada proses adiabatik, tidak terjadi pertukaran kalor antara sistem dan lingkungan. Proses adiabatik dapat terjadi jika sistem dan lingkungan dibatasi oleh sekat yang tidak dapat dilalui kalor. Contoh sekat yang sulit dilewati kalor adalah dinding termos air panas.

Proses diatermik

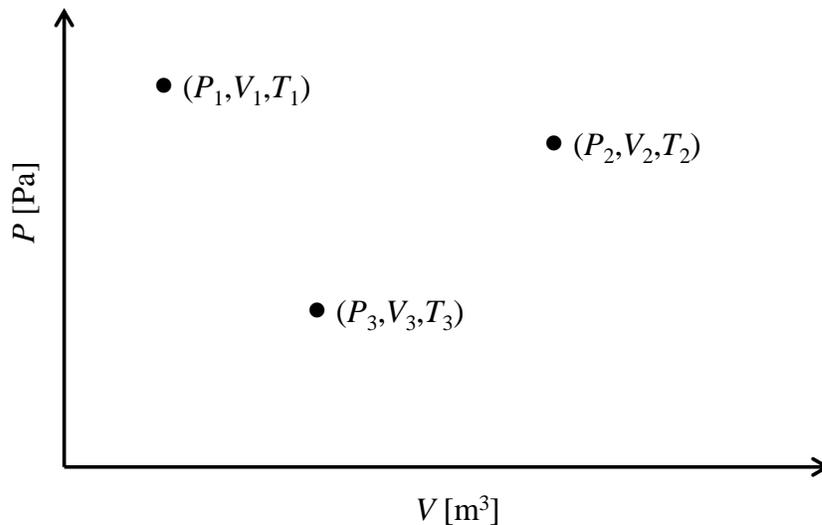
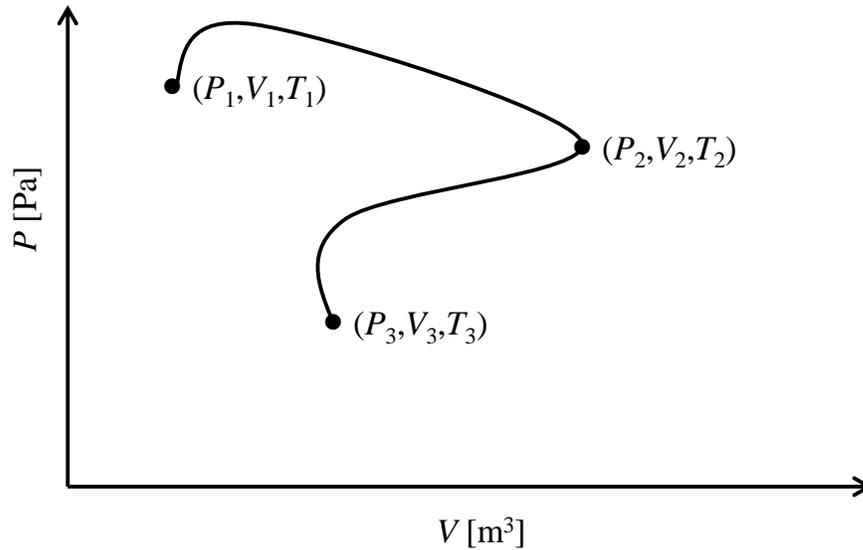
Kebalikan dengan proses adiabatik adalah proses diatermik. Pada proses ini kalor dijinkan berpindah dari sistem ke lingkungan dan sebaliknya. Proses ini dapat berlangsung jika sistem dan lingkungan dibatasi oleh sekat yang mudah dilewati panas. Contoh sekat diatermik adalah logam.

Proses Kuasistatik

Persamaan gas yang telah kita bahas pada bab sebelumnya hanya dapat diterapkan jika gas tersebut telah berada dalam keadaan statik. Artinya tidak ada lagi proses yang berlangsung dalam gas atau tidak ada

lagi perubahan pada variable-variabel termodinamika gas. Selama gas mengalami suatu proses, persamaan tersebut tidak berlaku. Dengan demikian, selama proses berlangsung, kita tidak dapat menentukan tekanan meskipun suhu dan volum diketahui karena tidak ada persamaan yang dapat dipakai. Namun, jika proses yang terjadi berlangsung sangat lambat, maka setiap saat kita dapat menganggap gas seolah-olah berada dalam keadaan statik. Proses yang demikian disebut **proses kuasistatik**. Selama proses kuasistatik persamaan gas dapat digunakan. Dengan demikian, selama proses berlangsung kita dapat menghitung volume gas jika tekanan dan suhunya diketahui. Pada bagian selanjutnya, semua proses yang akan kita bahas dianggap berlangsung secara kuasistatik.

12.14 Diagram *P-V*

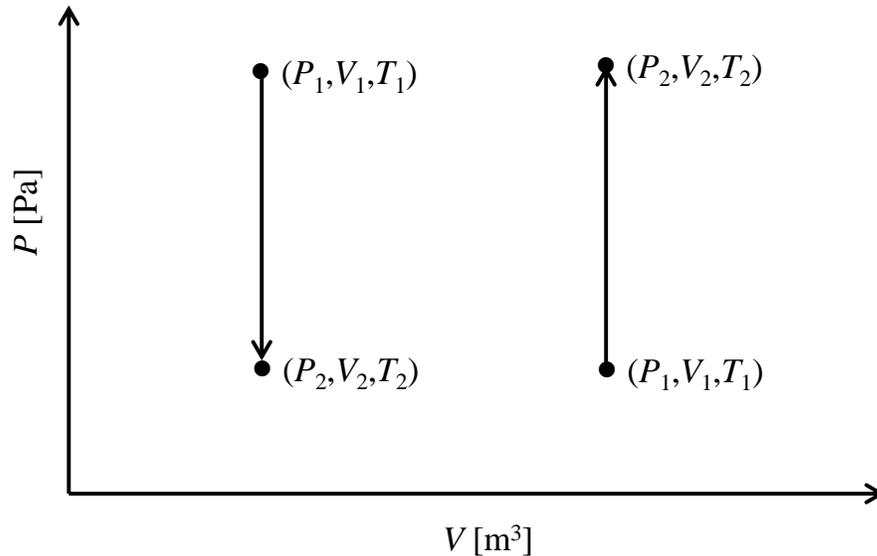
Dalam termodinamika, keadaan gas maupun proses yang dialami gas lebih sering digambarkan dalam diagram *P-V*. Diagram ini terdiri dari sumbu volum gas arah datar dan sumbu tekanan gas arah vertikal. Satu keadaan yang dimiliki gas diwakili oleh satu titik pada diagram *P-V* (Gambar 12.11). Titik yang berbeda mengandung informasi tekanan, suhu, atau volum yang berbeda sehingga mewakili keadaan yang berbeda.

Gambar 12.11 Titik yang berbeda dalam diagram P-V menggambarkan keadaan yang berbeda.

Gambar 12.12 Proses yang berlangsung pada gas diwakili oleh sebuah kurva.

Jika gas mengalami proses kuasistatik dari satu keadaan ke keadaan lainnya, maka proses tersebut direpresentasikan oleh sebuah kurva yang menghubungkan titik awal (keadaan awal) dan titik akhir (keadaan akhir) pada diagram P-V (Gambar 12.12). Keadaan gas selama proses ditentukan oleh nilai P, V, dan T pada titik-titik sepanjang kurva.

12.15 Proses-Proses Khusus

Dengan bantuan diagram P-V kita akan bahas beberapa proses khusus, yang memiliki kurva yang khas pada diagram P-V.

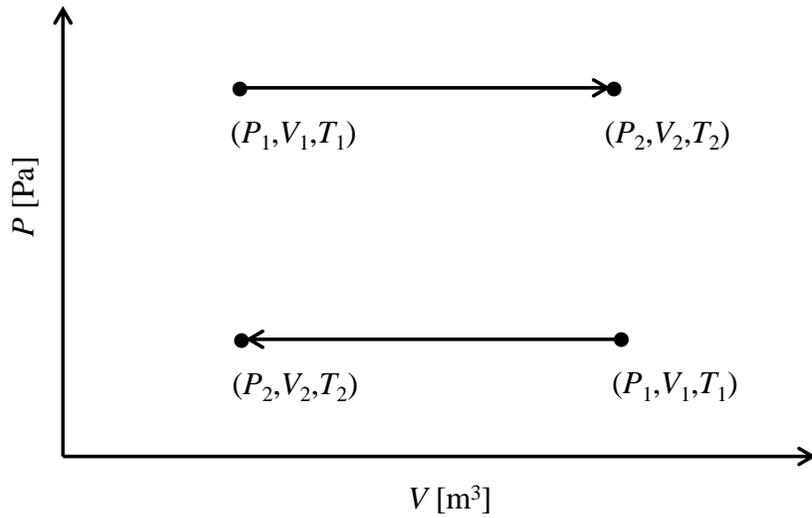
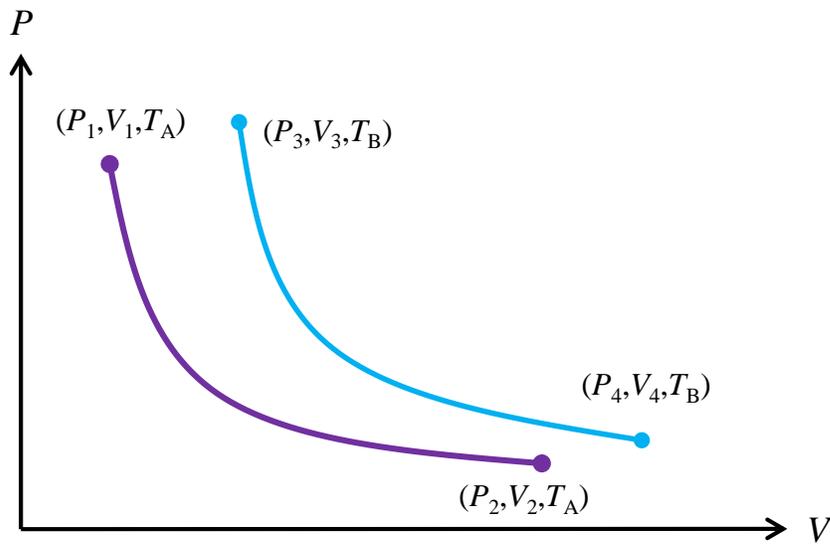
Proses Isokhorik

Proses isokhorik adalah proses yang berlangsung pada volum tetap. Jika digambarkan pada diagram P-V, kurva proses isokhorik adalah kurva tegak (Gambar 12.13). Contoh proses ini adalah proses yang berlangsung pada gas dalam wadah tertutup yang volumnya tidak berubah selama proses berlangsung.

Gambar 12.13 Proses isokhorik: (a) tekanan mengalami pertambahan (b) tekanan mengalami pengurangan.

Proses isobarik

Proses isobarik adalah proses yang berlangsung pada tekanan tetap. Jika digambarkan pada diagram P-V, kurva proses isobarik adalah kurva mendatar (Gambar 12.14). Contoh proses ini adalah proses yang berlangsung dalam wadah yang dilengkapi sebuah piston di bagian atasnya. Piston tersebut dapat bergerak. Piston tersebut mendapat tekanan dari udara luar (atmosfer) sehingga nilainya konstan. Dengan demikian, tekanan dalam gas juga konstan.

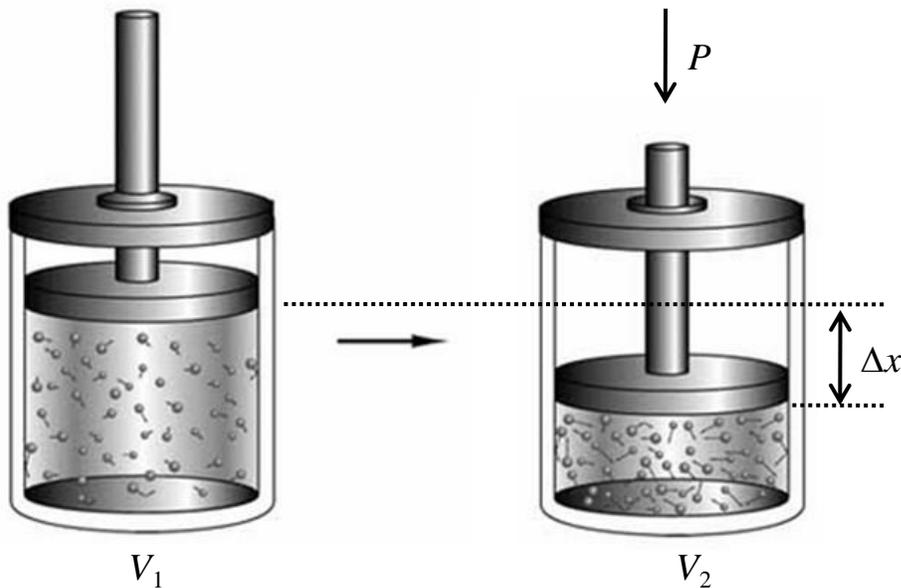
Proses isotermal

Proses isotermal adalah proses yang berlangsung pada suhu tetap. Dengan menggunakan persamaan gas ideal, $P = nRT/V$, maka P berbanding terbalik dengan V. Jika digambarkan pada diagram P-V, kurva proses isotermal tampak pada Gambar 12.15. Contoh proses ini adalah proses yang berlangsung dalam wadah logam di mana wadah tersebut dicelupkan dalam air yang voumenya sangat besar. Karena volume air yang sangat besar, maka selama proses berlangsung suhu air dapat dianggap konstan sehinagg suhu gas dalam wadah juga dianggap konstan. Juga proses ini dapat dihasilkan dengan memasang pemanas otomatik yang bisa mengontrol suhu sehingga konstan.

Gambar 12.14 Proses isobarik: (a) volume mengalami pertambahan (b) volum mengalami pengurangan.

Gambar 12.15 Proses isotermal: kurva kanan berlangsung pada suhu yang lebih tinggi daripadai kurva kiri ($T_B > T_A$).

12.16 Kerja

Misalkan gas dalam wadah memiliki tekanan P. Maka gas tersebut melakukan gaya dorong pada semua bagian wadah. Jika gas mengalami perubahan volum, maka ada bagian wadah yang berpindah. Bagian wadah berpindah keluar jika volum gas bertambah dan berpindah ke dalam jika volum gas berkurang. Karena bagian wadah tersebut mendapat gaya, maka perpindahan bagian wadah menunjukkan adanya kerja yang dilakukan gas.

Mari kita tentukan kerja yang dialakukan gas jika volumnya berubah. Untuk mudahnya kita tinjau gas dalam silinder tegak yang memiliki luas penampang A. Silinder tersebut dilengapi sebuah piston yang dapat bergerak dengan mudah (Gambar 12.16). Proses menyebabkan berpindahnya piston sejauh Δx. Gaya yang dilakukan gas pada piston adalah

$$F = PA \tag{12.33}$$

Gambar 12.16 Gas dalam silinder. Jika volum berubah maka posisi piston juga berubah.

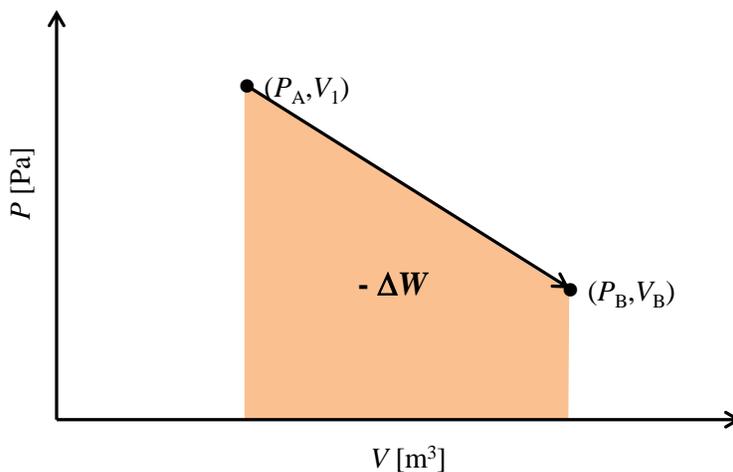
Kerja yang dilakukan gas untuk memindahkan piston adalah

$$\Delta W = F\Delta x = PA\Delta x \qquad (12.34)$$

Tetapi, $A\Delta x = \Delta V$, yaitu perubahan volum gas. Dengan demikian, kerja yang dilalukan gas adalah

$$\Delta W = P\Delta V \qquad (12.35)$$

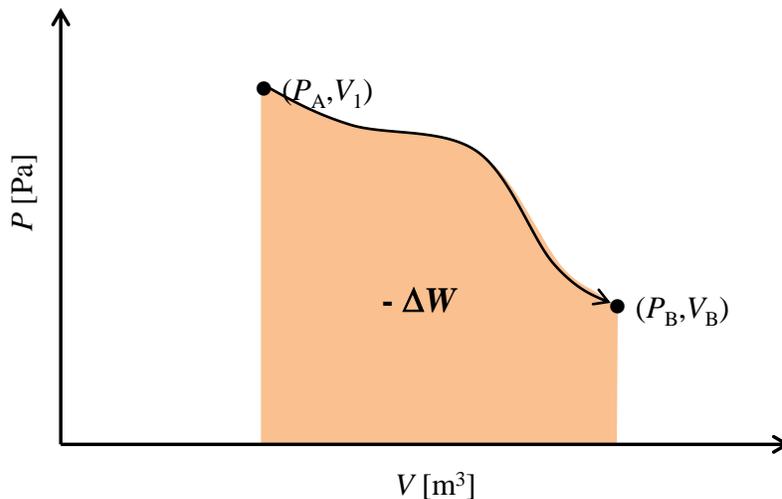
Perjanjian. Dalam termodinamika, kita definisikan kerja sebagai kerja yang dilakukan lingkungan pada sistem. Persamaan (12.35) mengungkapkan kerja yang dilakukan gas (sistem) pada lingkungan. Kerja yang dilakukan lingkungan pada sistem adalah negatif dari nilai tersebut. Jadi, kerja selama proses didefinisikan sebagai

$$\Delta W = -P\Delta V \qquad (12.36)$$

Gambar 12.17 Kerja selama proses dari keadaan A ke B sama dengan negatif luas daerah di bawah kurva.

Kerja total selama satu proses. Untuk menentukan kerja selama

satu proses, kita dibantu oleh diagram *P-V*. Kerja ketika gas mengalami proses dari keradaan A ke keadaan B, W_{AB}, sama dengan **negatif luas daerah** di bawah kurva antara A dan B (Gambar 12.17).

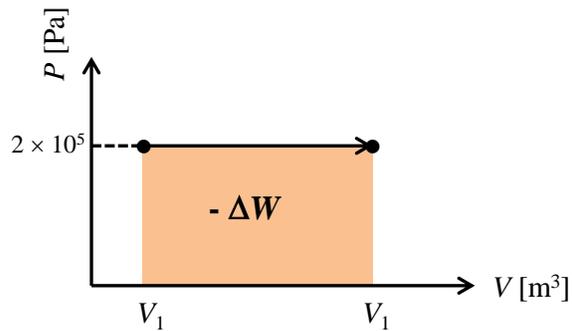
Untuk kurva yang sembarang (Gambar 12.18), luas daerah di bawah kurva dihitung dengan integral. Jadi kerja yang dilakukan lingkungan untuk mengubah sistem gas dari keadaan A ke keadaan B adalah

$$W_{AB} = -\int_{V_A}^{V_B} P\,dV \quad (12.37)$$

Gambar 12.18 Kerja yang dilakukan sama dengan negatif luas daerah di bawah kurva. Jika lintasan proses sembarang maka kerja dihitung dengan metode integral.

Contoh 12.6

Sebanyak 1,5 mol gas dalam wadah mengalami pemuaian isobaric pada tekanan 2×10^5 Pa. Suhu awal gas adalah 300 K dan suku akhirnya 600 K. Berapakah usaha selama proses?

Jawab

Gambar 12.19 adalah ilustrasi kerja yang diungkapkan dalam soal.

Gambar 12.19 Gambar untuk contoh 12.6.

Luas daerah di bawah kurva adalah $P(V_2 - V_1)$. Dengan demikian, kerja selama proses adalah

$$W = -P(V_2 - V_1)$$

Kita tentukan dulu V_1 dan V_2. Pada suhu T_1 = 300 K

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P} = \frac{1{,}5 \times 8{,}315 \times 300}{2 \times 10^5}$$

$$= 0{,}019 \text{ m}^3$$

Pada suhu T_2 = 600 K

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P} = \frac{1{,}5 \times 8{,}315 \times 600}{2 \times 10^5}$$

$= 0{,}037 \text{ m}^3$

Kerja selama proses

$$W = -P(V_2 - V_1) = -2 \times 10^5 \times (0{,}037 - 0{,}019)$$

$$= -3\,600 \text{ J}$$

12.17 Hukum I Termodinamika

Selama gas mengalami suatu proses maka ada beberapa peristiwa yang dapat terjadi, seperti:

- Energi dalam yang dimiliki gas berubah
- Muncul kerja yang dilakukan oleh gas atau yang dilakukan oleh lingkungan
- Ada pertukaran kalor antara gas dan lingkungan

Peristiwa di atas semuanya berpengaruh pada jumlah energi yang dimiliki gas. Hukum I termodinamika merupakan hukum kekekalan energi yang diterapkan pada sistem termodinamika.

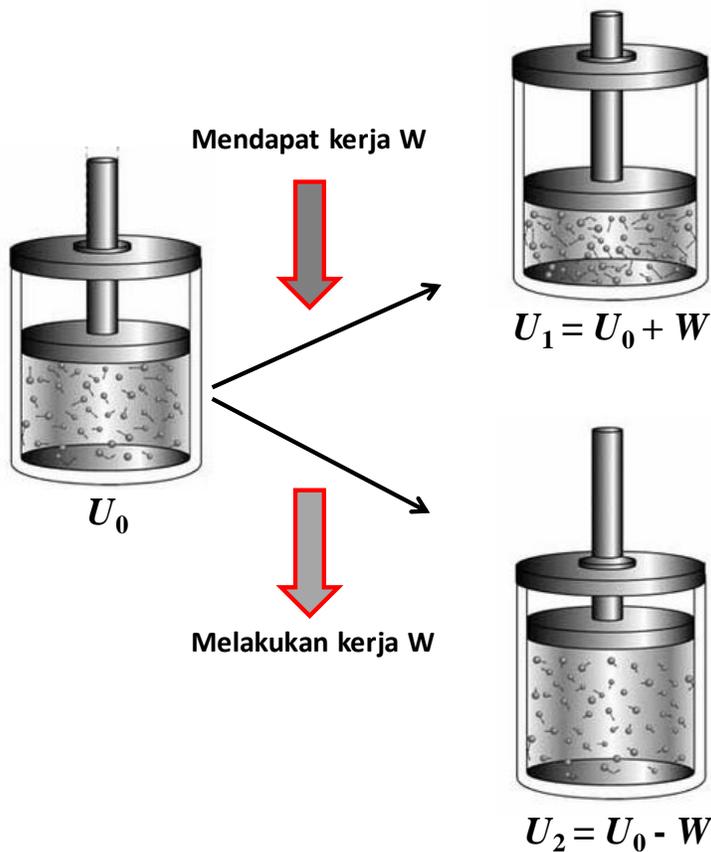
- Misalkan energi dalam awal gas U_1 dan energi dalam akhir U_2. Maka perubahan energi dalam adalah

$$\Delta U = U_2 - U_1 \qquad (12.38)$$

- Misalkan pada gas dilakukan kerja oleh lingkungan sebesar W.
- Misalkan juga terjadi aliran masuk kalor ke dalam gas sebesar Q

Pertambahan energi dalam gas hanya tejadi karena adanya kerja yang dilakukan lingkungan pada gas dan adanya aliran masuk kalor ke dalam gas. Secara matematika, pernyataan di atas dapat diungkapkan oleh persamaan

$$\Delta U = W + Q \tag{12.39}$$

Persamaan (12.39) merupakan ungkapah **hukum I termodinamika**. Hukum I Thermodinamika dapat diilustrasikan pada Gambar 12.20

Gambar 12.20 Ilustrasi hukum I termodinamika.

Ketika menerapkah hukum I termodinamika, kita harus memperhatikan tanda dengan seksama. Perjanjian untuk tanda ΔU, W, dan Q sebgai berikut:

- ΔU positif jika energi dalam yang dimiliki gas bertambah
- ΔU negatif jika energi dalam yang dimiliki gas berkurang
- W positif jika lingkungan melakukan kerja pada gas (sistem)
- W negatif jika gas (sistem) melakukan kerja pada lingkungan
- Q positif jika kalor mengalir masuk dari lingkungan ke gas (sistem)
- Q positif jika kalor mengalir keluar dari gas (sistem) ke lingkungan

Contoh 12.7

Dalam suatu proses isobaric, volum gas berubah dari 1 L menjadi 2 L. Tekanan gas adalah 10^5 Pa. Jika pada proses tersebut kalor masuk ke dalam gas sebanyak 500 J, berapa perubahan energi dalam gas?

Jawab

Karena kalor masuk maka Q = + 500 J

Kerja isobarik:

$$W = - P(V_2 - V_1)$$

$$= - 10^5 \times (2 \times 10^{-3} - 10^{-3}) = - 100 \text{ J}$$

Berdasarkan hokum I termodinamika

$$\Delta U = W + Q$$

= -100 + 500 = 400 J

Contoh 12.8

Ketika menyerap kalor, sebanyak 0,2 mol gas monoatomik mengalami proses isokhorik hingga suhunya berubah dari 100 ^oC menjadi 300 ^oC. Berapakah kalor yang terlibat? Apakah kalor tersbut masuk ke gas atau keluar dari gas?

Jawab

Informasi yang diberikan dalam soal adalah n = 0,2 mol, T_1 = 100 ^oC = 100 +273 = 373 K, dan T_2 = 300 ^oC = 300 +273 = 573 K. Pada proses isokhorik, volum konstan, sehingga W = 0. Dengan hukum I termodinamika didapat $Q = \Delta U$. Untuk gas monoatomik energi dalam memenuhi

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

sehingga

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_1)$$

$$= \frac{3}{2} \times 0{,}2 \times 8{,}315 \times (573 - 373)$$

= 499 J

Dengan demikian $Q = \Delta U$ = 499 J. Karena Q positif maka kalor mengalir masuk ke dalam gas.

12.18 Kapasitas Kalor Gas

Ada satu besaran yang cukup penting yang berkaitan dengan penyerapan atau pelepasan kalor. Besaran tersebut adalah kapasitas kalor. Kapasitas kalor didefinisikan sebagai kalor yang diserap/dilepas per satuan perubahan suhu, atau

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \tag{12.40}$$

dengan Q kalor yang diserap/dilepas dan T suhu. Sekarang kita akan tentukan kapasitas kalor untuk proses-proses khusus.

Kapasitas kalor pada volum tetap

Jika proses berlangsung pada volum tetap atau isokhorik,maka $V_1 = V_2$ sehingga W = -P(V_2-V_1) = 0. Dalam kondisi demikian maka hukum I termodinamika menjadi

$$Q = \Delta U \tag{12.41}$$

Dengan demikian, kapasitas kalor pada volum tetap memenuhi

$$C_v = \frac{Q}{\Delta T}$$

$$= \frac{\Delta U}{\Delta T} \tag{12.42}$$

Untuk *gas monoatomik pada semua suhu atau gas diatomik yang berada*

pada suhu rendah kita telah tunjukkan $U = (3/2)nRT$, atau $\Delta U = (3/2)nR\Delta T$. Dengan demikian,

$$C_v = \frac{(3/2)nR\Delta T}{\Delta T}$$

$$= \frac{3}{2}nR \quad (12.43)$$

Utuk *gas diatomik pada suhu menengah*, $U = (5/2)nRT$, atau $\Delta U = (5/2)nR\Delta T$, sehingga

$$C_v = \frac{(5/2)nR\Delta T}{\Delta T}$$

$$= \frac{5}{2}nR \quad (12.44)$$

Utuk *gas diatomik pada suhu tinggi*, $U = (7/2)nRT$, atau $\Delta U = (7/2)nR\Delta T$ sehingga

$$C_v = \frac{(7/2)nR\Delta T}{\Delta T}$$

$$= \frac{7}{2}nR \quad (12.45)$$

Kapasitas kalor pada tekanan tetap

Berikutnya kita tentukan kapasitas kalor pada tekanan tetap. Hukum I termodinamika dapat ditulis

$$\Delta U = -P\Delta V + Q \tag{12.46}$$

Jika tekanan konstan maka $\Delta(PV) = V\Delta P + P\Delta V = 0 + P\Delta V$ atau

$$P\Delta V = \Delta(PV) \tag{12.47}$$

Tetapi dari persamaan gas ideal $PV=nRT$, maka $\Delta(PV) = \Delta(nRT) = nR\Delta T$ sehingga kita bisa menulis

$$P\Delta V = nR\Delta T \tag{12.48}$$

Dengan mensubstitusi persamaan (12.42) dan (12.48) ke dalam persamaan (12.46) kita dapatkan

$$C_v\Delta T = -nR\Delta T + Q$$

atau

$$Q = (C_v + nR)\Delta T \tag{12.49}$$

Kapasitas kalor pada tekanan tetap menjadi

$$C_p = \frac{Q}{\Delta T} = C_v + nR \qquad (12.50)$$

Tampak bahwa kapasitas kalor pada tekanan tetap lebih besar daripada kapasitas kalor pada volum tetap. Perbedaannya adalah nR.

12.19 Persamaan Proses Adiabatik

Proses adiabatik adalah proses yang tidak melibatkan pertukaran kalor antar sistem dan lingkungan, atau Q = 0. Pada proses ini, hukum I termodinamika menjadi $\Delta U = W$. Jika dinyatakan dalam bentuk diferensial, proses adibatik memenuhi

$$dU = dW \qquad (12.51)$$

Berdasarkan definisi yang sudah kita bahas sebelumnya

$$dU = C_v dT$$

$$dW = -PdV$$

maka untuk proses adiabatik dipenuhi

$$C_v dT = -PdV \qquad (12.52)$$

Dari persamaan gas ideal $PV = nRT$ kita dapat menulis $T = PV/nR$. Dengan melakukan diferensial ke dua ruas diperoleh

$$dT = \frac{PdV + VdP}{nR} \tag{12.53}$$

Substitusi persamaan (12.53) ke dalam persamaan (12.52) maka diperoleh

$$C_v \left(\frac{PdV + VdP}{nR} \right) = -PdV$$

$$C_v PdV + C_v VdP = -nRPdV$$

$$(C_v + nR)PdV + C_v VdP = 0$$

$$C_p PdV + C_v VdP = 0$$

$$\frac{C_p}{C_v} \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \tag{12.54}$$

dengan $\gamma = C_p / C_v$.

Selanjutnya, dengan melakukan integral dua ruas persamaan (12.54) kita dapatkan

$$\int \gamma \frac{dV}{V} + \int \frac{dP}{P} = C_1$$

$$\gamma \ln V + \ln P = C_1$$

$$\ln V^{\gamma} + \ln P = C_1$$

$$\ln(PV^{\gamma}) = C_1$$

$$PV^{\gamma} = \exp(C_1)$$

$$PV^{\gamma} = C \qquad (12.55)$$

Pada penurunan persamaan (12.55) baik C_1 maupun C adalah konstan. Jadi pada peoses adiabatik, tekanan dan volum berubah menurut persamaan (12.55).

Contoh 12.9

Gas hidrogen sebanyak 0,25 mol pada suhu menengah mengalami proses adiabatik. Suhu awal dan tekanan awal gas masing-masing 300 K dan $1{,}5 \times 10^5$ Pa. Jika tekanan akhir has adalah $2{,}5 \times 10^5$ Pa, tentukan

a) Volum awal gas

b) Volum akhir gas

c) Perubahan energi dalam gas

d) Kerja

Jawab

a) Gunakan persaman gas ideal umtuk menentukan volum gas

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{0,25\times 8,315\times 300}{1,5\times 10^5}$$ = 0,004 m³.

b) Gas hydrogen adalah gas diatomik. Pada suhu menengah, kapasitas kalor pada volum tetap memenuhi

$$C_v = \frac{5}{2}nR = \frac{5}{2}\times 0,25\times 8,315$$ = 5,2 J/K

Kapasitas kalor pada tekanan tetap

$$C_p = C_v + nR = 5,2 + 0,25\times 8,315$$ = 7,3 J/K

Dengan demikian

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7,3}{5,2}$$ = 1,4

Karena proses dari keadaan awal ke peadaan akhir berlansung secara diabatik maka

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$$

$$V_2^{\gamma} = \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{P_2} = \frac{1,5\times 10^5 \times (0,004)^{1,4}}{2,5\times 10^5} = 0,000264$$

atau

$$V_2 = (0,000264)^{1/1,4} = 0,0028 \text{ m}^3$$

c) Suhu akhir gas dihitung dengan persamaan gas ideal, yaitu

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{2,5\times 10^5 \times 0,0028}{0,25\times 8,315} = 337 \text{ K}$$

Perubahan energi dalam gas

$$\Delta U = C_v \Delta T = C_v (T_2 - T_1) = 5,2\times (337 - 300) = 192 \text{ J}$$

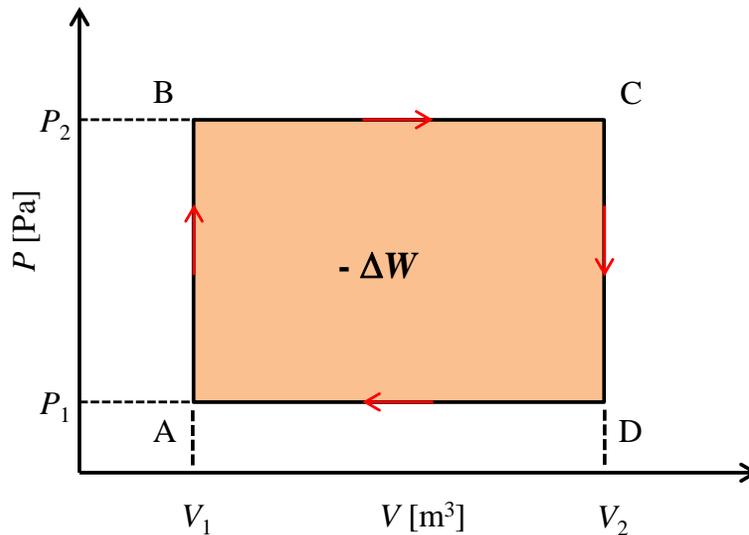
d) Karena tidak ada pertukaan kalor maka kerja pada proses adiabatik adalah

$$W = \Delta U = 192 \text{ J}$$

12.20 Siklus

Siklus adalah proses yang berawal dari satu keadaan dan berakhir kembali di keadaan semula. Jika digambarkan dalam diagram *P-V*, maka siklus akan berupa kurva tertutup (Gambar 12.21).

Telah kita bahas bahwa kerja dalam proses termodinamika sama dengan negatif luas daerah di bawah kuvra *P-V*. Ketika proses berlangsung

satu siklus, berapa kerja yang dihasilkan proses tersebut? Untuk mudahnya, mari kita tinjau contoh berikut ini.

Gambar 12.21 Contoh proses satu siklus

Proses bermula dari keadaan A menuju keadaan B, C, dan D, kemudian kembali ke keadaan A. Mari kita hitung berapa kerja yang dihasilkan pada tiap elemen proses.

i) Proses A → B

Proses ini berlangsung secara isokhorik, sehingga kerja yang dilakukan nol, atau

$$W_{AB} = 0 .$$

ii) Proses B → C

Proses ini berlangsung secara isokhorik pada tekanan P_2. Kerja yang dilakukan adalah

$$W_{BC} = -P_2(V_2 - V_1)$$

iii) Proses C → D

Proses ini berlansung secara isokhorik, sehingga kerja yang dilakukan nol, atau

$$W_{CD} = 0 .$$

iv) Proses D → A

Proses ini berlangsung secara isokhorik pada tekanan P_1. Kerja yang dilakukan adalah

$$W_{DA} = -P_2(V_1 - V_2) = P_1(V_2 - V_1)$$

Kerja total selama satu siklus adalaj jumlah dari kerja pada tiap proses

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

$$= 0 - P_2(V_2 - V_1) + 0 + P_1(V_2 - V_1)$$

$$= -(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)$$

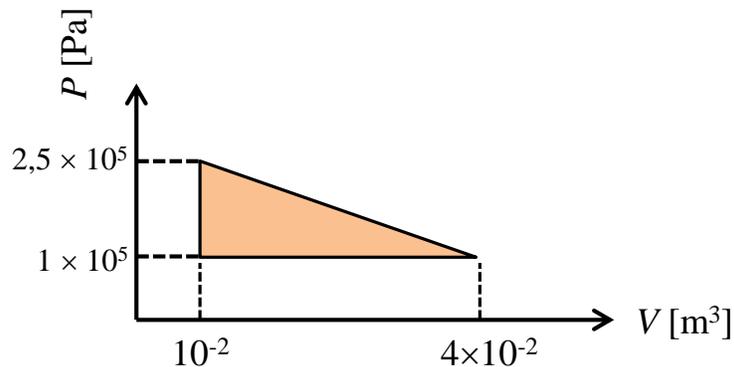
Mari kita hitung luas daerah yang dilingkupi kurva siklus

Luas = panjang × lebar = $(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)$

Ungkapan luas di atas persis sama dengan ungkapan kerja total selama satu siklus, kecuali pada tanda. Jadi dapat disimpulkan bahwa

Kerja total selama satu siklus sama dengan negatif luas daerah yang dilingkupi siklus.

Contoh 12.10

Gas ideal melakukan proses seperti pada Gambar 12.22. Hitung kerja yang dilakukan pada gas.

Gambar 12.22 Gambar untuk contoh 12.10

Jawab

Pertama, kita hitung luas daerah yang dlingkupi kurva

Luas = (1/2) panjang × lebar

$$= \frac{1}{2}\left(2{,}5\times 10^{5} - 10^{5}\right)\times\left(4\times 10^{-2} - 10^{-2}\right)$$

= 2 250 J.

Kerja selama satu siklus sama dengan negatif luas daerah tersebut, yaitu

W = - Luas = - 2 250 J.

Contoh 12.11

Sebanyak 0,1 mol gas yang memiliki tekanan 2×10^5 Pa dan volum 2 L melakukan proses isokhorik sehingga tekanannya menjadi dua kali lipat. Selanjutnya gas tersebut mengalami proses isobarik hingga volumnya menjadi setengahnya. Gas kemudian kembali ke keadaan awal melalui garis lurus pada diagram *P*-*V*. Tentukan kerja selama satu siklus.

Jawab

Berdasarkan informasi di soal, keadaan awal gas:

$P_A = 2\times 10^5$ Pa

$V_A = 2$ L $= 2\times 10^{-3}$ m^3

Gas melakukan proses isokhorik ke keadaan B sehingga tekanannya menjadi dua kali lipat

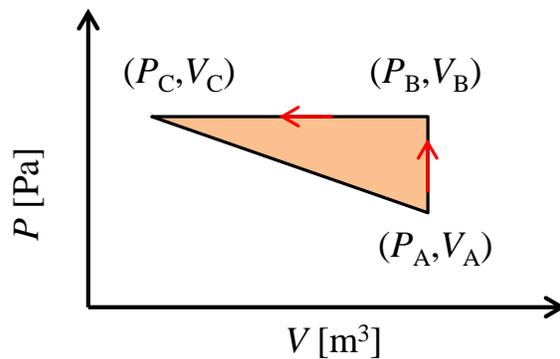
$P_B = 2\times$ PA $= 4\times 10^5$ Pa

$V_B = V_A = 2\times10^{-3}$ m^3

Dari B gas melakukan proses isobarik ke C sehingga volum menjadi setengahnya. Maka

$P_C = P_B = 4\times10^5$ Pa

$V_C = (1/2)V_B = 10^{-3}$ m^3

Dari C keadaan kembali ke A. Kurva proses selama satu siklus tampak pada Gambar 12.23.

Gambar 12.23 Siklus pada Contoh 12.11

Pertama kita hitung luas daerah yang dilingkupi kurva. Untuk arah proses yang berlawanan gerakan jarum jam, luas daerah diberi tanda negatif.

Luas = - (1/2) panjang $\times$ lebar

$$= -\frac{1}{2}(P_B - P_A)(V_B - V_A)$$

$$= -\frac{1}{2}(4\times 10^5 - 2\times 10^5)(2\times 10^{-3} - 10^{-3})$$

= - 100 J

Maka, kerja selama satu siklus adalah W = - Luas = 100 J

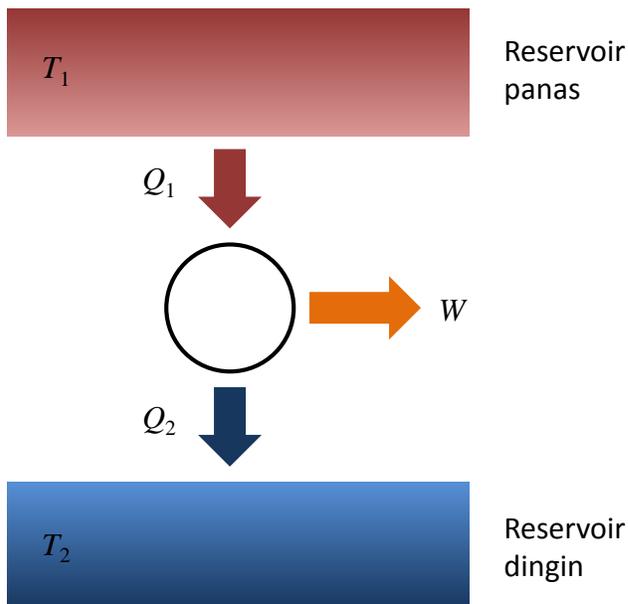
12.21 Mesin Kalor

Dari pembahasan di atas tampak bahwa jika gas melakukan proses satu siklus maka kerja total yang dihasilkan dapat berharga negatif. Kerja yang berharga negatif menunjukkan bahwa gas melakukan kerja pada lingkungan. Jika siklus proses dapat dilakukan berulang-ulang maka gas akan melakukan kerja terus-menerus pada lingkungan. Untuk memanfaatkan kerja yang dilakukan oleh gas tersebut orang lalu merancang mesin, yang dikenal dengan mesin kalor. Dalam mesin ini gas diatur untuk melakukan siklus proses secara terus menerus. Kerja yang dihasilkan gas digunakan untuk memutar mesin, yang kemudian dapat diubah ke energi bentuk lain seperti energi listrik, menggerakkan roda kendaraan, dan lain-lain. Contoh mesin kalor adalah mesin kendaraan bermotor, turbin, mesin jet, dan sebagainya.

Agar gas dalam mesin kalor dapat melakukan proses siklus terus menerus, maka gas tersebut perlu menyerap kalor. Sebagian kalor digunakan untuk melakukan kerja (menggerakkan mesin) dan sisanya dibuang. Contohnya, dalam mesin kendaraan, kalor diserap dari proses pembakaran bahan bakar dan sisa kalor dibuang ke lingkungan udara luar. Dengan demikian, secara skematik, mesin kalor diilustrasikan pada Gambar 12.24.

Mesin kalor bekerja antara dua buah reservoir (sumber panas), yaitu reservoir panas yang bersuhu T_1 dan reservoir dingin yang bersuhu T_2. Kalor mengalir dari reservoir panas menuju reservoir dingin melewati mesin. Sebagian kalor dari reservoir panas digunakan untuk menghasilkan kerja dan sisanya dibuang ke reservoir dingin. Dengan hukum kekekalan energi diperoleh

$$Q_1 = Q_2 + W \tag{12.56}$$

dengan Q_1 jumlah kalor yang diserap dari reservoir panas, Q_2 jumlah kalor yang dibuang ke reservoir dingin, dan W kerja yang dilakukan.

Gambar 12.24 Skema mesin kalor. Kalor mengalir dari reservoir bersuhu tinggi menuju reservoir bersuhu rendah. Sebagian kalor digunakan untuk menghasilkan kerja.

Efisiensi

Efisiensi mengukur kemampuan suatu mesin mengubah kalor yang diserap dari reservoir panas menjadi kerja. Untuk Q_1 yang sama, mesin yang menghasilkan kerja lebih besar dikatakan memiliki efisiensi lebih tinggi. Oleh karena itu, efisiensi didefinisikan sebagai

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_1} \times 100\% \qquad (12.57)$$

Contoh 12.12

Sebuah mesin menyerap kalor dari reservoir panas sebesar 1000 J dan membuang kalor ke reservoir dingin sebesar 800 J. Berapaah efisiensi mesin tersebut?

Jawab

Kerja yang dilakukan mesin

$$W = Q_1 - Q_2 = 1000 - 800 = 200 \text{ J}$$

Efisiensi mesin

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_1} \times 100\% = \frac{200}{1000} \times 100\% = 20\%$$

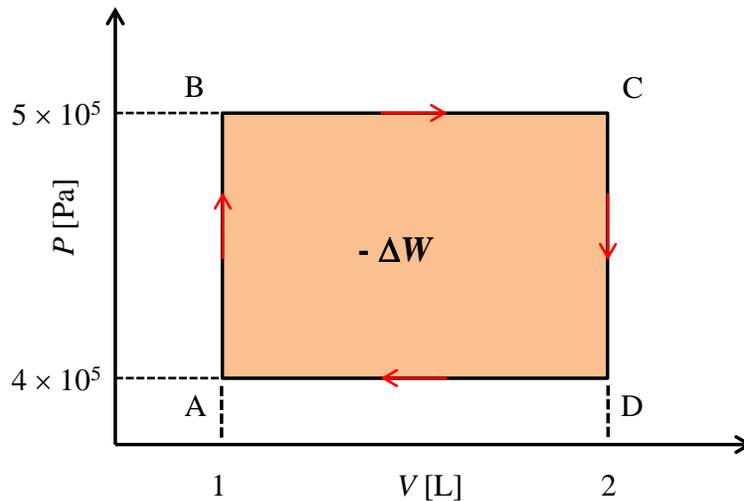
Contoh 12.13

Sebanyak 0,1 mol gas monoatomik mengalami proses perti diilustrasikan pada Gambar 12.25. Tentukan:

a) Kalor yang disedot dari reservoir panas

b) Kalor yang dibuang ke reservoir dingin

c) Kerja yang dihasilkan

d) Efisiensi mesin

Gambar 12.25 Gambar untuk contoh 12.13.

Jawab

Untuk diketahui bahwa

Mesin menyerap kalor jika Q berharga positif

Mesin menyerap kalor jika Q berharga negatif

Mari kita tinjau tiap-tiap elemen proses

i) Proses A → B adalah isokhorik sehingga

W = 0 dan

$Q_{AB} = \Delta U_{AB}$

Tetapi $\Delta U_{AB} = (3/2)nR(T_B - T_A)$. Karena itu kita perlu menentukan T_A dan T_B. Kita gunakan persamaan gas ideal

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{4\times 10^5 \times 10^{-3}}{0,1\times 8,315} = 481 \text{ K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{5\times 10^5 \times 10^{-3}}{0,1\times 8,315} = 601 \text{ K}$$

Dengan demikian,

$$Q_{AB} = \frac{3}{2}\times 0,1\times 8,315\times (610-481) = 150 \text{ J.}$$

Karena Q_{AB} positif maka kalor disedot dari reservoir panas selama proses AB.

ii) Proses B → C adalah isobarik sehingga

$$W_{BC} = -P_B(V_C - V_B) = -5\times 10^5 \times (2\times 10^{-3} - 10^{-3}) = -500 \text{ J}$$

Perubahan energi dalam dihitung dari rumus umum

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} nR(T_C - T_B)$$

Kita perlu tentukan T_C terlebih dahulu. Dengan hukum gas ideal

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{5\times 10^5 \times 2\times 10^{-3}}{0,1\times 8,315} = 1202 \text{ K}$$

Dengan demikian, perubahan energi dalam adalah

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2} \times 0{,}1 \times 8{,}315 \times (1202 - 601) = 750 \text{ J}$$

Kalor yang terlibat dalam proses B → C adalah

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} - W_{BC} = 750 - (-500) = 1250 \text{ J}.$$

Pada proses ini pun kalor diserap dari reservoir panas.

iii) ***Proses C → D adalah isokhorik*** sehingga

W = 0 dan

$$Q_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{3}{2} nR(T_D - T_C)$$

Kita selanjutnya perlu menentukan T_D. Kita gunakan hukum gas ideal

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{4 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{0{,}1 \times 8{,}315} = 962 \text{ K}$$

Dengan demikian diperoleh

$$Q_{CD} = \frac{3}{2} \times 0{,}1 \times 8{,}315 \times (962 - 1201) = -299 \text{ J}$$

Nilai *Q* yang negatif menunjukkan pada proses CD kalor dibuang ke reservoir dingin.

iv) ***Proses D → A adalah isobarik*** sehingga

$$W_{DA} = -P_A(V_A - V_D) = -4\times 10^5 \times (10^{-3} - 2\times 10^{-3}) \;\; = 400 \text{ J}$$

Energi dalam dihitung dari rumus umum

$$\Delta U_{DA} = \frac{3}{2} nR(T_A - T_D) = \frac{3}{2}\times 0{,}1\times 8{,}315\times (481 - 962) \;\; = -\,600 \text{ J}$$

Dengan demikian kalor yang terlibat adalah

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} - W_{DA} \;\; = -600 - 400 = -\,1\,000 \text{ J}$$

Nilai *Q* yang negatif juga menunjukkan bahwa selama proses DA diserahkan kalor ke reservoir dingin. Kalor total yang diserap dari reservoir panas

$$Q_1 = Q_{AB} + Q_{BA} = 150 + 1250 = 1400 \text{ J}$$

Besarnya kalor yang dibuang ke reservoir dingin (kita hitung nilai positifnya)

$$Q_2 = |Q_{CD}| + |Q_{DA}| = 299 + 1000 = 1299 \text{ J}$$

Kerja yang dilakukan

$$W = Q_1 - Q_2 = 1400 - 1299 = 101 \text{ J}$$

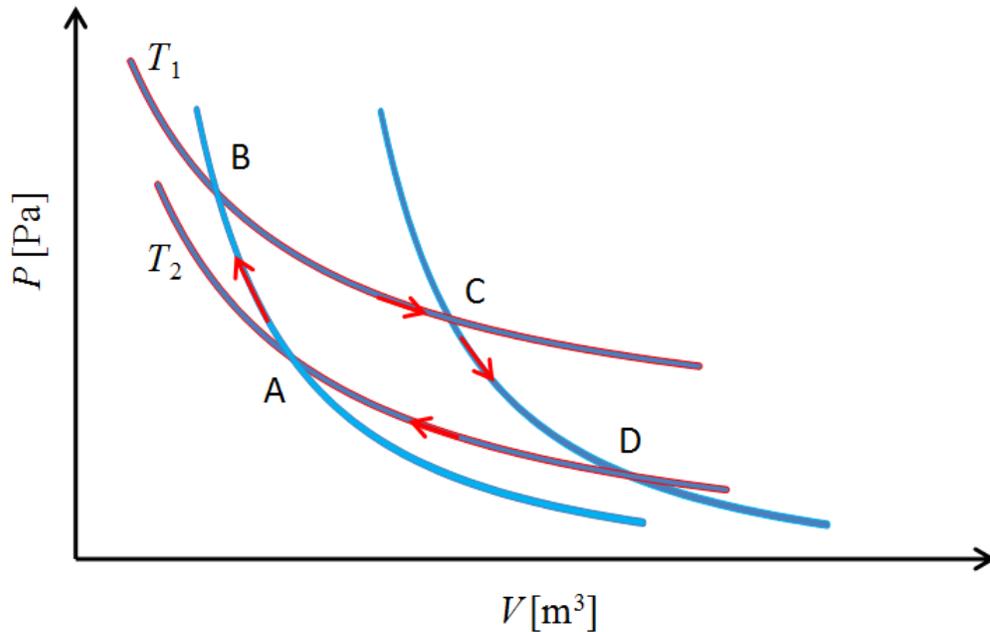
Dengan demikian efisiensi mesin

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_1} \times 100\% = \frac{101}{1400} \times 100\% = 7\%$$

12.22 Mesin Carnot

Efisiensi mesin kalor yang dibuat hingga sekarang tidak terlampau tinggi. Hampir tidak ada mesin kalor yang dibuat dengan efisiensi di atas 50%. Pertanyaan berikutnya, berapakah efisiensi tertinggi yang dapat dimiliki mesin kalor?

Mesin kalor dengan efisiensi tertinggi adalah mesin Carnot, yang pertama kali dikaji oleh ilmuwan Prancis Sadi Carnot (1796-1832). Mesin Carnot memiliki siklus yang terdiri dari dua proses adiabatik dan dua proses isotermal (Gambar 12.26). Proses AB dan CD adalah adiabatik dan proses BC dan DA adalah isotermal. Kalor diserap dari reservolir bersuhu tinggi hanya pada proses BC dan kalor dibuang ke reservoir bersuhu rendah hanya pada proses DA. Efisiensi mesin Carnot adalah

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\% \qquad (12.58)$$

Gambar 12.26 Siklus mesin Carnot. Mesin Carnot dibentuk oleh dua peoses adiabatik dan dua proses isotermal.

Mesin Carnot adalah mesin yang paling sempurna. Namun ,mesin ini tidak dapat dibuat. Mesin Carnot hanyalah mesin yang ada dalam teori. Dari persamaan (12.58) kita akan dapatkan bahwa efisiensi mesin Cernot sama dengan 100% jika $T_1 = \infty$ atau $T_2 = 0$. Tetapi suhu nol dan tak berhingga tidak dapat dihasilkan. Jadi, efisiensi mesin Carnot tidak mungkin mencapai seratus persen. Karena mesin Carnot merupakan mesin yang paling efisien, maka efisiensi mesin-mesin kalor lainnya berada jauh di bawah 100%. Penurunan efisiensi mesin Carnot ditempatkah di akhir bab ini

Contoh 12.14

Efisiensi sebuah mesin Carnot adalah 60%. Jika reservoir bersuhu rendah memiliki suhu 50 ^{o}C, berapakah suhu reservoir bersuhu tinggi?

Jawab

Diinformasikan di soal ε = 60%, T_2 = 50 ^{o}C = 50 + 273 = 323 K.

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \times 100\%$$

$$60\% = \left(1 - \frac{323}{T_1}\right) \times 100\%$$

$$0,6 = \left(1 - \frac{323}{T_1}\right)$$

$$\frac{323}{T_1} = 1 - 0,6 = 0,4$$

atau

T_1 = 323/0,4 = 807,5 K

12.23 Mesin Otto dan Mesin Diesel

Mesin Carnot sebenarnya hanyalah mesin khayalan atau mesin teoretik. Sulit untuk mewujudkan mesin tersebut dalam wujud nyata. Mesin yang digunakan pada kendaraan saat ini kebanyakan adalah mesin Otto dan mesin Diesel. Mesin otto adalah mesin yang menggunakan bahan bakar bensin dan sejenisnya yang disebut juga gasoline. Mesin Diesel adalah mesin yang menggunakan bahan bakar solar.

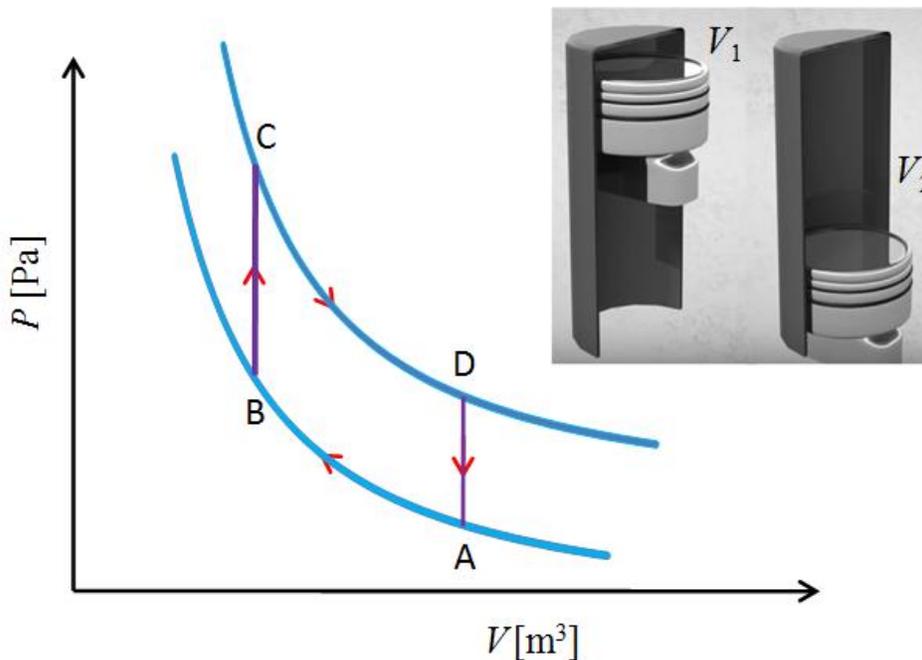
Mengapa mesin tersebut dapat direalisasikan? Karena gerakan piston dapat dibuat lebih mudah. Gerakan piston menentukan proses termodinamika yang terjadi. Misalnya piston diam sesaat menyatakan proses yang berlangsung secara isohkorik. Piston bergerak sangat cepat sehingga hampir tidak sempat kalor keluar atau masuk menyatakan proses yang berlangsung secara adiabatik, dan seterusnya. Gerakan piston yang merepresentasikan dua proses adiabatik dan dua proses isotermal sulit direalisasikan sehingga mesin Carnot sulit dibuat.

Siklus mesin Otto tampak pada Gambar 12.27. Mesin Otto terdiri dari dua proses adiabatik dan dua proses isokhorik. Proses adiabatik adalah proses yang berlangsung sangat cepat. Jadi pada bagian ini piston bergerak sangat cepat. Proses iskhorik artinya piston berhenti sesaat. Efisiensi mesin Otto memenuhi persamaan

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \tag{12.59}$$

dengan

r = V_2/V_1 adalah rasio volume ruang silinder saat piston dalam posisi terjauh dan tedekat dari dinding silinder

γ = c_p/c_v adalah koefisien adiabatik

Gambar 12.27 Siklus Otto yang dibentuk oleh dua buak proses adiabatik (AB dan CD) dan dua buah proses isohkorik (BC dan DA). Inset adalah ilusrtasi volume terkecil dan volume terbesar dalam ruang silinder yang memberikan data compression ration $r = V_2/V_1$.

Mesin diesel adalah mesin yang menggunakan bahan bakar solar. Mesin ini bekerja berdasarkan siklus diesel seperti diilustrasikan paga Gambar 12.28. Siklus diesel terdiri dari dua proses adiabatik, satu proses isobarik, dan satu proses isokhorik. Siklus diesel lebih efisien dari siklus Otto sehingga kendaraan-kendaraan besar seperti bus, truk, kereta api, bahkan kapal laut menggunakan siklus diesel.

Pada siklus diesel terdapat tiga volume utama yang menentukan efisiensi mesin yaitu V_1, V_2, dan V_3. Efisiensi mesin diesel memenuhi

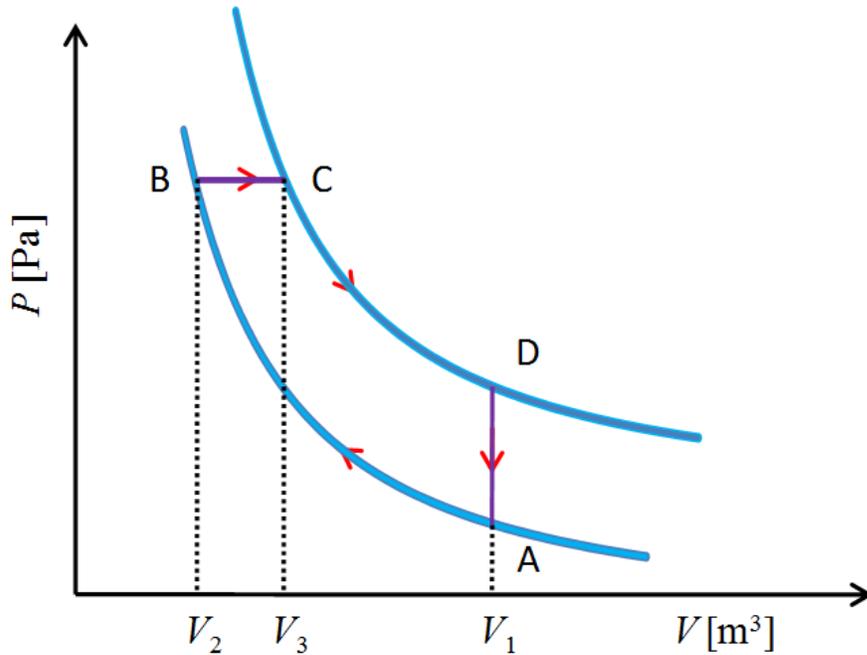
persamaan

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}\left(\frac{\alpha^{\gamma}-1}{\gamma(\alpha-1)}\right) \tag{12.60}$$

dengan

$r = V_2/V_1$ adalah rasio volume ruang silinder saat piston dalam posisi terjauh dan tedekat dari dinding silinder

$\alpha = V_3/V_2$ yang dikenal dengan *cut-off ratio*, dan

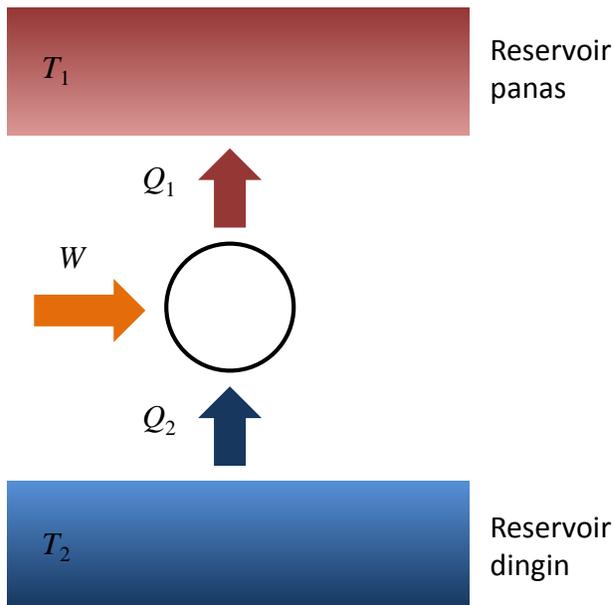
$\gamma = c_p/c_v$ adalah koefisien adiabatik

Gambar 12.28 Siklus Diesel yang dibentuk oleh dua buah proses adiabatik (AB dan CD), satu buah proses adiabatik (BC), dan satu buah proses isohkorik (DA).

12.24 Mesin Pendingin

Mesin pendingin memiliki arah aliran kalor yang berbeda dengan mesin kalor. Pada mesin pendingin, kalor mengalir dari reservoir bersuhu rendah menuju reservoir bersuhu tinggi. Proses ini hanya dapat berlangsung jika diberikan kerja dari luar, karena kalor tidak dapat

mengalir secara spontan dari tempat bersuhu rendah ke tempat bersuhu tinggi. Dengan sistem aliran kalor semacam ini maka suhu reservoir dingin akan semakin dingin. Contoh mesin pendingin yang kalian kenal adalah kulkas dan AC. Kerja luar yang diberikan pada mesin ini adalah energi listrik PLN.

Berdasarkan Gambar 12.23 Q_R adalah kalor yang disedot dari reservoir dingin, Q_T kalor yang dibuang ke reservoit panas dan W kerja luar yang diberikan. Dengan hukum kekekalan energi maka berlaku

$$W = Q_T - Q_R \qquad (12.61)$$

Gambar 12.29 Diagram skelamik mesin pendingin. Kalor diserap dari reservoit rendah dan dibuang ke reservoir tinggi dengan bantuan kerja dari luar. Akibatnya suhu reservoir rendah makin rendah.

Mesin pendingin yang baik adalah yang dapat menyedot panas sebanyak-banyaknya dari reservoir dingin untuk jumlah kerja tertentu. Untuk itu didefinisikan *koefisien unjuk kerja* mesin pendingin sebagai berikut

$$\eta = \frac{Q_R}{W} \tag{12.62}$$

Makin besar koefisien unjuk kerja maka makin baik mesin tersebut, karena dengan kerja tertentu yang diberikan dapat menurunkan suhu lebih rendah.

Untuk mesin pendingin ideal (yang bekerja pada siklus Carnot) kita dapat mengungkapkan koefisien unjuk kerja sebagai berikut:

Koefisien unjuk kerja mesin pendingin dapat ditulis

$$\eta = \frac{Q_2}{W}$$

$$= \frac{Q_1 - W}{W}$$

$$= \frac{Q_1}{W} - 1$$

$$= \frac{1}{\varepsilon} - 1$$

$$= \frac{1}{1 - T_2 / T_1} - 1$$

$$= \frac{T_2}{T_1 - T_2} \tag{12.64}$$

Contoh 12.15

Suhu kumparan pendingin pada lemari es adalah –15 ^{o}C sedangkan suhu dinding belakang kultas adalah 60 ^{o}C. Berapakah koefisien unjuk kerja maksium lemari es tersebut?

Jawab

Dengan menggunakan persamaan (12.64) maka koefisien perfoemance maksimum adalah

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$= \frac{-15 + 273}{(60 + 273) - (-15 + 273)}$$

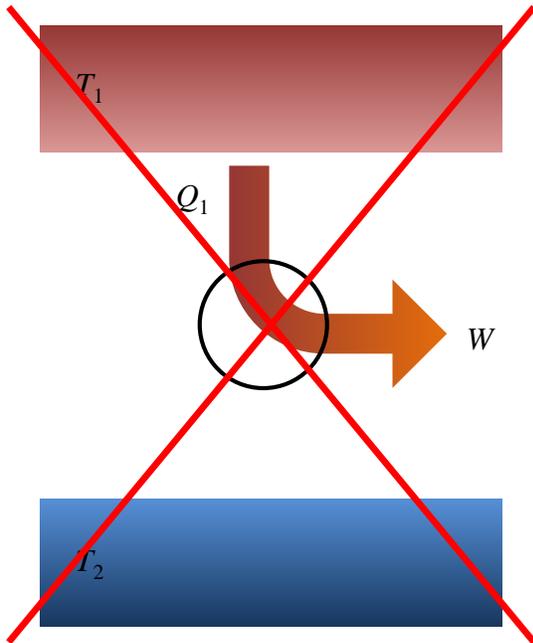
= 3,44

12.25 Hukum II Termodinamika

Telah kita bahas bahwa kalor dapat dimanfaatkan untuk menghasilkan kerja. Namun, ada batasan tentang cara pemanfaatan kalor tersebut. Batasan tersebut diungkapkan oleh hukum II termodinamika. Ada dua versi ungkapan hukum II termodinamika, yang ekivalen satu sama lain. Jika ungkapan pertama benar maka ungkapan kedua benar, dan sebaliknya.

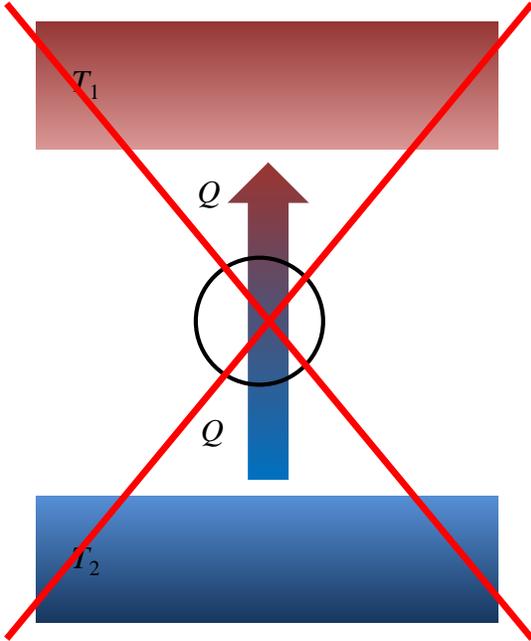
Pernyataan Kelvin-Planck

Tidak mungkin mebuat mesin yang menyerap kalor dari reservoir panas dan mengubah seluruhnya menjadi kerja.

Konsekuansi pernyataan ini adalah tidak mungkin membuat mesin kalor yang memiliki efisiensi 100%. Pernyataan Kelvin-Plack dapat diulustrasikan pada Gambar 12.30

Gambar 12.30 Ilustrasi pernyataan Kelvin-Planck untuk hukum II termodinamika

Pernyataan Clausius

Tidak mungkin membuat mesin pendingin yang menyerap kalor dari reservoir bersuhu rendah dan membuang ke reservoir bersuhu tinggi tanpa bantuan kerja dari luar.

Pernyataan ini memiliki konsekuensi bahwa tidak mungkin merancang mesin pendingin sempurna dengan koefisien unjuk kerja ∞. Pernyataan Clausius dapat diulustrasikan pada Gambar 12.31

Gambar 12.31 Ilustrasi pernyataan Clausius untuk hukum II termodinamika

12.26 Entropi

Kita sudah melihat dua pernyataan hukum II termodinamika yang ekivalen, yaitu Kelvin-Planck dan Clausius. Namun, kedua pernyataan tersebut dapat digeneralisasi menjadi satu pernyataan dengan memperkenalkan terlebih dahulu besaran yang bernama entropi.

Entropi pertama kali diperkenalkan oleh Clausisus tahun 1860. Menurut Clausius, suatu sistem yang melakukan proses reversibel (dapat dibalik arahnya) pada suhu konstan disertai penyerapan kalor Q mengalami perubahan entropi

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \tag{12.66}$$

dengan ΔS perubahan entropy, Q kalor yang diserap, dan T suhu proses.

Dalam proses yang berlangsung secara spontan perubahan entropi memenuhi persyaratan-persyaratan berikut ini

- Untuk sistem yang terisolasi, perubahan entropi semua proses memenuhi

$$\Delta S > 0$$

- Untuk sistem yang tidak terisolasi, perubahan entropi total, yaitu jumlah entropi sistem dan lingkungan selalu posisitif,

$$\Delta S = \Delta S_{sis} + \Delta S_{ling} > 0$$

Dengan menggunakan konsep entropi, hukum ke II termodinamika berbunyi

Pada setiap proses alamiah, entropi total sistem dan lingkungan selalu mengalami pertambahan.

Contoh 12.15

Sebuah kubus es yang bermassa 60 g dan suhu 0 ^{o}C ditempatkan di dalam gelas. Setelah disimpan beberapa lama, setengah dari es tersebut telah mencair menjadi air yang besuhu 0 ^{o}C. Berapa perubahan entropi es/air? Diketahui kalor laten peleburan es adalah 80 kal/g.

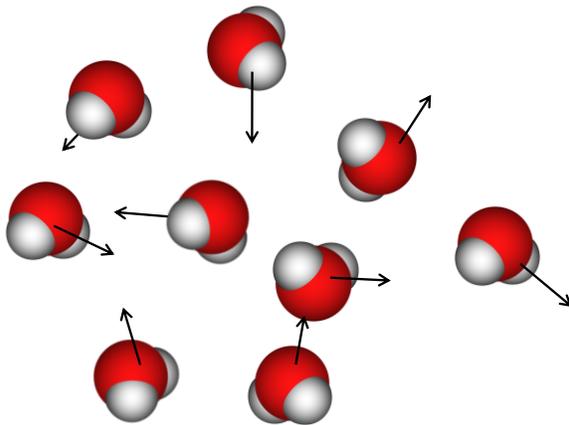
Jawab

Massa es yang mencair m = 30 g. Kalor yang diperlukan untuk melebur es tersebut adalah $Q = m L = 30 \times 80 = 2400$ kal. Karena proses berlangsung pada suhu tetap T = 0 ^{o}C = 273 K maka perubahan entropi es/air adalah

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{2400}{273} = +\ 8{,}8 \text{ kal/K}$$

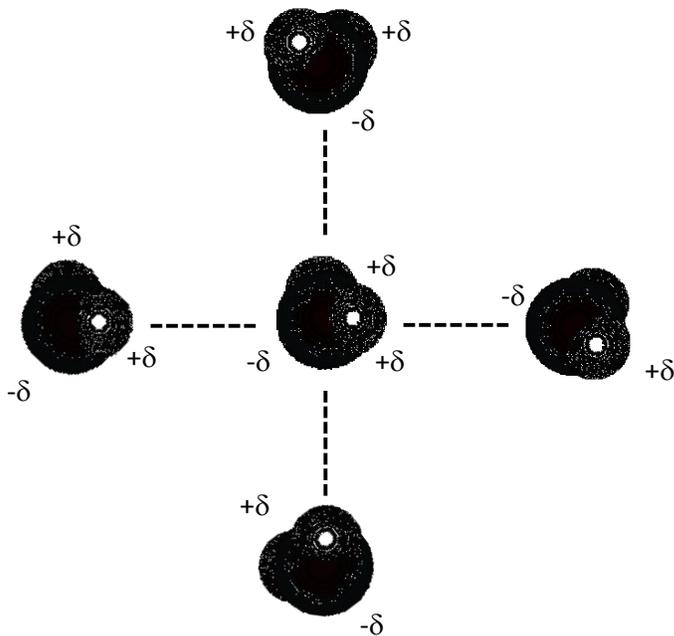
12.27 Wujud Zat

Selanjutnya kita akan mempelajari sejumlah wujud zat. Wujud zat di alam yang kita amati ada tiga macam, yaitu padat, cair, dan gas. Beberapa zat dapat berada dalam tiga wujud yang berbeda, bergantung pada suhu. Pada suhu di bawah 0 ^{o}C, air berada dalam wujud padat (sering kita sebut es). Pada suhu antara 0 ^{o}C sampai 100 ^{o}C air berada dalam wujud cair (sering kita sebut air). Pada suhu di atas 100 ^{o}C air berada dalam wujud gas (kita sering sebut uap air). Mengapa ada tiga wujud zat? Mengapa sebagian zat bisa berubah wujud jika suhu diubah? Mari kita bahas.

Semua zat tersusun atas atom-atom atau molekul-molekul. Molekul adalah kumpulan dua atau lebih atom yang membentuk satu kesatuan melalui ikatan kimia. Atom-atom dan molekul-molekul tersebut selalu bergerak. Gerakan atom atau molekul makin kencang jika suhu makin tinggi. Di samping itu antar atom atau molekul terdapat gaya tarik-menarik yang cenderung mengumpulkan atom-atom atau molekul-molekul tersebut.

Gambar 12.32 Dalam wujud gas molekul-molekul bergerak bebas dalam ruang. Gaya tarik antar molekul tidak sanggup mengikat molekul-molekul tersebut untuk berkumpul.

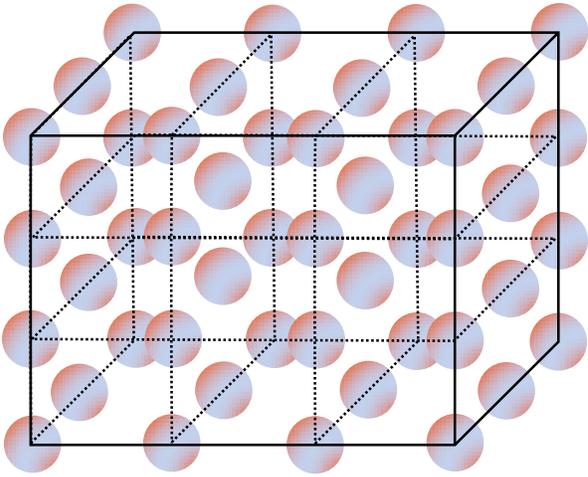
Pada suhu yang tinggi, gerakan atom atau molekul begitu kencang. Gaya tarik antar atom atau molekul tidak sanggup lagi mengumpulkan atom atau molekul tersebut. Atom dan molekul bergerak bebas ke mana

saja dalam ruang (Gambar 12.32). Dalam kondisi ini, kita katakan zat berada dalam **wujud gas**.

Jika suhu diturunkan maka gerakan atom atau molekul lebih lambat sehingga gaya antar atom atau molekul mulai dominan. Gaya tersebut sudah mampu mengumpulkan atom atau molekul dalam satu kesatuan (Gambar 12.33). Tidak ada lagi atom atau molekul yang dapat bergerak bebas dalam ruang. Atom atau molekul hanya dapat bergerak dalam ruang di mana mereka berkumpul. Dalam kondisi ini kita katakana zat berada dalam **wujud cair**.

Gambar 12.33 Dalam wujud cair ikatan antar molekul telah sanggup mengumpulkan molekul-mulekul tersebut (schoolworkhelper.net).

Pada suhu yang lebih rendah lagi, gerakan atom akibat adanya suhu sudah cukup lemah dibandingkan dengan kekuatan ikatan atar atom atau molekul. Atom atau molekul tidak dapat lagi bergerak ke mana-mana. Gerakan yang terjadi hanya getaran di sekitar posisi seimbang masing-masing (Gambar 12.34). Dalam kondisi ini kita katakan zat berada dalam **wujud padat**.

Tiga wujud di atas dapat dimunculkan kapa saja hanya dengan mengubah suhu. Jika ingin memperoleh zat tersebut dalam wujud gas kita naikkan

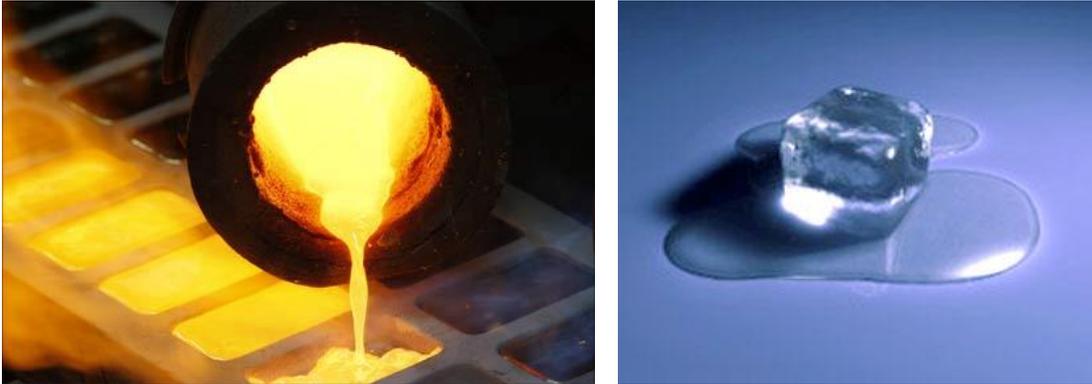
suhunya. Jika ingin ke wujud padat maka kita turunkan suhunya. Mengubah air menjadi es bermakna mengubah dari wujud cair ke wujud padat. Yang dapat dilakukan adalah menurunkan suhu air hingga di bawah 0 ^oC di dalam freezer.

Gambar 12.34 Pada suhu rendah zat berwujud padat. Gaya antar molekul lebih dominan dibandingkan dengan gerakan molekul. Molekul hanya bisa bergetar di sekitar titik setimbang

12.28 Suhu Transisi

Untuk zat yang bisa berada dalam berbagai wujud seperti air, minyak goreng, dan logam, wujud yang muncul pada saat tertentu sangat bergantung pada suhu saat itu. Pada suhu yang sangat tinggi, wujud yang muncul adalah gas.Pada suhu menengah muncul wujud cair dan pada suhu rendah muncul wujud padat. Kita definisikan dua macam suhu transisi sebagai suhu pembatas wujud-wujud tadi.

a) **Titik leleh**, **titik lebur** atau **titik beku** adalah suhu pembatas antara wujud padat dan cair. Di atas suhu ini zat berada dalam wujud cair. Di bawah suhu ini zat berada dalam wujud padat. Titik leleh emas adalah 1.064 ^oC dan titik leleh air adalah 0 ^oC (Gambar 12.35).
b) T**itik didih**atau **titik uap**adalah suhu pembatas antara wujud cair dan gas. Di atas suhu ini zat berada dalam wujud cair. Di bawah suhu ini zat berada dalam wujud padat. Titik didih air adalah 100 ^oC dan titik didih nitrogen adalah -198 ^oC (Gambar 12.36).

Tabel 12.*** adalah titik leleh dan titik didih sejumlah zat. Ada zat yang

memiliki titik leleh dan didih yang sangat rendah seperti helium dan ada zat yang memiliki titik leleh dan titik didih yang sangat tinggi seperti karbon.

Gambar 12.35 (kiri) Emas dan (kanan) air pada titik leleh masing-masing. Titik leleh emas adalah 1064 ^oC dan titik leleh air adalah 0 ^oC (business.rediff.com, tutor2u.ne).

Gambar 12.36 Air (kiri) dan nitrogen (kanan) pada titik didih masing-masing. Titik didih air adalah 100 ^oC dan titik didih nitrogen adalah – 198 ^oC (sciencephoto.com).

Contoh 12.16

Kekuatan ikatan antar atom dalam zat X lebih besar daripada kekuatan

ikatan antar atom dalam zat Y. Zat manakah yang memiliki titik leleh lebih tinggi?

Jawab

Ketika meleleh, atom yang semula terikat kuat pada tempatnya mulai bisa berpindah posisi. Ini dapat terjadi jika gerakan atom yang diakibatkan oleh suhu (oleh panas) sudah sanggup melawan kekuatan ikatan antar atom. Karena ikatan antar atom dalamzat X lebih kuat daripada ikatan antar atom dalam zat Y maka diperlukan suhu lebih tinggi untuk membebaskanatom dalam zat X dibandingkan dengan dalam zat Y. Ini berarti titik leleh zat X lebih tinggi daripada titik leleh zat Y.

Tabel 12.* Tititk leleh dan titik didih sejumlah zat (dari berbagai sumber)

Zat	Titik leleh (^oC)	Titik didih (^oC)
Hidrogen	-259	-252
Helium	-272	-268
Karbon	3550	4827
Nitrogen	-209	-198
Oksigen	-218	-182
Neon	-248	-246
Aluminium	660	2467
Besi	1535	2750
Tembaga	1083	2567
Seng	420	907
Emas	1064	3080
Air raksa	-39	357

12.29 Sifat Zat dalam Wujud Padat, Cair, dan Gas

Sekarang kita membahas sifat-sifat umum zat dalam wujud padat, cair, dan gas. Sifat-sifat yang makroskopik dapat kita amati dengan mudah dalam kehidupan sehari-hari.

Zat padat memiliki bentuk dan volum yang tetap. Jika diletakkan dalam wadah berbentuk apa pun, bentuk zat padat tidak berubah. Jika dikenai gaya, volum zat padat hampir tidak beubah (perubahannya sangat kecil sehingga dapat diabaikan). Penyebabnya adalah gaya antar atom penyusun zat padat yang sangat kuat. Atom tidak bisa berpindah tempat. Yang terjadi hanya getaran atom di sekitar posisi setimbang.

Susunan atom dalam zat padat bisa teratur atau acak. Zat padat dengan susunan atom teratur disebut **kristal**. Zat padat dengan susunan atom acak disebut **amorf**. Contoh Kristal adalah emas, tembaga, garam dapur, intan, dan lain-lain. Contoh amorf adalah kaca jendela.

Zat cair memiliki volum tetap tetapi bentuknya tidak tetap. Bentuk zat cair mengikuti bentuk wadah. Hal ini disebabkan sifat zat cair yang mengalir jika dikenai gaya dalam arah menyinggung. Di dalam wadah, permukaan zat cair selalu berbentuk bidang datar. Jika dikenai gaya, volum zat cair hampir tidak berubah (perubahannya sangat kecil sehingga dapat diabaikan). Penyebabnya adalah gaya antar atom penyusun zat cair juga yang sangat kuat. Atom-atom hanya dapat bertukar posisi, namun tidak dapat meninggalkan kelompoknya. Susunan atom zat cair selalu acak.

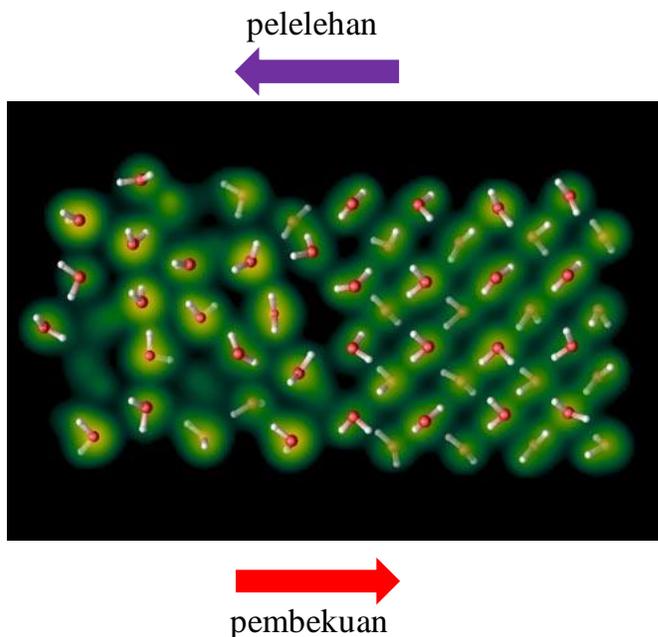
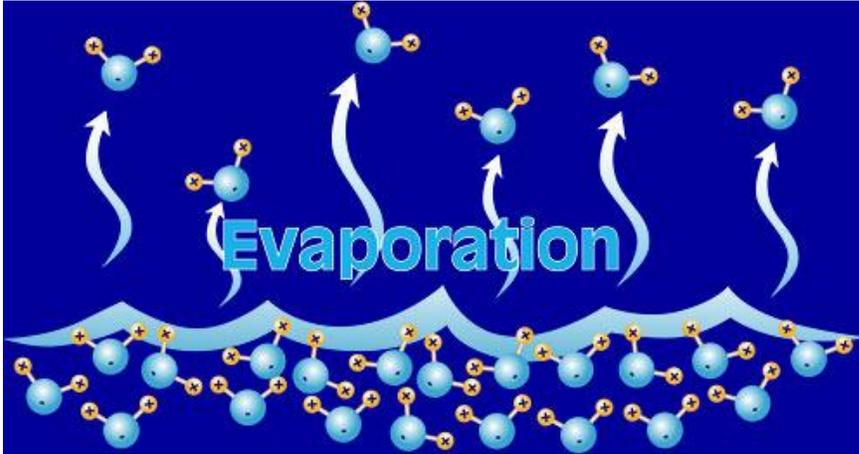
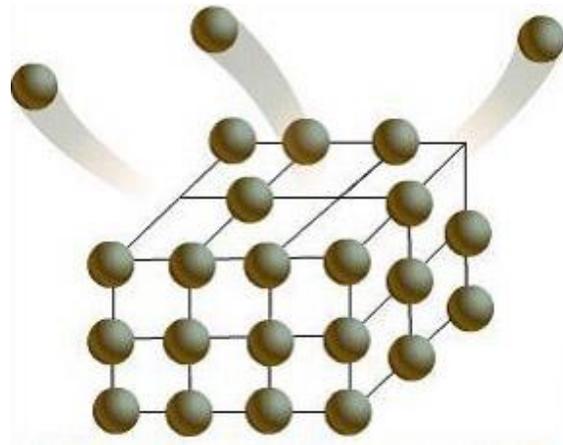
Karena sifat zat cair yang mengikuti bentuk wadah maka ketika logam (seperti emas) ingin dibuat dalam bentuk tertentu, terlebih dahulu diubah ke wujud cair lalu dimasukkan ke dalam cetakan yang didinginkan. Setelah dingin dan padat, bentuk yang dihasilkan sama dengan bentuk cetakan. Proses ini sering disebut pengecoran.

Gas memiliki volum dan bentuk yang tidak tetap. Bentuk dan volum gas mengikuti bentuk dan volum wadah. Hal ini disebabkan molekul gas yang dapat bergerak sangat bebas ke segala arah dan cenderung saling meninggalkan molekul lainnya jika tidak ada pembatas. Jika dikenai gaya, volum gas dapatberubah dengan mudah. Hal ini disebabkan gaya antar atom penyusun gas hampir tidak ada. Atom-atom dapat dimampatkan atau direnggangkan dengan mudah.

12.30 Perubahan Wujud Zat

Perubahan wujud zat bisa terjadi antar berbagai wujud yang ada. Berdasarkan wujud awal dan wujud akhir yang dihasilkan, kita beri nama

perubahan wujud tersebut sebagai berikut.

a) **Pelelehan** atau **peleburan** adalah perubahan dari wujud padat ke wujud cair (Gambar 12.37). Contoh pelelehan adalah es yang mencair, mentega yang dimasukkan ke dalam penggorengan, logam yang sedang dicor.
b) **Pembekuan** adalah perubahan dari wujud cair ke padat (Gambar 12.37). Contoh pembekuan adalah air yang berubah menjadi es di dalam kulkas, agar-agar yang sedang didinginkan, tetesan lilin yang mengenai lantai.
c) **Penguapan** adalah perubahan dari wujud cair ke gas (Gambar 12.38). Contoh penguapan adalah air yang sedang mendidih, pembentukan garam melalui penguapan air laut, penyebaran bau minyak wangi.
d) **Kondensasi** atau pengembunan adalah perubahan dari wujud gas ke cair. Contoh pengembunan adalah terbentuknya embun di daun di pagi hari, perubahan awan menjadi hujan, terbentuknya titik air di tutup pemanas air.
e) **Sublimasi** adalah perubahan dari wujud padat ke gas (Gambar 12.39). Contoh sublimasi adalah tersebarnya bau kapur barus.
f) **Deposisi** adalah perubahan dari wujud gas ke wujud padat. Peristiwa deposisi banyak dijumpai di pabrik-pabrik piranti elektronika seperti pembuatan mikroprosesor.

Gambar 12.37. Proses pembekuan dan pelelehan secara mikroskopik (newsline-llnl-gov).

Gambar 12.38 Proses penguapan secara mikroskopik. Molekul-molekul keluar dari bagian yang wujud cair menjadi wujud gas. Kebalikan proses ini adalah kondensasi (2009rt8sciwilliam.wordpress.com).

Gambar 12.39. (kiri) Kapur barus yang dapat berubah dari wujud padat ke gas. (kanan) Proses sumblimasi secara makroskopik di mana atom keluar dari wujud padat menjadi wujud gas. Kebalikan proses ini adalah deposisi (dari berbagai sumber).

Dalam kehidupan kita sehari-hari, perubahan wujud zat dimanfaatkan secara maksimal. Pemanfaatan tersebut dapat dijumpai mulai dari terknologi tradisional hingga teknologi tinggi. Pembuatan garam dan pengubahan air laut menjadi air minum (distilasi) memanfaatkan proses penguapan air. Penyolderan komponen-komponen listrik serta pengecoran logam memanfaatkan proses peleburan. Pembuatan IC yang

merupakan jantung teknologi informasi dan komunikasi memanfaatkan proses deposisi. Minyak wangi tercium baunya yang harum karena proses penguapan.

12.28 Penurunan Efisiensi Mesin Carnot

Di akhir bab ini kita akan menurunkan persamaan efisiensi mesin Carnot. Untuk maksud tersebut kita mengacu kepada silus Carnot seperti pada Gambar 12.20. Kita mencari kalor dan kerja yang dilakukan pada masing-masing ruas siklus.

Proses A-B adalah adiabatik sehingga $Q_{AB} = 0$. Dengan hukum I termodinamika maka

$$W_{AB} = \Delta U_{AB}$$

$$= C_v (T_1 - T_2)$$

Proses B-C adalah isotermal sehingga $\Delta U_{BC} = 0$

$$W_{BC} = -\int_{V_B}^{V_C} P dV$$

Dengan menggunakan persaman gas ideal $PV = nRT$ dan mengingat proses B-C berlangsung secara isotermal pada suhu T_1 maka kita dapat menulis

$$W_{BC} = -\int_{V_B}^{V_C} \left(\frac{nRT_1}{V} \right) dV$$

$$= -nRT_1 \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V}$$

$$= -nRT_1 \ln \frac{V_C}{V_B}$$

Karena $\Delta U_{BC} = 0$ maka

$$Q_{BC} = -W_{BC} = nRT_1 \ln \frac{V_C}{V_B}$$

Pada proses ini nilai Q_{BC} positif sehingga kalor diserap masuk ke dalam mesin.

Proses C-D adalah adiabatik sehingga $Q_{CD} = 0$ dan

$$W_{CD} = \Delta U_{CD}$$

$$= C_v (T_2 - T_1)$$

Proses D-A adalah isotermal sehingga $\Delta U_{DA} = 0$ dan

$$W_{DA} = -\int_{V_B}^{V_A} \left(\frac{nRT_2}{V} \right) dV$$

$$= -nRT_2 \int_{V_D}^{V_A} \frac{dV}{V}$$

$$= -nRT_2 \ln \frac{V_A}{V_D}$$

Karena ΔU_{DA} = 0 maka

$$Q_{DA} = -W_{DA} = nRT_2 \ln \frac{V_A}{V_D}$$

$$= -nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_A}$$

Pada proses ini nilai Q_{DA} negatif sehingga kalor keluar dari mesin.

Efisiensi mesin Carnot adalah

$$\varepsilon = 1 - \frac{besar\,kalor\,keluar}{besar\,kalor\,masuk}$$

$$= 1 - \frac{|Q_{DA}|}{|Q_{BC}|}$$

$$= 1 - \frac{nRT_2 \ln(V_D / V_A)}{nRT_1 \ln(V_C / V_B)}$$

$$= 1 - \frac{T_2 \ln(V_D / V_A)}{T_1 \ln(V_C / V_B)}$$

Selanjutnya kita gunakan persamaan adiabatik untuk proses A-B dan C-D. Hubungan antara tekanan dan volum memenuhi

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

$$P_D V_D^\gamma = P_C V_C^\gamma$$

Bagi masing-masing dua ruas persamaan sehingga diperoleh

$$\frac{P_A V_A^\gamma}{P_D V_D^\gamma} = \frac{P_B V_B^\gamma}{P_C V_C^\gamma}$$

$$\frac{(P_A V_A) V_A^{\gamma-1}}{(P_D V_D) V_D^{\gamma-1}} = \frac{(P_B V_B) V_B^{\gamma-1}}{(P_C V_C) V_C^{\gamma-1}}$$

$$\frac{P_A V_A}{P_D V_D} \frac{V_A^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} = \frac{P_B V_B}{P_C V_C} \frac{V_B^{\gamma-1}}{V_C^{\gamma-1}}$$

Karena proses B-C berlangsung secara isotermal maka $P_B V_B = P_C V_C$ dan karena proses D-A berlansung secara isotermal pula maka $P_D V_D = P_A V_A$. Dengan demikian kita peroleh

$$\frac{V_A^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} = \frac{V_B^{\gamma-1}}{V_C^{\gamma-1}}$$

$$\left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1}$$

$$\left(\frac{V_A}{V_D}\right) = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)$$

$$\ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right) = \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right)$$

Dengan demikian, efisiensi mesin Carnot menjadi

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Yang persis sama dengan persamaan (12.58)

Soal-Soal

1) Pada keadaan STP, volume gas oksigen dalam suatu kontainer adalah 10,0 m^3. Berapakah massa gas oksigen dalam kontainer tersebut? Diketahui masa molekul oksigen adalah 32,0 smu.

2) Anggaplah sebuah balon helium memiliki bentuk yang peris bola dengan diameter 18,0 cm. Pada suhu 20 oC, tekanan di dalam balon adalah 1,05 atm.Hitunglah jumlah mol dan massa gas helium dalam balon. Massa molekul hemiul adalah 4,0 sma.

3) Berapakah energi kinetik translasi rata-rata tiap molekul gas pada suhu 37 ^{o}C?

4) Hitunglah laju rms atom helium di dekat permukaan matahari yang bersuhu 6000 K?

5) Suatu gas berada pada suhu 0 ^{o}C. Dinaikkan suhunya sampai berapakan agar laju rms molekul gas tersebut menjadi dua kali lipat?

6) Jika sebanyak 55,0 L oksigen pada suhu 18,0 ^{o}C dan tekana 2,45 atm ditekan sehingga volumnya menjadi 48,8 L dan pada saat bersamaan suhu naik menjadi 50,0 ^{o}C, berapakah tekanan yang diberikan tersebut?

7) Sebuah gelembung air di dasar danau yang berkedalaman 43,5 m memiliki volum 1,0 cm^3. Jika suhu di dasar danau adalah 5,5 ^oC dan suhu di permukaan adalah 21,0 ^oC, berapakah volum gelembung tepat sebelum mencapai permukaan danau?

8) Sebuah kubus yang volumnya $3,9 \times 10^{-2}$ m3 diisi dengan udara pada tekanan atmosfer dan suhu 20 ^oC. Kotak tersebut kemudian ditutup dan dipanaskan hingga mencapai suhu 180 ^oC. Berapakah gaya total pada tiap sisi kubus yang dilakukan udara dalam kubus?

9) Jika tekanan gas dilipatduakan sedangkan volumnya dipertahankan konstan, dengan factor berapakah terjadi perubahan laju rms?

10) Berapakah suhu di dalam tangki yang mengandung 105,0 kg argon pada suhu 20 ^oC? Massa atom argon adalah 40,0 sma.

11) Jika 3,0 m^3 gas yang mula-mula berada pada STP dikenai tekanan 4,0 atm suhunya menjadi 38,0 ^oC. Berapakah volume akhir gas?

12) Suatu tangki penyimpanan mengandung 21,6 kg nitrogen (N2) pada tekanan 3,65 atm. Berapakah tekanan jika nitrogen tersebut digantikan dengan sejumlah massa yang sama dari gas CO_2? Diketahui massa molekul N2 adalah 28,0 sma dan massa molekul CO_2 adalah 44,0 sma.

13) Sebuah balon mainan anak-anak lepas dari lokasi setinggi permukaan laut pada suhu 20,0 ^oC. Ketika mencapai ketinggian 3000 m di mana suhu udara 5,0 ^oC dan tekanan 0,7 atm, berapakah perbandingan volum balon pada tempat ini dibandingkan dengan volum saat lepas?

14) Hitunglan jumlah molekul gas ideal per meter kubik pada STP

15) Berapakah energi kinetik rata-rata molekul nitrogen pada STP? Berapakah energi kinetik translasi total 1,0 mol molekul nitrogen p;ada suhu 20,0 ^oC?

16) Suatu gas berada pada suhu 0 ^oC. Dinaikkan suhunya sampai berapakan agar laju rms molekul gas tersebut menjadi dua kali lipat?

17) Suatu gas berada pada suhu 20,0 ^oC. Jika laju rms akan dinaikkan sebesar 2,0 persen, berapakah suhu yang harus diberikan pada gas tersebut?

18) (a) Sebanyak 2500 J kalor ditambahkan pada suatu sistem. Pada saat bersamaan, sistem melakukan kerja 1800 J. Berapa perubahan energi dalam sistem? (b) Berapa perubahan energi dalam sistem jika 2500 J kalae ditambahkan ke dalam sistem dan lingkungan juga melakukan

kerja pada sistem sebesar 1800 J?

19) Gas ideal ditekan perlahan-lahan pada tekanan konstant 2,0 atm sehingga volumnya berubah dari 10,0 L menjasi 2,0 L. Pada proses ini gas mengalami penurunan suhu. Kemudian gas dipanaskan pada volum konstant sehingga suhu gas kembali sama dengan suhu awal. (a) Tentukan kerja total yang dilakukan gas. (b) Tentukan kalor total yang mengalir masuk ke dalam gas.

20) Dalam sebuah mesin, gas sebanyak 0,25 mol mengembang dengan cepat secara adiabatic dalam silinder. Dalam proses tersebut, suhu turun dari 1150 K menjadi 400 K. Berapa kerja yang dilakukan gas? Anggap pada suhu tersebut, kapasitas kalor gas memenuhi $C_V = (3/2)nR$.

21) Tentukan perubahan energi dalam 1,0 L air yang diuapkan pada suhu 100 ^{o}C dan tekanan atmosfer sehingga seluruhnya menjadi uap yang memiliki volum 1681 L dan suhu 100 ^{o}C. Diketahui kalor laten penguapan air adalah L_v = 2,26 × 10^6 J/kg.

22) Berapakah efisiensi maksimum sebuah mesin panas yang bekerja antara reservoir bersuhu 20 ^{o}C dan 100 ^{o}C. Mesin tersebut menghasilkan kerja dengan daya 1 kW. Berapa laju penyerapan energi dari reservoir panas?

23) Sebuah pabrik pembuat mesin mengklaim sebagai berikut. Energi input ke mesin pe detik adalah 9,9 kJ pada suhu 375 K. Energi output per sekon adalah 4,0 kJ pada suhu 225 K. Apakah kalian percaya dengan klaim tersebut?

24) Gambarkan diagram *P-V* proses berikut ini: 2,0 L gas ideal didinginkan pada tekanan atmosfer hingga mencapai volum 1,0 L kemudian dikembangkan secara isotermal sehingga mencapai volum awal 2,0 L. Terakhir, tekanan diperbesar pada volum konstan sehingga dicapai keadaan awal.

25) Dalam sebuah mesin, gas ideal ditekan secara diabatik sehingga volumnya menjadi setengahnya. Pada proses tersebut, sebanyak 1359 J kerja dilakukan pada gas. (a) Berapa banyak kalor yang mengalir masuk atau keluar gas? (b) Berapa perubaha energi dalam gas? (c) Apakah suhu naik atau turun?

26) Suhu pembuangan sebuah mesin adalah 230 ^{o}C. Berapakah suhu reservoir bersuhu tinggi agar efisiensi Carnot adalah 28 persen?

27) Sebuah pembangkit tenaga nuklir bekerja dengan efisiensi 75% dari efisiensi maksimum Carnot yang bekerja antara suhu 600 ^{o}C dan 350

^{o}C. Jika pembangkit tenaga tersebut menghasilkan energi dengan laju 1,3 GW, berapa laju pembuangan kalor per jam?

28) Jika sebuah lemari es dapat mempertahankan suhu di dalamnya sebesar –15 ^{o}C sedangkan suhu ruangan 22 ^{o}C, berapakah koefisien unjuk kerja lemari es tersebut?

29) Sebuah mesin kalor memiliki efisiensi 35%. Jika mesin kalor tersebut dioperasikan dalam arah terbalik sehingga menjadi pompa panas, berapakah koefisien ujuk kerjanya?

30) Sebuah mesin kalor melakukan 7200 J kerja dalam setiap siklus ketika menyerap kalor dari reservoir bersuhu tinggi sebesar 12,0 kJ. Berapakah efisiensi mesin?

31) Sebanyak 1,0 L udara dengan tekanan 6,5 atm mengalami pemuaian isotermal sehingga tekanannya menjadi 1,0 atm. Gas tersebut kemudian ditekan pada tekanan tetap sehingga volumnya kembali ke volum semula. Terakhir, gas dikembalikan ke keadaan semula dengan melakukan pemanasan pada volum tetap. Gambarkan proses tersebut dalam diagram PV.

32) Satu liter air didinginkan pada tekanan tetap hingga volumnya menjadi setengah. Kemudian udara tersebut dikembangkan secara isotermal sehingga mencapai volum mula-mula. Gambarkan proses dalam diagram PV.

33) Sebuah piston yang memiliki volum 1000 cm^{3} mengandung gas bertekanan $1,1 \times 10^{5}$ Pa. Gas mengembang pada suhu tetap sehingga volumnya bertambah 10%. (a) Berapa kerja yang dihasilkan dalam proses tersebut? (b) Berapa kalor yang harus diserap oleh gas dari lingkungan dalam proses tersebut?

34) Sebuah piston mengandung 0,05 mol gas ideal pada suhu 27 ^{o}C. Tekanan gas adalah 10^{5} Pa. a) Berapa volum silinder? (b) Berapakah energi dalam gas tersebut? Kemudian gas dipanaskan hingga suhunya mencapat 77 ^{o}C sehingga volum piston bertambah pada tekanan konstan. (c) berapakah perubahan energi dalam gas? (d) berapakah kerja yang dilakukan oleh gas? (e) berapa energi kalor yang diserap gas dari lingkungannya?

35) Sebuah mesin Carnot menghasilkan kerja dengan laju (daya) 440 kW saat menyerap panas sebanyak 680 kkal per detik dari reservoir panas (1 kal = 4,186 J). Jika suhu reservoir panas 570 ^{o}C, berapakah suhu reservoir dingin?

36) Sebuah mesin kalor menggunakan sumber panas 550 ^{o}C dan

menghasilkan efisiensi maksimum (Carnot) sebesar 30 persen. Berapakah suhu sumber panas agar efisiensi meningkat menjadi 40 persen?

37) Sebuah mesin panas membuang kalor pada reservoir yang bersuhu 350 ^oC dan menghasilkan efiosiensi Carnot 39 persen. Berapakah suhu reservoir suhu rendah agar efisiensi meningkat menjadi 50 persen?

38) Pendingin pada sebuah restoran memiliki koefisien unjuk kerja 5,0. Jika suhu ruangan di dapur adalah 29 ^oC, berapakah suhu terendah yang dapat dicapai dalam ruang pendingin jika dianggap pendingin tersebut ideal?

39) Sebuah pompa panas digunakan untuk mempertahankan suhu ruangan tetap 22 ^oC. Berapa banyak kerja yang diperlukan untuk memberikan kalor sebesar 2800 J ke dalam ruangan jika suhu di luar rungan adalah (a) 0 ^oC, (b) –15 ^oC. Anggap pompa panas menggunakan siklir Carnot.

40) Pada tekanan 2,0 atm volum suatu gas ideal adalah 1,5 L. Berapakah volum jika tekanan gas menjadi setengah pada suhu yang sama?

41) Ban mobil yang baru diisi menunjukkan tekanan 301 kPa dan suhu 10 ^oC. Setelah menempuh perjanan 100 km, suhu ban meningkat menjadi 40 ^oC. Berapa tekanan udara dalam ban setelah perjalanan tersebut?

42) Mengapa parfum yang membasahi kulit lama-lama akan menghilang?

43) Tabung gas 12 kg yang sudah kosong memiliki mass 15,26 kg. Jika tabung tersebut diisi penuh dengan gas LPG maka massa menjadi 27,26 kg. Selisih massa 12 kg merupakan massa gas. Ini menunjukkan bahwa gas memiliki massa.

44) Jika volum gas di dalam tabung tersebut adalah 6,7 liter, tentukan massa jenis gas dalam tabung saat terisi penuh.

45) Sebuah silinder tertutup berisi udara 5 dm3 diletakkan di dalam ruang hampa berukuran 5 x 4 x 3 m3. Jika massa jenis udara 1,3 kg/m3, tentukan: a) Volum udara jika tutup tabung dibuka, b) Massa udara.

46) Dosen meminta Ana menentukan logam yang ada dalam laci meja laboratorium. Ana mengisi gelas ukur dengan air sebanyak 25 cm3, kemudian menimbangnya. Massa air dan gelas ukur terbaca 65 g. Selanjutnya Ana memasukkan potongan logam ke dalam air dan membaca volum air memjadi 35 cm3. Ketika ditimbang lagi terbaca massa 279 g. Logam apakah yang diteliti Ana?

47) Es mengapung di atas air (Gambar 12.40). Ini menunjukkan bahwa masa jenis es lebih kecil daripada massa jenis air. Mengapa demikian?

Gambar 12.40 Gambar untuk soal nomor 47 (dailymail.co.uk)

48) Mengapa di kutub utara air laut yang berada di kedalaman tertentu tidak membeku, walaupun suhunya di bawah 0 ^{o}C? Jelaskan

49) Satu centimeter kubik emas batangan memiliki massa 19,3 g. a) Berapa massa emas batangan yang berukuran 1 cm x 2 cm x 25 cm, b) Berapa jumlah batangan emas di atas yang sanggup kamu angkat?

50) Di muara sungai air laut tidak segera bercampur dengan air sungai (Gambar 12.41). Mengapa demikian?

Gambar 12.41 Gambar untuk soal nomor 50 (waroengbejatz.wordpress.com)

51) Jika orang memiliki emas batangan dan ingin mengubah menjadi

bentuk perhiasan dengan pola-pola yang indah maka langkah terbaik adalah memanfaatkan perubahan wujud zat (Gambar 12.42). Jelaskan tahap-tahapan yang ditempuh dan perubahan wujud apa yang dimanfaatkan?

Gambar 12.42 Gambar untuk soal nomor 51 (bisnisemas.net).

52) Sejumlah minyak yang digali dari sumur pengeboran memiliki titik lebur rendah. Seringkali minyak tersebut harus dikirim ke tempat pengolaahn yang lokasinya cukup jauh. Dari sumur pengeboran, minyak mentah dikirim melaui pipa-pipa besar (Gambar 12.43). Tetatpi sering terjadi minyak hyaris membeku atau bahkan membeku di dalam pipa jika suhu lingkungan cukup rendah. Bagaimana caranya agar minyak tersebut tidak membeku dan tetap dapat dialirkan dengan baik?

Gambar 12.43 Gambar untuk soal nomor 52 (Dumaipos.com).

53) Mengapa air tidak bisa mencapai suhu di atas 100 ^{o}C pada tekanan 1 atmosfer meskipun terus-menerus dipanaskan?

54) Viskositas adalah ukuran kekentalan zat cair. Makin tinggi viskositas maka makin kental zat cair tersebut. Minyak goring memiliki viskositas lebih besar daripada air. Satuan viskositas adalah Poise (P). Nilai viskositas sering tertera pada kaleng/wadah minyak pelumas. Di bagian luar wadah sering tertulis SAE aWb. SAE adalah singkatan dari *Society of Automotive Engineers* yang mengeluarkan kode untuk standar viskositas minyak pelumas. Nilai a menyatakan suhu terendah dalam skala Fahrenheit yang masih memungkinkan pelumas bekerja secara efektif. Nilai b menyatakan derajat viskositas minyak. Makin tinggi nilai ini maka minyak makin kental. Huruf W adalah singkatan dari winter (musim dingin). Contoh pelumas dengan SAE 15W50 artinya suhu terendah agar pelumas bekerja efektif adalah 15 ^{o}F dan derajat viskositas minyak adalah 50 (amazon.com).

55) Menurut kamu, jika suhu mamkin tinggi apakah viskositas makin naik atau makin turun? Kamu dapat membuktikan dengan meletakkan minyak di penggorengan dan amati kekentalan minyak ketika suhunya makin tinggi.

56) Jika parfum berada dalam botol terbuka maka parfum menguap lebih lambat dibandingkan dibandingkan dengan parfum dalam jumlah yang sama disebar di lantai. Jelaskan jawabanmu

57) Minyak yang menempel di penggorengan tidak dapat dibersihkan secara sempurna hanya dengan menggunakan air. Tetapi jika ke dalama ir ditambahkan sabun maka minyak di penggorengan akan lepas. Jelaskan mengapa sabun dapat melepas minyak yang menempel?

58) Tukang mengencerkan cat kayu menggunakanz at cair yang namanya thinner. Air tidak dapat mengencerkan sebagian besar cat kayu. Dapatkah kalian jelaskan mengapa?

59) Jelaskan bagaimana cara mendapatkan air bersih dari air yang mengandung lumpur?

60) Jelaskan bagaimana cara mendapatkan air minum dari air laut?

61) Salah satu sifat penting katalis yang digukanan di pabrik-pabrik kimia adalah luas permukaan spesifik. Luas permukaan spesifik sama dengan luas permukaan benda dibagi volume. Jika ada katalis yang berbentuk kubus dengan sisi-sisi 1 mm, tentukan luas permukaan spesifiknya

62) Di udara terbuka air hanya dapat dipanaskan hingga suhu 100 ^{o}C (rofayuliaazhar.com). Namun, di dalam presto air dapat dipanaskan hingga di atas 200 ^{o}C (Gambar 12.44). Jelaskan mengapa demikian.

Di sini air hanya bisa mencapai suhu 100 ^{o}C

Di sini air hanya bisa mencapai suhu di atas 200 ^{o}C

Gambar 12.44 Gambar untuk soal nomor 62 (tech-kid.com).

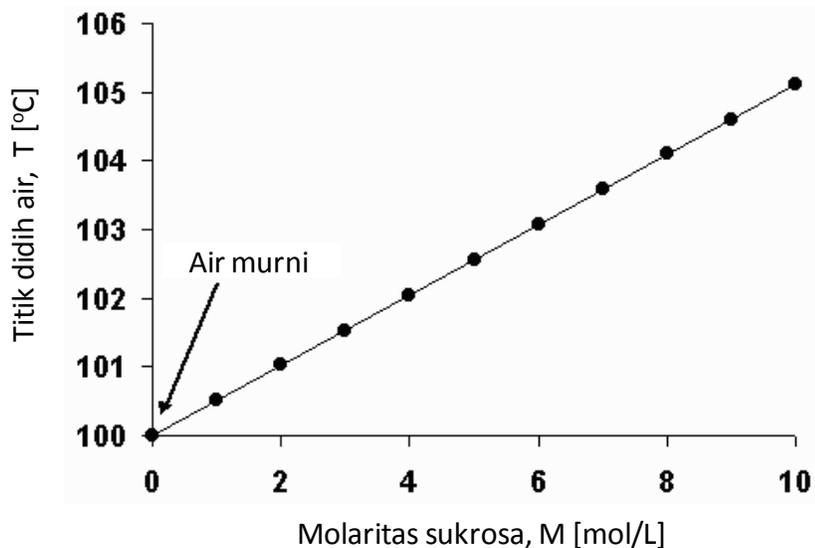
63) Ketika menjemur pakaian maka pakaian tersebut harus dibentangkan agar cepat kering (Gambar 12.45). Mengapa demikian?

Gambar 12.45 Gambar untuk soal nomor 63 (live.viva.co.id).

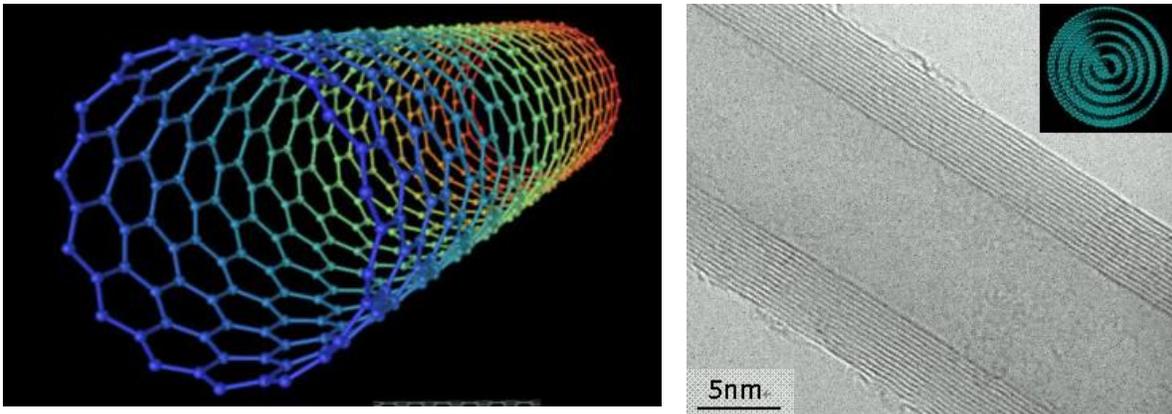
64) Dapatkan pakaian basah menjadi kering dalam ruangan bersuhu rendah?

65) Ketika hujan turun dan semua kaca mobil ditutup maka kaca mobil biasanya menjadi buram. Jika AC dihidupkan maka kaca menjadi terang kembali (Gambar 12.46). a)Apa yang membuat kaca mobil buram? b) Mengapa AC dapat menghilangkan buram kaca mobil

Gambar 12.46 Gambar untuk soal nomor 65 (m.autobild.co.id)

66) Gambar 12.47 memperlihatkan efek jumlah sukrosa terlarut terhadap titik didik air. Tampak bahwa titik didih air makin tinggi jika jumlah zat terlarut makin banyak. a) Tentukan persamaan yang paling tepat yang menghubungkan molaritas sukrosa dengan titik didih air. b) Tentukan tititk didih air ketika jumlah sukrosa yang terlarut adalah 0,35 mol/L

Gambar 12.47 Gambar untuk soal nomor 66

67) Carbon nanotube (CNT) adalah material berbentuk seperti selang yang hanya tersusun atas atom karbon (Gambar 12.48). Diameternya hanya beberapa nanometer (1 nanometer = seper satu miliar meter = 0,000000001 meter = 10^{-9} meter). Begitu kecilnya, CNT hanya dapat

diamati dibawah mikroskop electron beresolusi sangat tinggi. Gambar di bawah ini adalah contoh bayangan CNT yang diamati dengan mikroskop yang sangat tinggi. a) Berdasarkan gambar tersebut maka diameter luar CNT kira-kira berapakah? b) Berdasarkan gambar kanan kulit CNT terdiri dari beberapa lapis atom karbon. Perkirakan jarak antar lapisan tersebut

Gambar 12.48 Gambar untuk soal nomor 67 (inhabitat.com, endomoribu.shinshu-u.ac.jp)

68) Untuk memperbesar luas permukaan spesifik maka ukuran material diperkecil. Bubuk memiliki luas permukaan spesifik lebih besar daripada pasir. Jika kubus dengan sisi 1 cm dibagi atas 1000 kubus kecil dengan sisi-sisi yang sama, berapa kali peningkatan luas permukaan spesifik?

69) Massa jenis alkohol adalah 789 kg/m^3. Jika 250 mL alcohol dicampur dengan 250 mL air maka volume akhir campuran hanya 480 mL karena adanya penyusutan volum. Berapa massa jenis campuran tersebut?

70) Perunggu biasanya terbuat dari 88% tembaga dan 12% timah putih. Bahan ini digunakan untuk membuat medali perunggu bagi pemenang ke-3 dalam pertandingan.

71) Jika mass jenis tembaga adalah 8.960 kg/m^3 dan massa jenis timah putih adalah 0,728 g/cm^3 maka massa jenis perunggu adalah

72) Karat adalah ukuran kemurnian emas (epsos.de). Emas murni memiliki karat 24. Emas dengan nilai karat kurang dari 24 mengandung logam lain yang dicampurkan dalam emes tersebut. Rumus nilai karat untuk emas adalah $X = 24 \times M_{em}/M_{tot}$, dengan X adalah nilai karat, M_{em} adalah massa emas saja dalam perhiasan

tersebut dan M_{total} adalah massa perhiasan. Berapakah massa emas saja dalam perhiasan emas 5 gram 18 karat?

73) Garam dapur disusun oleh atom Na dan atom Cl dalam jumlah yang sangat banyak. Massa atom Na adalah 23 satuan massa atom (sma) sedangkan massa atom Cl adalah 35,5 satuan massa atom (sma). Dalam 100 gram garam dapur, berapa jumlah massa Cl.

Bab 13
SOLUSI NUMERIK

Pada bab terakhir ini kita akan medemonstrasikan penyelesaian sejumlah persoalan fisika secara numerik. Hasil akhir dari solusi tersebut umumnya berbentuk grafik. Kita tidak akan menggunakan program komputer yang rumit. Kita cukup menggunakan Exel yang otomatis terinstall di dalam kompouter kita ketika menginstall Microsoft Office.

13.1 Roda Menggelinding di Jalan

Ketika terjadi kecelakaan kendaraan, seperti tabrakan maka umumnya roda mobil selip di jalan dari kecepatan yang sangat tinggi hingga berhenti. Besarnya gaya gesekan antara roda dengan jalan memenuhi persamaan

$$f = -\mu_k N \tag{13.1}$$

Selama ini koefisien gaya gesekan kinetik pada persamaan (13.1) dianggap konstan. Namun, kajian yang lebih mendalam oleh para ahli transportasi menunjukkan bahwa koefieisn gesekan antara roda yang selip di jalan dengan permukaan jalan bergantung pada laju roda saat itu. Data tersebut diperoleh dari sejumlah kajian tentang kecepakaan kendaraan. Dalam buku yang

dikarang Lacy, diperoleh informasi bahwa kebergantungan koefieisn gesekan kinetik antara permukaan roda dan jalan memenuhi persamaan empiris

$$\mu_k \approx 1 - \left(\frac{v - 2,24}{202} \right)^{1/3} \qquad (13.2)$$

Persamaan (13.2) cukup baik untuk laju antara 2,24 m/s hingga 36 m/s atau 8 km/jam hingga 130 km/jam [G.W. Lancy, *Scientific Automobile Accident Reconstruction*, NY: Bender (1977)].

Sekarang kita akan menghitung perubahan laju roda yang mengalami gaya tersebut sebagai fungsi waktu. Gaya normal yang bekerja pada roda memenuhi $N = mg$. Dengan demikian, gaya gesekan yang dialami roda adalah

$$f_k = -\left[1 - \left(\frac{v - 2,24}{202} \right)^{1/3} \right] mg \qquad (13.3)$$

Dengan hukum Newton II maka percepatan roda memenuhi $f_k = ma$ sehingga

$$a = -\left[1 - \left(\frac{v - 2,24}{202} \right)^{1/3} \right] g \qquad (13.4)$$

Mengingat

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

Maka persamaan (13.4) dapat ditulis menjadi

$$v\frac{dv}{dx} = -\left[1 - \left(\frac{v-2{,}24}{202}\right)^{1/3}\right]g$$

atau

$$dv = -\frac{1}{v}\left[1 - \left(\frac{v-2{,}24}{202}\right)^{1/3}\right]gdx \qquad (13.5)$$

Persamaan (13.5) sulit diselesaikan secara analitik. Karena itulah perlunya metode penyelesaian secara numerik. Kita dapat menyelesaikan dengan mudah secara numerik menggunakan Excel. Dalam rangka penyelesaian dengan metode numerik, langkah awal yang perlu kita tempuh sebagai berikut. Kita ganti variabel kontinu menjadi variabel diskrit sebagai berikut

$$dv = v_{i+1} - v_i$$

$$dx = \Delta x$$

$$v = v_i$$

Substitusi ke dalam persamaan (1u.5) maka diperoleh

$$\frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta x} = -\frac{1}{v_i}\left[1 - \left(\frac{v_i - 2{,}24}{202}\right)^{1/3}\right]g$$

atau

$$v_{i+1} - v_i = -\frac{1}{v_i}\left[1 - \left(\frac{v_i - 2{,}24}{202}\right)^{1/3}\right]g\Delta x$$

atau

$$v_{i+1} = v_i - \frac{1}{v_i}\left[1 - \left(\frac{v_i - 2{,}24}{202}\right)^{1/3}\right]g\Delta x \qquad (13.6)$$

Pada perhitungan kita berikan nilai laju awal, v_0 dan berikan nilai Δx yang cukup kecil. Gambar 13.1 adalah tampilan layar komputer program perhitungan.

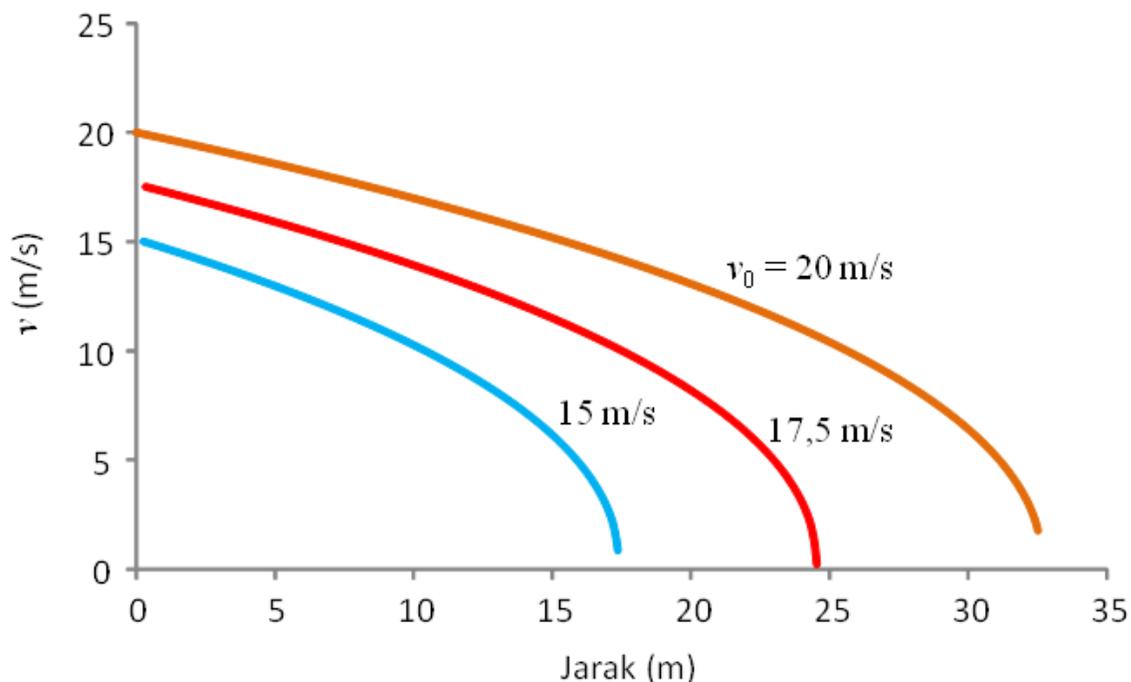
	A	B	G	H	I
1	0	17.5	jumlah step	500	
2	0.0484	17.48432	laju awal v_0	17.5	m/s
3	0.0968	17.46863	gravitas g	9.82	m/s^2
4	0.1452	17.45291	pjg lintasan s	24.2	m
5	0.1936	17.43718	Delta x = s/n	0.0484	m
6	0.242	17.42143			
7	0.2904	17.40566			
8	0.3388	17.38987			
9	0.3872	17.37407			
10	0.4356	17.35824			
11	0.484	17.3424			
12	0.5324	17.32654			
13	0.5808	17.31066			
14	0.6292	17.29476			
15	0.6776	17.27885			
16	0.726	17.26291			
17	0.7744	17.24696			
18	0.8228	17.23099			
19	0.8712	17.21499			
20	0.9196	17.19898			
21	0.968	17.18295			
22	1.0164	17.1669			
23	1.0648	17.15084			

Gambar 13.1 Tampilan layar komputer (Excel) hasil perhitungan.

Keterangan dari gambar tersebut sebagai berikut:

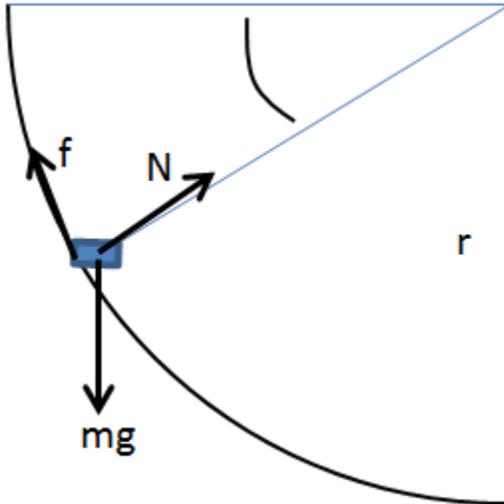
1) Cell H1 adalah jumlah step perhitungan. Nilai ini kita masukkan sesuai keinginan kita.
2) Cell H2 adalah laju awal yang kita berikan. Ini pun kita bebas memasukkan laju awal.
3) Cell H3 adalah percepatan gravitasi g = 9,82 m/s^2.
4) Cell H4 adalah panjang lintasan, s
5) Cell H5 adalah panjang tiap elemen lintsan Δx = s/n
6) Kolom A adalah posisi tiap elemen lintasan
7) Kolom B adalah laju pada berbagai elemen lintasan.
8) Cara mendapatkan nili pada kolom A sebagai berikut
   a) Tempatkan kursor pada Cell A1 lalu isi dengan angka 0.

b) Kemudian tempatkan kursor di Cell A2 lalu ketik **=A1+$H$4**
c) Lalu copy Cell A2 ke semua Cell di bawahnya hingga ke Cell A500
d) Cara mendapatkan nili pada kolom B sebagai berikut
e) Tempatkan kursor pada Cell B1 lalu ketik instruksi **=$H$2**.
f) Instruksi ini memiliki makna bahwa nilai B1 persis sama dengan nilai H2.
g) Kemudian tempatkan kursor di Cell B2 lalu ketik **=B1-(1/B1)*(1-((B1-2.24)/202)^(1/3))*$H$3*$H$5**
h) Lalu copy Cell B2 ke semua Cell di bawahnya hingga ke Cell B500
i) Lalu gambar grafik dengan sumbu datar kolom A dan sumbu tegak kolom B.
j) Setelah itu kalian bebas mengubah laju awal di Cell H2

Gambar 13.2 adalah contoh grafil yang diperoleh pada berbagai nilai laju awal.

Gambar 13.2 Grafik laju mobil selip hingga berhentipada berbagai laju awal.

13.2 Gerak Turun Melingkar dengan Gesekan

Gerak turun benda pada lintasan melingkar ditunjukkan pada Gambar 13.3. Jika tidak ada gesekan antara benda dengan bidang lengkung maka terpenuhi maka energi mekanik konstan. Dengan asumsi energi mekanik pada posisi statr (puncak lintaran nol) dan menganggap bahwa laju awal benda nol maka terpenuhi

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgr\sin\theta \quad (13.7)$$

Gambar 13.3 Benda bergerak menuruni lintasan seperempat lingkaran yang memiliki gaya gesekan.

Namun, karena ada gesekan maka laju yang dicapai lebih kecil dari itu. Tidak semua perubahan energi potensial menjadi energi kinetik. Sebagian energi potensial berubah menjadi kalor akibat adanya gaya gesekan. Persamaan energi untuk gerakan dengan adanya gaya gesekan adalah

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgr\sin\theta + W_f \quad (13.8)$$

denga W_f adalah kerja yang dilakukan oleh gaya gesekan yang memenuhi

$$W_f = -\int f_k ds \quad (13.9)$$

Besarnya gaya gesekan kinetik memenuhi persamaan $f_k = \mu_k N$ dengan N adalag gaya normal yang dialami benda. Besarnya gaya normal berbeda-beda

pada posisi yang berbeda. Gaya normal dapat dihitung dari persamaan Newton untuk gerak melingkar sebagai berikut

$$N - mg\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

atau

$$N = mg\sin\theta + \frac{mv^2}{r} \qquad (13.10)$$

Dengan demikian, gaya yang dilakukan oleh gaya gesekan menjadi

$$W_f = -\int \left(mg\sin\theta + \frac{mv^2}{r} \right) ds \qquad (13.11)$$

Akhirnya, laju benda setiap saat dihitung dengan persamaan

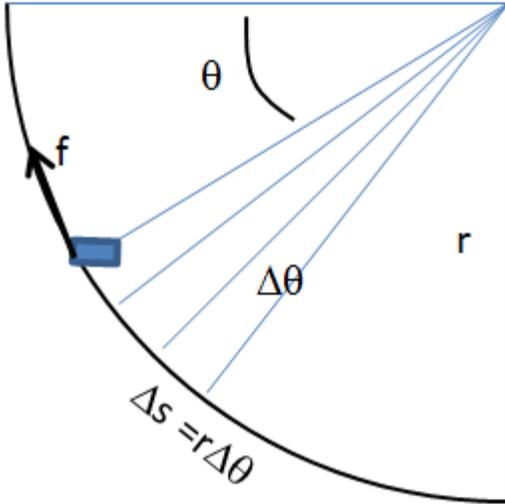
$$\frac{1}{2}mv^2 = mgr\sin\theta - \int \left(mg\sin\theta + \frac{mv^2}{r} \right) ds \qquad (13.12)$$

Perhatikan persamaan (13.2). Kita ingin mencari laju tetapi melalui integral besaran yang mengandung laju. Tentu sulit bukan? Dalam mempelajari mekanika riil di lapangan kita sering berhadapan dengan kasus seperti ini. Dan penyelesaian seringkali tidak dapat dilakukan dengan cara biasa. Kita harus menggunakan cara numerik. Berikut adalah salah satu cara numerik yang dapat dilakukan.

Untuk memulainya, mari kita bagi lintasan seperempat lingkaran atas n buah litantasan-lintasan kecil yang panjangnya sama seperti ditunjukkan pada Gambar 13.4. Besar sudut tiap elemen adalah

$$\Delta\theta = \frac{\pi/2}{n} \qquad (13.13)$$

Panjang satu elemen adalah

$$\Delta s = r\Delta\theta \tag{13.14}$$

Gambar 13.4 Lintasan kita bagi atas elemen-elemen kecil yang sama panjang.

Gaya gesekan arah menyinggung lintasan ke arah atas yang dialami benda ketika berada pada posisi yang membentuk sudut θ adalah $f_k = \mu_k N$. Karena menda mendapat komponen gaya gravitasi yang menyinggung lintasan ke arah bawah sebesar $mg\cos\theta$ maka gaya netto meninggung lintasan ke arah bawah yang dialami benda adalah

$$f_{\tan} = mg\cos\theta - \mu_k N \tag{13.15}$$

Dengan memasukkan ungkapan untuk gaya normal dari persamaan (13.10) ke dalam persamaan (14.15) maka kita dapat menulis

$$f_{\tan} = mg\cos\theta - \mu_k\left(mg\sin\theta + \frac{mv^2}{r}\right) \tag{13.16}$$

Percepatan ke arah bawah yang dialami benda adalah $a = f_{\tan}/m$ atau

$$a = g\cos\theta - \mu_k\left(g\sin\theta + \frac{v^2}{r}\right) \quad (13.17)$$

Dari persamaan ini kita hitung laju benda secara numerik. Kita telah membagi lintasan atas n buah elemen. Kita beri indeks elemen-elemen tersebut dari indeks i = 0 sampai indeks i = n.

Indeks i = 0 adalah posisi awal di mana $\theta_0 = 0$ dan kita anggap laju awal $v_0 = 0$.

Indeks i = 1 memiliki $\theta_1 = \Delta\theta$, indeks i = 2 memiliki $\theta_2 = 2\Delta\theta$ dan setersunya. Secara umum indeks i sembarang memiliki sudut $\theta_i = i\Delta\theta$.

Perhitungan untuk laju pada berbagai indeks dilakukan sebagai berikut

$$v_0 = 0$$

$$\theta_1 = \Delta\theta$$

$$a_1 = g\cos\theta_1 - \mu_k\left(g\sin\theta_1 + \frac{v_0^2}{r}\right)$$

$$v_1^2 = v_0^2 + 2a_1\Delta s = v_0^2 + 2a_1 r\Delta\theta$$

atau

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2a_1 r\Delta\theta}$$

$$\theta_2 = 2\Delta\theta$$

$$a_2 = g\cos\theta_2 - \mu_k\left(g\sin\theta_2 + \frac{v_1^2}{r}\right)$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2a_2 r\Delta\theta}$$

dan seterusnya.

Secara umum, persamaan numerik yang kita gunakan adalah

$$\theta_i = i\Delta\theta$$

$$a_i = g\cos\theta_i - \mu_k\left(g\sin\theta_i + \frac{v_{i-1}^2}{r}\right) \tag{13.18}$$

$$v_i = \sqrt{v_{i-1}^2 + 2a_i r\Delta\theta} \tag{13.19}$$

Gambar 13.5 adalah tampilan Excel hasil perhitungan.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	0	9.82	0				n	500		Kolom A	teta_i
2	0.003142	9.773676	0.248397				Delta teta	0.003142		Kolom B	a_i
3	0.006283	9.727401	0.350871				gravitasi	9.82		Kolom C	v_i
4	0.009425	9.681174	0.42922				mu_k	0.5			
5	0.012566	9.634996	0.495034				r	1			
6	0.015708	9.588867	0.552808								
7	0.01885	9.542787	0.604852								
8	0.021991	9.496755	0.652537								
9	0.025133	9.450773	0.69676								
10	0.028274	9.404839	0.738143								
11	0.031416	9.358954	0.777141								
12	0.034558	9.313117	0.814096								
13	0.037699	9.26733	0.849275								
14	0.040841	9.221591	0.882891								
15	0.043982	9.175901	0.915116								
16	0.047124	9.13026	0.946093								
17	0.050265	9.084668	0.97594								
18	0.053407	9.039125	1.004758								
19	0.056549	8.993631	1.032634								
20	0.05969	8.948185	1.059642								
21	0.062832	8.902788	1.085848								
22	0.065973	8.857441	1.111307								
23	0.069115	8.812142	1.13607								
24	0.072257	8.766892	1.160183								
25	0.075398	8.721692	1.183684								

Gambar 13.5 Contoh hasil perhitungan dengan Excel.

Penjelasan tiap kolom sebagai berikut:

Cell H1 adalah jumlah eleman yang dibuat, yaitu n = 500

Cell H2 adalah ukuran sudut tiap eleman, yaitu $\Delta\theta = (\pi/2)/500$

Cell H3 adalah percapatan gravitasi g = 9,82 m/s^2.

Cell H4 adalah jari-jari lintasan r = 1

Kolom A adalah sudut tiap elemen, mulai dari θ_0 = 0 hingga θ_{500} = $\pi/2$

Kolom B adalah percepatan pada berbagai elemen yang dihitung dengan persamaan (14.16). Untuk menentukan nilai perepatan pada tiap Cell, tempatkan kursor pada Cell A1 lalu ketik persamaan

=$H$3*COS(A1)-$H$4*($H$3*SIN(A1)+C1^2/$H$5)

Kemudian copy Cell A1 ke seluruh Cell di bawahnya hingga Cell A500

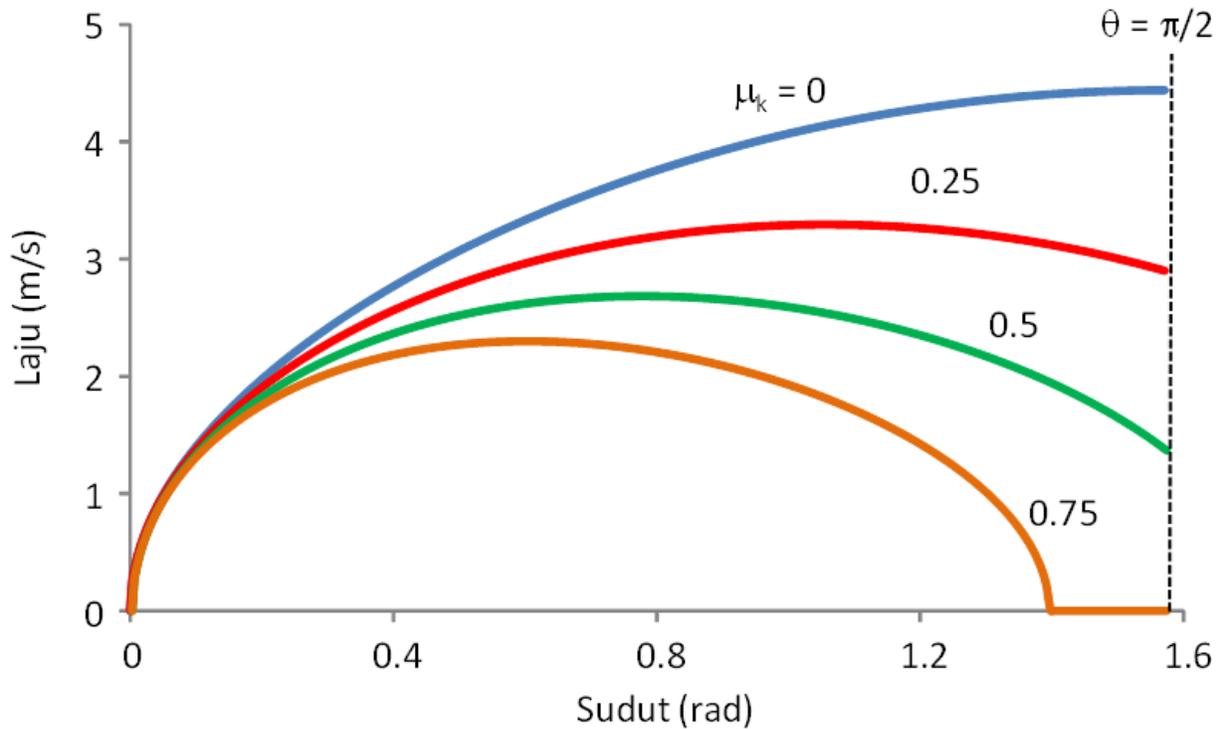
Kolom C adalah laju benda yang dihitung dengan persamaan (14.17). Mula-mula diberikan laju awal nol yaitu mengisi Cell B1 dengan 0. Untuk menentukan laju lainnya, tempatkan kursor pada Cell B2 lalu ketik persamaan

=SQRT(C1^2+2*B1*$H$2)

Lalu copy Cell B2 ke cell di bawahnya hingga Cell B500

Setelah itu buat grafik percepatan dengan sumbu datar adalah Kolom A dan sumbu vertikal adalah kolom B (percepatan)

Buat juga grafik laju dengan sumbu datar adalah kolom A (sudut) dan sumbu vertikal adalam kolom C (laju)

Gambar 13.6 memperlihatkan laju benda pada berbagai nilai koefisien gesekan kinetik. Tampak jelas bahwa laju benda makin kecil jika koefisein gesekan kinetik maakin besar. Bahkan untuk koefisien gesekan kinetik 0,75 benda bergenti di tengah jalan.

Gambar 13.6 Laju benda pada berbagai nilai koefisien gesekan kinetik.

13.3 Bandul Simpangan Besar

Bandul yang kita bahas pada bab osilasi adalah bandunl simpangan kecil. Dengan simpangan kecil maka fungsi sinus sudut simpangan dapat didekati dengan sudut simpangan. Akibatnya gerak benda menjadi gerak harmonik sederhana karena gaya sebanding dengan simpangan. Bagaimana jika simpangan osilasor sangat besar? Tentuk pendekatan harmonik sederhana tidak dapat dilakukan dan persamaan yang diperoleh menjadi sulit diselesaikan secara analitik. Kita akan membahas fenomena ini secara numerik.

Persamaan gerak bandung yang memiliki massa m dan panjang tali L adalah

$$mL\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\sin\theta \qquad (13.20)$$

atau

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta \qquad (13.21)$$

Kita tulis kecepatan sudut

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Sehingga kita dapat menulis

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}$$

Untuk mencari persamaan yang dapat dihitung secara numerik maka kita diskritisasi persamaan di atas sebagai berikt

$$\omega_i = \frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{\Delta t}$$

$$= \frac{\left(\frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{\Delta t}\right) - \left(\frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{\Delta t}\right)}{\Delta t}$$

$$= \frac{\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1}}{\Delta t^2}$$

Dengan demikian, persamaan (13.21) dapat ditulis menjadi

$$\frac{\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1}}{\Delta t^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta_i$$

atau

$$\theta_{i+1} = 2\theta_i - \theta_{i-1} - \left(\frac{g}{L}\sin\theta_i\right)\Delta t^2 \qquad (13.22)$$

Pada persamaan diskrit (13.22) kita mulai dengan menghitung θ_2. Tetapi untuk menghitung θ_2 kita perlu mengetahui θ_0 dan θ_1. Nilai θ_0 adalah sudut awal osilasi dan nilai tersebut diberikan. Nilai θ_1 dihitung berdaarkan nilai awal kecepatan sudut, menurut persamaan

$$\theta_1 = \theta_0 + \omega_0 \Delta t \tag{13.23}$$

Gambar 13.7 adalah instruksi Excel yang dapat digunakan. Penjelasan untuk instruksi tersebut sebagai berikut.

Cell H1 adalah percepatan gravitasi

Cell H2 adalah panjang tali bandul

Cel H3 adalah kecepatan sudut awal bandul

Cel H4 adalah sudut awal simpangan bandul dalam satuan radian

Cell H5 adalah lama waktu osilasi

Cell H6 adalah jumlah step waktu perhitungan

Cell H7 adalah delta waktu tiap step

	A	B	G	H	I
1	0	1.396263	Percepat gravitasi	9.82	m/s2
2	0.008	1.400263	panjang tali	0.5	m
3	0.016	1.403025	laju sudut awal, w_0	0.5	rad/s
4	0.024	1.404547	sudut awal, tet_0	1.396263	rad
5	0.032	1.404829	Lama waktu, T	4	det
6	0.04	1.403872	Jumlah step waktu	500	
7	0.048	1.401675	delta t	0.008	
8	0.056	1.398239	tet_1	1.400263	
9	0.064	1.393565			
10	0.072	1.387653			
11	0.08	1.380506			
12	0.088	1.372124			
13	0.096	1.36251			
14	0.104	1.351667			
15	0.112	1.339596			
16	0.12	1.326302			
17	0.128	1.311788			
18	0.136	1.29606			
19	0.144	1.279121			
20	0.152	1.260979			
21	0.16	1.241639			
22	0.168	1.22111			
23	0.176	1.1994			
24	0.184	1.176519			
25	0.192	1.152478			
26	0.2	1.127287			
27	0.208	1.100962			
28	0.216	1.073515			
29	0.224	1.044964			

Gambar 13.7 Tampilan Excel data yang diperoleh

Cell H8 adalah posisi sudut setelah selawang waktu Δt, yaitu θ_1 yang dihitung dengan persamaan (13.23)

Kolom A adalah kolom waktu.

Kolom B adalah kolom sudut.

Untuk mengisi kolom A kita mulai dengan mengisi angka 0 pada Cell A1 (waktu mula-mula). Lalu tempatkan kursor pada Cell A2 dab ketik instruksi **=A1+$H$7**

Kemudian copy Cell A2 ke seluruh Cell di bawahnya hingga Cell A500

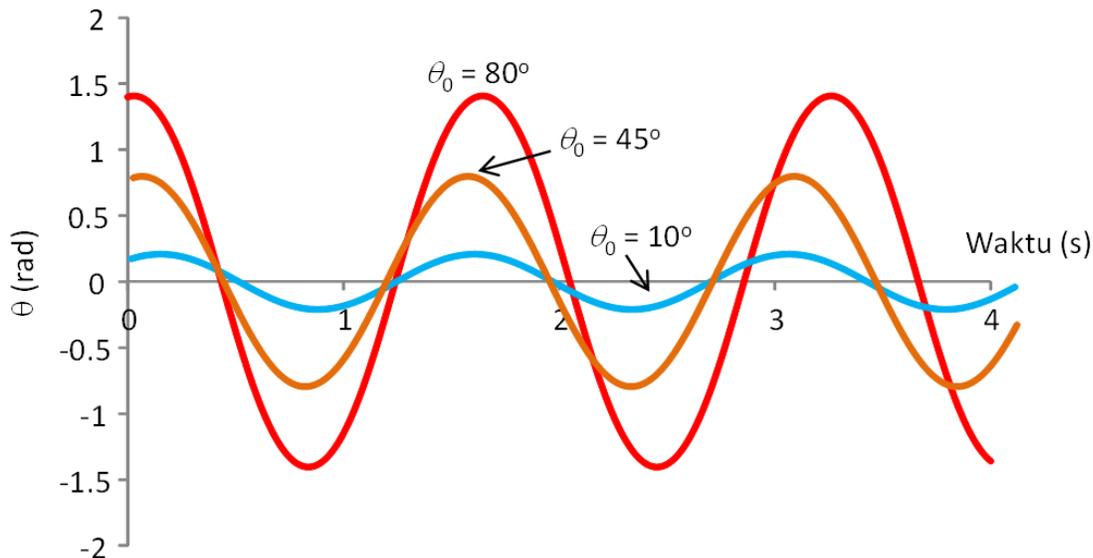
Untuk menghitung kolom B kita isi dulu θ_0 di Cell B1 dan θ1 di Cell B2. Tempatkan kursor pada Cell B1 laku ketik instruksi **=$H$4**

Kemudian tempatkan kursor pada Cell B2 kalu ketik instruksi **=$H$8**

Kemudian tempatkan kursor di Cell B3 lalu ketik instruksi **=2*B2-B1-(($H$1/$H$2)*SIN(B2))*($H$7)^2**

Lanjutkan dengan mencopy Cell B3 ke seluruh Cell di bawahnya hingga Cell B500

Kemudian buat kurva. Setelah kurva didapat, kalian benas mengubah-ubang sudut awal, kecepatan sudut awal, atau panjang tali.

Gambar 13.8 adalah simpangan sundut bandunl pada berbagai waktu dengan menggunakan berbagai simpangan awal. Jelas terlihat bahwa periode osilasi berbeda dan bergantung pada sudut awal. Sedangkan untuk bandul dengan simpangan kecil, periode osilasi hanya bergantung pada panjang tali.

Gambar 13.8 Simpangan pada berbagai waktu dengan menggunakan sejumlah sudut awal.

13.4 *Shuttlecock*

Peastel, Lynch, dan Armeni melakukan pengukuran posisi shuttlecock sebagai fungsi waktu [M. Peastel, R. Lynch, and A. Armeni, Jr., *American Journal of Physics* 48, 511 (1980)]. Berdasarkan posisi tersebut mereka menyimpulkan bahwa gaya gesek pada shuttlecock bergantung secara kuadratik terhadap laju, atau

$$f = -kmv^2 \qquad (13.24)$$

Dengan demikian gaya total yang dialami shuttlecock adalah mg-kmv^2. Dengan menggunakan hukum II Newton kita peroleh

$$mg - kmv^2 = m\frac{dv}{dt}$$

atau

$$\frac{dv}{dt} = g - kv^2$$

$$= g\left[1 - \frac{k}{g}v^2\right]$$

$$= g\left[1 - \frac{v^2}{v_T^2}\right] \qquad (13.25)$$

di mana kita definisikan

$$v_T = \sqrt{\frac{g}{k}} \qquad (13.26)$$

Untuk melakukan perhitungan secara Excel kita ganti sebagai berikut

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t}$$

$$g\left[1 - \frac{v^2}{v_T^2}\right] = g\left[1 - \frac{v_i^2}{v_T^2}\right]$$

Dengan penggantian ini maka persamaan (13.25) menjadi

$$\frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t} = g\left[1 - \frac{v_i^2}{v_T^2}\right]$$

atau

$$v_{i+1} = v_i + g\left[1 - \frac{v_i^2}{v_T^2}\right]\Delta t \qquad (13.27)$$

Gambar 13.9 adalah tampilah data excel di layar komputer.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	0	2				gravitasi	9.82	m/s2
2	0.01	2.096196				laju terminal v_T	14	m/s
3	0.02	2.192194				Lama waktu	5	s
4	0.03	2.287987				Jumlah stel	500	
5	0.04	2.383564				Delta waktu	0.01	
6	0.05	2.478917				laju awal v_0	2	m/s
7	0.06	2.574039						
8	0.07	2.668919						
9	0.08	2.76355						
10	0.09	2.857924						
11	0.1	2.952032						
12	0.11	3.045865						
13	0.12	3.139417						
14	0.13	3.232679						
15	0.14	3.325644						
16	0.15	3.418302						
17	0.16	3.510648						
18	0.17	3.602673						
19	0.18	3.69437						
20	0.19	3.785732						
21	0.2	3.876752						
22	0.21	3.967422						
23	0.22	4.057735						
24	0.23	4.147686						
25	0.24	4.237267						
26	0.25	4.326471						

Gambar 13.9 Tampilan data Excel di layar komputer.

Penjelasan dari instruksi pada Gambar 14.9 sebagai berikut.

Cell G1 adalah percepatan gravitasi

Cell G2 adalah laju terminal

Cell G3 adalah lama waktu

Cell G4 adalah jumlah step waktu

Cell G5 adalag stel waktu

Cell G6 adalah laju awal

Kolom A adalah waktu. Untuk mengisi kolom A tempatkan kuroisr pada Cell A1 lalu isi angka 0. Kemudian tempatkan kursor pada Cell A2 lalu ketik perintah **=A1+$G$5**

Kemudian compy Cell A2 ke seluruh cell di bawahnya hingga Cell A500

Untuk menentukan nilai kolom B, tempatkan kursor di Cell B1 kalu ketik instruksi **=$G$6**

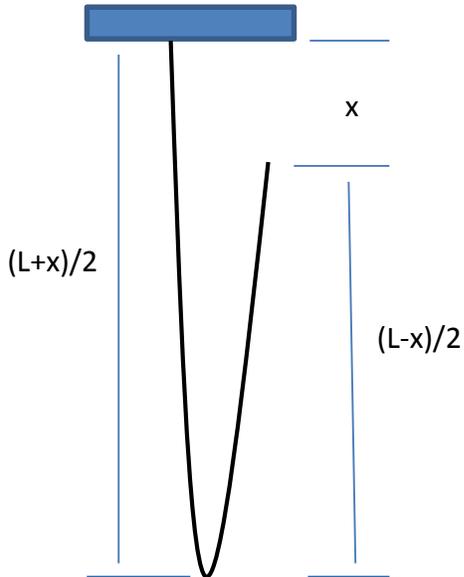
Kemudian tempatkan kursor di Cell A2 laku ketik instruksi **=B1+$G$1*(1-B1*B1/($G$2)^2)*$G$5**

Lalu copy Cell B2 ke seluruh Cell di bawahnya hingga Cell B500.

Kemudian gambar kurva.

13.5 Dinamika Rantai Jatuh

Sebuah rantai yang memiliki panjang L dan massa per satuan panjang konstan μ. Satu ujung rantai dikaitkan ke dinding dan ujung lainnya dapat lepas secara bebas. Mula-mula ujung bebas diposisikan sejajar dengan ujung tetap kemudian dilepaskan. Kita ingin menghitung perubahan posisi ujung rantai sebagai fungsi waktu.

Perhatikan kondisi ketika ujung bebas rantai telah turun sejauh x seperti ditunjukkan pada Gambar 13.10. Ketika ujung bebas rantai tutun sejauh x maka panjang total dari ujung tetap rantai ke lokasi sejajar ujung tetal menjadi $L+x$. Dengan demikian, panjang dari ujung tetap ke ujung lekukan paling bawah rantai adalah $(L+x)/2$ dan panjang ujung bebas ke ujung lekukan bawah rangai adalah $(L+x)/2 - x = (L-x)/2$.

Gambar 13.10 Koordinat ujung rantai yang jatuh.

Massa bagian rantai di sisi kiri adalah

$$m_1 = \frac{1}{2}(L+x)\mu \tag{13.28}$$

Massa bagian rantai di sisi kanan adalah

$$m_2 = \frac{1}{2}(L-x)\mu \tag{13.29}$$

Jarak pusat massa bagian kiri ke tempat ujung tetap adalah $(L+x)/4$ dan jarak pusat massa bagian kanan ke ujung tetap adalah $(L-x)/4 + x = (L+3x)/4$.

Energi potensial saat ujung rantai turun sejauh x adalah

$$U(x) = -m_1 g x_{pm1} - m_2 g x_{pm2}$$

$$= -\frac{1}{2}(L+x)\mu g\frac{(L+x)}{4} - \frac{1}{2}(L-x)\mu g\frac{(L+3x)}{4}$$

$$= -\frac{1}{4}\mu g\left(L^2 + 2Lx - x^2\right) \qquad (13.30)$$

Ketika rantai belum dilepas dan ujung bebas sejajar dengan ujung tetap (x = 0) maka energi potensialnya adalah

$$U(0) = -\frac{1}{4}\mu g L^2 \qquad (13.31)$$

Selisih energi potensial awal terhadap energi potensial ketika ujung bebas turun sejauh x menjadi

$$\Delta U(x) = U(0) - U(x)$$

$$= \frac{1}{4}\mu g\left(2Lx - x^2\right) \qquad (13.32)$$

Yang bergerak turun hanya ujung sebelah kiri rantai. Kelajuan turun adalah dx/dt. Dengan demikian, energi kinetik rantai adalah

$$K = \frac{1}{2}m_2\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{1}{4}(L-x)\mu\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \qquad (13.33)$$

Energi kinetik ini berasal dari perubahan energi potensial. Dengan demikian

$$\frac{1}{4}(L-x)\mu\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{1}{4}\mu g\left(2Lx - x^2\right)$$

atau

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{g\left(2Lx - x^2\right)}{(L-x)}}$$

atau

$$\frac{dt}{dx} = \sqrt{\frac{(L-x)}{g(2Lx - x^2)}} \qquad (13.34)$$

Persamaan di atas dapat diselesaikan secara numerik menggunakan Excel dengan terlebih dahulu melakukan diskritisasi berikut ini

$$\frac{dt}{dx} = \frac{t_{i+1} - t_i}{\Delta x}$$

$$\sqrt{\frac{(L-x)}{g(2Lx - x^2)}} = \sqrt{\frac{(L-x_i)}{g(2Lx_i - x_i^2)}}$$

Substitusi ke dalam persamaan (14.32) menghasilkan

$$\frac{t_{i+1} - t_i}{\Delta x} = \sqrt{\frac{(L-x_i)}{g(2Lx_i - x_i^2)}}$$

atau

$$t_{i+1} = t_i + \Delta x \sqrt{\frac{(L-x_i)}{g(2Lx_i - x_i^2)}} \qquad (13.35)$$

di mana

$$x_i = i\Delta x$$

dan

$$t_0 = 0$$

Gambar 13.11 adalah program Excel serta kurva x sebagai fungsi waktu.

Cell F1 adalah percepatan gravitasi

Cell F2 adalah panjang rantai

Cell F3 adalah jumlah pembagian rantai atas elemen yang sama panjang

Cell F4 adalah panjang tiap elemen rantai

	A	B	C	D	E	F	G
1	0	0			gravitasi g	9.82	m/s2
2	0.012	0.024706			panjang rantai L	6	m
3	0.024	0.042167			jumlah step	500	
4	0.036	0.056417			Delta panjang	0.012	m
5	0.048	0.068751					
6	0.06	0.079778					
7	0.072	0.089838					
8	0.084	0.099148					
9	0.096	0.107852					
10	0.108	0.116054					
11	0.12	0.123831					
12	0.132	0.131242					
13	0.144	0.138334					
14	0.156	0.145145					
15	0.168	0.151704					
16	0.18	0.158037					
17	0.192	0.164167					
18	0.204	0.17011					
19	0.216	0.175882					
20	0.228	0.181498					
21	0.24	0.186968					
22	0.252	0.192304					
23	0.264	0.197514					
24	0.276	0.202608					
25	0.288	0.207591					
26	0.3	0.212471					
27	0.312	0.217253					
28	0.324	0.221944					
29	0.336	0.226547					

Gambar 13.11 Tampilan excel untuk simulai rantai jatuh.

Kolom A adalah posisi ujung bebas rantai. Posisi mula-mula 0. Untuk mengisi kolom tersebut langkahnya sebagai berikut. Simpan kursor di Cell A1 lalu isi dengan angka 0 (posisi awal ujung rantai). Lalu simpan kursor di Cell A2 dan ketik perintah **=A1+$F$4**.

Copy Cell A2 ke seluruh cell di bawahnya hingga Cell A500

Kolom B adalah waktu yang diperlukan. Unutk menghiutng kolom B, tempatkan korsor pada Cell B1 lalu masukkan angka 0 (waktu awal adalah nol).

Lalu tempatkan kursor di Cell B2 lalu ketik perintah **=B1+$F$4*SQRT(($F$2-A2)/($F$1*(2*$F$2*A2-A2^2)))**

Kemudian copy Cell B2 ke seluruh cell di bawahnya hingga Cell B500

Buat kurva antara kolom A dengan kolom B

Setelahj kurva didapat, kalian bebas mengubah-ubah panjang rantai pada Cell F2.

13.6 Persoalan Dua Benda

Salah satu fenomena yang menarik dalam kaitannya dengan gaya tarik antara dua benda adalah persoalan dua benda (*two body problem*). Misalkan dua benda dengan massa m_1 dan m_2 didekatkan. Maka benda pertama ditarik benda kedua dengan gaya gravitasi yang arahnya sejajar dengan vektor penguhubng dua benda. Pada saat bersamaan benda kedua ditarik benda pertama dengan arah sama dengan vektor penguhung dua benda. Besar gaya tarik yang diamali benda sama. Akibat tarikan tersebut maka dua benda mendapat percapatan yang berbanding terbalik dengan massa sehingga benda tersebut masing-masing bergerak. Akibat gerakan maka terjadi perubahan posisi dan kecepatan. Akibat perubahan posisi maka gaya tarik yang dialami benda menjadi berubah baik besar maupun arah sehingga percapatan yang dialami benda berubah. Akibatnya kedua benda mengubah arag gerakannya. Begitu seterusnya sehingga kalau kita ikuti terus maka akar gerak benda akan berbentuk kurva-kurva yang menarik yang bergaantung pana posisi awal, kecepatan awal dan massa masing-masing beda. Sekarang kita coba bahas contoh sederhana persoalan dua benda dan melakukan perhitungan lintasan dengan Excel.

Misalkan benda m_1 dan m_2 berada pada posisi $\vec{r}_1$ dan $\vec{r}_2$. Gaya gravitasi yang dialami benda pertama dan benda kedua masing-masing

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

Dengan demikian, percepatan benda m_1 dan m_2 masing-masing

$$\vec{a}_{12} = \frac{\vec{F}_{12}}{m_1} = -G\frac{m_2}{r_{12}^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$\vec{a}_{21} = \frac{\vec{F}_{21}}{m_2} = -G\frac{m_1}{r_{12}^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

Dengan adanya percepatan ini maka kecepatan benda pada saat berikutnya (setelah selang Δt) adalah

$$\vec{v}_1(t+\Delta t)=\vec{v}_1(t)+\vec{a}_{12}(t)\Delta t$$

$$\vec{v}_2(t+\Delta t)=\vec{v}_2(t)+\vec{a}_{21}(t)\Delta t$$

$$\vec{r}_1(t+\Delta t)=\vec{r}_1(t)+\vec{v}_1(t)\Delta t+\frac{1}{2}a_{12}(t)\Delta t^2$$

$$\vec{r}_2(t+\Delta t)=\vec{r}_2(t)+\vec{v}_2(t)\Delta t+\frac{1}{2}a_{21}(t)\Delta t^2$$

Untuk melakukan perhitungan kita uraikan persamaan dalam komponen-komponennya sebagai berikut

$$r_{12}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$a_{1x}=-\frac{Gm_2}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}(x_1-x_2)$$

$$a_{1y}=-\frac{Gm_2}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}(y_1-y_2)$$

$$a_{2x}=-\frac{Gm_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}(x_2-x_1)$$

$$a_{2y}=-\frac{Gm_1}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}(y_2-y_1)$$

$$v_{1x}(t+\Delta t) = v_{1x}(t) + a_{1x}(t)\Delta t$$

$$v_{1y}(t+\Delta t) = v_{1y}(t) + a_{1y}(t)\Delta t$$

$$v_{2x}(t+\Delta t) = v_{2x}(t) + a_{2x}(t)\Delta t$$

$$v_{2y}(t+\Delta t) = v_{2y}(t) + a_{2y}(t)\Delta t$$

$$x_1(t+\Delta t) = x_1(t) + v_{1x}(t)\Delta t + \frac{1}{2}a_{1x}(t)\Delta t^2$$

$$y_1(t+\Delta t) = y_1(t) + v_{1y}(t)\Delta t + \frac{1}{2}a_{1y}(t)\Delta t^2$$

$$x_2(t+\Delta t) = x_2(t) + v_{2x}(t)\Delta t + \frac{1}{2}a_{2x}(t)\Delta t^2$$

$$y_2(t+\Delta t) = y_2(t) + v_{2y}(t)\Delta t + \frac{1}{2}a_{2y}(t)\Delta t^2$$

Berikut ini adalah contoh program yang dapat kita gunakan. Nilai awal yang perlu kita berikan adalah x_{10}, y_{10}, x_{20}, x_{20}, v_{1x0}, v_{1y0}, v_{2x0}, v_{2y0}. Kita juga perlu informasi massa m_1, m_2, kontanta gravitasi *G*, dan selang waktu Δt. Pada Gambar 13.12 kita simpan semua data tersebur di kolom R.

Program yang kita gunakan sebagai berikut

Isi kolom 1 dengan waktu. Step waktu kita isi di Cell R12

Cara mengisi kolom A sebagai berikut: isi kolom A1 dengan 0. Lalu tempatkan mouse pada Cell A2. Kemudian tulis persamaan =A1+$R$12. Kemudian copy Cell A2 ke Cell-Cells di bawahnya hingga batas waktu yang diinginkan.

Isi kolom B1 dengan nilai awal x1 dengan persamaan =$R$1

Isi kolom C1 dengan nilai awal y1 dengan persamaan = $R$2

Isi kolom D1 dengan nilai awal x2 dengan persamaan =$R$5

Isi kolom E1 dengan nilai awal y2 dengan persamaan = $R$6

Isi kolom F1 dengan nilai awal v1x dengan persamaan =$R$3

Isi kolom G1 dengan nilai awal v1y dengan persamaan = $R$4

Isi kolom H1 dengan nilai awal v2x dengan persamaan =$R$7

Isi kolom I1 dengan nilai awal v2y dengan persamaan = $R$8

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
0	0	0	5	5	0	-0.5	0	1.5	7.071068	0.141421	0.141421	-0.07071	-0.07071			x10	0
0.05	0.000177	-0.02482322	4.999912	5.074912	0.007071068	-0.49293	-0.00354	1.496464	7.141754	0.137256	0.140002	-0.06863	-0.07			y10	0
0.1	0.000702	-0.04929467	4.999649	5.149647	0.013933884	-0.48593	-0.00697	1.492964	7.212383	0.133242	0.138573	-0.06662	-0.06929			vx10	0
0.15	0.001565	-0.07341789	4.999217	5.224209	0.020596	-0.479	-0.0103	1.4895	7.282951	0.129373	0.137138	-0.06469	-0.06857			vy10	-0.5
0.2	0.002757	-0.09719648	4.998622	5.298598	0.027064653	-0.47214	-0.01353	1.486072	7.353453	0.125643	0.135701	-0.06282	-0.06785			x20	5
0.25	0.004267	-0.12063402	4.997867	5.372817	0.033346781	-0.46536	-0.01667	1.482679	7.423883	0.122045	0.134262	-0.06102	-0.06713			y20	5
0.3	0.006087	-0.14373411	4.996957	5.446867	0.039449036	-0.45865	-0.01972	1.479323	7.494238	0.118575	0.132824	-0.05929	-0.06641			vx20	0
0.35	0.008208	-0.16650033	4.995896	5.52075	0.045377795	-0.452	-0.02269	1.476002	7.564513	0.115228	0.131389	-0.05761	-0.06569			vy20	1.5
0.4	0.01062	-0.1889363	4.99469	5.594468	0.051139174	-0.44543	-0.02557	1.472717	7.634705	0.111997	0.129959	-0.056	-0.06498			m1	1
0.45	0.013317	-0.21104557	4.993341	5.668023	0.056739036	-0.43894	-0.02837	1.469468	7.704809	0.108879	0.128535	-0.05444	-0.06427			m2	2
0.5	0.01629	-0.23283173	4.991855	5.741416	0.062183007	-0.43251	-0.03109	1.466255	7.774823	0.105869	0.127119	-0.05293	-0.06356			G	5
0.55	0.019532	-0.25429832	4.990234	5.814649	0.067476481	-0.42615	-0.03374	1.463077	7.844744	0.102963	0.125712	-0.05148	-0.06286			delta t	0.05
0.6	0.023034	-0.27544888	4.988483	5.887724	0.072624634	-0.41987	-0.03631	1.459934	7.914568	0.100156	0.124315	-0.05008	-0.06216				
0.65																	
0.7																	
0.75																	
0.8																	
0.85																	
0.9																	
0.95																	
1																	
1.05																	
1.1																	
1.15																	
1.2																	
1.25																	
1.3																	
1.35	0.102564	-0.55709354	4.948718	6.966047	0.135359158	-0.33361	-0.06768	1.416803	8.948902	0.067622	0.104976	-0.03381	-0.05249				
1.4	0.109417	-0.57364266	4.945292	7.036821	0.138740257	-0.32836	-0.06937	1.414179	9.01692	0.065963	0.103809	-0.03298	-0.0519				
1.45	0.116436	-0.58993079	4.941782	7.107465	0.142038407	-0.32317	-0.07102	1.411584	9.084815	0.064355	0.102659	-0.03218	-0.05133				

Gambar 13.12 Tampilan layar Excel program perhitungan

Isi kolom J1 dengan jarak dua benda dengan persamaan =SQRT((D1-B1)^2+(E1-C1)^2)

Isi kolom K1 dengan percepatan a1x dengan persamaan =-$R$11*$R$10*(B1-D1)/J1^3

Isi kolom L1 dengan percepatan a1y dengan persamaan =-$R$11*$R$10*(C1-E1)/J1^3

Isi kolom M1 dengan percepatan a2x dengan persamaan =-$R$11*$R$9*(D1-B1)/J1^3

Isi kolom N1 dengan percepatan a2y dengan persamaan =-$R$11*$R$9*(E1-C1)/J1^3

Kemudian kita hitung nilai Δt berikutnya dengan persamaan berikut ini

Tempatkan kursor pada Cell B2 lalu ketik persamaan =B1+F1*$R$12+0.5*K1*($R$12)^2

Tempatkan kursor pada Cell C2 lalu ketik persamaan =C1+G1*$R$12+0.5*L1*($R$12)^2

Tempatkan kursor pada Cell D2 lalu ketik persamaan =D1+H1*$R$12+0.5*M1*($R$12)^2

Tempatkan kursor pada Cell E2 lalu ketik persamaan =E1+I1*$R$12+0.5*N1*($R$12)^2

Tempatkan kursor pada Cell F2 lalu ketik persamaan =F1+K1*$R$12

Tempatkan kursor pada Cell G2 lalu ketik persamaan =G1+L1*$R$12

Tempatkan kursor pada Cell H2 lalu ketik persamaan =H1+M1*$R$12

Tempatkan kursor pada Cell I2 lalu ketik persamaan =I1+N1*$R$12

Tempatkan kursor pada Cell K2 lalu ketik persamaan =-$R$11*$R$10*(B2-D2)/J2^3

Tempatkan kursor pada Cell L2 lalu ketik persamaan =-$R$11*$R$10*(C2-E2)/J2^3

Tempatkan kursor pada Cell M2 lalu ketik persamaan =-$R$11*$R$9*(D2-B2)/J2^3

Tempatkan kursor pada Cell N2 lalu ketik persamaan =-$R$11*$R$9*(E2-C2)/J2^3

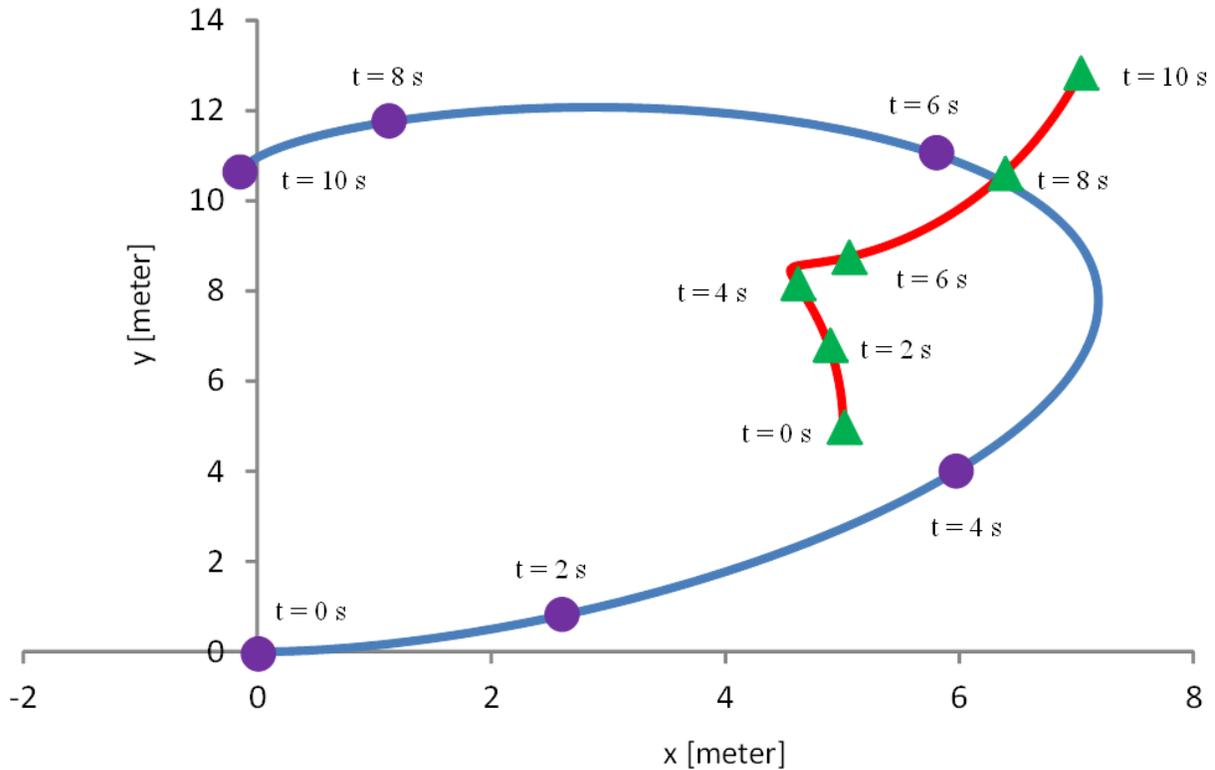
Copy Cell A2, B2, C2, E2, F2, G2, H2, I2,K2, L2, M2, dan N2 ke bawah hingga batas waktu yang diinginkan

Copy Cell J1 ke bahwan hingga batas waktu yang diinginkan

Plot kurva dari data di kolom B dan C. Kurva yanng diperoleh adalan lintasan benda m1

Plot kurva dari data di kolom D dan E. Kurva yanng diperoleh adalan lintasan benda m2

Ubah-ubah nilai posisi awal, kecepatan awal maupun massa benda pada kolom R dan lihat perubahan kurva lintasan.

Gambar 13.13 adalah kurva perhitungan menggunakan data awal di kolom R. Kurva yang diperoleh akan berbeda jika menggunakan data awal yang berbeda.

Gambar 13.13 Kurva perhitungan posisi benda pada berbagai waktu menggunakan data awal yang tertera di kolom R.